



METODOLOGIA PARA AVALIAÇÃO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO EM REGIME DINÂMICO DE SISTEMAS CONTÍNUOS

M. A. F. MARTINS¹, R. de A. KALID¹

¹Universidade Federal da Bahia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Industrial
E-mail: marciomartins@ufba.br, kalid@ufba.br

RESUMO – Avaliar a incerteza de medição no regime dinâmico é importante para o projeto e controle de processos das indústrias químicas ou petroquímicas. O presente trabalho visa apresentar um método para avaliar a incerteza de medição dinâmica de processos industriais. Trata-se de um método numérico não linear, baseado em simulações de Monte Carlo, que utiliza as funções densidade de probabilidade das grandezas de entrada e dos parâmetros da função de medição para estimar a incerteza padrão e os intervalos de abrangência da grandeza de saída dinâmica (mensurando). Como ilustração, um reator CSTR foi objeto de estudo para aplicabilidade do método proposto.

PALAVRAS-CHAVE: incerteza de medição, modelos dinâmicos, simulações de Monte Carlo, função densidade de probabilidade.

1 INTRODUÇÃO

A medição está presente em praticamente todos os ramos da atividade humana: comércio, indústria, agricultura, pecuária, etc. Entretanto, qualquer processo de medição estará sujeito a diversos fatores (muitos dos quais desconhecidos) que influenciam a qualidade da medição, a saber: variabilidade intrínseca do processo, imperfeições e limitações físicas dos instrumentos de medição, variabilidade das condições ambientais, entre outros.

Devido à influência dos fatores anteriormente expostos em um processo de medição, o valor verdadeiro do mensurando¹ não pode ser conhecido exatamente. Portanto, uma medida quantitativa é necessária para

avaliar a qualidade do resultado da medição - o parâmetro metrológico que tem esta função é conhecido como incerteza de medição.

O principal método, reconhecido internacionalmente pela comunidade metrológica, para avaliação da incerteza de medição no regime estacionário é apresentado no 'Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement' (BIPM, 2008b); este Guia é comumente conhecido, na literatura, como ISO-GUM.

O ISO-GUM fornece regras gerais para expressar e avaliar a incerteza de medição do mensurando, baseada na lei de propagação de incertezas, a qual consiste em propagar as estimativas, as incertezas padrão e os coeficientes de correlação das grandezas de entrada, através de uma aproximação linear da função de medição - função esta, que relaciona matematicamente o mensurando (grandeza de saída) com as grandezas de entrada.

¹ Segundo o Vocabulário Internacional de Metrologia (2008a), o mensurando é a variável física submetida à medição.



O Suplemento 1 do ISO-GUM, aqui denominado como ISO-GUM S1 (BIPM, 2008c), utiliza a função densidade de probabilidade (PDF) das grandezas envolvidas no processo de medição para avaliar a incerteza de medição do mensurando. Ou seja, o ISO-GUM S1 está balizado no conceito da lei de propagação de PDFs, a qual é implementada por um procedimento numérico baseado em simulações de Monte Carlo (MCS). O método ISO-GUM S1 está isento da maioria das limitações do método ISO-GUM, as quais são: funções de medição lineares ou linearizadas, simetria das PDFs da grandeza de saída (mensurando), e comportamento gaussiano das grandezas de entrada e saída. Portanto, esse método é mais abrangente e robusto do que o método ISO-GUM para avaliar a incerteza de medição.

Os métodos ISO GUM e ISO GUM S1 consideram, essencialmente, que as grandezas (saída e entrada) estão sob o regime estacionário, ver demonstração em Kirkup e Frenkel (2006). Entretanto, existem certas condições dos processos industriais que essas grandezas estão no regime transiente ou dinâmico. Logo, uma avaliação da incerteza de medição dinâmica é de vital importância para tornar esses processos (industriais) mais robustos e eficientes, tanto operacional como economicamente.

O tema incerteza de medição dinâmica é ainda pouco explorado na literatura devido à sua limitação matemática e computacional. Porém, alguns trabalhos relevantes, que abordam esse tema, têm sido desenvolvidos: Hiskens et al. (2000) mostram que trajetórias de sensibilidades de modelos dinâmicos podem ser usadas na quantificação de intervalos de abrangência dinâmicos baseada na incerteza dos parâmetros desses modelos. Xintao et al. (2008) utilizaram um método de amostragem (método Grey Bootstrap) para avaliar a incerteza padrão e os intervalos de abrangência de mensurandos dinâmicos. Os trabalhos Elster et al. (2007); Elster e Link

(2008, 2009); Hessling (2008a, 2009); apresentam metodologias para analisar medições dinâmicas baseadas em filtros digitais de sistemas dinâmicos lineares; nesta mesma linha Saggin (2001); Hessling (2006, 2008b); investigam os desvios sistemáticos que devem ser compensados em sistemas de medições dinâmicos.

O presente trabalho visa apresentar um método não linear para avaliar a incerteza de medição dinâmica de processos industriais. O método proposto utiliza os princípios da propagação de PDFs, através de MCS, baseada na incerteza dos parâmetros que constituem as funções de medição. Para uma melhor elucidação do método proposto, um reator CSTR será o objeto de estudo desse trabalho.

2. METODOLOGIA

Nesta seção é apresentado o método não linear para avaliação da incerteza de medição dinâmica para processos industriais. Além disso, detalhes sobre o objeto de estudo, reator químico CSTR, são expostos para devida aplicação do método proposto.

2.1 Método Proposto

2.1.1 Lei de propagação de PDFs. A avaliação da incerteza de medição requer uma função de medição, na qual relaciona o mensurando Y com as diversas grandezas de entrada (X_i) que mais o influenciam. Geralmente, essa função de medição pode ser representada pela seguinte expressão:

$$Y = f(X_1, \dots, X_i, \dots, X_N) \quad (1)$$

Em um sistema de medição, representado pela Equação 1, a função de medição podem ser resolvida de forma analítica ou numérica; podem ser obtidas através de modelagens fenomenológicas ou empíricas; devem incluir as possíveis compensações sistemáticas provenientes dos sistemas de medição das grandezas de entrada (X_i); e, por fim,



as grandezas estão no regime estacionário. Contudo, em sistemas de medição dinâmicos, cada grandeza de entrada, e conseqüentemente, a grandeza de saída, variam com tempo, assim a Equação 1 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$Y(t) = f(X_1(t), \dots, X_i(t), \dots, X_N(t)) \quad (2)$$

Ou seja, as grandezas envolvidas em um sistema de medição dinâmico constituem uma coleção de valores em cada instante de tempo t , logo cada grandeza será considerada um vetor de valores dos instantes de tempo discretos $(t_1, \dots, t_j, \dots, t_m)^T$. Portanto, o mensurando dinâmico $Y(t)$ pode ser representado como um vetor: $\mathbf{y} = (Y(t_1), \dots, Y(t_j), \dots, Y(t_m))^T$, enquanto que cada grandeza de entrada X_i é representada por $\mathbf{x}_i = (X_i(t_1), \dots, X_i(t_j), \dots, X_i(t_m))^T$.

O conhecimento sobre o mensurando dinâmico \mathbf{y} pode ser expresso por uma PDF conjunta especificada para todos os instantes de tempo:

$$g_{\mathbf{y}}(\boldsymbol{\eta}) = g_{\mathbf{y}}(\eta_1, \dots, \eta_j, \dots, \eta_m) \quad (3)$$

Onde o vetor $\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \dots, \eta_j, \dots, \eta_m)^T$ denota os possíveis valores do mensurando dinâmico \mathbf{y} nos instantes de tempo $(t_1, \dots, t_j, \dots, t_m)^T$, respectivamente.

Como uma PDF engloba grande parte do conhecimento de uma variável aleatória, ou seja, através de uma PDF é possível conhecer os parâmetros estatísticos: média, desvio padrão, curtose, assimetria, entre outros; logo, no presente trabalho são utilizadas as PDFs das grandezas envolvidas no sistema de medição dinâmico para avaliar o resultado de medição (melhor estimativa do mensurando dinâmico), a incerteza padrão, bem como os intervalos de abrangência associados a essa estimativa do mensurando dinâmico, recorrendo à lei de propagação de PDFs.

Em notação vetorial, a função de medição dinâmica pode ser escrita como:

$$\mathbf{y} = f(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_i, \dots, \mathbf{x}_N) \quad (4)$$

Caso seja aplicado o operador matemático esperança em ambos os lados da Equação 4, obtêm-se as seguintes expressões:

$$E\{\mathbf{y}\} = \int \boldsymbol{\eta} \cdot g_{\mathbf{y}}(\boldsymbol{\eta}) \cdot d\boldsymbol{\eta} \quad (5)$$

$$E\{f(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N)\} = \int f(\boldsymbol{\xi}_1, \dots, \boldsymbol{\xi}_N) \cdot$$

$$g_{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_i, \dots, \mathbf{x}_N}(\xi_{1,1}, \dots, \xi_{i,j}, \dots, \xi_{N,m}) \cdot$$

$$d\xi_{1,1}, \dots, d\xi_{i,j}, \dots, d\xi_{N,m} \quad (6)$$

A variável $\xi_{i,j}$ representa os possíveis valores de cada grandeza de entrada X_i no instante de tempo t_j . Logo, $\boldsymbol{\xi}_i$ representa o vetor $(\xi_{i,1}, \dots, \xi_{i,m})^T$. Agora, utilizando-se a propriedade da função delta de Dirac (Arfken e Weber, 2005):

$$\int \mathbf{x} \cdot \delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\alpha}) \cdot d\mathbf{x} = \boldsymbol{\alpha} \quad (7)$$

E propondo-se uma analogia dos vetores \mathbf{x} com o $\boldsymbol{\eta}$ e $\boldsymbol{\alpha}$ com o $f(\boldsymbol{\xi}_1, \dots, \boldsymbol{\xi}_N)$ respectivamente, a Equação 7 pode ser reescrita como:

$$\int \boldsymbol{\eta} \cdot \delta(\boldsymbol{\eta} - f(\boldsymbol{\xi}_1, \dots, \boldsymbol{\xi}_N)) \cdot d\boldsymbol{\eta} = f(\boldsymbol{\xi}_1, \dots, \boldsymbol{\xi}_N) \quad (8)$$

Então, a substituição da Equação 8 na Equação 6, e posteriormente igualando-a com a Equação 5, a PDF conjunta do mensurando dinâmico \mathbf{y} será dada por:

$$g_{\mathbf{y}}(\boldsymbol{\eta}) = \int \delta(\boldsymbol{\eta} - f(\boldsymbol{\xi}_1, \dots, \boldsymbol{\xi}_N)) \cdot$$

$$g_{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_i, \dots, \mathbf{x}_N}(\xi_{1,1}, \dots, \xi_{i,j}, \dots, \xi_{N,m}) \cdot$$

$$d\xi_{1,1}, \dots, d\xi_{i,j}, \dots, d\xi_{N,m} \quad (9)$$

A Equação 9 representa a expressão analítica da PDF conjunta do mensurando dinâmico \mathbf{y} . Como a solução analítica de uma



PDF conjunta não é trivial, somente em casos muitos simples, uma solução numérica deve ser requerida para obter essa PDF. Este procedimento numérico será abordado na próxima seção.

2.1.2 Método de Monte Carlo. Haja vista que o tratamento analítico para obtenção da PDF conjunta do mensurando dinâmico é inviável, um método numérico é necessário. O método numérico mais eficiente para solucionar uma propagação de PDFs é utilizar as MCS (Cox e Siebert, 2006).

A idéia básica das MCS, para avaliação da incerteza de medição dinâmica, é retirar M amostras aleatórias da PDF conjunta das grandezas (dinâmicas) de entrada, propagar essas amostras, através da função de medição dinâmica, de modo que uma PDF conjunta empírica do mensurando dinâmico seja obtida. A construção da PDF empírica é realizada por meio dos valores gerados do mensurando dinâmico a cada instante de tempo t_j , segundo a seguinte expressão:

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_1^l = f(\xi_{1,1}^l, \dots, \xi_{i,1}^l, \dots, \xi_{N,1}^l) \\ \vdots \\ \eta_j^l = f(\xi_{1,j}^l, \dots, \xi_{i,j}^l, \dots, \xi_{N,j}^l) \\ \vdots \\ \eta_m^l = f(\xi_{1,m}^l, \dots, \xi_{i,m}^l, \dots, \xi_{N,m}^l) \\ \text{para } l = 1, \dots, M \end{array} \right. \quad (10)$$

As MCS produzem tão bons resultados para a construção da PDF conjunta empírica do mensurando dinâmico quanto maior for o número de amostras M , visto que para um número M finito de valores existe um erro aleatório e, portanto, o valor de M deve ser suficientemente grande para assegurar que esse erro seja suficientemente pequeno. Dessa forma, quando M tende a infinito, os resultados gerados pela PDF conjunta empírica convergem para valores correspondentes aos obtidos pela PDF conjunta analítica do mensurando dinâmico.

Uma vez a PDF conjunta do mensurando dinâmico está disponível, pode-se avaliar a melhor estimativa do mensurando dinâmico, bem como a incerteza padrão e a covariância associadas a essa estimativa em cada instante de tempo t_j por meio das Equações (11-13), respectivamente.

$$\hat{y}(t_j) = \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \eta_j^l \quad (11)$$

$$u^2(\hat{y}(t_j)) = \frac{1}{M-1} \sum_{l=1}^M (\eta_j^l - \hat{y}(t_j))^2 \quad (12)$$

$$u(\hat{y}(t_j), \hat{y}(t_k)) = \frac{1}{M-1} \sum_{l=1}^M (\eta_j^l - \hat{y}(t_j))(\eta_k^l - \hat{y}(t_k)) \\ j \neq k = 1, \dots, m \quad (13)$$

O intervalo de abrangência é obtido pela menor largura possível entre os valores extremos η^{inf} e η^{sup} do mensurando. Esses valores são obtidos computacionalmente a partir da função de distribuição acumulativa (FDA) do mensurando $G_Y(\eta)$, que devem satisfazer a equação:

$$p = G_Y(\eta^{sup}) - G_Y(\eta^{inf}) \quad (14)$$

Em sistemas de medição dinâmicos, o intervalo de abrangência deve ser determinado a cada instante de tempo t_j , isto é, $I_j = [\eta_j^{inf}, \eta_j^{sup}]$. Os valores extremos desse intervalo são obtidos através da FDA temporal $G_{Y(t_j)}(\eta_j)$ satisfazendo a equação:

$$p = G_{Y(t_j)}(\eta_j^{sup}) - G_{Y(t_j)}(\eta_j^{inf}) \\ j = 1, \dots, m \quad (15)$$

2.1.3 MCS em equações diferenciais ordinárias. Como mostrado na seção anterior o conhecimento sobre as grandezas de entrada, por meio de sua PDF conjunta, é fundamental para a construção da PDF conjunta do mensurando dinâmico através das MCS. Porém, essas grandezas de entrada também possuem funções de medição, pois dependem de outras grandezas que



contribuem para sua variabilidade. Essas funções de medição (direta) são tipicamente descritas em termos de equações diferenciais lineares e/ou não lineares. Isto é, as grandezas de entrada de um sistema de medição dinâmico podem ser expressas por um sistema de equações diferenciais ordinárias (SEDO):

$$\begin{cases} \frac{dX_1(t)}{dt} = f_1(w_1(t), \dots, w_k(t), \dots, w_p(t)) \\ \vdots \\ \frac{dX_i(t)}{dt} = f_i(w_1(t), \dots, w_k(t), \dots, w_p(t)) \\ \vdots \\ \frac{dX_N(t)}{dt} = f_N(w_1(t), \dots, w_k(t), \dots, w_p(t)) \end{cases} \quad (16)$$

A solução do SEDO permite conhecer o comportamento dinâmico das grandezas de entrada através do comportamento dinâmico das grandezas exógenas w_k . No tocante à avaliação da incerteza de medição, o objetivo é obter uma PDF conjunta das grandezas de entrada X_i a partir da PDF conjunta dos parâmetros que constituem as grandezas exógenas, pois a maior fonte de incerteza está concentrada nos parâmetros dessas grandezas (Hiskens et al., 2000); rigorosamente as grandezas exógenas são funções do tempo e dos seus parâmetros, isto é, $w_k = f_k(t; \Phi_1, \dots, \Phi_p)$, entretanto a variável tempo t deve possuir uma incerteza desprezível em relação à incerteza dos parâmetros $(\Phi_1, \dots, \Phi_p)^T$.

A construção da PDF conjunta das grandezas de entrada X_i é proposta pela lei de propagação de PDFs baseada em MCS. O procedimento adotado consiste em atribuir uma PDF conjunta aos parâmetros $(\Phi_1, \dots, \Phi_p)^T$ das grandezas exógenas w_k , retirar M amostras aleatórias dessa PDF conjunta e integrar M vezes o SEDO (Equação 16). No presente trabalho a amostragem dos parâmetros é realizada em

cada instante de tempo t_j , tal procedimento não foi utilizado no trabalho originalmente proposto pelos autores Hiskens et al. (2000), que assumiram o mesmo conjunto M de amostras para cada passo de integração do SEDO. Entretanto, para problemas típicos de processos químicos ou petroquímicos é necessária a re-amostragem dos parâmetros, pois a cada instante de tempo, novas condições operacionais estão presentes nas plantas industriais.

O procedimento descrito anteriormente, para o SEDO, torna o sistema de medição dinâmico estocástico, o que implica em uma avaliação mais fiel para a incerteza dinâmica das grandezas de entrada X_i . Portanto, a partir do conhecimento da PDF conjunta dos parâmetros, pode-se estimar uma PDF conjunta para as grandezas de entrada X_i , cujos resultados de medição: estimativa, incerteza padrão e covariância dinâmica dessas grandezas; podem ser avaliadas pelas Equações 11, 12 e 13, respectivamente.

2.2 Estudo de Caso

A partir do anteriormente exposto sobre o método para a avaliação da incerteza de medição dinâmica, um estudo de caso é apresentado nesta seção para elucidar uma aplicação prática do método proposto. O estudo de caso, aqui apresentado, é um reator tanque agitado contínuo (reator CSTR) da planta didática simulada do PROTEC-UFBA (Kalid, 2005).

O objetivo desse reator é transformar o reagente A no produto B por meio de uma catálise homogênea em fase líquida. Trata-se de uma reação endotérmica na qual necessita de um fluido de aquecimento para que a mesma ocorra.

A Figura 1 mostra um fluxograma simplificado desse reator CSTR, na qual são apresentadas as correntes de alimentação e descarga do mesmo, assim como a corrente de



catalisador e corrente de fluido de aquecimento.

A aplicação do método proposto neste sistema é avaliar a incerteza dinâmica da fração molar do produto B, a partir do comportamento das variáveis de estado (grandezas de entrada da função de medição dinâmica): concentração molar do reagente A, concentração molar do produto B, temperatura interna do reator e temperatura interna da camisa do reator.

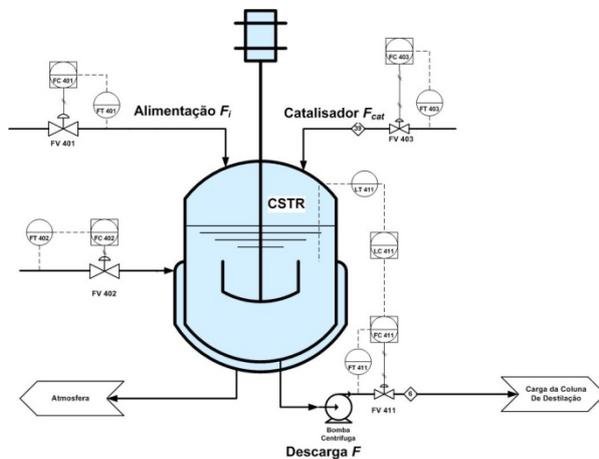


Figura 1 - Fluxograma simplificado do reator CSTR da planta didática PROTEC-UFBA.

A função de medição dinâmica da concentração molar de B é dada por:

$$x_B(t) = \frac{C_B(t)}{C_A(t) + C_B(t)} \quad (17)$$

As variáveis de estado do reator foram obtidas pela modelagem fenomenológica, representadas pelo seguinte SEDO:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dC_A(t)}{dt} = \frac{(C_{A,i} - C_A)F_i}{\rho_m A_T L} + k_o e^{-E/(R(T+273))} C_A \\ \frac{dC_B(t)}{dt} = \frac{(C_{B,i} - C_B)F_i}{\rho_m A_T L} - k_o e^{-E/(R(T+273))} C_A \\ \frac{dT(t)}{dt} = \frac{(T_i - T)F_i}{\rho_m A_T L} - \frac{\Delta H_r k_o e^{-E/(R(T+273))} C_A}{\rho_m C_P} + \frac{UA(T - T_c)}{\rho_m A_T L C_P} \\ \frac{dT_c(t)}{dt} = \frac{(T_{c,i} - T_c)F_c}{V_c} - \frac{UA(T - T_c)}{\rho_c V_c C_{P,c}} \\ k_o = k F_{cat} \end{array} \right. \quad (18)$$

A descrição e as respectivas unidades de cada variável da Equação 18 são apresentadas na seção nomenclatura. Como pode ser observado na Equação 18, o fator pré-exponencial k_o é posto como função linear da vazão de catalisador F_{cat} (variável medida); nesse trabalho foi considerada essa hipótese, pois a dinâmica do catalisador desse reator é muito inferior à dinâmica dos demais componentes do reator, isto é, pode-se admitir a condição de estado estacionário para o catalisador, tal hipótese torna a concentração de catalisador no reator ser função de F_{cat} , conseqüentemente, o fator pré-exponencial também será função dessa vazão.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste tópico serão mostrados os resultados obtidos da aplicação do método proposto no estudo de caso. Para o SEDO (Equação 18) foram considerados os parâmetros k , E , U e ΔH_r , visto que a incerteza associada a esses parâmetros são maiores quando comparada com a incerteza dos demais parâmetros do sistema de medição dinâmico. A Tabela 1 apresenta os limites inferior e superior referente às PDFs uniformes dos parâmetros considerados no SEDO do reator CSTR.

Tabela 1 – PDF uniforme dos parâmetros considerados no SEDO do reator CSTR.

| Parâmetros | Limite inferior | Limite superior |
|---|-----------------|-----------------|
| k (kg ⁻¹) | 25,67 | 76,97 |
| E (kJ/kmol)x10 ⁻⁴ | 0,71 | 1,65 |
| U (kJ/(m ² .K.min))x10 ⁻⁴ | 0,51 | 2,04 |
| ΔH_r (kJ/kmol)x10 ⁻⁴ | 9,80 | 29,40 |

As grandezas de entrada e as condições iniciais do SEDO dependem de parâmetros, cujos valores (média) e incertezas (desvios padrão) dos mesmos associados à PDF nor-



mal, são mostrados na Tabela 2; além disso, o número de amostras aleatórias M utilizadas na aplicação das MCS foi $M = 10^4$.

As incertezas padrão, apresentadas na Tabela 2, são combinações de duas fontes de incertezas, as quais são: fonte de incerteza devido à variabilidade do processo (incerteza tipo A); e fonte de incerteza devido à variabilidade adicionada pelo sistema de medição (incerteza tipo B). Após a etapa de atribuição das PDFs dos parâmetros das grandezas de entrada e das condições iniciais, bem como o conhecimento das amostras aleatórias M , foi simulado o SEDO e a função de medição dinâmica de modo a obter a PDF conjunta mensurando dinâmico (\hat{x}_B).

Tabela 2 – PDF normal dos parâmetros associados às grandezas de entrada e às condições iniciais do SEDO do reator CSTR.

| Variáveis | Média | Incerteza padrão |
|-----------------------------------|--------|------------------|
| L (m) | 1,00 | 0,10 |
| F_i (t/min) | 1,50 | 0,50 |
| F_{cat} (kg/min) | 1,26 | 0,40 |
| F_C (m ³ /min) | 0,40 | 0,30 |
| T_i (°C) | 383,9 | 3,5 |
| $T_{c,i}$ (°C) | 931,8 | 5,5 |
| $C_{A,i}$ (kmol/m ³) | 16,22 | 0,4 |
| $C_{B,i}$ (kmol/m ³) | 0,65 | 0,2 |
| C_A^{ic} (kmol/m ³) | 7,61 | 1,10 |
| C_B^{ic} (kmol/m ³) | 14,26 | 1,50 |
| T^{ic} (°C) | 57,85 | 4,00 |
| T_c^{ic} (°C) | 107,80 | 26,00 |

A melhor estimativa e a incerteza padrão dinâmica da grandeza de saída são apresentadas na Figura 2. Enquanto que as melhores estimativas e suas respectivas incertezas padrão dinâmicas, referentes às grandezas de entrada, podem ser vistas na Figura 3. O intervalo de abrangência dinâmica da grandeza de saída, para uma probabilidade de abrangência p de 90%, é apresentado na Figura 4.

Como pode ser observado nas Figuras 2 e 3, as incertezas padrão dinâmicas sofrem mudanças significativas quando o regime transiente é mais evidente, enquanto que no regime estacionário o comportamento da incerteza padrão estabiliza-se em torno de um ponto.

Além disso, o conhecimento dos possíveis valores do mensurando em tempo real, apresentado na Figura 4, é útil para analisar os processos contínuos no que tange às boas condições de operabilidade e controlabilidade; em outras palavras, o conhecimento do intervalo de abrangência dinâmico possibilita o acompanhamento de qualquer variável de processo contínua quando comparadas com suas respectivas especificações.

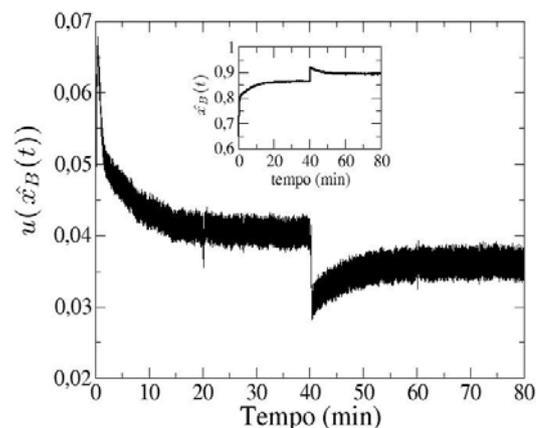


Figura 2 – Comportamento dinâmico da melhor estimativa do mensurando \hat{x}_B e sua respectiva incerteza padrão dinâmica $u(\hat{x}_B)$.

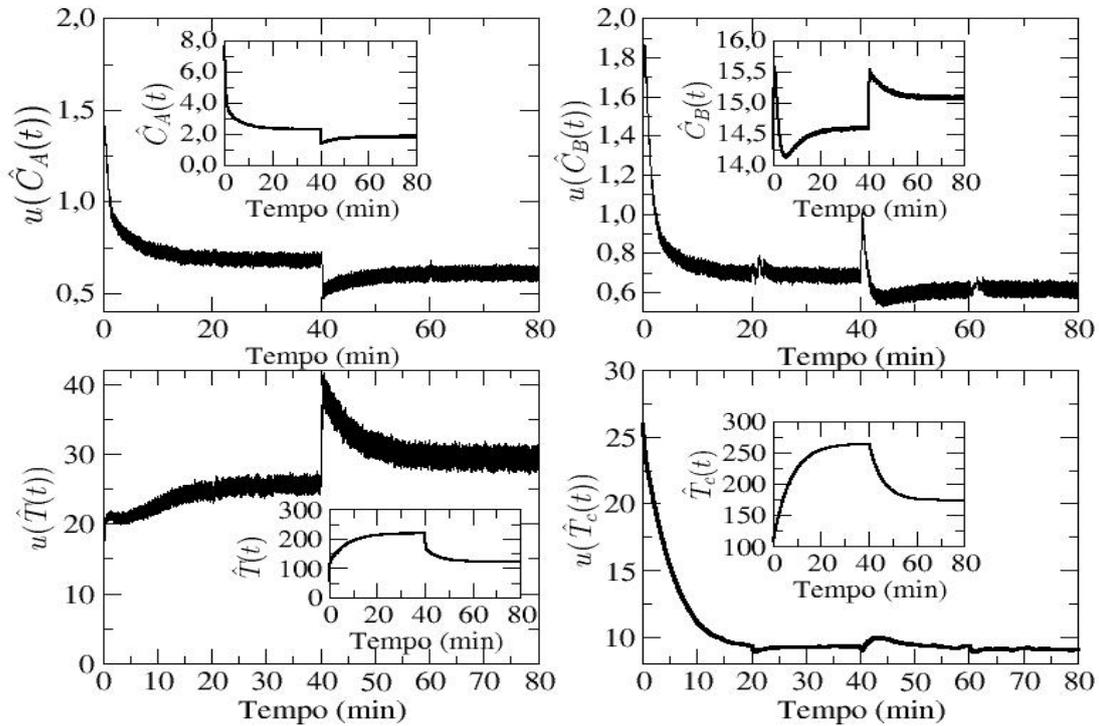


Figura 3 – Comportamento dinâmico das grandezas de entrada e suas respectivas incertezas padrão.

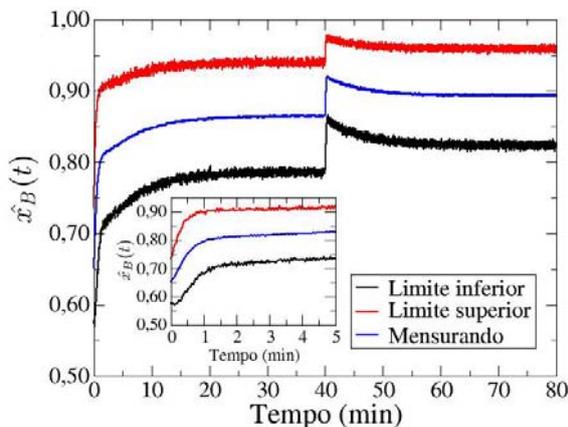


Figura 4 - Intervalo de abrangência do mensurando dinâmico \hat{x}_B para uma probabilidade de abrangência de 90%.

4. CONCLUSÕES

A análise de incerteza de medição (dinâmica) em sistemas de medições dinâmicos é fundamental para avaliar a qualidade da medição das variáveis de um processo industrial. Este trabalho propôs um método não linear para avaliar a incerteza dinâmica de

processos industriais pelo viés do método padrão ISO-GUM S1, isto é, esse método está baseado na lei de propagação de PDFs. A principal vantagem desse método consiste em considerar toda não linearidade das funções de medição e do SEDO que constituem um sistema de medição dinâmico.

A principal desvantagem do método proposto reside no fato de exigir um esforço computacional significativo para sua devida aplicação; esse esforço computacional torna-se maior à medida que a função de medição dinâmica e/ou SEDO são mais complexos. Contudo, a disponibilidade de computadores cada vez mais rápidos e possantes em processamento e uso da memória RAM torna esse método mais exequível.

A pesquisa da incerteza no regime transiente continua e futuramente resultados através de filtro de Kalman e da abordagem bayesiana serão desenvolvidos.



AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi suportado financeiramente pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia (FAPESB).

NOMENCLATURA

| | | |
|------------|---|---|
| A | - | Área de troca térmica do reator, m^2 . |
| A_t | - | Área transversal do reator, m^2 . |
| C_A | - | Concentração molar do elemento A no reator, $kmol/m^3$. |
| $C_{A,i}$ | - | Concentração molar do elemento A na corrente de alimentação do reator, $kmol/m^3$. |
| C_A^{ic} | - | Condição inicial da concentração molar do elemento A no reator, $kmol/m^3$. |
| C_B | - | Concentração molar do elemento B no reator, $kmol/m^3$. |
| $C_{B,i}$ | - | Concentração molar do elemento B na corrente de alimentação do reator, $kmol/m^3$. |
| C_B^{ic} | - | Condição inicial da concentração molar do elemento B no reator, $kmol/m^3$. |
| C_p | - | Calor específico da mistura reacional, $kJ/(t.°C)$. |
| $C_{p,c}$ | - | Calor específico do fluido de aquecimento, $kJ/(kg.°C)$. |
| E | - | Energia de ativação da reação, $kJ/kmol$. |
| F_i | - | Vazão mássica da corrente de alimentação, t/min . |
| F_c | - | Vazão volumétrica do fluido de aquecimento, m^3/min . |
| F_{cat} | - | Vazão mássica da corrente de catalisador, kg/min . |
| k | - | Constante de proporcionalidade, kg^{-1} . |
| k_o | - | Fator pré-exponencial do modelo cinético da reação, min^{-1} . |
| L | - | Nível interno do reator, m . |
| R | - | Constante universal dos gases, $kJ/(kmol.K)$. |
| T | - | Temperatura interna do reator, $°C$. |

| | | |
|----------------|---|--|
| T_c | - | Temperatura interna da camisa do reator, $°C$. |
| T_i | - | Temperatura da corrente de alimentação do reator, $°C$. |
| $T_{c,i}$ | - | Temperatura da corrente do fluido de aquecimento, $°C$. |
| T^{ic} | - | Condição inicial da temperatura interna do reator, $°C$. |
| T_c^{ic} | - | Condição inicial da temperatura interna da camisa do reator, $°C$. |
| U | - | Coeficiente global de troca térmica, $kJ/(m^2.K.min)$. |
| V_c | - | Volume interno da camisa do reator, m^3 . |
| x_B | - | Fração molar do elemento B dentro do reator. |
| $X_i(t)$ | - | Grandeza de entrada dinâmica i que compõem a função de medição. |
| $Y(t)$ | - | Mensurando dinâmico da função de medição. |
| \mathbf{x}_i | - | Vetor da grandeza de entrada dinâmica i que compõem a função de medição. |
| \mathbf{y} | - | Vetor do mensurando dinâmico da função de medição. |

Letras gregas

| | | |
|----------------------|---|---|
| ρ_m | - | Massa específica da mistura reacional, t/m^3 . |
| ρ_c | - | Massa específica do fluido de aquecimento, kg/m^3 . |
| ΔH_r | - | Calor de reação, $kJ/kmol$. |
| η_j | - | Possíveis valores do mensurando dinâmico no instante de tempo t_j . |
| $\xi_{i,j}$ | - | Possíveis valores da grandeza de entrada i no instante de tempo t_j . |
| $\boldsymbol{\eta}$ | - | Vetor dos possíveis valores do mensurando dinâmico para todos os instantes de tempo. |
| $\boldsymbol{\xi}_i$ | - | Vetor dos possíveis valores do da grandeza de entrada i para todos os instantes de tempo. |

Subscritos

| | | |
|-----------|---|------------|
| i, j, k | - | Contadores |
|-----------|---|------------|



Sobrescritos

- [^] - Indicação de estimativa de uma variável.

REFERÊNCIAS

Arfken, G.; Weber, H. *Mathematical Method for Physicists*, New York: Elsevier, 6 edn, 2005.

BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP e OIML. “International vocabulary of metrology: Basic and general concepts and associated terms (VIM)”, JCGM 200:2008, 2008a.

BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP e OIML. “Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement”, JCGM 100:2008, 2008b.

BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP e OIML. “Evaluation of measurement data – Supplement 1 to the guide to the expression of uncertainty in measurement: propagation of distributions using a Monte Carlo method”, JCGM 101:2008, 2008c.

COX, M., SIEBERT, B. The use of a Monte Carlo method for evaluation uncertainty and expanded uncertainty. *Metrologia*, v. 43, p. S178-S188, 2006.

ELSTER, C.; LINK, A. Uncertainty evaluation for dynamic measurements modeled by a linear time-invariant system. *Metrologia*, v. 45, p. 464-473, 2008.

ELSTER, C.; LINK, A.; BRUNS, T. Analysis of dynamic measurements and determination of time-dependent measurement uncertainty using a second-order model. *Meas. Sci. Technol.*, v. 18, p. 3682-3687, 2007.

HESSLING, J. A novel method of dynamic correction in the time domain. *Meas. Sci. Technol.*, v. 19, 075101, 2008b.

HESSLING, J. A novel method of evaluating dynamic measurement errors. *Meas. Sci. Technol.*, v. 17, p. 2740-2750, 2006.

HESSLING, J. A novel method of evaluating dynamic measurement uncertainty utilizing digital filters. *Meas. Sci. Technol.*, v. 20, 055106 (11pp), 2009.

HESSLING, J. Dynamic metrology-an approach to dynamic evaluation of linear time-invariant measurement systems. *Meas. Sci. Technol.*, v. 19, 084008 (7pp), 2008 a.

HISKENS, I.; PAI, M.; NGUYEN, T. Bounding Uncertainty in Power System Dynamic Simulations. *IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*, v. 2, p.1533-1537, 2000.

KALID, R., 2005, “Planta didática simulada do PROTEC-UFBA”, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Industrial da E-PUFBA, Salvador, Brasil. Acesso em 15 de julho de 2009. Disponível em www.teclim.ufba.br/ead (acesso como visitante em Planta didática PROTEC-UFBA).

KIRKUP, L.; FRENKEL, R. *An Introduction to uncertainty in measurement*. New York: Cambridge University Press, 2006.

LINK, A.; ELSTER, C. Uncertainty evaluation for IIR (infinite impulse response) filtering using a state-space approach. *Meas. Sci. Technol.*, v. 20, 055104 (5pp), 2009.

MARTINS, M.; KALID, R.; NERY, G.; TEIXEIRA, L.; GONÇALVES, G. Comparação entre os métodos padrão ISO-GUM e suplemento 1 do ISO-GUM para a estimativa da incerteza de medição. Submetido a *Controle & Automação em 2010*.

SAGGIN B.; DEBEI S.; ZACCARIOTTO, M. Dynamic error correction of a thermometer for atmospheric measurements. *Measurement*, v. 30, p. 223-230, 2001.

XINTAO, X.; XIAOYANG, C.; YONGZHEN, Z.; ZHONGYU, W. Grey bootstrap method of evaluation of uncertainty in dynamic measurement. *Measurement*, v. 41, p. 687-696, 2008.