UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
CURSO DE MESTRADO EM ECONOMIA

TEXTO PARA DISCUSSÃO Nº 23

TAXA DE MAIS-VALIA, TRABALHO COMANDADO E TAXA DE LUCRO: UMA ABORDAGEM FUNCIONAL

JEAN-LUC ROSINGER

1984

I. 19 abril de 1993

TAXA DE MAIS-VALIA, TRABALHO COMANDADO E TAXA DE LUCRO: UMA ABORDAGEM FUNCIONAL

Jean-Luc Rosinger*

Resumo A partir de diversas definições aceitas do trabalho necessário, construímos a relação funcional entre taxa de mais-valia e taxa de lucro. Esta construção implica na escolha de uma mercadoria, cuja medição em trabalho comandado reflete o grau da exploração . Discutimos a escolha dos média físicos que permitem a passagem da medição em valores à medição em preços. A explicitação destas relações no quadro da teoria do valor-trabalho confirma a pertinência da teoria marxiana da exploração.

Résumé A partir de diverses définitions courantes du travail nécessaire, nous construisons la relation fonctionnelle entre taux de plus-value et taux de profit. Elle met en jeu le choix d'une marchandise dont la mesure en travail commandé reflète le degré de l'exploitation. Nous discutons le choix des media physiques qui permettent le passage de la mesure en valeur à la mesure en prix. L'explicitation de ces relations dans la cadre de la théorie de la valeur - travail confirme la pertinence de la théorie marxienne de l'exploitation.

* do Curso de Mestrado em Economia/UFBa.

É de bom tom, hoje, reduzir a teoria do valor-trabalho de Marx às suas funções dentro do discurso teórico. Autores simpáticos à tradição clássica, frequentemente chamados de "neo-ricardianos" ou de "marxistas algébricos", honram o princípio de Ockham: não devemos multiplicar os seres mais do que o necessário. Não ficou demonstrado que o sistema das quantidades físicas rende os mesmos serviços, e melhor, que o dos valores ? E mais: a teoria do valor-trabalho, nas mãos de Marx, não conduz a deduções errôneas ?

O objeto deste trabalho é defender uma tese oposta a partir de uma problemática particular intimamente ligada à teoria do valor-trabalho na produção capitalista: a da relação entre mais-trabalho e lucro, taxa de exploração e taxa de lucro. Sujeitas a qualificações menores - ninguém pode aceitar, hoje, a problemática da transformação como ilustrada no modelo a cinco ramos do livro 3 do Capital , nem a taxa de lucro como razão de valores - as teses substanciais de Marx são confirmadas. As relações funcionais entre grandeza do mais-trabalho e grandeza do lucro aparecem univocamente determinadas no quadro de uma teoria do valor-trabalho bem compreendida.

Numa primeira seção, introduzimos o conceito de valor-trabalho pertinente para o estudo. As diversas definições do trabalho necessário e portanto da taxa de mais-valia propostas na literatura recente formam a base para a derivação das correspondentes relações funcionais entre taxa de mais-valia e taxa de lucro na segunda seção. Estas relações são avaliadas na seção seguinte. Destaca-se o parentesco com a fronteira lucros/salários da teoria dos preços de produção; o papel da seleção adequada de "média" físicos para expressar o trabalho abstrato; enfatiza-se as consequências de uma plena compreensão da teoria do valor-trabalho. A última seção retoma a conclusão principal.

I

A fim de dissipar ambigüidades a respeito do conceito de valor que utilizaremos, é necessário especificar, da melhor maneira que podemos, a sua significação no âmbito deste trabalho.

É bem sabido que o trabalho abstrato como o valor refere-se a duas determinações: uma determinação qualitativa e uma quantitativa. Isto evoca forma e conteúdo no sentido seguinte: a unidade social na produção capitalista nasce da equivalência das mercadorias na troca, da qual surge a forma-valor; esta forma do valor tem, na teoria marxiana, uma relação intrínseca com uma doutrina da produção, isto é, com o trabalho enquanto atividade genérica humana, e a quantidade de trabalho abstrato na produção determina o "quantum" de valor. A possibilidade de escrever um conjunto de equações para calcular os valores das mercadorias passa pela explicitação de que as quantidades de trabalho são quantidades de trabalho abstrato, o que pressupõe a análise da forma-valor. Em última análise, é o caráter social do trabalho que fornece o sentidos das equações do "sistema" dos valores. Poderíamos acrescentar que é somente na produção capitalista - no processo de produção operado pelo capital com a força de trabalho comprada enquanto mercadoria - que o conceito de valor adquire sua legitimidade, o trabalho abstrato tornando-se abstração real.(1)

A produção de mercadorias sendo produção a partir de trabalho e de mercadorias, o cálculo dos valores enquanto quanta de trabalho abstrato necessita do conhecimento das quantidades de mercadorias utilizadas como insumos nos processos de produção, bem como das quantidades de trabalho homogêneo diretamente

---

(1) A respeito desta última observação, menos explícita na obra de Marx, ver Uno (1964) p. 32, nota 2, e os trechos do Capital ali referidos.

Em Português, Ruy Fausto publicou uma profunda análise do conceito de valor. Ver Ruy Fausto (1983) pp. 89-138.

aplicado em cada processo.(2) Seja, portanto, A a matriz das quantidades de insumos, a_{ij} representando a quantidade da mercadoria i utilizada na produção de uma unidade da mercadoria j ; e l o vetor-linha das quantidades l_j de trabalho abstrato diretamente utilizado nos n processos de produção. Faremos as suposições habituais na formalização simples da teoria do valor-trabalho: ausência da escolha das técnicas e da produção conjunta;o trabalho é o único insumo não produzido ; unicidade do período de produção e ausência do capital fixo; processo de produção do tipo "point-input-point-output" (ver Morishima (1973) p. 12). O vetor l será, ademais, suposto estritamente positivo (todos os processos de produção utilizam trabalho), e a matriz A produtiva.(3) O vetor-linha dos valores, v , se escreve:

$$(1) \qquad vA + l = v$$

---

(2) São conhecidas as dificuldades ligadas à "redução" dos trabalhos heterogêneos em trabalho homogêneo. Não obstante, deve ser entendido que o processo de trabalho na indústria moderna cria o trabalho simples social na "unicidade de medição entre função do homem e função da máquina"(Sohn-Rethel (1973) p. 202). Alfred Sohn Rethel é autor de uma densa reflexão sobre esta problemática (ver Sohn Rethel (1973) pp. 174-227). Ver também Uno (1964) pp. 32-35, notas 2 e 3 .

Esta observação, decerto, não encerra a discussão em torno da significação da "redução" em Marx.

(3) A significação econômica da produtividade da matriz A é que o sistema econômico pode produzir qualquer lista de bens. A sendo produtiva, a sua raiz característica dominante, $\lambda(A)$, é menor que 1 .

É útil relembrar algumas propriedades bem conhecidas das matrizes semi-positivas decomponíveis:

(i) a raiz característica dominante é não negativa; associada a ela, existe um auto-vetor não negativo.

(ii) $(\varphi I - A)^{-1}$ existe e é não-negativa se e somente se, φ sendo um número real, $\varphi > \lambda(A)$.

(iii) $\frac{1}{\varphi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k}{\varphi^k} = (\varphi I - A)^{-1}$ se $\varphi > (A)$.

As demonstrações são fornecidas em Nikaido (1968) pp. 87-108.

No quadro de nossas hipóteses, v será estritamente positivo. Queremos chamar a atenção sobre a dupla leitura possível desta equação: v tem de fato uma dupla significação. O valor emerge como determinado quantitativamente enquanto grandeza absoluta e como relação de troca regulando a produção; "quantum" de trabalho abstrato e medição do produto garantindo a igualdade dos produtores numa economia mercantil fictiva.[4] Nesta segunda determinação, o valor permite uma reprodução "no equilíbrio" - isto é, permite a reprodução com relações de troca proporcionais ao trabalho direta e indiretamente aplicado na produção de cada mercadoria. Esta dupla leitura não será sem consequências para nossas discussões posteriores.

A dualidade dos valores com as quantidades físicas produzidas é também particularmente relevante. O vetor-coluna do produto bruto, Y , se decompõe em: produto líquido, y , e produto que repõe os meios de produção, AY . Ou seja:

$$AY + y = Y \qquad (2)$$

Multiplicando esta expressão pelos valores e a equação (1) dos valores pelo produto bruto, temos:

$$vAY + vy = vY$$

$$vAY + lY = vY$$

---

(4) Apesar de que, em toda sociedade, o trabalho é fonte da riqueza, é somente na produção capitalista que a esfera da produção torna-se autônoma no sentido de sua auto-regulação. A reprodução "equilibrada" a que aludimos inexiste, portanto, fora da produção capitalista, na qual a forma-mercadoria domina plenamente a esfera da produção. Mas a auto-regulação, nas condições capitalistas, baseia-se evidentemente nos preços de produção. A "economia mercantil" - no sentido correspondente ao contexto - é fictiva.

A "igualdade dos produtores" significa aqui igualdade das quantidades de trabalho na troca e, portanto, equilíbrio na distribuição social do trabalho (e na reprodução).

Portanto, o valor do produto líquido, vy, é igual à quantidade total de trabalho abstrato lY aplicada na economia para obter o produto bruto Y. Notemos que os valores tendo sido definidos sem referência ao produto efetivamente produzido, estamos supondo retornos de escala constantes.

Este resultado fundamenta a equivalência entre a abordagem do valor como soma de estratas de trabalho abstrato incorporado e aquela que o refere ao trabalho direto simultaneamente aplicado nos diversos processos produtivos para obter uma unidade líquida da mercadoria considerada, equivalência que sublinha o caráter sincrônico do trabalho abstrato como valor.(5) Esta equivalência foi destacada por Sraffa (Sraffa (1960), apêndice A, "Sobre os Sub-sistemas", p. 89) e por Garegnani (Garegnani (1960) pp. 25-29), e, pensamos nós, esclarecerá a compreensão das diversas formulações possíveis da taxa de mais-valia.

---

(5) De fato, a partir de (1) o valor do bem i, v_i, é:

$$v_i = l\,(I - A)_i^{-1}$$

$(I - A)_i^{-1}$ designando a coluna i da matriz $(I - A)^{-1}$. Com nossas hipóteses a respeito de A, temos:

$$v_i = l\,(I_i + A_i + A_i^2 + A_i^3 + \ldots)$$

o índice i designando a coluna i da matriz correspondente. O valor é aqui soma de quantidades de trabalho. Mas $v_i = vy_i$, y_i sendo o vetor-coluna tendo todos seus componentes nulos salvo o $i^{ésimo}$, igual a 1.

Temos: $v_i = vy_i = l\,(I - A)^{-1}\,y_i = lY_i$

O valor é o trabalho direto total necessário à obtenção do produto líquido y_i. Y_i é o produto bruto correspondente.

O caráter "sincrônico" do valor, é claro, é sublinhado por Marx (Marx (1894), cap. 7, p. 150).

O trabalho abstrato, na produção capitalista, é analisado como composto de duas partes: uma fração corresponde ao trabalho necessário, que reproduz o valor da força de trabalho, e a outra ao mais trabalho. A unidade de trabalho abstrato (hora de trabalho) como o trabalho total da sociedade serão, portanto, fracionados segundo um coeficiente w assim definido: w é a fração da unidade de trabalho abstrato correspondendo ao trabalho necessário. A fração mais-trabalho será, portanto, dada pelo coeficiente $(1 - w)$. A taxa de mais valia, em consequêcia, será $(1 - w)/w$, coeficiente designado por e. Ao nível do trabalho total diretamente aplicado para obter o produto bruto Y, temos:

$$wlY + ewlY = lY \tag{3}$$

Como especificar e ? Dissemos que o trabalho necessário reproduz o valor da força de trabalho. Obviamente, a resposta dependerá de nossa definição deste valor. A concepção habitual consiste em identificar o valor da força de trabalho ao valor da cesta do consumo operário, como sugerido por numerosos textos de Marx. O procedimento de Morishima (Morishima (1973), pp. 46-52) é, a este respeito, típico. Eatwell (Eatwell (1975)), porém, apontou para uma outra possibilidade: considerar a "participação dos salários no valor do produto" (líquido) como definição do tempo de trabalho necessário (cf.op.cit. p. 550). Enfim, Duménil (Duménil (1980)) e em seguida Lipietz (Lipietz (1983)), com algumas diferenças de interpretação, seguem o caminho aberto por Eatwell, numa reformulação que, a nosso ver, fornece a justificativa do procedimento.

II

Queremos, agora, formalizar estas definições divergentes da taxa de mais-valia e mostrar que, qualquer que seja a definição de referência, podemos derivar simplesmente uma relação entre taxa de mais-valia e taxa de lucro . Esta derivação, por sua vez, esclarecerá o conjunto de relações funcionais que está em jogo.

Na formulação habitual, a fração da unidade de trabalho abstrato reproduzindo o valor da força de trabalho reproduz o valor da cesta de consumo operário. Seja d o vetor-coluna designando esta cesta, d sendo semi-positivo. O valor do consumo operário por unidade de trabalho abstrato será vd , e a taxa de mais-valia, e, será:

$$e = \frac{1 - vd}{vd} \tag{4}$$

Uma unidade de trabalho abstrato, por outro lado, pode produzir uma certa quantidade da cesta de consumo operário como produto líquido. Se d* é a cesta de consumo operário tal que:

$$(I - A)^{-1} d^* = D^*$$

$$lD^* = 1$$

podemos dizer que D* é o produto bruto cuja obtenção exige uma unidade de trabalho e que permite produzir um produto líquido d* , cujo valor é:

$$vd^* = l\ (I - A)^{-1}\ d^* = 1$$

Em outras palavras acabamos de construir um setor verticalmenre integrado de bens salários utilizando uma unidade de trabalho. A taxa de mais-valia (4) será, portanto, igual a:(6)

(6) Esta redefinição da taxa de mais-valia a partir de um setor verticalmente integrado de bens-salários é também o procedimento proposto por Garegnani (cf. Garegnani (1980) pp. 21-26), tomando por escala do setor a quantidade de trabalho diretamente requerida para produzir os salários agregados do sistema econômico.

$$e = \frac{vd^* - vd}{vd}$$

Se definimos o escalar α como sendo tal que $\alpha = \frac{d^* - d}{d}$, teremos $e = \alpha$.(7) Este escalar, note-se, sendo a razão de duas quantidades da mesma mercadoria-composta (a cesta de consumo operário), é independente do sistema de valorização desta (valor ou preços de produção).

Se examinarmos, agora, as definições da taxa de mais-valia propostas por Eatwell, Duménil, e Lipietz, a sua compreensão é mais delicada.

A sugestão de Eatwell (op. cit.) não está particularmente clara em uma primeira análise. Começando por observar que a defição do tempo de trabalho necessário a partir da "participação dos salários no valor do produto" ("primeira definição") não coincide com aquela baseada sobre o valor dos meios de subsistência ("segunda definição") ele termina "generalizando" a definição da taxa de mais-valia "no espírito" da "primeira definição" do tempo de trabalho necessário, optando por medir este tempo em termos do produto líquido padrão de Sraffa. Além disso, Eatwell não fornece nenhuma justificação da sua escolha da "primeira definição" do ponto de vista da teoria marxiana da exploração, limitando-se a indicar suas vantagens.(8) Com Duménil (op. cit.), estamos num terreno mais seguro: a sua definição da taxa de exploração é inequívoca e o autor a legitima. Para ele, "a taxa de mais-valia traduz a "divisão" capitalista

(7) Se $\alpha = \frac{d^* - d}{d}$, então $d^* = (1 + \alpha)d$.

Portanto: $\frac{vd^* - vd}{vd} = \alpha$

(8) cf. Eatwell (1975) p. 553 e p. 554. Veremos adiante que esta escolha do padrão de Sraffa afeta seriamente a interpretação dos resultados de Eatwell. O produto líquido padrão de Sraffa é definido em Sraffa (1960) p. 20, § 26.

das horas de trabalho fixadas no produto, tal como expressa no sistema de preços no momento, seja ele baseado sobre os preços de produção ou sobre qualquer outro sistema" (Duménil (1980),p. 71). É porque a extração de mais-valia é um mecanismo independente da especificação da lei das trocas que, segundo o autor, devemos nos referir ao "sistema de preços do momento". Na produção capitalista, posto que as razões de troca correspondem à igualdade dos produtores capitalistas (e não dos produtores imediatos, como no caso da economia mercantil fictiva), a lei das trocas deve garantir a equiremuneração dos capitais engajados nos diversos processos de produção. O sistema dos preços de produção traduz esta exigência. Mas, ainda segundo o autor, o mais-trabalho é, em todo o caso, o excedente do trabalho social sobre o trabalho "veiculado" pelos salários, "reapropriado" através do consumo operário. Neste sentido, a extração de mais-valia é medida no sistema de preços de produção.(9)

A "nova solução ao problema da transformação" exposta por Lipietz mobiliza substancialmente a mesma concepção da mais-valia, mas com ênfase sobre o caráter de "preços nominais reguladores"(10) dos preços de produção. Isto é, tanto os preços das mercadorias produzidas como o salário são preços nominais, que serão equiparados a quantidades de trabalho abstrato mediante o "equivalente-trabalho da moeda"(11): uma cesta de mercadorias proporcional ao produto líquido da sociedade. Desta maneira, a mais-valia social permanece igual à diferença entre a quantidade de trabalho total e o trabalho abstrato veiculado pelos salários.

---

(9) Duménil expõe sua interpretação da mais-valia principalmente em op. cit. pp.69-77. Ver também Duménil (1983) para uma exposição sintética em inglês. Para outras breves considerações cf. Rosinger (1983) pp. 319-321.

(10) cf. Lipietz (1983), p. 60, nota 9.

(11) Não podemos especificar mais detalhadamente este conceito, originalmente devido a Aglietta (cf. Aglietta (1976) pp. 32-33). Basta lembrar que a razão entre o preço nominal do produto líquido da sociedade e o valor deste mesmo produto equivale, segundo esta conceitualização, à quantidade de trabalho abstrato representada por uma unidade monetária (cf. Lipietz (1983) pp.34-35).

Nestas concepções dos tempos de trabalho necessário e de mais-trabalho, o ponto fixo é inequivocadamente a divisão do trabalho abstrato social em função da participação dos salários no preço do produto líquido da sociedade (do produto líquido padrão com Eatwell). Voltando à nossa expressão (3), podemos definir w como:

$$w = \frac{w_u \, lY}{py} \tag{5}$$

w_u e p sendo respectivamente o salário unitário e os preços de produção expressos em um numerário qualquer, y e Y respectivamente o produto líquido e o produto bruto da sociedade.[12] A expressão $w_u \, lY$ corresponde aos salários totais da sociedade. O coeficiente w, sendo razão de preços, é evidentemente independente do numerário utilizado.

A taxa de mais-valia, e, torna-se igual a:

$$e = \frac{1 - w_u \, lY/py}{w_u \, lY/py} \tag{6}$$

isto é:

$$e = \frac{py - w_u \, lY}{w_u \, lY} \tag{7}$$

Nossa expressão da divisão do trabalho abstrato total, (3), será:

$$\left(\frac{w_u \, lY}{py} \right) lY + \left(\frac{py - w_u \, lY}{py} \right) lY = lY$$

(12) Com Duménil e Lipietz. Ver abaixo para Eatwell.

Verificamos, na expressão (7),que a taxa de mais-valia é igual à razão dos lucros totais sobre os salários totais.(13) Isto não deve nos surpreender: a "divisão capitalista das horas de trabalho fixadas no produto" não tem outra expressão.

Um produto secundário desta formalização inspirada na reflexão de Duménil é, a nosso ver, uma compreensão exata do procedimento de Eatwell: Eatwell define sua taxa de mais-valia a partir da participação dos salários totais da economia no produto líquido padrão de Sraffa. Se este produto líquido padrão é y^*, sendo Y^* o produto bruto correspondente, temos:

$$e = \frac{1 - w^*}{w^*}$$

com w^* representando a participação dos salários totais medidos em produto líquido padrão no mesmo produto. Por definição, y^* é o numerário, e é escolhido de tal maneira que sua produção exigiria o emprego de todo o trabalho da sociedade, isto é, lY .Portanto, temos $py^* = 1$ e $lY^* = lY$. Por definição também, w^* são os salários totais medidos em produto líquido padrão.(14) Se chamarmos de w^*_u o salário unitário correspondente, temos:

---

(13) De fato, o preço do produto líquido, py, é igual por definição à soma dos salários, $w_u\, lY$, e dos lucros sobre o capital engajado como preço dos meios de produção e salários, $r\,(pAY + w_u\, lY)$, se r for a taxa de lucro uniforme do sistema. Portanto, $py - w_u\, lY = r\,(pAY + w_u\, lY)$. Lembramos que, no quadro de nossas hipóteses, p é estritamente positivo para $0 \leq r < R$, R sendo a taxa de lucro máxima do sistema definida a partir de $\lambda(A)$. A hipótese de l estritamente positivo o garante.

(14) Se y^* é o produto líquido padrão, sua produção exigiria $l(I - A)^{-1}\, y^* = lY^*$ unidades de trabalho. Eatwell define w^* na p. 548, e a taxa de mais-valia e na p. 555 do seu artigo. Achamos por bem eliminar a normalização $lY = 1$ de Eatwell (seguindo aqui Sraffa) para explicitar w^*.

(8) $$w^* = \frac{w^*_u \, lY}{py^*}$$

e podemos reescrever a taxa de mais-valia:

(9) $$e = \frac{1 - w^*_u \, lY/py^*}{w^*_u \, lY/py^*}$$

expressão parecida com a taxa de mais-valia (6), com uma diferença: Eatwell lida com o preço do produto-padrão enquanto numerário; a taxa (6) se refere ao preço do produto líquido efetivo, independentemente do numerário . Podemos, finalmente, reescrever (9) na forma de uma razão lucros/salários no sistema-padrão:

(10) $$e = \frac{py^* - w^*_u \, lY}{w^*_u \, lY}$$

A taxa de mais-valia "generalizada" de Eatwell dividiria, portanto,o trabalho abstrato total da sociedade segundo a expressão seguinte, obtida a partir de (3):

$$\left(\frac{w^*_u \, lY}{py^*} \right) lY + \left(\frac{py^* - w^*_u \, lY}{py^*} \right) lY = lY$$

Torna-se agora extremamente simples derivar relações funcionais entre taxa de mais-valia e taxa de lucro a partir das diversas expressões de é , segundo um procedimento único: explicitando a taxa de lucro no numerador das razões lucros/salários. Vimos que tanto a taxa de mais-valia de Duménil (7) como a de Eatwell (10) se expressam na forma de tais razões. Basta acrescentar que a taxa habitual (4) também pode ser transformada numa razão lucros/salários. Dissemos que a taxa (4) é igual a um escalar α , razão de duas quantidades da mesma mercadoria-composta, portanto, independente do sistema de valorização. Escreveremos assim a taxa e habitual na forma:

(11) $$e = \frac{pd^* - pd}{pd}$$

p sendo aqui um vetor de preços de produção, em um numerário qualquer, evidentemente calculado para o preço pd da cesta de consumo operário.[15]

A taxa de mais-valia (11) é uma razão lucros/salários: é a razão lucros/salários em um setor verticalmente integrado produzindo a cesta de consumo operário d* com uma unidade de trabalho abstrato:[16]

(12) $$e = \frac{pd^* - w_u\, lD^*}{w_u\, lD^*}$$

Explicitar as relações funcionais taxa de lucro/taxa de mais-valia torna-se agora uma tarefa fácil: o lucro aparecendo no numerador das expressões (7), (10), e (12), corresponde ao produto da taxa de lucro r pelo preço do capital engajado como meios de produção e salários: A partir da taxa de mais-valia (7) escrevemos:

$$e = \frac{r\,(pAY + w_u\, lY)}{w_u\, lY}$$

e como:

$$pY = (1 + r)\,(pAY + w_u\, lY)$$

---

(15) p é estritamente positivo para $0 \leqslant r < R$. Ver nota (13). Este valor é calculado a partir de:

$$p = (pA + w_u\, l)\,(1 + r)$$
$$w_u = pd$$

para um numerário qualquer. Naturalmente, em (11), $e = \alpha$.

(16) Seria naturalmente possível escolher a escala do setor verticalmente -integrado de bens salários de maneira que o

temos:

$$e = \frac{\frac{r}{1+r}\, pY}{w_u\, lY}$$

Por outro lado:[17]

$$p = w_u\, l\, [\frac{1}{1+r} I - A]^{-1}$$

Substituindo na expressão de e:

(13) $$e = \frac{\frac{r}{1+r}\, l\, [\frac{1}{1+r} I - A]^{-1} Y}{lY}$$

Partindo da taxa de mais-valia (12), definida com respeito ao consumo operário (e lembrando que $lD^* = 1$), teríamos uma relação análoga:

(14) $$e = \frac{r}{1+r}\, l\, [\frac{1}{1+r} I - A]^{-1} D^*$$

Estas relações funcionais (13) e (14) têm propriedades comuns:[18]

(i) elas são contínuas e inversíveis

(ii) quando $r = o$, $e = o$

---

parentesco formal da taxa (11) com as taxas de Duménil e Eatwell fosse perfeito: bastaria considerar o setor de bens-salários construído supondo que ele utilize a quantidade total de trabalho da economia (lY) como trabalho aplicado na produção de bens-salários.

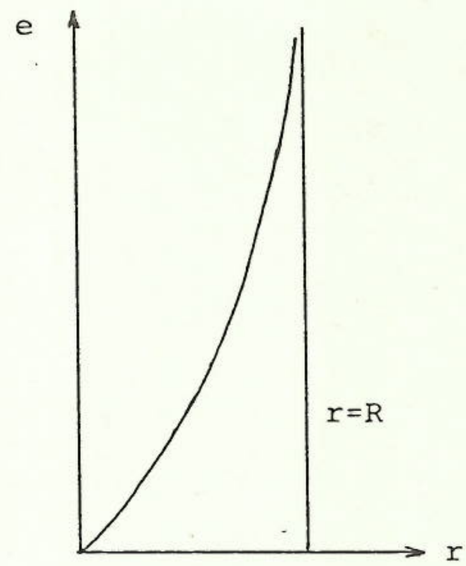
(17) De fato, $p = (pA + w_u l)(1 + r)$ por definição dos preços de produção, e para $r < R$, R sendo a taxa de lucro máxima do sistema, a matriz inversa $[\frac{1}{1+r} I - A]^{-1}$ existe (e é não negativa). Ver nota 3 supra.

(18) Ver o anexo matemático para a demonstração destas proprie-

(iii) para $0 < r < R$, R sendo a taxa de lucro máxima, e é uma função crescente de r, positiva e côncava.

(iv) quando r tende para R, e admite uma assíntota.

Obtemos, portanto, uma relação entre e e r representada na figura seguinte:



Como interpretar nossas relações funcionais? De um ponto de vista marxiano, a taxa de lucro dependerá da taxa de mais-valia, e não o contrário; e da "distribuição da totalidade do capital social (nas) diferentes esferas" (de produção), considerando como dadas as composições orgânicas do capital nestas esferas.[19] É bem assim que a relação (13) é entendida por Duménil (cf. Duménil (1980), p. 73) e por Lipietz (cf. Lipietz (1983), p. 89). De fato, na expressão (13), a distribuição do capital social aparece na composição do vetor Y da produção bruta. Podemos concluir, como nossos autores e adotando uma leitura fiel à Marx, que a taxa de lucro r depende da exploração do trabalho, medida por e, e da estrutura da produção. Se esta interpretação de (13) é ou não legítima, ten-

---

dades. Mostramos no Anexo que as relações (13) e (14) são, evidentemente, equivalentes às obtidas por Duménil e por Lipietz, apesar de uma diferença na formulação.

(19) cf. Marx (1894) cap. 9, p. 172; e cap. 2, p. 53, por exemplo, para a afirmação que r depende de e.

taremos discutí-lo na terceira parte. Porém, a adoção da definição da taxa de mais-valia habitual contradiz a assertiva de Marx: a relação (14) enuncia que a taxa de lucro depende da taxa de exploração e da composição do consumo operário. A estrutura deste consumo substitui a distribuição do capital social na determinação da taxa de lucro.[20] A expressão (14) tem as mesmas propriedades de curvatura e o mesmo domínio que a expressão (13), sendo todavia construída a partir de d e não de Y. Em outras palavras, é somente medindo o trabalho necessário a partir da "divisão capitalista" do trabalho social total que as proposições de Marx são verificadas.

A taxa de mais-valia de Eatwell, (10), presta-se também facilmente ao exercício de derivação da relação entre taxa de mais-valia e taxa de lucro. Porém, as propriedades particulares da mercadoria-padrão de Sraffa justificam um tratamento específico. Como é bem conhecido, o produto líquido padrão y^* e os meios de produção correspondentes AY^* são constituídos da mesma mercadoria-composta, a mercadoria-padrão, em proporções diferentes. A razão do primeiro sobre os segundos é igual à taxa de lucro máxima R do sistema, razão evidentemente independente do sistema de valorização, sendo relação entre duas quantidades da mercadoria-padrão. Portanto:

---

(20) Podemos relevar que a relação (14) explicita, de maneira clara, uma dupla influência na determinação de r: a de e; a de d. Isto é obscurecido nas habituais formalizações, por exemplo, a de Morishima. A relação (14) combina a "curva da exploração" e a fronteira dos preços dos fatores deste autor (cf. Morishima (1973), pp. 56-63), explicitando que a taxa de lucro depende também da composição do consumo operário. Isto é conhecido desde os trabalhos pioneiros de Bortkiewicz, em 1906-1907. É, talvez, oportuno salientar que falamos propositalmente de "composição" do consumo operário: a estrutura de d (a sua "composição" independentemente de sua "escala") determina de maneira unívoca d^*, d^* correspondendo ao emprego de uma unidade de trabalho abstrato no setor verticalmente integrado de bens-salários. Analogamente, a relação (13) coloca em jogo a estrutura de Y e não a sua escala, posto que é a razão Y/lY que intervém em (13).

$$\frac{py^*}{pAY^*} = R$$

e a taxa de mais-valia (10) será assim reescrita:

$$e = \frac{RpAY^*}{w_u^* \; lY^*} - 1$$

Por outro lado:[21]

$$w_u^* \; lY^* = \frac{R - r}{1 + r} \; pAY^*$$

e substituindo na expressão de e :

$$(15) \qquad e = \frac{r \; (1 + R)}{R - r}$$

A expressão (15) define uma relação entre a taxa de lucro r e a taxa de mais-valia "generalizada" e que apresenta as mesmas propriedades de curvatura que as relações (13) e (14). E desta vez, numa leitura marxiana, poderíamos dizer que a taxa de lucro depende da taxa de mais-valia - definida como participação dos salários totais no produto líquido padrão - sem referência alguma à estrutura da produção efetiva ou à cesta de consumo operário. Neste sentido, parece-nos, Eatwell escreve que a taxa de exploração é relacionada a r "sem ambigüidade".[22] Se há ambigüidade ou não, teremos que decidí-lo na oca

(21) Como: $py^* = w_u^* \; lY^* + r \; (pAY^* + w_u^* \; lY^*)$
temos: $w_u^* \; lY^* = \frac{1}{1+r} \; (RpAY^* - rpAY^*)$
Ver, por exemplo, Pasinetti (1975) pp. 91-147 para uma formalização da problemática de Sraffa, no caso da produção simples. A "razão-padrão" de Sraffa (cf. Sraffa (1960) § 28, p. 21) é igual a R .

(22) cf. Eatwell (1975) p. 555. A relação (15) implica:

$$r = R \, \frac{e}{1+e+R}$$

são de nossa discussão posterior.

É finalmente interessante salientar que é possível expressar as relações funcionais examinadas a partir de composições orgânicas. Vimos que, no caso da taxa de mais-valia (7), podemos escrever:

$$e = \frac{r\ (pAY + w_u\ lY)}{w_u\ lY}$$

Portanto:

$$r = e\ \frac{1}{\left(\frac{pAY}{w_u\ lY} + 1\right)} \qquad (16)$$

A razão $pAY/w_u lY$ aparecendo no denominador da expressão (16) é a composição orgânica do capital social avaliada em preços de produção. Da mesma maneira, as outras definições da taxa de mais-valia permitem expressões semelhantes. No tratamento habitual baseado sobre o consumo operário, tratar-se-á da composição orgânica do setor verticalmente integrado dos bens-salários $(pAD^*/w_u lD^*)$, também avaliada em preços de produção. Se definirmos a taxa de mais-valia à la Eatwell, encontraremos a composição orgânica, avaliada em preços de produção, do sistema-padrão $(pAY^*/w_u^* lY^*)$.

Esta expressão é diferente da expressão de Eatwell, $r = R\ (\frac{1}{1+e})$, unicamente porque, fiéis à tradição clássica, consideramos o salário como adiantado, portanto, como parte do capital sobre o qual incide a taxa de lucro. Eatwell, ao contrário, considera o salário como pago "post-festum", seguindo Sraffa.

III

Estes exercícios para derivar relações funcionais taxa de exploração/taxa de lucro podem ser reavaliados a partir do que certamente é o nexo do problema: a conexão da esfera dos valores (do trabalho abstrato aplicado na produção) e do sistema dos preços de produção (as razões de troca capitalistas). Com efeito, o que está em jogo é o estabelecimento de uma "ponte" entre a divisão do trabalho total social e o lucro. A dificuldade surge, evidentemente, pelo fato de que a parte do trabalho total que é apropriada pelos trabalhadores, quando avaliada em preços de produção, terá seu montante variável em função de sua composição física: a mesma fração do trabalho abstrato pode corresponder, portanto, a várias taxas de lucro. Em última análise, as diferentes definições do trabalho necessário se reduzem, quando consideradas no âmbito das relações funcionais com a taxa de lucro, à escolha de diferentes classes de "media" físicos para traduzir "fisicamente" o trabalho social. Para desenvolver este tema, é esclarecedor entender a lógica da relação decrescente entre taxa de mais-valia e taxa de lucro: esta relação é embutida no conjunto de relações funcionais que caracterizam os preços de produção. De fato, qualquer que seja a definição da taxa de mais-valia, começamos por traduzí-la na forma de uma razão salários/lucros. De certo, lucros e salários se referem a uma estrutura particular: o produto efetivo da economia, a cesta de consumo operário, ou a mercadoria-padrão. O crescimento da taxa de lucro com a taxa de mais-valia, porém, deriva de uma propriedade central de todas as fronteiras taxa de lucro/taxa de salário nos modelos simples de preços de produção[23]: a existência de uma relação inversa entre a taxa de lucro do sistema (definido através da matriz A e do vetor 1) e o salário, qualquer que seja o numerário.[24] Senão, vejamos:

---

(23) Simples no sentido dos pressupostos mencionados no início deste artigo.

(24) cf. Sraffa (1960), § 49, pp. 38-40.

(i) No caso da taxa (11), ela se escreve $e = (pd^*/pd) - 1$, e o aumento de e corresponde evidentemente ao da razão pd^*/pd ; escolhendo d^* como numerário, vê-se que o aumento de e corresponde à queda do salário $w_u = pd$ em termos do numerário d^*, isto é, em termos de qualquer numerário;[25]

(ii) para a taxa de Duménil (6), façamos "mutatis mutandis" o mesmo raciocínio: o aumento de e corresponde à queda do salário unitário w_u em termos do numerário y, isto é,em termos de qualquer numerário;

(iii) enfim, no caso da taxa de Eatwell, o numerário é y^*, o produto-líquido-padrão; o aumento de e corresponde à queda de w_u^*, o salário unitário expresso em mercadoria-padrão.

Em outras palavras, a taxa uniforme de lucro é univocamente determinada a partir do conhecimento do preço relativo do salário unitário no quadro do sistema dos preços de produção, e cresce com a queda deste preço-relativo. Ou ainda, o sistema dos preços de produção de n mercadorias, por construção, permite determinar $(n - 1)$ preços relativos - razões de troca - e a taxa de lucro, para o preço relativo dado do salário unitário. Escolhendo uma mercadoria qualquer, composta ou não, como padrão de medida dos preços, a fronteira decrescente entre taxa de salário e taxa de lucro é determinada sem recorrer a conceitos alheios à lógica da troca capitalista. Sendo a taxa de mais-valia expressa de maneira a figurar numa relação unívoca com um salário ènquanto preço relativo - mais exatamente, é a "força" da exploração, $1 + e$, que é sempre igual ao inverso do salário - esta fronteira é transformada na relação desejada entre taxa de mais-valia e taxa de lucro.

---

(25) cf. ibid. p. 40: "Segue-se ... que se o salário é cortado em termos de uma mercadoria, torna-se cortado em termos de todas elas..." . Naturalmente, nosso raciocínio é efetuado para $0 < r < R$, o que garante um salário unitário e uma taxa de mais-valia positivos.

Nossa proposição é que a "generalização" da definição da taxa de mais-valia por Eatwell "generaliza" no sentido de aproveitar-se destas propriedades dos sistemas de preços de produção, escolhendo de maneira particular o seu padrão de medida dos preços e perdendo de vista a significação alterada do trabalho necessário. E contrariamente ao que possamos imaginar em primeira leitura, não é a escolha da mercadoria-padrão de Sraffa que é fundamental: o nexo da construção reside na escolha de um padrão de medida cuja produção exigiria uma unidade de trabalho abstrato (valor do padrão). Com efeito, suponhamos com Eatwell que o preço relativo do salário é conhecido em termos da mercadoria-padrão de Sraffa cuja produção exigiria uma unidade de trabalho abstrato. O preço desta mercadoria-padrão (em termos de ela mesma) é de 1 . O inverso do salário passa a ser o trabalho comandado pelo preço da mercadoria-padrão: esta grandeza é exatamente igual à taxa de mais-valia majorada de um, e está em relação unívoca com a taxa de lucro, posto que o salário também apresenta esta relação. Retomando nossos símbolos anteriores: escolhendo y^* tal que $vy^* = 1$, isto é tal que $lY^* = 1$,[26] temos, por definição (cf. (9)):

$$e = \frac{1 - w_u^*}{w_u^*}$$

isto é:

$$1 + e = \frac{1}{w_u^*}$$

e como $py^* = 1$:

$$1 + e = \frac{py^*}{w_u^*}$$

(26) Ver supra, 1º parte, para a relação $vv = lY$. Estamos redimensionando o produto-padrão para eliminar a quantidade de trabalho do sistema efetivo, de todo inútil para a demonstração.

A "força da exploração", $1 + e$, é o trabalho comandado por py^*, isto é, $\frac{p}{w_u^*} y^*$. Quando este aumenta, isto é quando diminui o salário w_u^*, aumenta r, a taxa de lucro. Esta relação pode ser "não ambígüa"; é a taxa de exploração que perde qualquer significação. Ela passa a ser medida a partir do trabalho comandado pela mercadoria-padrão de Sraffa.[27] Para tornar a nossa reflexão mais clara, façamos o exercício seguinte: escolhamos uma mercadoria qualquer, cuja produção exige uma unidade de trabalho abstrato, como padrão de medida dos preços. Tomemos o salário unitário expresso neste numerário. Perguntemos: qual é a taxa de mais-valia "generalizada" possível ? Resposta: a"força da exploração", $1 + e$, poderia ser medida pelo trabalho comandado pelo preço de nosso numerário; e a taxa de mais-valia crescerá com a taxa de lucro. Único inconveniente: perderemos a relação simples (15) de Eatwell. Desta maneira, para a mesma taxa de lucro, existe uma infinidade de taxas de mais-valia "generalizadas": tantas quantos os numerários imagináveis ! Qual seria,então, a significação da divisão do trabalho abstrato em trabalho necessário e mais-trabalho ? Ela passa a ser elástica, em função das várias quantidades de trabalho comandado pelo numerário escolhido, para uma mesma taxa de lucro. Em resumo, a única justificativa do procedimento de Eatwell é de poder, com a sua escolha de uma mercadoria de composição especial, utilizar uma relação considerada mais simples (a relação (15)) para expressar a sua taxa de mais-valia em função da taxa de lucro. A lógica da construção leva a concluir que qualquer mercadoria enquanto numerário renderia os mesmos serviços: permitiria tão bem ligar uma taxa de mais-valia "generalizada" à taxa de lucro; e não seria mais privada de

(27) Eatwell é bem consciente desta consequência: "A razão dos lucros totais sobre os salários na economia efetiva divergirá em geral da razão lucro/salário no sistema padrão..." (cf. Eatwell (1975), p. 555). A primeira razão é a taxa de mais-valia de Duménil-Lipietz; a segunda é a taxa de Eatwell. Não obstante, ele não parece dar importância à divergência.

de significação como "medium" para expressar a divisão do trabalho da sociedade entre trabalho necessário e mais-trabalho.

Para ser fiel à sua intenção inicial de calcular uma taxa de mais-valia definida como razão entre lucros e salários, Eatwell tinha que operar necessariamente com o salário medido enquanto fração do produto líquido efetivo da economia. O salário assim medido exibe uma relação inversa com a taxa de lucro. Assim derivamos a relação entre taxa de lucro e taxa de mais-valia, esta última correspondendo à razão lucros/salários da economia efetiva. Para convencer-se deste resultado, basta reconsiderar a taxa (6); nesta expressão, a taxa de mais-valia é calculada a partir de $1/(w_u \, lY/py)$, isto é do inverso da participação dos salários totais do sistema efetivo no produto líquido efetivo. Ela é dada a partir do trabalho comandado pelo produto efetivo, e não mais pelo produto-padrão de Sraffa . Isto equivale a expressar o trabalho necessário como sendo a fração total do trabalho "veiculada" pelos salários, como já dissemos. Cabe explicitar esta afirmação.

Para este fim, é necessário destacar uma propriedade que diferencia fundamentalmente os preços de produção dos valores: os primeiros são preços relativos; os valores são grandezas absolutas, quanta de trabalho abstrato. Não é uma particularidade da estrutura lógica do sistema dos valores que o explica; é a teoria do valor-trabalho que implica uma ontologia da produção segundo a qual o produto é fruto unicamente do trabalho, e o valor de uma mercadoria nada mais é senão o trabalho abstrato aplicado na produção de uma unidade líquida desta.[28] Ora, se os preços

(28) Ver a 1º parte. No subsistema produzindo uma unidade líquida da mercadoria i , o trabalho abstrato aplicado produz i , e reproduz os meios de produção necessários a este ato de produção. Tanto Lippi (Lippi (1976)) como Uno (op.cit.) confirmam esta interpretação da teoria do valor de Marx como implicando uma ontologia da produção: o primeiro falando de "teoria da produção em geral" (cf.op.cit. p. 5), o segundo de "normais gerais da vida econômica" (cf.op.cit. nota 2 p. 32). Quanto à relevância desta ontologia, será que é necessário lembrar, com Sohn-Rethel (op.cit. p. 202), que a economia do tempo é consagrada na produção moderna, organizada segundo os princípios do "time and motion study", o taylorismo ?

de produção são preços relativos(traduzindo, como já dissemos, a igualdade dos produtores capitalistas), eles, no máximo, redistribuem o trabalho total da sociedade: o produto total da sociedade continua equiparado a seu trabalho total no quadro desta ontologia da produção. Os preços de produção não são "valores redistribuídos" - seja no sentido do modelo "hidráulico" de Marx, seja (depois da "correção" de Bortkiewicz) no sentido de uma tal interpretação dos preços traduzidos em quantidades de trabalho datado reavaliadas em função dos parâmetros da distribuição - ; porém, o trabalho apropriado na circulação das mercadorias por seus possuidores (incluindo o possuidor da mercadoria força de trabalho) é o trabalho total da sociedade redistribuído através das razões de troca capitalistas. Nada se cria nem desaparece na circulação ![29] A compreensão de que "a conversão dos valores em preços de produção de modo nenhum afeta a formação dos valores ou a produção da mais-valia" (Uno (1964)., p.93) requer a constituição de um espaço de medida adequado no âmbito dos preços de produção: escolhendo como "medium" físico a mercadoria-composta proporcional ao produto líquido e produzida por uma unidade de trabalho abstrato.[30]

Para uma interpretação contrária - o valor-trabalho como hipótese de um programa de pesquisa (?) - ver Cohen (Cohen (1979)) e sua argumentação, a nosso ver pouco convincente.

(29) Supondo, evidentemente, plena realização do produto da sociedade, a preços de produção. A este respeito, alguns autores marxistas da era anterior à do reino do "marxismo algébrico" tinham uma compreensão mais firme que os nossos sofisticados comtemporâneos: por exemplo, Natalie Moszkowska (Moszkowska (1929), parte 1).

(30) Lippi (op.cit., p. 81) percebe plenamente a significação da "escolha" de uma tal unidade de medição. Porém, criticando a apresentação por Marx da problemática da transformação, ele apresenta esta escolha como "inócua" (ibid.). É paradoxal observar que um autor reivindicando um marxismo corrigido por Sraffa não é muito fiel a Ricardo neste particular! Não escrevia este: "that the greater or less quantity of labour worked up in commodities can be the only cause of their alteration in value is COMPLETELY MADE OUT AS SOON AS WE ARE AGREED THAT ALL COMMODITIES ARE THE PRODUCE OF LABOUR and would have no value but for the labour expended upon them ?" (cf. Ricardo (1823), p. 397, grifo nosso).

Os preços de produção medidos neste "medium" traduzirão a redistribuição do trabalho da sociedade. Torna-se agora claro que os salários totais enquanto fração do preço do produto líquido efetivo são expressos como trabalho social "veiculado" pelo preço da força de trabalho na troca capitalista: os salários são medidos, com efeito, no "medium" que evidencia a invariância do trabalho da sociedade. A taxa de mais-valia proposta por Duménil e Lipietz dá conta desta "divisão capitalista" do produto. Naturalmente, os salários assim medidos podem adquirir uma infinidade de cestas de bens-salários: todas aquelas cujo preço, medido no mesmo "medium", é igual ao dos salários.

É perfeitamente possível medir o trabalho necessário a partir dos valores dos bens-salários adquiridos. Se todos os trabalhadores consomem a mesma cesta, obteremos a taxa de mais-valia

---

A rigor pouco importa a escolha de esta unidade de medição. Ela somente evidencia uma determinação fundamental: o preço do produto líquido (qualquer que seja ele) permite adquirir mercadorias cujo valor é necessariamente o trabalho abstrato total da sociedade; isto é consequência da teoria do valor-trabalho (e da hipótese de plena realização do produto permitindo falar de valores e preços). Nota-se que se fala do produto líquido: é este (e não o produto bruto) que equivale ao trabalho da sociedade, como foi mostrado na 1º parte.

Não obstante, deve-se observar que qualquer comparação das grandezas dos valores e dos preços passa necessariamente pela adoção desta unidade de medição dos preços se quisermos respeitar a teoria do valor de Marx. Assim, a comparação dos preços medidos em trabalho comandado e dos valores proposta por Morishima (cf.op.cit., pp. 73-74) não faz sentido algum: ela passa a depender da composição orgânica do capital das indústrias de bens-salários (na ótica do salário definido como preço da cesta do consumo operário). Okishio é muito mais cauteloso (cf. Okishio (1972) pp. 3-4).

habitual, expressando a divisão do trabalho da sociedade segundo a quantidade de trabalho abstrato necessária à reconstituição da força de trabalho. Esta taxa é vinculada à taxa de lucro mediante o preço de uma mercadoria-composta particular: a cesta de bens-salários produzida por uma unidade de trabalho abstrato cuja estrutura é idêntica à da cesta de consumo única escolhida pelos trabalhadores. Constrói-se uma mercadoria d^*, de tal maneira que a quantidade de trabalho comandada pelo preço de d^* é igual à "força da exploração" $1 + e$.(31)

Para o mesmo salário, esta taxa será evidentemente diferente da taxa de Duménil-Lipietz, em concordância com a diferença nas definições do trabalho necessário. Este passa a ser definido como valor do consumo dos trabalhadores, em vez de ser fração do trabalho total "veiculada" pelos salários. Ao mesmo salário correspondem duas taxas de mais-valia.(32)

Nota-se que a unidade de trabalho abstrato se exprime, na problemática habitual, mediante a mercadoria-composta d^*, e não pela fração do produto líquido efetivo correspondente a esta unidade. Escolhemos, desta vez, o "medium" físico que garante uma

---

(31) Ver 2º parte, taxa (11). Verifica-se que:

$$1 + e = \frac{pd^*}{pd}$$

e como $w_u = pd$:

$$1 + e = \frac{p}{w_u} d^*$$

(32) Deriva-se facilmente a relação entre estas duas taxas. Seja e_M a taxa habitual, e e_D a taxa de Duménil-Lipietz. Para o mesmo salário w_u temos:

$$1 + e_M = \frac{p}{w_u} d^*$$

e

$$1 + e_D = \frac{1}{lY} \cdot \left(\frac{p}{w_u} y \right)$$

razão de preços, pd^*/pd, igual à "força da exploração" dada no sistema dos valores. A taxa de lucro é doravante determinada independentemente da estrutura do produto líquido efetivo. Isto é perfeitamente lógico: a taxa de lucro é tal que o preço da cesta de consumo dos trabalhadores seja igual ao salário. Isto garante que, para uma quantidade total de trabalho dada, o valor das mercadorias adquiridas pelos lucros será sempre igual ao mais-trabalho da sociedade determinado pela taxa de exploração, qualquer que seja a composição do produto.[33] Evi-

---

portanto:

$$\frac{1 + e_M}{1 + e_D} = \frac{pd^*\ 1Y}{py}$$

A relação depende das composições respectivas de d e de y.

(33) Como foi observado por Lipietz (op.cit., p.75) e por Okishio (op.cit., p.5-6). Com nossos símbolos habituais, diremos que os lucros totais, $[py - pd\ (1Y)]$, compram o excedente $[y - d]$, de valor $[vy - vd\ (1Y)]$ igual a $[(1 - vd)\ 1Y]$. É claro que, sendo o consumo operário determinado na sua composição física, a composição do excedente físico comprado pelos lucros é conhecida uma vez que o produto líquido é dado. Esta observação coloca no seu devido lugar o "paradoxo" da diferença entre o lucro total e a mais-valia social, na problemática tradicional da transformação apresentada pelos "marxistas algébricos". O valor das mercadorias compradas pelos lucros é sempre igual à mais-valia social. Mais uma vez, nada se cria nem desaparece na circulação ! Este resultado independe do caráter da reprodução social, seja ela "simples" ou "ampliada".

Observem aqueles que ainda duvidam que, da mesma maneira que o salário é, neste quadro, preço e valor do consumo operário, o lucro deve ser preço e valor das mercadorias compradas pela classe capitalista.

dentemente, a modificação da composição da cesta do consumo dos trabalhadores, para uma taxa de exploração dada, acarreta modificação da taxa de lucro: trata-se de garantir que o salário comprará a nova cesta, e portanto que o valor dos empregos dos lucros continuará igual ao mais-trabalho da sociedade. (Simetricamente, quando o trabalho necessário é definido a partir da participação dos salários no preço do produto, a modificação da composição do produto implica na variação da taxa de lucro, para uma taxa de mais-valia dada: trata-se de garantir que a participação dos salários continuará constante considerando que o produto, e portanto seu preço, variam).

IV

Ficou demonstrado, esperamos, que o exercício de Eatwell é sem pertinência alguma. Quanto ao estudo das duas outras definições do trabalho necessário em suas relações com a redistribuição do trabalho na circulação das mercadorias capitalistas, não achamos que ele deva levar à rejeição de uma delas. Não compartilhamos a avaliação de Duménil (Duménil (1982), p. 137) de que a conceitualização habitual leve à releitura completa do livro 3 do Capital, a taxa de lucro sendo dependente da estrutura do consumo operário. Nem pensamos que a lógica da teoria do valor impõe a taxa nominal de Duménil como única coerente, como ele tenta argumentar. Muito menos devemos procurar justificar esta ou aquela definição mediante trechos astuciosamente escolhidos de Marx: todos os estudiosos do inesgotável "problema da transformação" conhecem as hesitações de Marx.

A lição é outra: existem relações unívocas e, em nossa opinião, definitivamente esclarecidas,[34] entre mais-trabalho e lucro. Estas dependem da medição do valor da força de trabalho adotada.

(34) Nos modelos de produção simples. Podemos ser otimistas quanto aos casos mais complicados. As "curiosidades" aí encontradas provém em geral da má compreensão dos conceitos utilizados.

É normal que, o consumo operário sendo definido materialmente, a taxa de lucro seja implícita: assim o mais-trabalho será necessariamente igual ao valor do emprego dos lucros pelos capitalistas. Com uma quantidade dada de trabalho social, crescendo a exploração, crescem a taxa de lucro e o mais-trabalho se o consumo operário conserva a mesma estrutura; se este consumo se modifica, nada podemos dizer "a priori" a respeito da evolução da taxa de lucro, porém o valor dos empregos dos lucros (o mais-trabalho) crescerá.

O valor da força de trabalho é tanto direito sobre parte do trabalho social como valor das mercadorias adquiridas. A "divisão capitalista" do preço do produto é também univocamente ligada à taxa de lucro para uma estrutura do produto dada. "Mutatis mutandis", como vimos, temos um conjunto de relações funcionais semelhante. Se quisermos abandonar a hipótese de um gasto integral do salário segundo uma dada estrutura de consumo, o estatuto da teoria da exploração não fica prejudicado: a interpretação correta da significação dos preços de produção, nos moldes da teoria do valor-trabalho, confirma o lucro como fração do trabalho da sociedade não reapropriada pelos trabalhadores: como mais-trabalho.

ANEXO MATEMÁTICO

1. ESTUDO DA RELAÇÃO FUNCIONAL ENTRE TAXA DE MAIS-VALIA E TAXA DE LUCRO

Consideraremos a relação (13):

$$e = \frac{\frac{r}{1+r}\, \ell \left[\frac{1}{1+r} I - A\right]^{-1} Y}{\ell Y} \qquad (13)$$

É bem conhecido(1) que a matriz inversa $\left[\frac{1}{1+r} I - A\right]^{-1}$, para $0 \leq r < R$, (isto é, para $\frac{1}{1+r} > \lambda(A)$), é o limite de uma série de potências de matrizes convergente, a série $(1+r)\sum_{k=0}^{\infty}(1+r)^k A^k$.

Relembremos que fizemos as hipóteses seguintes: l é estritamente positivo; a matriz A é decomponível. Para nossas demonstrações é conveniente considerar que A é reordenada, aparecendo na sua forma normal(2), os vetores l e Y sendo reordenados de maneira correspondente. Suporemos que a matriz quadrada indecomponível A_1 que figura no canto superior à esquerda da forma normal de A (a matriz dos bens básicos) é primitiva;(3) e que sua raiz característica dominante, $\lambda(A_1)$, é a raiz característica dominante de A (economicamente, isto significa que a taxa de reprodução interna dos bens não básicos é maior que a dos bens básicos). Os vetores l_1 e Y_1 correspondendo a A_1 são estritamente positivos (l_1 por hipótese; Y_1 porque vetor do produto bruto dos bens básicos necessários à obtenção do produto líquido y).

A relação (13) se reescreve, para $0 \leq r < R$:

$$(17) \qquad e = \sum_{k=0}^{\infty}\left[r(1+r)^k \ell A^k \frac{Y}{\ell Y}\right]$$

a) A taxa de mais-valia e é função contínua de r. De fato, chamando a função $r(1+r)^k \ell A^k \frac{Y}{\ell Y}$ de função f_k, f_k é contínua para cada $k \in N$ e a sequência de somas parciais da série infinita $\sum(f_k)$ converge uniformemente para a função (13) no intervalo de convergência.(4) Logo, a função (13) é contínua.

---

(1) Ver nota 3 supra; e nota 13 para a definição de R.

(2) Ver Gantmacher, The theory of matrices, vol. II, Chelsea Publishing Company (New York) 1960, p. 75.

(3) cf. Nikaido (1968), pp. 114-115 para a definição da primitividade.

(4) Esta sequência é crescente, limitada por cima.

(13) sendo injetiva, ela é inversível.

b) A taxa de mais-valia e é uma função crescente de r, positiva e côncava (no intervalo de convergência). É sabido que uma série de potências como (17) pode ser diferenciada termo a termo n vezes no seu intervalo de convergência. Logo:

$$\frac{de}{dr} = \sum_{k=0}^{\infty} [1+(k+1)r](1+r)^{k-1} \ell A^k \frac{Y}{\ell Y} \tag{18}$$

$$\frac{d^2e}{dr^2} = \sum_{k=0}^{\infty} k[2+(k+1)r](1+r)^{k-2} \ell A^k \frac{Y}{\ell Y} \tag{19}$$

Observamos que as somas infinitas (18) e (19) são respectivamente maiores ou iguais que as somas:

$$\sum_{k=0}^{\infty} [1+(k+1)r](1+r)^{k-1} \ell_1 A_1^k \frac{Y_1}{\ell Y}$$
$$\sum_{k=0}^{\infty} k[2+(k+1)r](1+r)^{k-2} \ell_1 A_1^k \frac{Y_1}{\ell Y}$$

as quais são positivas.[5] Logo, $\frac{de}{dr} > 0$ e $\frac{d^2e}{dr^2} > 0$.

c) quando r tende para R, a função (14) admite uma assíntota. Utilizamos aqui a primitividade de A_1. A propriedade é demonstrada se mostramos que $\lim_{k\to\infty} [r(1+r)^k \ell_1 A_1^k \frac{Y_1}{\ell Y}] > 0$ quando $r = R$.[6] Isto equivale a provar que $\lim_{k\to\infty} [R\, \ell_1 \left(\frac{A_1}{\lambda(A_1)}\right)^k \frac{Y_1}{\ell Y}] > 0$. Como A_1 é primitiva, sabemos que $\lim_{k\to\infty} \left(\frac{A_1}{\lambda(A_1)}\right)^k$ existe e é uma matriz positiva.[7] Logo, $\lim_{k\to\infty} [R\,\ell_1 \left(\frac{A_1}{\lambda(A_1)}\right)^k \frac{Y_1}{\ell Y}] > 0$.

d) Evidentemente, todas estas propriedades são verificadas para as relações (14) e (15).

---

(5) Posto que $\ell_1 > 0$, $Y_1 > 0$, e A_1 é indecomponível.

(6) Posto que $\ell A^k \frac{Y}{\ell Y} \geq \ell_1 A_1^k \frac{Y_1}{\ell Y}$, que $\lambda(A_1) = \lambda(A)$ por hipótese, e que que neste caso a série infinita $\Sigma(f_k)$ diverge.

(7) cf. Nikaido (1968), teor. 8.2 p. 127 e teor. 8.1 p. 110.

2. AS RELAÇÕES FUNCIONAIS DE DUMÉNIL E LIPIETZ

No quadro da problemática tradicional da exploração, Duménil (Duménil (1982), p. 132) propõe a relação:

$$(20) \qquad e = rv\,[I-(1+r)A]^{-1} d^*$$

e em lugar da relação (13), Lipietz (Lipietz (1983), pp. 100-101) propõe:

$$(21) \qquad e = rv\,[I-(1+r)A]^{-1} \frac{y}{\ell Y}$$

Demonstraremos que estas relações são idênticas às nossas relações (14) e (13). Basta provar que:

$$(22) \qquad [I-(1+r)A]^{-1} = (I-A)[I-(1+r)A]^{-1}(I-A)^{-1}$$

De fato, neste caso, obtemos a partir de (21), por exemplo,

$$e = \frac{r}{1+r}\, v\,(I-A)\Big[\frac{1}{1+r}I - A\Big]^{-1}(I-A)^{-1}\, y\,\frac{1}{\ell Y}$$

isto é:

$$e = \frac{r}{1+r}\,\ell\,\Big[\frac{1}{1+r}I - A\Big]^{-1}\frac{Y}{\ell Y}$$

Ora:

$$\begin{aligned}[I-(1+r)A]^{-1} &= [(1+r)(I-A) - rI]^{-1} \\ &= [(I-A)[(1+r)(I-A) - rI](I-A)^{-1}]^{-1} \\ &= (I-A)[I-(1+r)A]^{-1}(I-A)^{-1}\end{aligned}$$

BIBLIOGRAFIA

Aglietta M. (1976) Régulation et crises du capitalisme, Calmann-Lévy (Paris).

Cohen G.A. (1979) The labour theory of value and the concept of exploitation, Philosophy and Public Affairs vol.8, reimpresso em Steedman I. e alii (1981), The value controversy, Verso Editions (London).

Duménil G. (1980) De la valeur aux prix de production, Economica (Paris)

Duménil G. (1982) Une approche fonctionnelle du théorème marxien fondamental d'Okishio-Morishima, Cahiers d'Economie Politique nº 7, Presses Universitaires de France (Paris), pp. 129-139.

Duménil G. (1983) Beyond the transformation riddle: a labour theory of value, Science and Society, vol. XLVII, pp. 427-450.

Eatwell J. (1975) Mr. Sraffa's standard commodity and the rate of exploitation, Quarterly Journal of Economics vol. LXXXIX, pp. 543-555.

Fausto R. (1983) Marx: Lógica e política, tomo 1, Brasiliense (São Paulo).

Garegnani P. (1960) Il capitale nelle teorie della distribuzione, Giuffré Editore (Milano).

Garegnani P. (1980) Sobre a teoria da distribuição em Marx e nos economistas clássicos, em Garegnani e alii (1980), Progresso técnico e teoria econômica, Hucitec-Unicamp (São Paulo).

Lipietz A. (1983) Le monde enchanté. De la valeur à l'envol inflationniste, Maspero (Paris).

Lippi M. (1976) Marx. Il valore como costo sociale reale, Etas Libri (Milano).

Marx K. (1894) Das Kapital, vol. 3, Marx-Engels Werke, vol.25 (1964), Dietz (Berlin).

Morishima M. (1973) Marx's Economics. A dual theory of value and growth, Cambridge University Press (Cambridge).

Moszkowska N. (1929) Das Marxische System. Ein Beitrag zu dessem Aufbau, Verlag H. R. Engelmann (Berlin).

Nikaido H. (1968) Convex structures and economic theory, Academic Press (New York).

Okishio N. (1972) Value and production-price, reimpresso em Kobe University Economic Review, vol. 20 (1974), pp. 1-19.

Pasinetti L. (1975) Lezioni di teoria della produzione, Il Mulino (Bologna).

Ricardo D. (1823) Absolute value and exchange value, em The Works and Correspondence of David Ricardo, Edited by P. Sraffa and M. H. Dobb, vol. IV (1962), Cambridge, At the University Press (Cambridge), pp. 361-412.

Rosinger J. L. (1982) Um reexame do problema da transformação: a "solução" Duménil-Lipietz, em Sociedade Brasileira de Econometria, Trabalhos apresentados no IV Encontro Brasileiro de Econometria (Brasília), pp. 313-336.

Sohn-Rethel A. (1973) Geistige und körperliche Arbeit. Zur Theorie der gesellschaftlichen Synthesis, 2º edição, Suhrkampf (Frankfurt-am-Main).

Sraffa P. (1960) Production of commodities by means of commodities. Prelude to a critique of economic theory, Cambridge University Press (Cambridge).

Uno K. (1964) Keizai Genron, Iwanami Shoten Publishers (Tokyo). Tradução inglesa (1980), Principles of political economy. Theory of a purely capitalist society, Harvester Press (Brighton) e Humanities Press (Atlantic Highlands).