INTRODUÇÃO AO EQUILÍBRIO GERAL : MODELO DE DOIS SETORES E DOIS FATORES

Alberto R. Musalem.

Volume II.

CAPÍTULO III

A EXTENSÃO DO MODELO: PREÇO RELATIVO DOS BENS ENDÓGENO

3.1 INTRODUÇÃO

O preço relativo dos bens é determinado pela interação da oferta, já considerada, e da demanda a ser introduzida no modelo.

Para compor o lado da demanda supõem-se a existência de um mapa de indiferença para a comunidade e admite-se que este seja homotético, de forma que, mantendo-se o preço relativo dos bens constante, a proporção de consumo dos bens seja constante. Assim sendo, a proporção dos bens que são consumidos na comunidade depende somente do preço relativo dos bens, isto é, não depende nem do nível de renda, nem da sua distribuição.

O suposto implica em que não haja divergência entre as estruturas de consumo dos capitalistas e dos trabalhadores, de modo que qualquer redistribuição da renda não afetaria a proporção de consumo. No gráfico (3.1.1), temos o mapa de indiferença único, sendo que os capitalistas gozam de um nível superior de utilidade em relação ao dos trabalhadores, devido à maior renda que os capitalistas possuem. A tangente do ângulo α representa o preço relativo de Y em termos de X, P. Assim representamos a estrutura de consumo da comunidade em função só do preço relativo, isto é:

$$\left(\frac{Y}{X} \right)_D = g\ (P) \qquad (3.1.1)$$

A elasticidade substituição da demanda expressa a alteração relativa na proporção de consumo dos bens, em relação à mudança relativa em seu respectivo preço relativo.

Derivando (3.1.1) em relação a P temos:

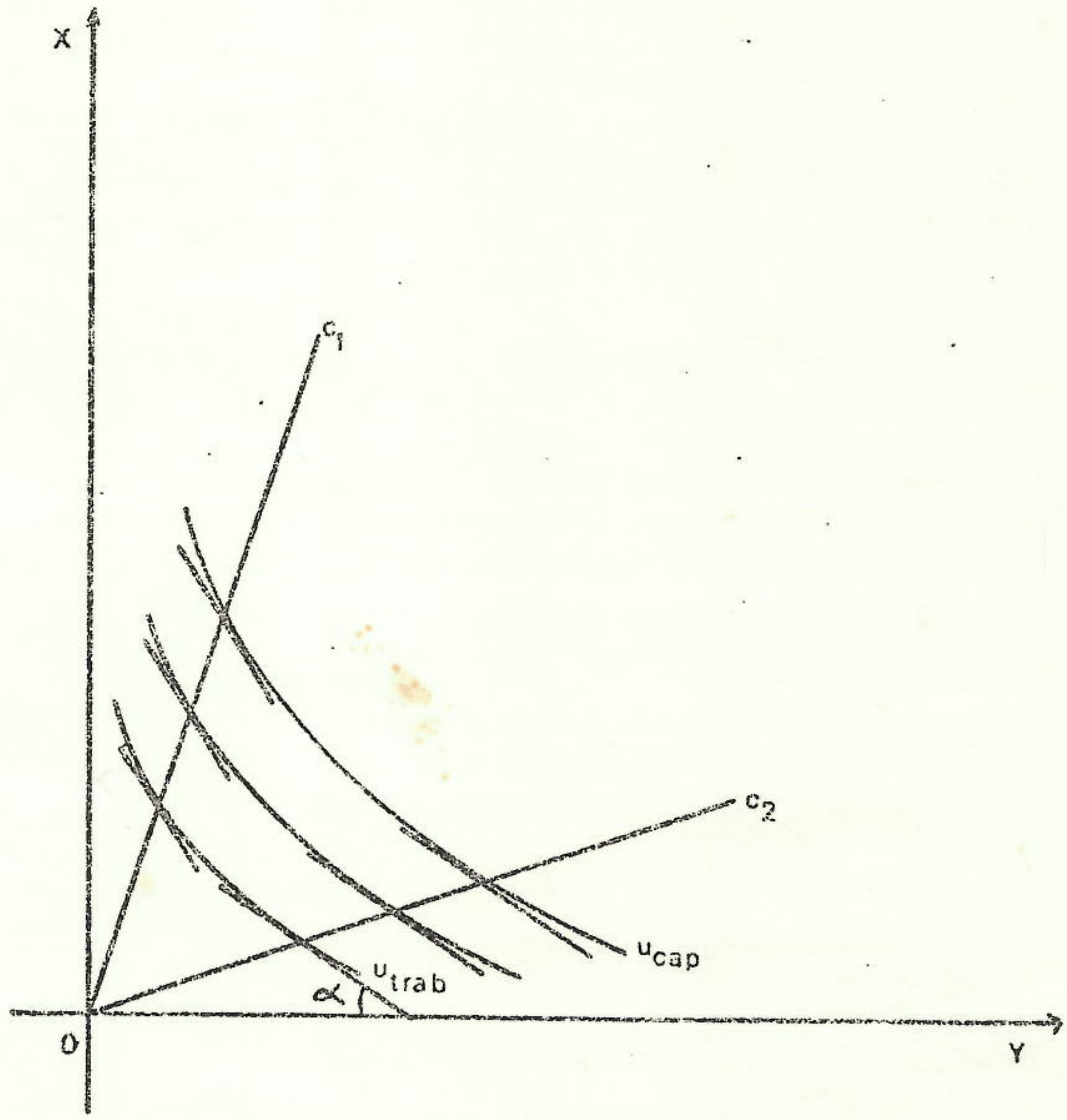


Gráfico (3.1.1)

$$\frac{d\left(\frac{Y}{X}\right)_D}{dP} = \frac{d\sigma}{dP} < 0$$

Multiplicando ambos os lados por P e dividindo por $\frac{Y}{X}$ temos:

$$\frac{P}{\frac{Y}{X}} \quad \frac{d\left(\frac{Y}{X}\right)_D}{dP} = \frac{dq}{dP} \frac{P}{\frac{Y}{X}} = -\Sigma\sigma_D \qquad (3.1.2)$$

Ou ainda:

$$dLn\left(\frac{Y}{X}\right)_D = -\sigma_D \quad dLn\ P \qquad (3.1.3)$$

Sabemos de (2.15.21) que o efeito sobre a produção relativa dos bens decorrente de mudancas nas disponibilidades relativas dos fatores, mantendo-se os precos constantes, é dado por:

$$dLn\left(\frac{Y}{X}\right) = \frac{(1-a)\ a\ (a_y - a_x)}{(a-a_x)\ (a_y - a)} \ (dLnL - dLnK) \qquad (3.1.4)$$

Quando consideramos o preco relativo dos bens endógeno ao sistema, a variação relativa na producão relativa dos bens será funcão da variação relativa na disponibilidade relativa dos fatores, mantendo-se o preco relativo constante, e da variação relativa no preco relativo dos bens, mantendo-se a disponibilidade relativa dos fatores constante.

Portanto, temos agora:

$$dLn\left(\frac{Y}{X}\right)_S = \frac{(1-a)\ a\ (a_y - a_x)}{(a-a_x)\ (a_y - a)} \ (dLnL - dLnK) + \sigma_S\ dLn\ P \qquad (3.1.5)$$

A condição de equilíbrio no mercado de bens é a igualdade entre a demanda e oferta dos mesmos bens. Igualando as equações (3.1.3) e (3.1.5), temos (lembrando que o circunflexo indica taxa de variacão):

$$\frac{(1-a)\ a\ (a_y - a_x)}{(a_y - a)\ (a - a_x)}\ (\hat{L} - \hat{K}) + \sigma_S\ \hat{P} = -\sigma_D\ \hat{P}$$

~~Daí ve~~ Daí vem:

$$\hat{P} = -\frac{1}{\sigma_S + \sigma_D}\ \frac{(1-a)\ a\ (a_y - a_x)}{(a_y - a)\ (a - a_x)}\ (\hat{L} - \hat{K}) \qquad (3.1.6)$$

Fica assim determinada a variação relativa no preço relativo decorrente da variação relativa na disponibilidade relativa dos fatores.

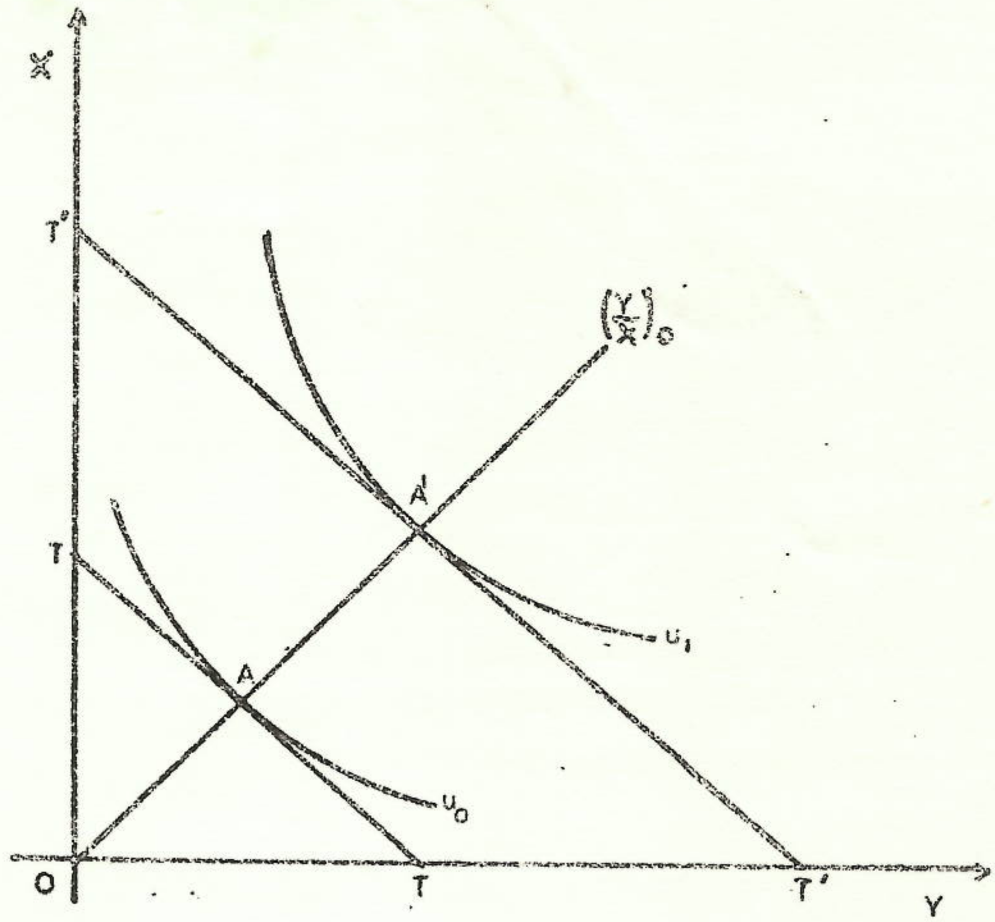
Substituindo $\hat{P}$ dado na equação (3.1.6) na equação (3.1.5), conseguimos a variação relativa na estrutura de produção e consumo decorrente da mudança relativa na disponibilidade relativa de fatores, quando o ajuste no preço relativo é considerado.

$$\left(\frac{\hat{Y}}{X}\right)_S = \frac{(1-a)\ a\ (a_y - a_x)}{(a - a_x)\ (a_y - a)}\ (\hat{L} - \hat{K})\ \frac{\sigma_D}{\sigma_S + \sigma_D} \qquad (3.1.7)$$

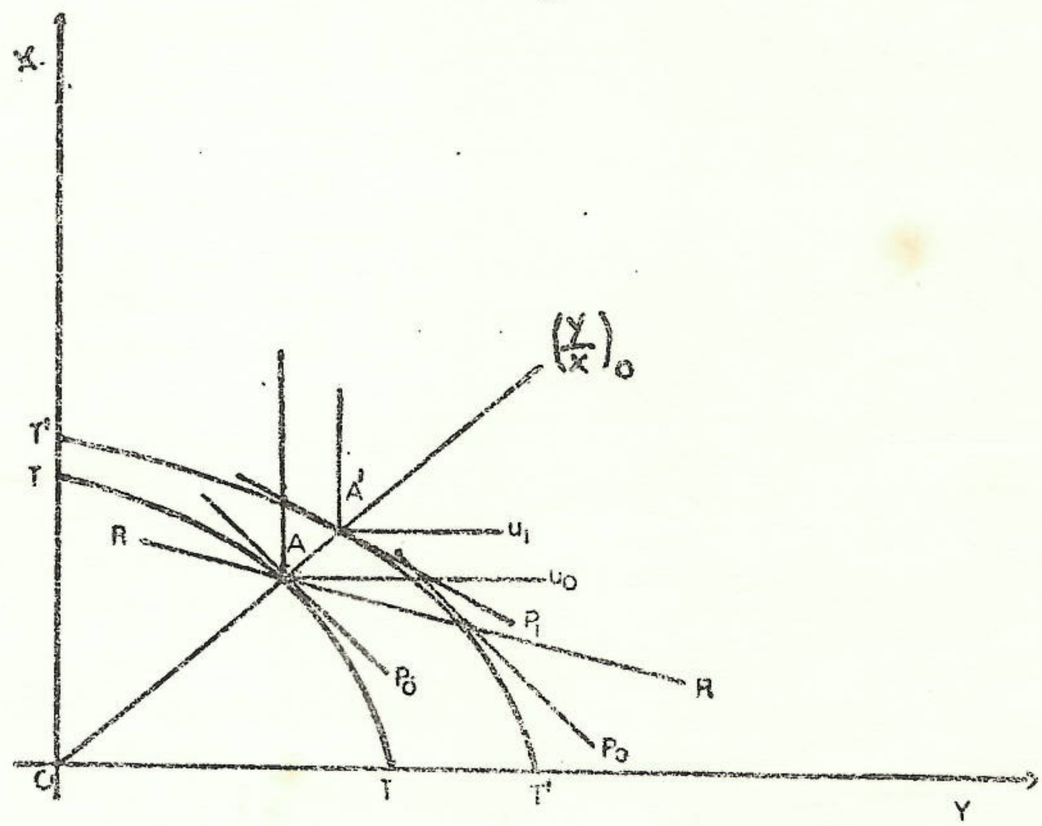
A diferença entre a equação (3.1.7) e (3.1.4) é que a equação (3.1.7) é encontrada quando consideramos o preço relativo dos bens endógeno . O efeito de considerar o preço relativo endógeno é representado, na equação (3.1.7), pela razão entre as elasticidades. O único caso em que o equilíbrio final na estrutura de produção nas duas situações coincide será quando a razão das elasticidades for igual à unidade (isto é, $\sigma_D = \infty$ ou $\sigma_S = 0$, isto é, seu máximo valor possível).

Quando a razão das elasticidades tiver um valor menor que um, será reduzida a divergência entre a estrutura da produção decorrente da mudança na disponibilidade relativa de fatores e aquela encontrada com o preço exógeno . A razão das elasticidades será menor ainda quando tivermos altos valores de σ_S e baixos de σ_D. No caso de $\sigma_S = \infty$ ou $\sigma_D = 0$, a razão das elasticidades será zero, o que implica que a estrutura de produção não muda em decorrência da variação na disponibilidade relativa de fatores. Vide gráfico (3.1.6) para o caso de aumento na dotação relativa do trabalho. Quando $\sigma_S = \infty$, mantem-se constante P; porém ele diminui quando $\sigma_D = 0$, de acordo com (3.1.6), de P_0 para P_1.

?



Quando $\sigma_S = \infty$



Quando $\sigma_D = 0$

Gráfico (3.1.6)

A comparação entre as elasticidades de oferta e demanda é muito usada em Finanças Públicas e relacionada a problemas de incidência e deslocamentos de imposto. Reconsideremos o problema de subsídios e impostos, somente que agora permitindo a variação no preço de mercado.

Quando existe um subsídio sobre Y ou imposto sobre X, resulta que a variação na remuneração relativa do trabalho é função do preço relativo dos bens a custo de fatores, assim:

$$dLn\theta = \frac{1}{a_y - a_x} (dLn\ P^m + dLn\ S) \qquad (3.1.8)$$

onde P_m representa o preço relativo de mercado de Y e S representa o diferencial entre o preço de mercado e o preço a custo de fatores como proporção do primeiro.

Admitindo a disponibilidade relativa dos fatores constante, o efeito sobre a produção será:

$$dLn\left(\frac{Y}{X}\right) = \sigma_S\ (dLn\ P^m + dLn\ S)$$

A mudança no preço relativo que iguala a demanda e a oferta, resulta ser:

$$-\sigma_D\ dLn\ P^m = \sigma_S\ (dLn\ P^m + dLn\ S)$$

Daí vem que:

$$\hat{P}^m = -\frac{\sigma_S}{\sigma_S + \sigma_D}\ \hat{S} \qquad (3.1.9)$$

Substituindo em (3.1.8) o resultado de (3.1.9) temos:

$$\hat{\theta} = \frac{1}{(a_y - a_x)} \frac{\sigma_D}{\sigma_S + \sigma_D}\ \hat{S} \qquad (3.1.10)$$

Para saber se a retribuição relativa ao trabalho aumentou, e, se o fez, em que proporção foi esse aumento, é necessário saber quanto do subsídio foi transferido ao consumidor na forma de um menor preço relativo de Y, mas isto depende da magnitude de σ_S e σ_D. Analisemos os casos extremos:

a) quando $\sigma_D = \infty$

Nesta situação, representada no gráfico (3.1.2), o preço relativo de mercado ficará constante em P^m. Porém o preço relativo a custo de fatores aumenta na mesma proporção que o subsídio de P_f^o para P'_f. Isto é, os consumidores continuam a encontrar o mesmo preço relativo. Todo o subsídio é transferido aos fatores, beneficiando mais que proporcionalmente ao fator usado intensivamente na produção do bem subsidiado.

b) Quando $\sigma_D = 0$

Este caso, é indicado no gráfico (3.1.3); todo o subsídio foi transferido ao consumidor, através de uma queda proporcional no preço relativo de mercado de Y, de P_m^o para P'_m, porém a custo de fatores se mantém constante em P_f^o, o que implica em uma invariabilidade na remuneração dos fatores.

c) Quando $\sigma_S = \infty$

Representamos no gráfico (3.1.4) a posição de equilíbrio inicial quando $P_f^o = P_m^o$. O subsídio à produção de Y (ou imposto sobre X), faz com que o preço relativo de Y de mercado diminua, na mesma proporção do subsídio, até P'_m; mas o preço relativo a custo de fatores permanece constante, o que implica em que a remuneração relativa dos fatores mantem-se invariável.

d) Quando $\sigma_S = 0$

O gráfico (3.1.5) analisa essa situação. O preço relativo de mercado permanece constante em P_m^o, mas a custo de fatores aumenta na mesma proporção que o subsídio de P_f^o para P'_f, aí opera completamente o efeito magnificação sobre a remuneração relativa do trabalho.

Para o caso de imposto em Y ou subsídio a X, teremos *mutatis mutandi* resultados inversos. Encontramos também a seguinte expressão:

$$\hat{\theta} = - \frac{1}{a_y - a_x} \quad \frac{\sigma_D}{\sigma_S + \sigma_D} \quad \hat{T} \qquad (3.1.11)$$

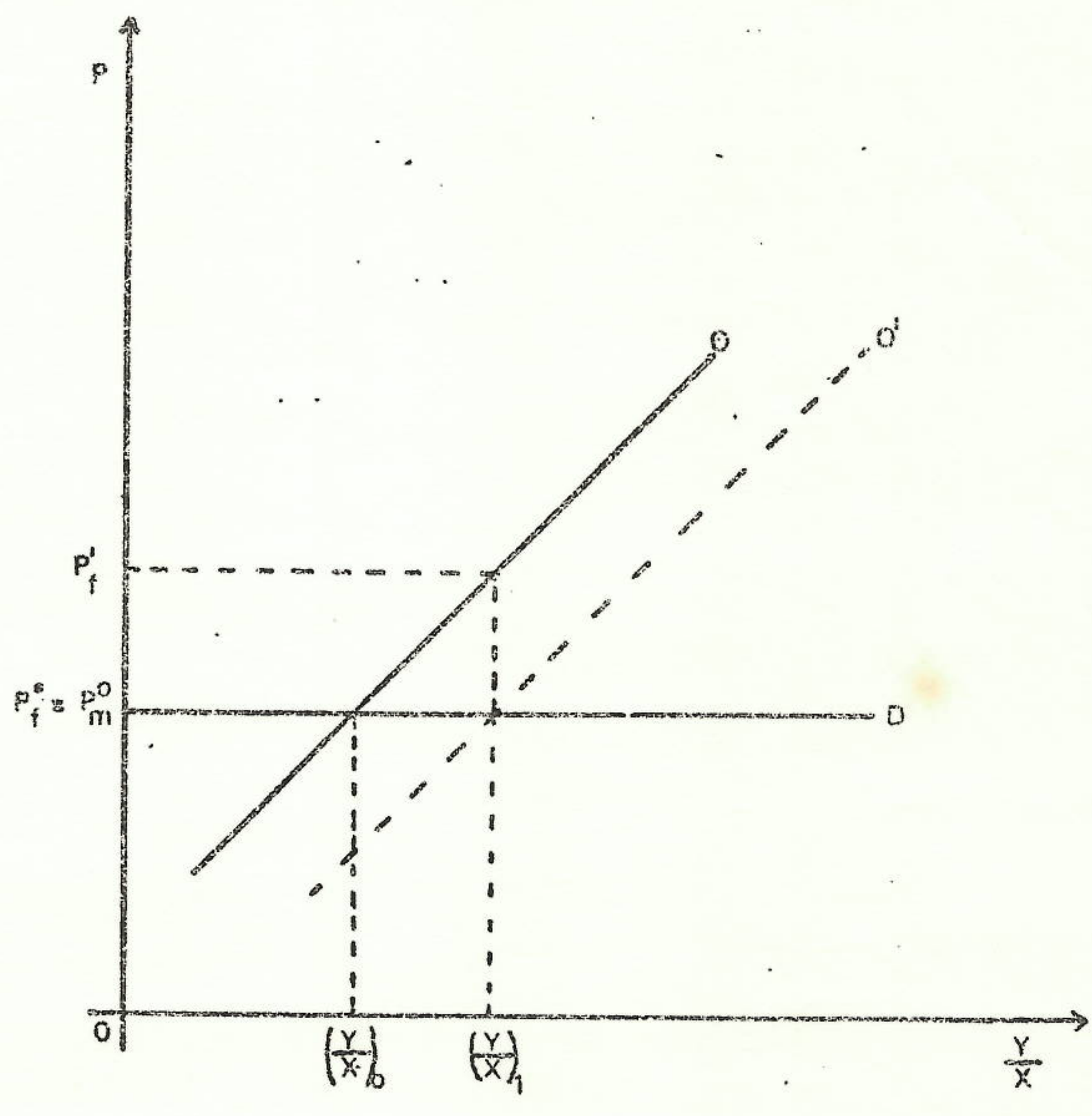

p
O
O'
p_f'
$p_f^s = p_m^o$
D
0
$\left(\frac{Y}{X}\right)_0$
$\left(\frac{Y}{X}\right)_1$
$\frac{Y}{X}$

Gráfico (3.1.2)

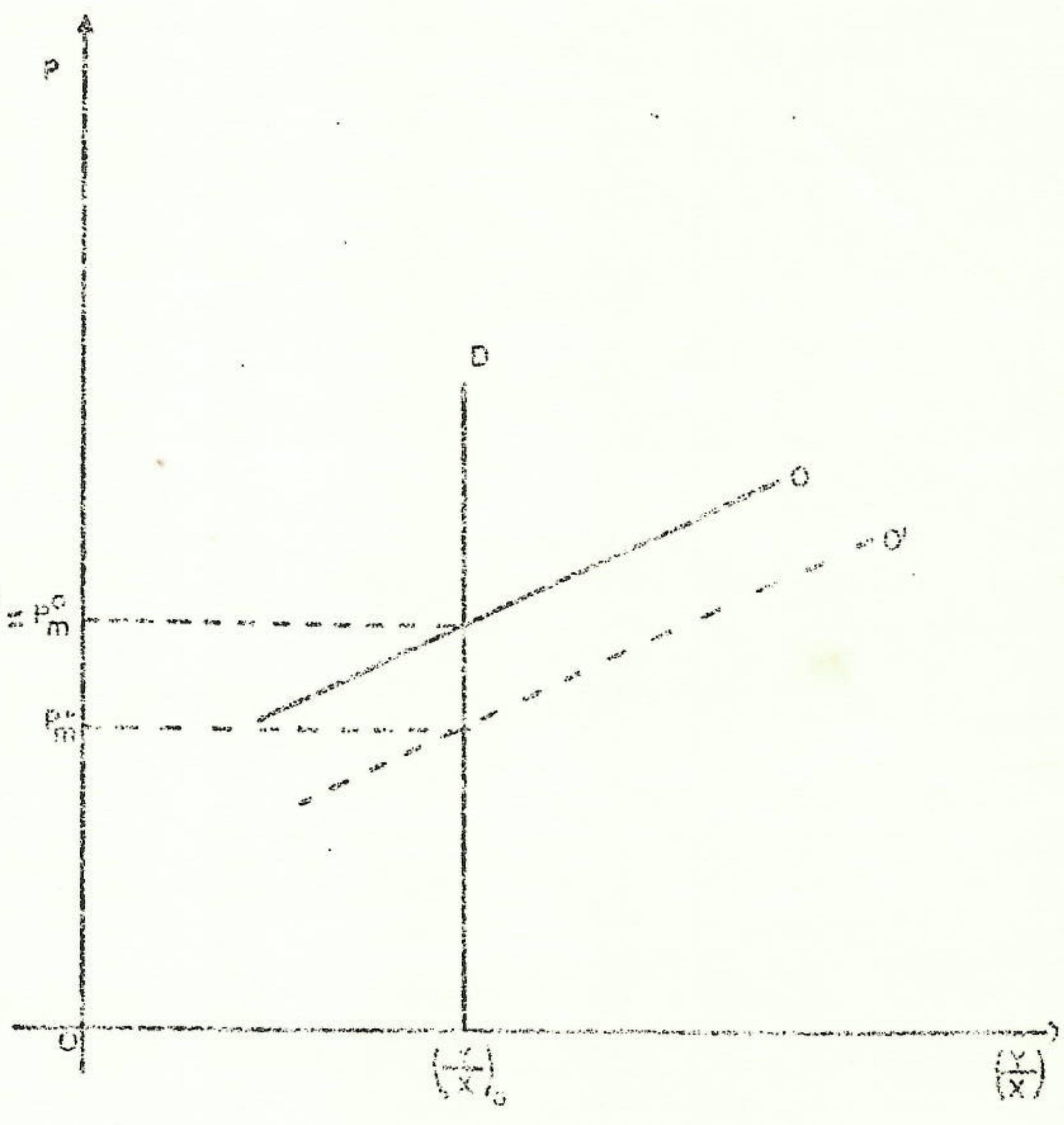


Gráfico (3.1.3)

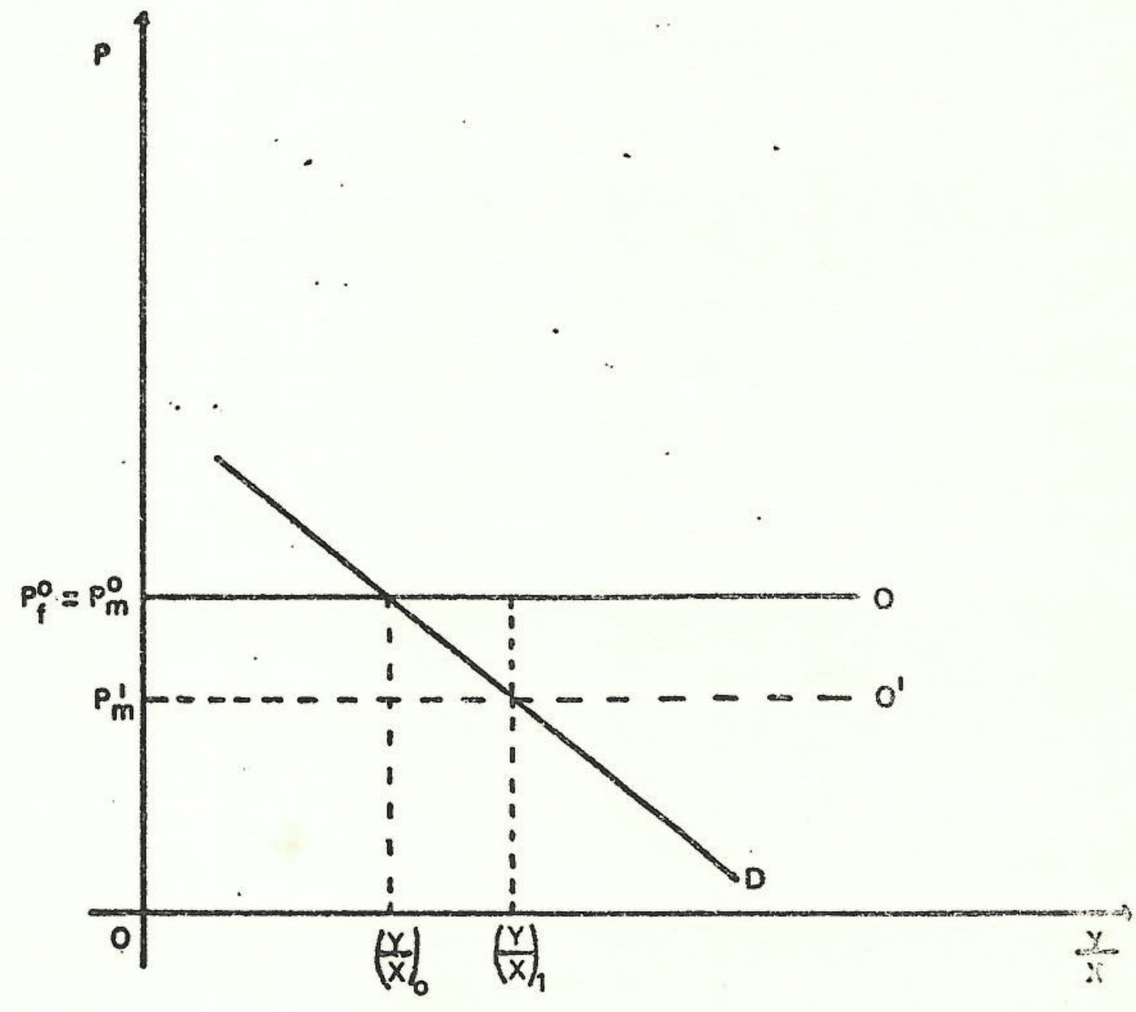

P
$P_f^o = P_m^o$
O
$P_m^{\prime}$
O'
D
O
$\left(\frac{Y}{X}\right)_0$
$\left(\frac{Y}{X}\right)_1$
$\frac{Y}{X}$

Gráfico (3.1.4)

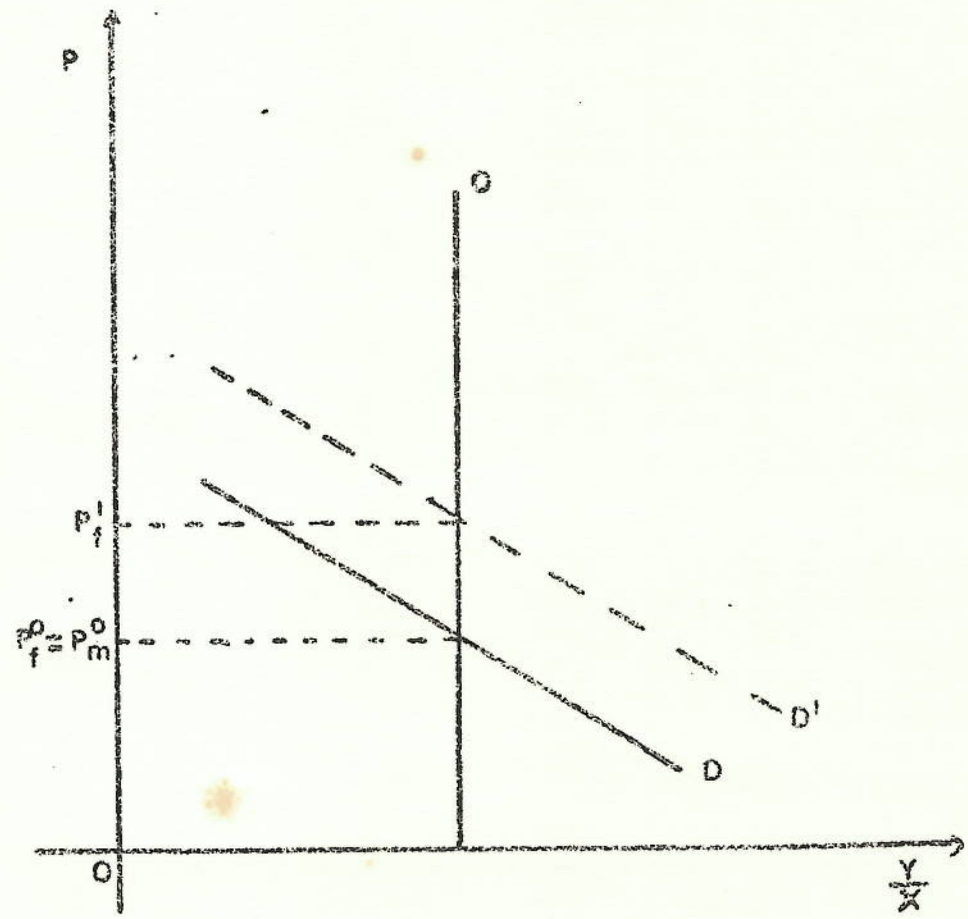


Gráfico (3.1.5)

sendo que T representa a divergência entre o preço relativo de mercado de Y e a custo de fatores como proporção do último.

Ilustramos no gráfico (3.1.6) o caso geral, em que a razão das elasticidades é menor que um, porém maior que zero. Utilizamos simultaneamente a análise com uma curva de transformação e indiferença social, e com a técnica usual de curvas de oferta e demanda. Analisamos o caso de imposto à produção de Y (ou subsídio à produção de X).

No lado esquerdo do gráfico (3.1.6), observamos o equilíbrio inicial representado pelos preços de equilíbrio $P_f^o = P_m^o$ e a quantidade relativa $\left(\frac{Y}{X}\right)_o$, que são equivalentes ao ponto A de equilíbrio no lado direito.

Quando ocorre a introdução de um imposto à produção de Y, aumenta o seu preço relativo para os consumidores (P_m'), mas diminui a custos de fatores para P_f'. Dessa forma, a remuneração relativa do trabalho diminui, sendo que essa redução pode ser mais ou menos que proporcional a depender de a magnitude da razão das elasticidades ser suficiente para tornar o coeficiente de T em (3.1.11) menor que a unidade.

A quantidade relativa de produção e consumo de Y diminui para $\left(\frac{Y}{X}\right)'$ dado pelo ponto B no lado direito do gráfico. O nível de utilidade social caiu de U_o para U'.

Caso a situação inicial fosse caracterizada pela existência de monopólio no setor Y, o equilíbrio inicial estaria em B no lado direito do gráfico (3.1.6). Nesse gráfico temos que a divergência entre o preço relativo de Y de mercado e a custo de fatores representa a divergência entre a receita média e o custo marginal de produção de Y. A presença desta distorção diminui o nível de utilidade social potencial da economia. Para obter o máximo de utilidade social, que é representado pela curva de indiferença U_o, uma das seguintes medidas alternativas, compensatórias, deverá ser adotada: a) subsídio à producão de Y, b) tabelamento do preço de Y, ou, c) imposto à producão de X. Com estas medidas podemos deslocar o equilíbrio para o ponto A.

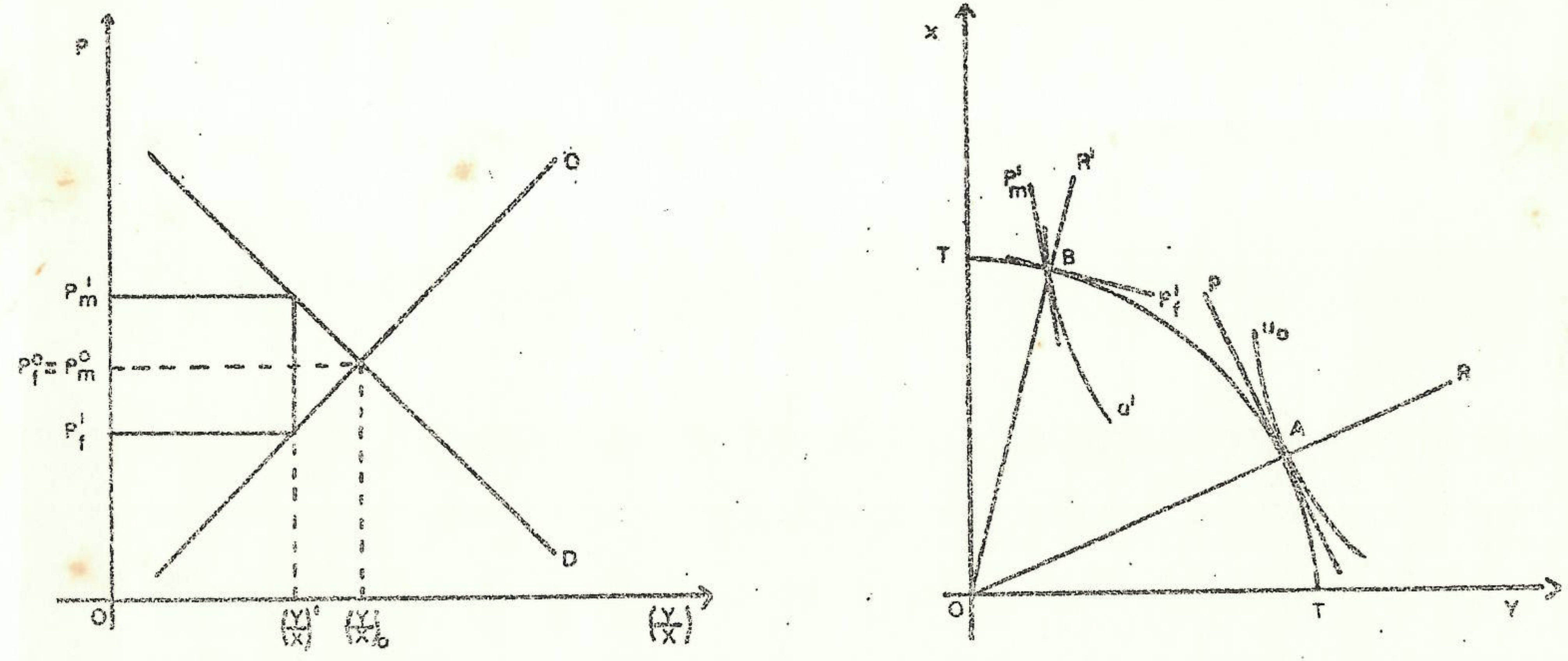

P
O
D
P_m^1
$P_f^o = P_m^o$
P_f^1
O
$\left(\frac{Y}{X}\right)^1$
$\left(\frac{Y}{X}\right)_o$
$\left(\frac{Y}{X}\right)$
X
T
P_m^1
R'
B
P_f^1
P
u_o
R
u^1
A
O
T
Y

Gráfico (3.1.5)

3.2 A ELASTICIDADE SUBSTITUIÇÃO GERAL

A elasticidade de substituição geral considera a substituição entre fatores observados a nível global da economia.

Considere-se a variação percentual no preço relativo dos bens decorrente da mudança da dotação relativa de fatores na economia. Da equação (3.1.6) de equilíbrio no mercado quando modifica-se a dotação relativa de fatores, temos:

$$\hat{p} = -\frac{1}{\sigma_D + \sigma_S} \frac{(1-a)\,a\,(a_y - a_x)}{(a - a_x)\,(a_y - a)} (\hat{L} - \hat{K}) \tag{3.2.1}$$

Do teorema Stolper-Samuelson, sabe-se de (2.6.17) que:

$$\hat{P} = (a_y - a_x)\,\hat{\theta} \tag{3.2.2}$$

Igualando (3.2.2) e (3.2.1), temos:

$$\hat{\theta} = -\frac{1}{\sigma_D + \sigma_S} \frac{(1-a)\,a}{(a_y - a)\,(a - a_x)} (\hat{L} - \hat{K}) \tag{3.2.3}$$

Do mesmo modo que com a elasticidade substituição entre fatores em um setor particular, definimos a elasticidade de substituição geral, σ, como a percentagem de aumento na razão capital-trabalho (k) necessária para aumentar a remuneração relativa do trabalho (θ) em um por cento, ou seja da equação (3.2.3), resulta:

$$\sigma = \frac{d\ln k}{d\ln \theta} = (\sigma_S + \sigma_D) \frac{(a_y - a)\,(a - a_x)}{(1-a)\,a} \tag{3.2.4}$$

Substituindo em (3.2.4) o valor de σ_S, temos:

$$\sigma = \sigma_y \frac{a_y(1-a_y)(a-a_x)}{(a_y-a_x)(1-a)\,a} + \frac{\sigma_x\, a_x(1-a_x)(a_y-a)}{(a_y-a_x)(1-a)\,a} + \frac{\sigma_D(a_y-a)(a-a_x)}{(1-a)\,a} \tag{3.2.5}$$

Por simplicidade substituimos os coeficientes das respectivas elasticidades.

$$\sigma = \sigma_D\, Q_D + \sigma_x\, Q_x + \sigma_y\, Q_y$$

onde os somatórios dos: Q_i (para i = D,X,Y) é igual à unidade.[1]

Portanto σ é uma média ponderada das elasticidades de substituição entre os fatores em cada setor e da elasticidade de substituição entre bens no consumo. O valor de σ será sempre positivo, ainda que ambos os setores possuam proporções fixas, pois incorpora a elasticidade substituição no consumo.

Introduzindo-se agora o valor de σ dado (3.2.4) na equação (3.1.7), conseguimos:

$$\left(\hat{\frac{Y}{X}}\right)_S = (a_y - a_x)\ \frac{\sigma_D}{\sigma}\ (\hat{L} - \hat{K}) \tag{3.2.6}$$

Introduzindo-se σ na equação (3.1.10), resulta:

$$\hat{\theta} = \frac{(a_y - a)\cdot(a - a_x)}{(a_y - a_x)\ (1-a)\ a}\ \ \frac{\sigma_D}{\sigma}\ \hat{S} \tag{3.2.7}$$

1

$$Q_D + Q_X + Q_Y = \frac{(a_y - a)(a - a_x)}{(1-a)\ a} + \frac{a_x(1-a_x)(a_y-a)}{(a_y-a_x)(1-a)\ a} + \frac{a_y(1-a_y)(a-a_x)}{(a_y-a_x)(1-a)\ a}$$

$$\Sigma Qi = \frac{(a_y-a)(a_y-a_x)(a-a_x) + a_x(1-a_x)(a_y-a) + a_y(1-a_y)(a-a_x)}{(a_y-a_x)\ (1-a)\ a}$$

$$\Sigma Qi = \frac{(a_y-a)\left[a_y a - a_y a_x - a_x a + a_x^2 + a_x - a_x^2\right] + (a_y - a_y^2)(a-a_x)}{(a_y - a_x)\ (1-a)\ a}$$

$$\Sigma Qi = (a_y^2\, a - a_y^2\, a_x - a_y\, a_x\, a + a_y\, a_x - a_y\, a^2 + a\, a_y\, a_x + a^2\, a_x - a\, a_x + a_y\, a - a\, a_y^2 - a_y\, a_x + a_x\, a_y^2)\ \frac{1}{(a_y - a_x)(1-a)\ a}$$

$$\Sigma Qi = \frac{-a_y\, a^2 + a^2\, a_x - a_x\, a + a_y\, a}{(a_y - a_x)\ (1-a)\ a}$$

$$\Sigma Qi = \frac{a_y - a_x - a_y\, a + a\, a_x}{a_y - a_x - a_y\, a + a\, a_x}$$

$$\Sigma Qi = 1$$

Nas equações (3.2.6) e (3.2.7) o coeficiente das participações é menor que a unidade.[2] Conseqüentemente, se a elasticidade de substituição em consumo for igual ou menor que a elasticidade geral de substituição entre fatores, o efeito magnificação anteriormente discutido é mais que compensado pelo efeito moderador das mudanças em preço relativo de bens. Ainda consegue-se o resultado indicado quando $\sigma_D > \sigma$; porém, não o suficiente como para tornar os coeficientes em (3.2.6) e (3.2.7) maiores que um.

2 A razão das participações na equação (3.2.7) é o inverso da elasticidade da produção relativa de Y, com relação a mudanças na disponibilidade relativa de capital. Veja-se, na equação (2.15.21), que esta elasticidade em termos absolutos é maior que um, logo o seu inverso é menor que a unidade.

BIBLIOGRAFIA

1. FERGUSON, C. E. e J.P.GOULD. Microeconomic Theory. 4a.edição Homewood, Ill.: Irwin, 1975. Capítulo 15.
2. HENDERSON, J. M & QUANDT, R. E. Microeconomic Theory. New York, McGraw-Hill, 1958. Cap. 5.
3. JOHNSON, H. G. The Two-Sector Model of General Equilibrium. Chicago, Atherton, Inc, 1971.
4. JONES, R. W. "The Structure of Simple General Equilibrium Models." Journal of Political Economy, Chicago, The University of Chicago Press, v. (73): pag.557; Dec.1965.
5. SIMONSEN, M. H. Teoria Microeconômica. Rio de Janeiro, FGV, 1967. 4 vs. Cap. 20, v. 3.

CAPÍTULO IV

PROGRESSO TECNOLÓGICO

4.1 Introdução

Neste capítulo estudaremos os efeitos do progresso tecnológico sobre a remuneração dos fatores e sobre a estrutura da produção. Também analisaremos a relação entre neutralidade do progresso tecnológico à Hicks e à Harrod.

No caso anterior, isto é, sem progresso tecnológico, encontramos o efeito sobre a estrutura de produção devido à mudança na quantidade relativa de fatores, que também analisávamos mantendo o preço relativo dos bens constante e, portanto, a remuneração relativa dos fatores permanecia constante.

Agora, quando consideramos o progresso tecnológico, e mantemos o preço relativo dos bens constante, ocorrerão mudanças na remuneração relativa dos fatores. Se mantivermos constante a remuneração relativa dos fatores isto implicará numa mudança no preço relativo dos bens.

Admitindo-se que a melhoria tecnológica envolverá uma nova forma de combinação dos fatores existentes na produção de um ou de ambos os produtos, a função de produção setorial será:

$$F_i = F_i \left(\lambda_i K_i \; ; \; \lambda_i' L_i \right)$$

Onde λ e λ' são os parâmetros de transformação dos fatores capital e trabalho, respectivamente, de unidades físicas em unidades de eficiência. Inicialmente, o valor destes parâmetros é um, indicando que as unidades físicas são iguais às de eficiência, ou seja, ficamos no caso em que não ocorre o progresso tecnológico.

As funções de produção são homogêneas e lineares;

$$F_i = L_i \quad \lambda_i' \; F_i \; (\frac{\lambda_i}{\lambda_i'} \; \frac{K_i}{L_i} \; ; \; 1)$$

$$F_i = L_i \quad \lambda_i' \; f_i \; (\frac{\lambda_i}{\lambda_i'} \; k_i) \quad \text{para } i = x, y \qquad (4.1.1)$$

O produto per capita setorial será dado por:

$$q_i = \frac{F_i}{L} = \lambda_i' \frac{L_i}{L} \; f_i \; (\frac{\lambda_i}{\lambda_i'} \; k_i)$$

$$q_i = \lambda_i' \; l_i \; f_i \; (\frac{\lambda_i}{\lambda_i'} \; k_i) \qquad (4.1.2)$$

Se o progresso tecnológico for poupador do fator capital, será indicado por um valor de λ_i maior que a unidade. Ou seja:

$$K_i^* = K_i + \alpha_i K_i \qquad (4.1.3)$$

Onde K_i^* é o estoque de capital em unidades de eficiência, K_i o estoque de capital em unidades físicas e α_i o fator de correção ou taxa de crescimento do capital, transformando (4.1.3) temos:

$$K_i^* = K_i (1 + \alpha_i) \text{ ou}$$
$$K_i^* = K_i \cdot \lambda_i$$

Se $\alpha_i > 0$, (progresso tecnológico poupador de capital) implica em que $\lambda_i > 1$. O nível de producão alcancado sem progresso tecnológico, poderá ser obtido agora com um menor estoque de capital medido em unidades físicas.

$$K_{\bar{F}_i} = \frac{K_o}{(1 + \alpha_i)} = \frac{K_o}{\lambda_i} \qquad (4.1.4)$$

onde K_{F_i} é o estoque de capital em unidades físicas necessário para produzir, após o progresso tecnológico, a mesma quantidade de produto que se obtinha com o estoque K_o em ausência de progresso tecnológico. A quantidade utilizada de trabalho será a mesma em ambas as situações.

Se o progresso tecnológico for poupador de trabalho, ele será representado por um valor de λ'_i maior que um, já que para manter o mesmo nível de produção, é preciso menor quantidade de trabalho combinada com a mesma quantidade de capital.

Um progresso tecnológico neutro resulta quando as mudanças na eficiência dos fatores capital e trabalho ocorrem com igual intensidade, isto é:

$$d\,\lambda_i = d\,\lambda'_i \neq 0$$

Assim, o progresso tecnológico pode ser definido pela relação $\left(\frac{\lambda_i}{\lambda'_i} \right)$, de forma que, se inicialmente esta razão é igual a um, temos as relações do quadro I.

QUADRO I

$\left(\frac{\lambda_i}{\lambda'_i} \right)$	Progresso Tecnológico
Aumenta	Poupador de Capital
Diminui	Poupador de Trabalho
Constante	Neutro

A melhora tecnológica poderá ocorrer de nove formas diferentes, podendo ser tendenciosa para qualquer uma das indústrias, ou um dos fatores, ou então podendo ser neutra com relação a uma indústria, a um fator ou a ambos. O quadro seguinte resume as possibilidades.

QUADRO II

Mudança Tecnológica		Com Relação às Indústrias		
		Neutra	Setor X	Setor Y
Com Relação aos Fatores	Neutra	x	x	x
	Poup Cap	x	x	x
	Poup Trab	x	x	x

Para analisar estes diversos casos podemos fazer duas hipóteses:

A) Ocorre variação no preço relativo dos bens ($dP \neq 0$), embora não varie a remuneração relativa dos fatores ($d\theta = 0$).

B) Ocorre variação na remuneração relativa dos fatores ($d\theta \neq 0$) embora não ocorra mudanças no preço relativo dos bens ($dP = 0$).

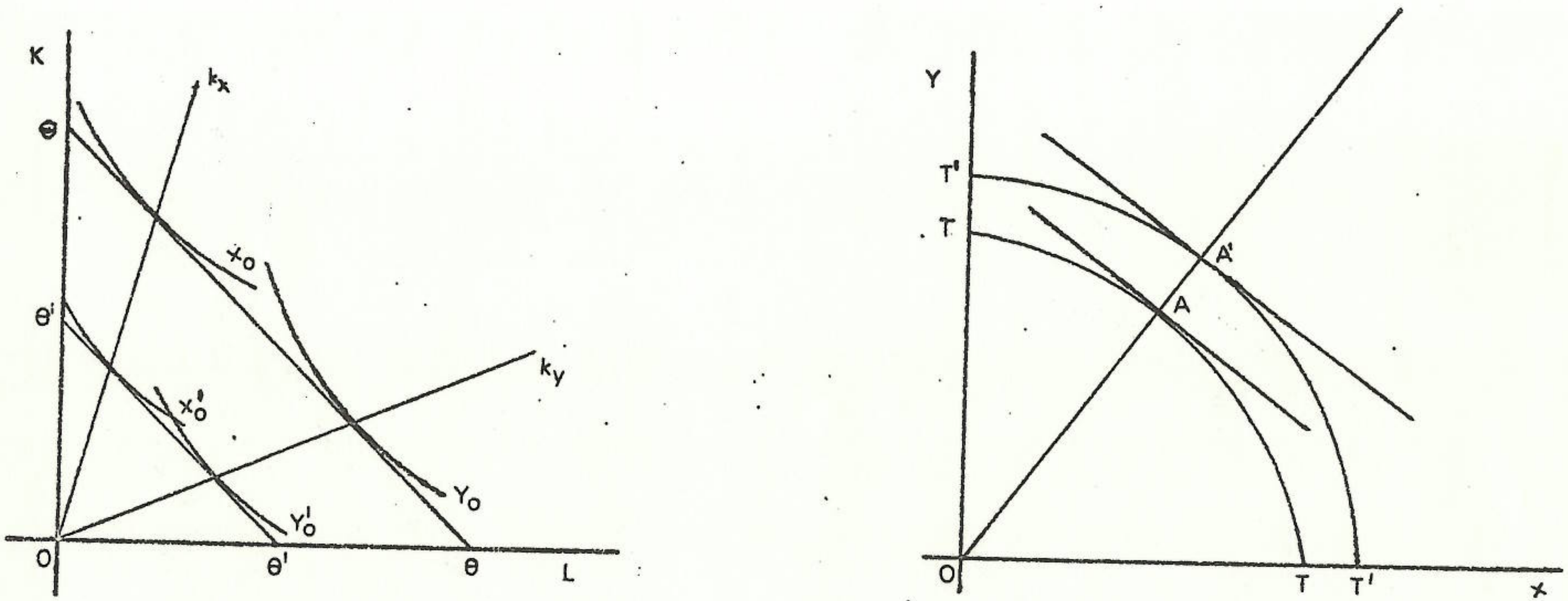
4.2 ANÁLISE DO PROGRESSO TECNOLÓGICO NEUTRO ENTRE SETORES

Vamos estudar agora a influência do progresso tecnológico, correspondente à primeira coluna do quadro II na estrutura da produção e preços.

Caso o progresso tecnológico se apresente com igual intensidade em ambos os setores na mesma proporção ocorrerá, portanto, aumento equivalente na quantidade de cada fator. Já que $d\lambda_i = d\lambda'_i$, teremos igual poupança na utilização dos dois fatores para o mesmo nível de produção em ambos setores.

Como as quantidades de capital e trabalho poupadas ficam disponíveis, teremos um aumento equiproporcional na produção de cada bem, como pode ser observado no gráfico (4.2.1).

O aumento equiproporcional na produção setorial é representado no gráfico (4.2.1.b) pelo deslocamento paralelo da curva de transformação de T T para T'T'. Essa maior produção é decorrente do uso dos fatores poupados, levando a uma reordenação das isoquantas como é indicado no gráfico (4.2.1.a). A remuneração relativa dos fatores representada pela inclinação da reta θθ desloca-se também paralelamente para θ'θ', não ocorrendo portanto variação na remuneração relativa dos fato -



(a) (b)

Gráfico (4.2.1)

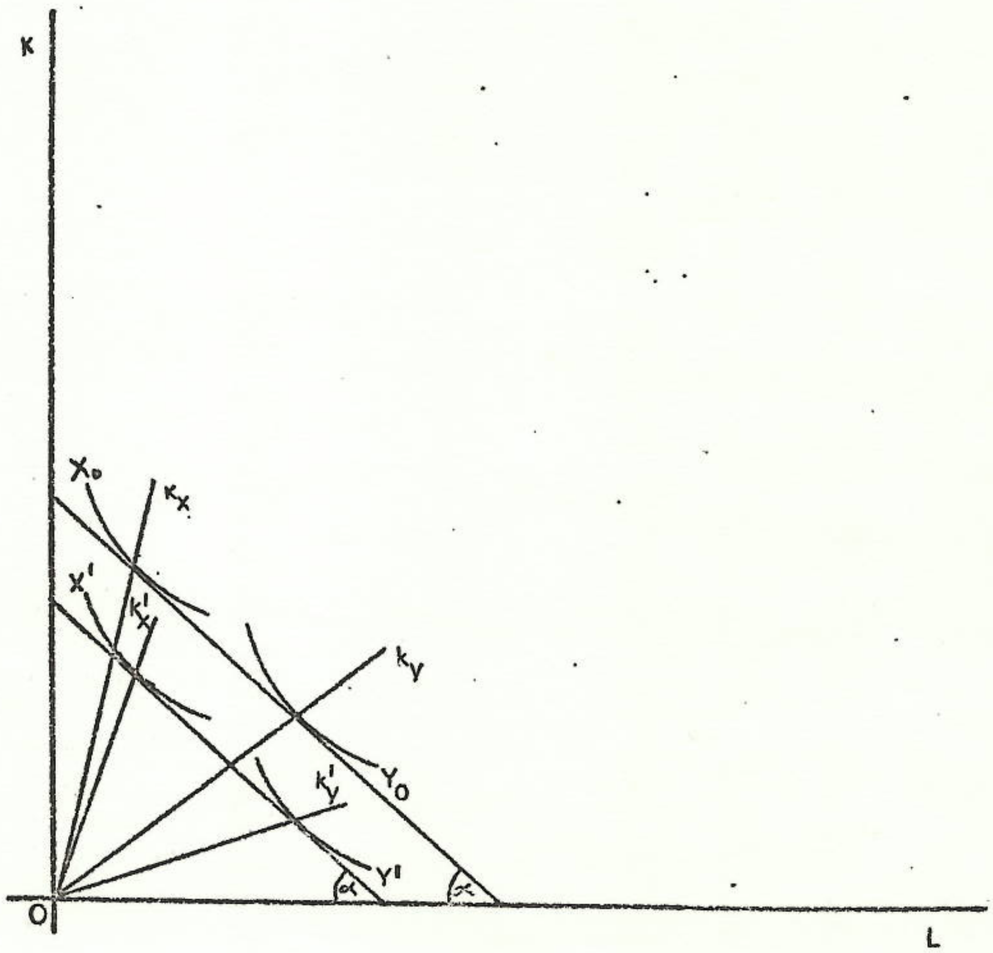


Gráfico (4.2.2)

res. O custo (preço) relativo dos bens também mantém-se constante.

A remuneração relativa dos fatores permanece constante, uma vez que as mudanças nas produtividades dos fatores ocorrem na mesma proporção, embora ocorra um aumento nas retribuições absolutas dos fatores, visto que as produtividades marginais de ambos os fatores aumentaram equiproporcionalmente.

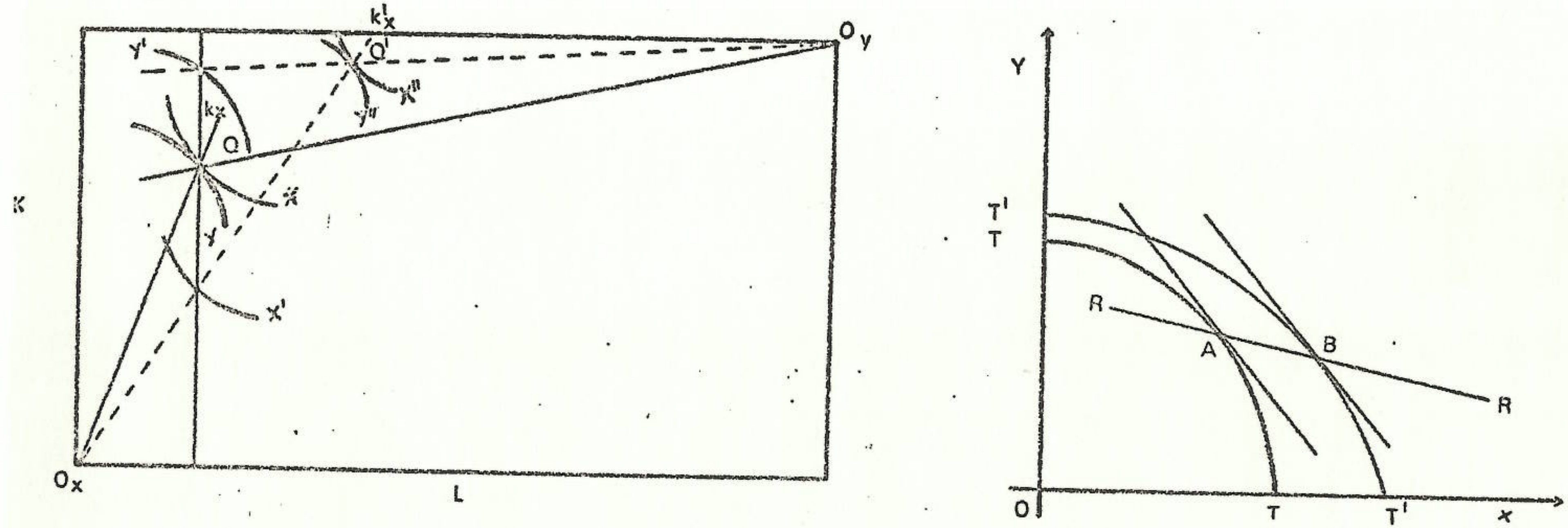
Se o progresso tecnológico for tendencioso a poupar apenas um dos fatores, mas proporciona o mesmo impacto nos dois setores, trata-se de progresso tecnológico neutro em relação às indústrias ; por exemplo, poupador de capital.

O seu efeito equivale a aumento na disponibilidade do fator cujo uso poupamos, no nosso caso capital. Assim, podemos dizer que, se o progresso tecnológico é neutro com relação às indústrias, mas poupador de capital, ambos os setores tornam-se mais intensivos no uso de trabalho; mas a remuneração relativa ficará constante (no gráfico(4.2.2) a tangente de $\hat{a}_i$, que representa a remuneração relativa do trabalho θ, permanece constante) , embora ambos os setores se tornassem mais intensivos no uso de trabalho (no gráfico passam de k_x para k'_x e k_y para k'_y), mas dispomos de mais capital em unidades de eficiência.

No que se refere ao efeito na estrutura de produção , como vemos no gráfico (4.2.3.a), o equilíbrio passa do ponto Q para Q', o que representa um aumento na produção de X (de X para X") e uma queda na produção de Y (Y para Y"). O mecanismo de ajuste será:

1) Recordenação das isoquantas X para X'e Y para Y' , devido ao efeito do progresso tecnológico e a conseqüente maior utilização relativa do fator trabalho em ambos os setores (poupa-se capital físico). As novas isoquantas representam o mesmo nível de produção que em Q.

2) Para manter o pleno emprego do capital precisamos expandir a produção de X' para X" e reduzir a produção de



(a) (b)

Gráfico (4.2.3)

Y' para Y". Do Teorema de Rybczinsky sabemos que mantendo-se o preço relativo constante, se $k_x > k_y$, aumento na quantidade de um fator aumenta a produção do bem que usa intensivamente esse fator e diminui a produção do outro bem. No gráfico (4.2.3.b) a curva de transformação desloca-se de maneira assimétrica para T'T', sendo que a linha de expansão de Rybczinsky, RR, passa pelos pontos A e B, assim representando-se aumento de produção de X e diminuição na produção de Y ao mesmo preço relativo de bens e de fatores.

A situação inversa acontecerá se o progresso tecnológico fosse poupador de trabalho, com igual intensidade em ambos os setores, <u>mutatis mutanti</u>.

4.3 ANÁLISE DO PROGRESSO TECNOLÓGICO TENDENCIOSO ENTRE SETORES

Vamos analisar neste tópico a influência do progresso tecnológico sobre a remuneração relativa dos fatores e sobre a estrutura produtiva, mantendo o preço relativo dos bens constante.

Para tanto teríamos que analisar 6 casos "puros" de progresso tecnológico, mas nos restringiremos aos seguintes casos só para um setor :

a) poupador de capital, $d\lambda > 0$ e $d\lambda' = 0$
b) poupador de trabalho, $d\lambda = 0$ e $d\lambda' > 0$
c) neutra $d\lambda = d\lambda' > 0$

Admitimos ainda que o progresso tecnológico recaia sobre o bem intensivo em capital (X). As relações de produção são aqui dadas:

O produto <u>per capita</u> do setor X,

$$q_x = \lambda' \, l_x \, f_x \left(\frac{\lambda}{\lambda'} k_x \right) \tag{4.3.1}$$

O do setor Y é,

$$q_y = l_y \, f_y \, (k_y) \tag{4.3.2}$$

O produto marginal do capital no setor X, em termos de X, é:

$$R_x^x = \frac{\partial X}{\partial K_x} = \lambda' \; L_x \; f'_x \; \frac{\lambda}{\lambda'} \; \frac{1}{L_x} = \lambda \; f'_x \qquad (4.3.3)$$

O produto marginal do capital no setor Y, em termos de X, é:

$$R_y^x = P \; f'_y \qquad (4.3.4)$$

O produto marginal do trabalho no setor X, em termos de X, é:

$$w_x^x = \frac{\partial X}{\partial L_x} = \lambda' \; f_x - \lambda' \; L_x \; f_x \; \frac{k_x}{L_x} \; \frac{\lambda}{\lambda'}$$

$$w_x^x = (\lambda' \; f_x - \lambda \; f'_x \; k_x) \qquad (4.3.5)$$

O produto marginal do trabalho no setor Y, em termos de X, é:

$$w_y^x = P \; (f_y - f'_y \; k_y) \qquad (4.3.6)$$

4.4 ANÁLISE DO PROGRESSO TECNOLÓGICO POUPADOR DE CAPITAL NUM SETOR SOBRE AS RELAÇÕES CAPITAL-TRABALHO

Considerando-se que temos progresso tecnológico poupador de capital, isto é, $d\lambda > 0$ e $d\lambda' = 0$, estudaremos o efeito deste sobre as relações capital-trabalho (k_x e k_y) e sobre a remuneração dos fatores (θ), mantido o preço relativo dos bens constante e admitindo-se que a melhoria recaia sobre o setor X.

As condições de equilíbrio no mercado de fatores garantem que as remunerações reais dos fatores sejam iguais em ambos os setores. As equações que refletem as condições de e quilíbrio no mercado de capital e trabalho são, respectiva - mente, de (4.3.3) e (4.3.4), e de (4.3.5) e (4.3.6):

$$\lambda f'_x \left(\frac{\lambda}{\lambda'} k_x \right) = P f'_y (k_y)$$

$$\lambda' f_x \left(\frac{\lambda}{\lambda'} k_x \right) - \lambda k_y f'_x \left(\frac{\lambda}{\lambda'} k_x \right) = P \left[f_y (k_y) - f'_y (k_y) k_y \right]$$

Diferenciando a primeira equação com relação a λ, temos:

$$f'_x + \lambda f''_x k_x + \lambda f''_x \frac{d k_x}{d \lambda} = P f''_y \frac{d k_y}{d \lambda}$$

Como $\lambda = 1$, reagrupando, temos:

$$f''_x \frac{d k_x}{d \lambda} - P f'' \frac{d k_y}{d \lambda} = - f'_x - f''_x k_x \qquad (4.4.1)$$

Diferenciando-se a segunda expressão com relação a λ, tem-se:

$$f'_x k_x + f'_x \frac{d k_x}{d \lambda} - k_x f'_x - \frac{d k_x}{d \lambda} f'_x - f''_x k^2_x - k_x f''_x \frac{d k_x}{d \lambda} =$$

$$P \left[f'_y \frac{d k_y}{d \lambda} - f''_y \frac{d k_y}{d \lambda} k_y \right]$$

Simplificando , temos:

$$\frac{d k_x}{d \lambda} k_x f''_x - P \frac{d k_y}{d \lambda} f''_y k_y = - f''_x k^2_x \qquad (4.4.2)$$

Resolvendo pela regra de Cramer o sistema formado pelas duas equações (4.4.1) e (4.4.2), com duas incógnitas ($\frac{d k_x}{d \lambda}$ e $\frac{d k_y}{d \lambda}$), temos:

$$\frac{d\,k_x}{d\,\lambda} = \frac{f''_y\, f'_x\, k_y}{f''_y\, f''_x\,(k_x - k_y)} + \frac{f''_y\, f''_x\, k_x\,(k_y - k_x)}{f''_y\, f''_x\,(k_x - k_y)}$$

Simplificando, obtemos:

$$\frac{d\,k_x}{d\,\lambda} = \frac{f'_x\, k_y}{f''_x\,(k_x - k_y)} - k_x < 0 \qquad (4.4.3)$$

Caso o setor X for intensivo em capital teremos que $\left[(k_x - k_y) > 0\right]$, e f''_x negativo implica em que toda a expressão (4.4.3) ficará negativa. Assim, uma melhora tecnológica poupadora de capital no setor relativamente intensivo neste fator causará diminuição na proporção capital-trabalho no setor.

Através do mesmo método conseguimos a variação ocorrida na proporção de capital-trabalho no setor não atingido pela melhora técnica:

$$\frac{d\,k_y}{d\,\lambda} = -\frac{(f''_x)^2\, k_x^2 + f'_x\, f''_x\, k_x + (f''_x)^2\, k_x^2}{P\, f''_y\, f''_x\,(k_x - k_y)}$$

Simplificando,

$$\frac{d\,k_y}{d\,\lambda} = \frac{f'_x\, k_x}{P\, f''_y\,(k_x - k_y)} < 0 \qquad (4.4.4)$$

A melhora tecnológica poupadora de capital ocorre no setor X, que é intensivo em capital; dado que f''_y é negativo, a expressão (4.4.4) será negativa.

Observamos então que se o setor sobre o qual recai a melhoria tecnológica for intensivo em capital o progresso tecnológico poupador de capital diminuirá as relações capital-trabalho utilizadas em ambos os setores. [vide (4.4.3) e (4.4.4)].

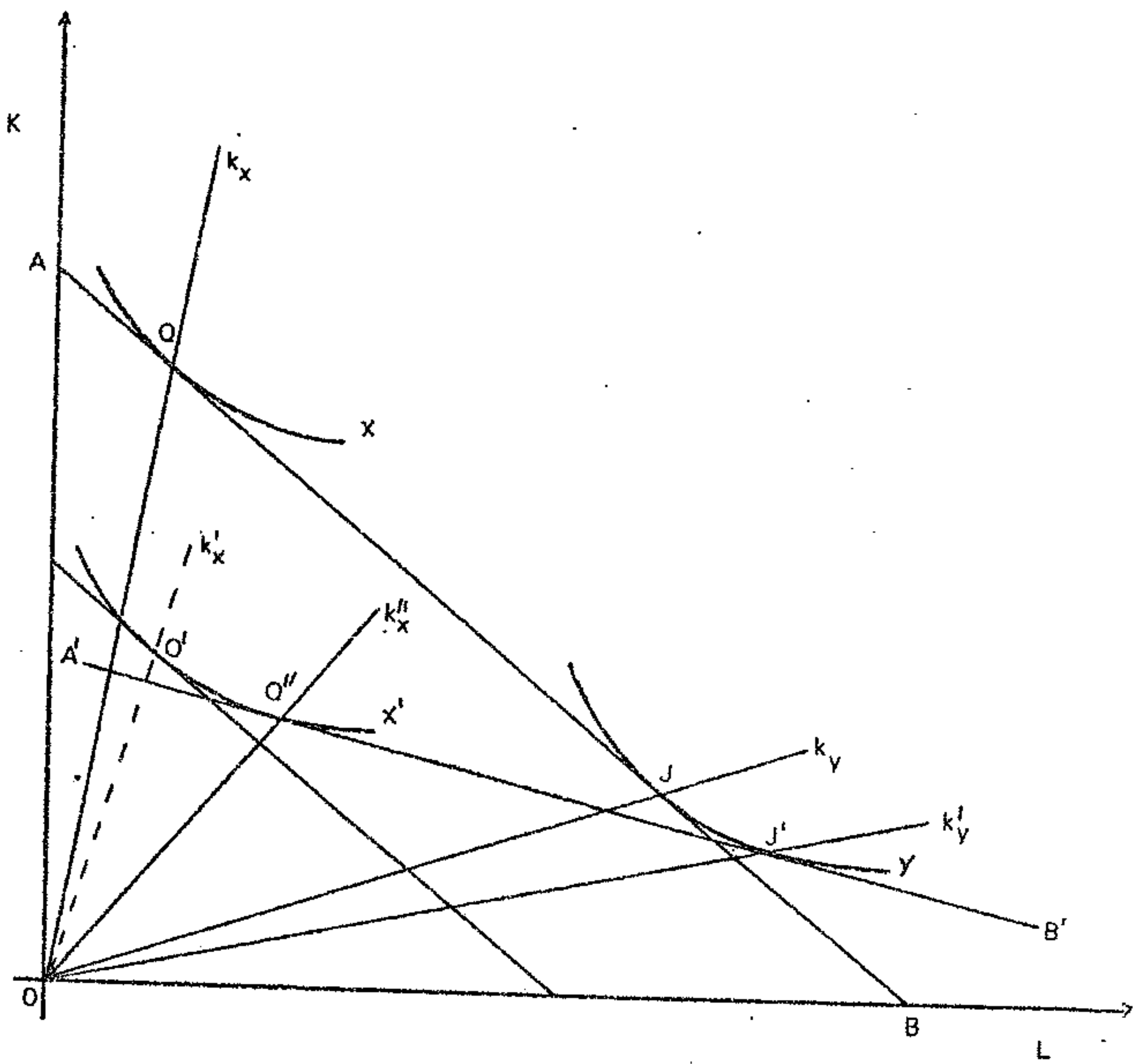


Gráfico (4.4.1)

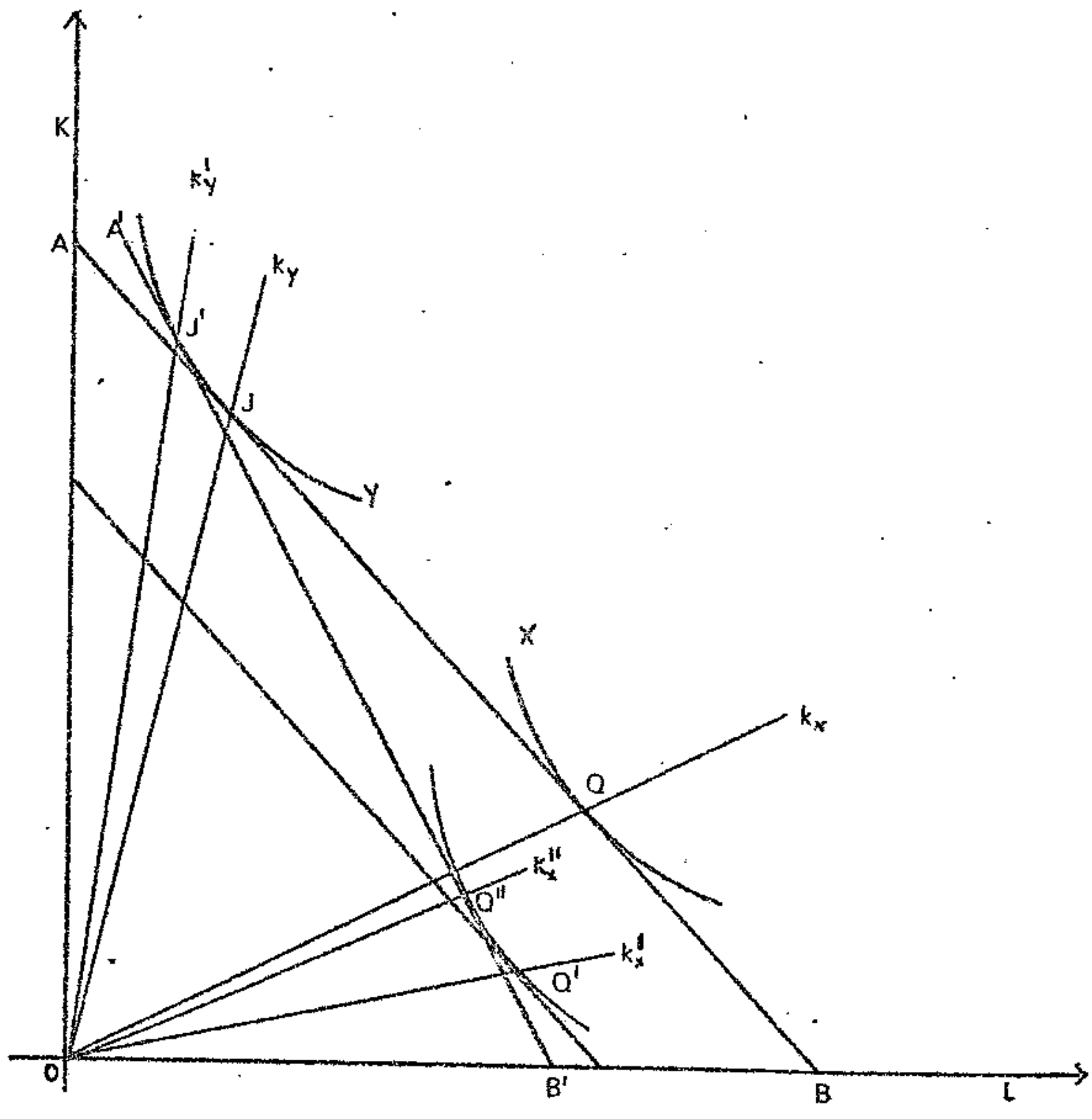


Gráfico (4.4.2)

No caso de o setor sobre o qual recai o progresso tecnológico (X) ser intensivo em trabalho, melhora tecnológica poupadora de capital causará aumento na relação capital-trabalho do outro setor, mas a direção da mudança nesta relação no setor sobre o qual recai o progresso tecnológico será incerta [ver (4.4.3) e (4.4.4)].

Representaremos graficamente o caso em que temos $k_x > k_y$ [gráfico (4.4.1)]. Inicialmente escolheremos unidades do produto tal que o custo de produção de ambos os bens seja o mesmo. Ao preço relativo de fatores, dado pela inclinação da linha A B, encontramos o equilíbrio na produção de X e Y nos pontos Q e J respectivamente. Os raios k_x e k_y indicam as proporções de capital-trabalho em cada indústria nos pontos de equilíbrio.

O progresso tecnológico poupador de capital no setor X é representado pelo deslocamento da isoquanta X para X', mantendo o mesmo nível de produção, sendo que ao mesmo preço relativo de fatores a nova proporção de capital-trabalho é k'_x. Porém, no ponto Q' o preço relativo de Y aumentou. Mantendo o preço relativo do bem constante, será necessário que varie a remuneração relativa dos fatores, agora representada pela inclinação de A' B'; assim, o equilíbrio final é atingido em Q" e J', indicando aumento na remuneração relativa do capital e diminuição nas duas proporções capital-trabalho para k''_x e k'_y.

No caso em que o setor X é mais intensivo no uso do fator trabalho ($k_y > k_x$), a variação em k_x, devido ao progresso tecnológico poupador de capital, será incerta, mas k_y sempre aumentará.

O gráfico (4.4.2) ilustra a situação onde k_x diminui. O leitor poderá repetir o exercício para os casos onde k_x aumenta e quando k_x permanece constante.

Qualquer que seja o resultado referente a k_x decorrente dessa melhora tecnológica, como já analisado, a remuneração relativa ao trabalho aumentará.

Resumindo os efeitos do progresso tecnológico poupador de capital num setor podemos dizer que, quando o progresso tecnológico poupador recai sobre o setor intensivo em capital, ambos os setores tornam-se mais intensivos em trabalho. Quando o progresso tecnológico poupador de capital recai somente sobre o setor intensivo em trabalho, o outro setor se tornará mais intensivo em capital, mas no setor intensivo em trabalho poderá se observar aumento, diminuição ou constância da relação capital-trabalho.

4.5 ANÁLISE DO PROGRESSO TECNOLÓGICO POUPADOR DE CAPITAL NUM SETOR SOBRE A REMUNERAÇÃO DOS FATORES

A variação da remuneração real do capital decorrente da mudança tecnológica poupadora de capital no setor X pode ser encontrada diferenciando-se em relação aos efeitos do progresso tecnológico, λ, a condição de equilíbrio no mercado de capital, dada pelas equações (4.3.3) e (4.3.4):

$$\frac{d\,R_x^x}{d\,\lambda} = \frac{d\,(\lambda f'_x)}{d\,\lambda} = \frac{P\,f'_y}{d\,\lambda}$$

$$d\,R_x^x = P\,f''_y\,\frac{d\,k_y}{d\,\lambda}$$

Substituindo $\frac{d\,k_y}{d\,\lambda}$ por (4.4.4) temos,

$$\frac{d\,R_x^x}{d\,\lambda} = P\,f''_y\,\frac{f'_x\,k_x}{P\,f''_y\,(k_x - k_y)}$$

Simplificando,

$$\frac{d\,R_x^x}{d\,\lambda} = \frac{f'_x\,k_x}{(k_x - k_y)} \qquad (4.5.1)$$

Portanto:

quando $k_x > k_y$ teremos $\frac{d R_x^x}{d \lambda} > 0$

e com $k_x < k_y$ teremos $\frac{d R_x^x}{d \lambda} < 0$

A variação do salário real decorrente da maior eficiência do fator capital no setor X é conseguida ao diferenciarmos o salário real em termos de X em ambos os setores.

No setor X,

$$\frac{d w_x^x}{d \lambda} = \frac{d (\lambda' f_x - \lambda f'_x k_x)}{d \lambda}$$

No setor Y,

$$\frac{d w_x^x}{d \lambda} = \frac{P d (f_y - f'_y k_y)}{d \lambda}$$

$$\frac{d w_x^x}{d \lambda} = P (f'_y \frac{d k_y}{d \lambda} - f''_y \frac{d k_y}{d \lambda} k_y - f'_y \frac{d k_y}{d \lambda})$$

Substituindo $\frac{d k_y}{d \lambda}$ por (4.4.4)

$$\frac{d w_x^x}{d \lambda} = - \frac{P f'_x k_x k_y f''_y}{P f''_y (k_x - k_y)}$$

Simplificando,

$$\frac{d w_x^x}{d \lambda} = - \frac{f'_x k_x k_y}{(k_x - k_y)} \qquad (4.5.2)$$

Portanto:

quando $k_x > k_y$, implica que $\frac{d w_x^x}{d \lambda} < 0$

quando $k_x < k_y$, implica que $\dfrac{d\, w_x^x}{d\, \lambda} > 0$

Resumindo, caso ocorra progresso tecnológico poupador de capital ($d\lambda > 0$) no setor intensivo em trabalho, observaremos queda no aluguel do capital e aumento no salário dos trabalhadores em termos de X. Mutatis mutanti, quando o setor progressista é intensivo em capital.

4.6 ANÁLISE DO PROGRESSO TECNOLÓGICO POUPADOR DE TRABALHO NUM SETOR SOBRE AS RELAÇÕES CAPITAL-TRABALHO ($d\lambda' > 0$, $d\lambda = 0$)

Da mesma forma que em (4.4), precisamos averiguar o efeito da mudança em λ' nas proporções de uso dos fatores (k_x e k_y). Isto pode ser obtido diferenciando as condições de equilíbrio nos respectivos mercados de fatores com relação a λ'. Iniciando pela condição de equilíbrio no mercado de trabalho, temos:

$$\lambda' f_x - \lambda f'_x k_x = P (f_y - f'_y k_y)$$

Diferenciando,

$$f_x - f'_x k_x + f'_x \frac{\partial k_x}{\partial \lambda'} - f'_x \frac{\partial k_x}{\partial \lambda'} + f''_x k_x^2 - f''_x \frac{\partial k_x}{\partial \lambda} k_x =$$

$$P \left(f'_y \frac{\partial k_y}{\partial \lambda'} - f'_y \frac{\partial k_y}{\partial \lambda'} - f''_y \frac{\partial k_y}{\partial \lambda'} k_y \right)$$

Simplificando e ordenando, resulta em:

$$- f''_x k_x \frac{\partial k_x}{\partial \lambda'} + P k_y f''_y \frac{\partial k_y}{\partial \lambda'} = - f_x + f'_x k_x - f''_x k_x^2 \quad (4.6.1)$$

A condição de equilíbrio no mercado de capitais é:

$$\lambda f'_x = P f'_y$$

Diferenciando, temos:

$$- f''_x\, k_x + f''_x \frac{\partial k_x}{\partial \lambda'} = P\, f''_y \frac{\partial k_y}{\partial \lambda'}$$

Ordenando obtemos:

$$f''_x \frac{\partial k_x}{\partial \lambda'} - P\, f''_y \frac{\partial k_y}{\partial \lambda'} = f''_x\, k_x \qquad (4.6.2)$$

Com as equações (4.6.1 e 4.6.2) formamos um sistema de equações com duas incógnitas. Resolvendo este sistema pela regra de Cramer conseguimos as variações nas proporções capital-trabalho em ambos os setores. No setor progressista, X, resulta:

$$\frac{\partial k_x}{\partial \lambda'} = \frac{P\, f''_y\, f_x - f_x\, k_x\, P\, f''_y + f''_x\, k_x^2\, P\, f''_y - P\, k_x\, k_y\, f''_y\, f''_x}{P\, f''_y\, f''_x\, k_x - P\, k_y\, f''_y\, f''_x}$$

Ordenando,

$$\frac{\partial k_x}{\partial \lambda'} = \frac{P\, f''_y\, (f_x - f'_x\, k_x)}{P\, f''_x\, f''_y (k_x - k_y)} + \frac{P\, f''_y\, f''_x\, k_x (k_x - k_y)}{P\, f''_x\, f''_y (k_x - k_y)}$$

Simplificando:

$$\frac{\partial k_x}{\partial \lambda'} = k_x + \frac{f_x - f'_x\, k_x}{f''_x (k_x - k_y)} \qquad (4.6.3)$$

O numerador do segundo termo do lado direito da equação (4.6.3) é positivo devido ao teorema de Euler. O denominador será positivo se o setor X for intensivo em trabalho, fazendo com que toda a expressão (4.6.3) seja positiva. Caso o setor X seja intensivo em capital, o segundo elemento será negativo, então a expressão (4.6.3) poderá ser positiva, negativa ou nula; em símbolos, temos:

$$\text{Se } k_x > k_y \qquad \frac{\partial k_x}{\partial \lambda'} \gtreqless 0$$

$$\text{Se } k_x < k_y \qquad \frac{\partial k_x}{\partial \lambda'} > 0$$

A variação na proporção capital-trabalho no setor tradicional, Y, é:

$$\frac{\partial k_y}{\partial \lambda'} = \frac{-(f''_x)^2 (k_x)^2 + f_x f''_x - f'_x f''_x k_x + (f''_x)^2 (k_x)^2}{P f''_x f''_y (k_x - k_y)}$$

Simplificando:

$$\frac{\partial k_y}{\partial \lambda'} = \frac{f_x - f'_x k_x}{P f''_y (k_x - k_y)} \qquad (4.6.4)$$

Portanto,

$$\text{se } k_x > k_y \text{ então } \frac{\partial k_y}{\partial \lambda'} < 0$$

$$\text{se } k_x < k_y \text{ então } \frac{\partial k_y}{\partial \lambda'} > 0$$

Podemos fazer a representação gráfica do impacto do progresso tecnológico poupador de trabalho em um setor sobre as relações capital-trabalho. No gráfico (4.6.1) representamos o caso em que a melhora tecnológica poupadora de trabalho no setor intensivo em capital X causou aumento na proporção capital-trabalho em X, ao deslocar-se de k_x para k''_x. O leitor poderá repetir o exercício para os casos em que essa proporção fique inalterada ou então diminua. Porém a relação capital-trabalho em Y sempre se tornará mais intensiva no uso de trabalho, como podemos ver no gráfico através do deslocamento de k_y para k'_y.

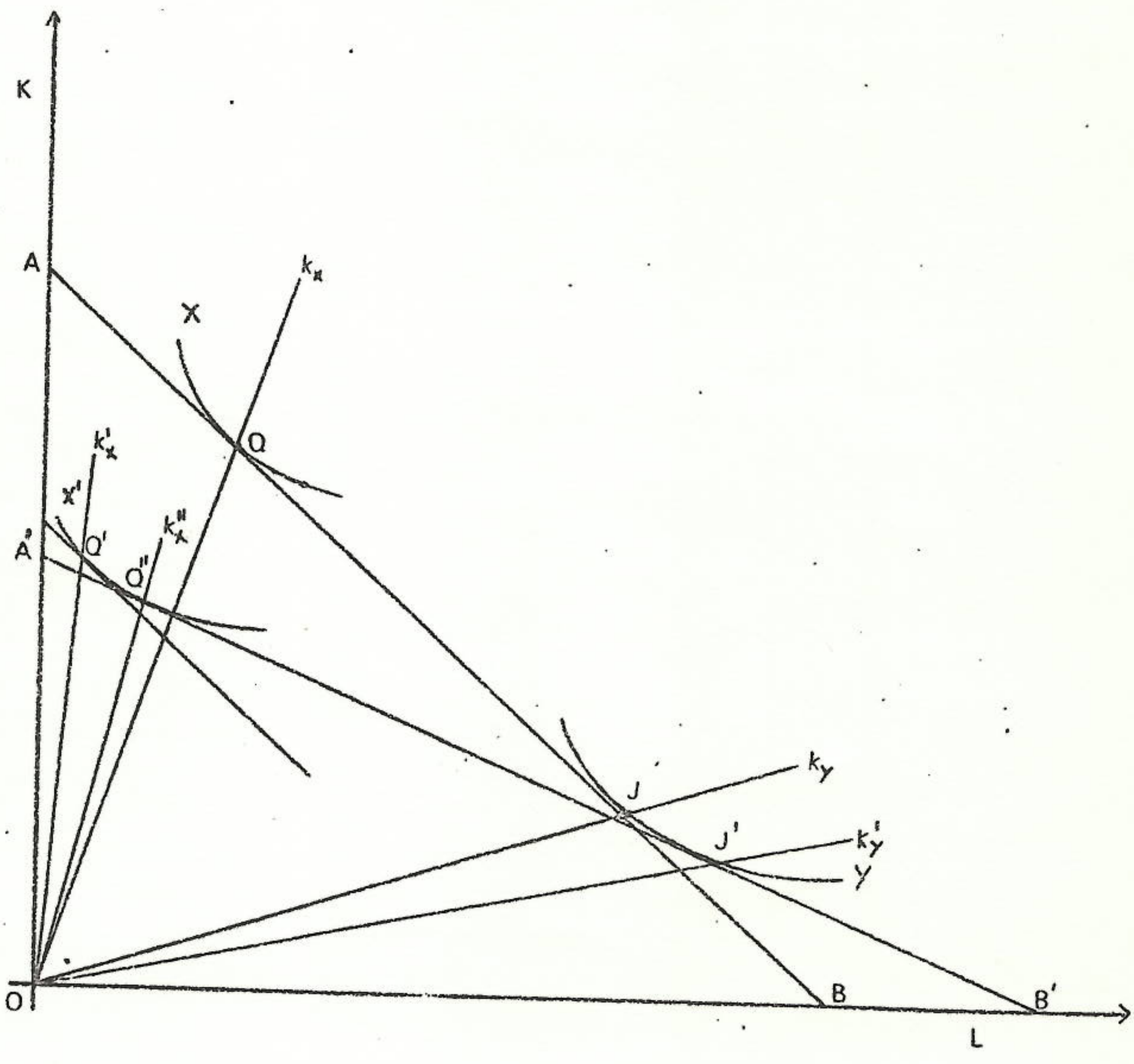


Gráfico (4.6.1)

No gráfico (4.6.2) representamos o caso em que o setor progressista (X) é o setor intensivo em trabalho. Neste caso os dois setores se tornaram mais intensivos no uso de capital por causa do progresso tecnológico poupador de trabalho no setor intensivo neste fator.

Resumindo, quando o progresso tecnológico poupador de trabalho recai sobre o setor intensivo em capital, mantendo-se o preço relativo dos bens constante, o resultado observado será aumento, diminuição ou constância da relação capital-trabalho deste setor ($\frac{d\,k_x}{d\,\lambda'} \gtreqless 0$) ; o outro setor se tornará ainda mais intensivo em trabalho ($\frac{d\,k_y}{d\,\lambda'} < 0$),

Quando o progresso tecnológico poupador de trabalho recai sobre o setor intensivo em trabalho, observaremos que aumentará a relação capital-trabalho nos dois setores.

4.7 ANÁLISE DO PROGRESSO TECNOLÓGICO POUPADOR DE TRABALHO NUM SETOR SOBRE A REMUNERAÇÃO REAL DOS FATORES

Conseguiremos o efeito da mudança tecnológica sobre as remunerações reais do trabalho e do capital, em termos de X, diferenciando as respectivas equações do salário real e do aluguel real do capital. Para o salário real temos:

$$\frac{d\,W_x^x}{d\,\lambda'} = P\left[f'_y \frac{\partial\,k_y}{\partial\,\lambda'} - f'_y \frac{\partial\,k_y}{\partial\,\lambda'} - f''_y \frac{\partial\,k_y}{\partial\,\lambda'}\, k_y\right]$$

Simplificando:

$$\frac{d\,W_x^x}{d\,\lambda'} = -\,P\,f''_y \frac{\partial\,k_y}{\partial\,\lambda'}\, k_y$$

Substituindo na equação anterior o valor dado em (4.6.4), encontramos:

$$\frac{d\,W_x^x}{d\,\lambda'} = -\,k_y \frac{(f_x - f'_x\,k_x)}{(k_x - k_y)} \qquad (4.7.1)$$

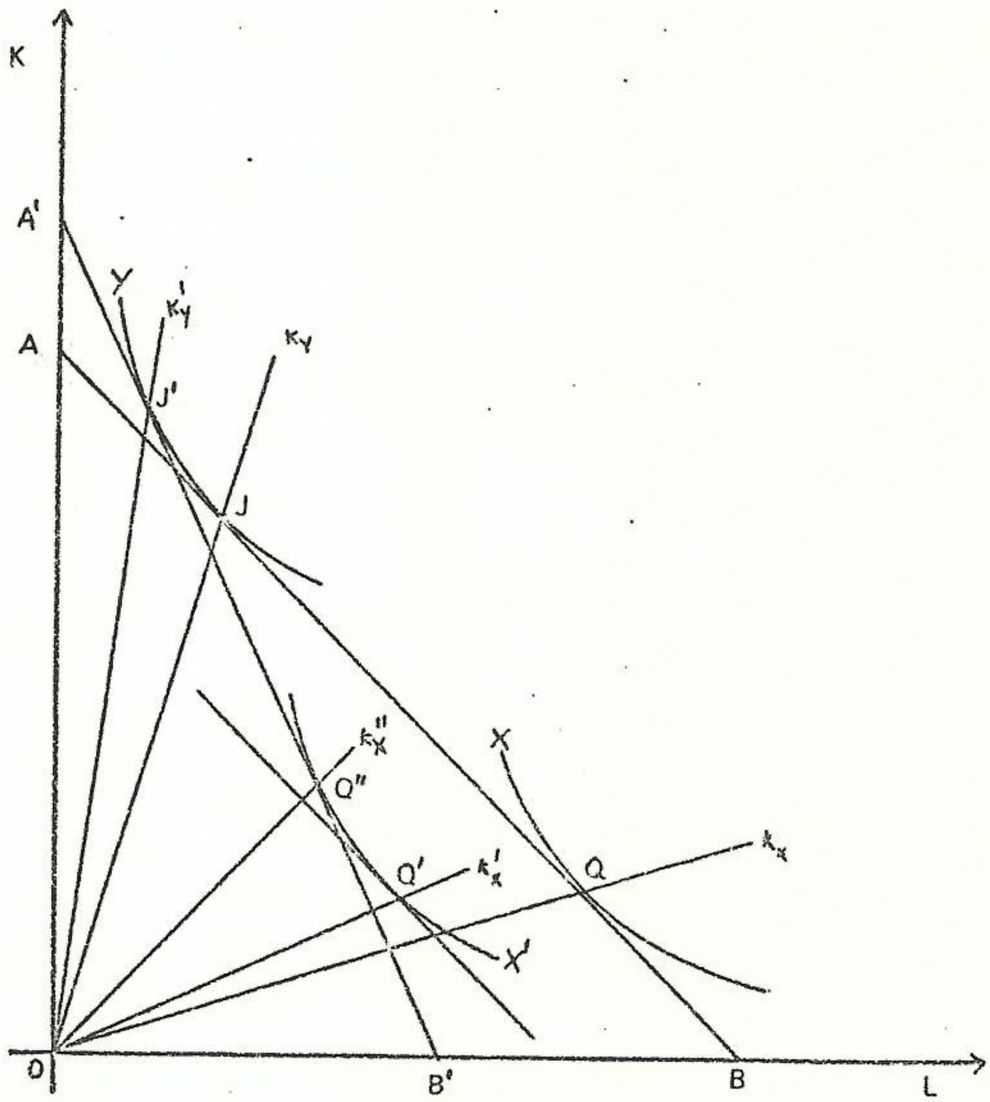


Gráfico (4.6.2)

A expressão (4.7.1) indica que, se o setor sobre o qual recai o progresso tecnológico for intensivo em capital, o aumento na eficiência do trabalho causará queda no salário real. *Mutatis mutanti* no caso do setor progressista (X) ser o setor intensivo em trabalho.

Para encontrarmos o efeito sobre o aluguel real do capital, fazemos:

$$\frac{d\ R_x^x}{d\ \lambda'} = \frac{d\ f'_x}{d\ \lambda'} = p\ \frac{d\ f'_y}{d\ \lambda'}$$

ou

$$\frac{d\ R_x^x}{d\ \lambda'} = p\ f''_y\ \frac{\partial\ k_y}{\partial\ \lambda'}$$

Substituindo na equação anterior o valor obtido em (4.6.4), temos:

$$\frac{d\ R_x^x}{d\ \lambda'} = p\ \frac{f''_y\ (f_x - f'_x\ k_x)}{p\ f''_y (k_x - k_y)}$$

Simplificando, obtemos:

$$\frac{d\ R_x^x}{d\ \lambda'} = \frac{f_x - f'_x\ k_x}{(k_x - k_y)} \qquad (4.7.2)$$

A equação (4.7.2) mostra que, no caso do setor sobre o qual recai o progresso tecnológico poupador de trabalho ser intensivo em capital, encontraremos aumento no aluguel real do capital. *Mutatis mutanti* no caso de ser intensivo em trabalho o setor em que ocorre a melhora na eficiência do trabalho.

Nos gráficos (4.6.1) e (4.6.2) podemos observar as mudanças na remuneração relativa através da variação na inclinação da linha do preço relativo dos fatores.

4.8 ANÁLISE DO PROGRESSO TECNOLÓGICO NEUTRO EM RELAÇÃO AOS FATORES NUM SETOR SOBRE AS RELAÇÕES CAPITAL-TRABALHO

Estudaremos agora o efeito do progresso tecnológico neutro em relação aos fatores, isto é, quando as mudanças na eficiência do fator capital e do fator trabalho ocorrem na mesma proporção, $(d\lambda = d\lambda' > 0)$, no setor X.

O efeito do progresso tecnológico sobre a relação capital-trabalho de cada indústria, devido ao aumento na eficiência dos fatores mantendo-se o preço relativo dos bens constante, é obtido pela soma dos efeitos já encontrados nos casos nos quais o progresso tecnológico recaía somente em um dos fatores.

Das equações (4.4.3) e (4.6.3) temos:

$$\left.\frac{\partial k_x}{\partial \lambda}\right|_{\lambda = \lambda'} = \frac{f'_x k_y}{f''_x (k_x - k_y)} - k_x + k_x + \frac{f_x - f'_x k_x}{f''_x (k_x - k_y)}$$

Simplificando e ordenando:

$$\left.\frac{\partial k_x}{\partial \lambda}\right|_{\lambda = \lambda'} = \frac{f_x + f'_x k_y - f'_x k_x}{f''_x (k_x - k_y)} = \frac{f_x - f'_x k_x + f'_x k_y}{f''_x (k_x - k_y)}$$

Mas da condição de equilíbrio no mercado de fatores, e que inicialmente $\lambda = \lambda' = 1$, temos:

$$w_x^x = f_x - f'_x k_x = P\,(f_y - f'_y k_y)$$

$$R_x^x = f'_x = P\, f'_y$$

Substituindo, temos:

$$\left.\frac{\partial k_x}{\partial \lambda}\right|_{\lambda = \lambda'} = \frac{P\,(f_y - f'_y k_y) + P\, f'_y k_y}{f''_x (k_x - k_y)}$$

Simplificando,

$$\left.\frac{\partial k_x}{\partial \lambda}\right|_{\lambda = \lambda'} = P \frac{f_y}{f''_x(k_x - k_y)} \tag{4.8.1}$$

No caso de o setor, sobre o qual recai o progresso tecnológico, ser intensivo em capital, esse setor diminuirá a intensidade de uso do capital, em decorrência de melhora equiproporcional em ambos os fatores por ele empregado. Mutatis mutanti no caso do setor, sobre o qual recai o progresso tecnológico, ser intensivo em trabalho. Em símbolos:

$$\text{se } k_x > k_y, \text{ então } \left.\frac{\partial k_x}{\partial \lambda}\right|_{\lambda = \lambda'} < 0$$

$$\text{se } k_y > k_x, \text{ então } \left.\frac{\partial k_x}{\partial \lambda}\right|_{\lambda = \lambda'} > 0$$

Para encontrar o efeito sobre a proporção capital-trabalho do setor Y tomamos as equações (4.4.4) e (4.6.4); assim,

$$\left.\frac{\partial k_y}{\partial \lambda}\right|_{\lambda = \lambda'} = \frac{f'_x k_x}{P f''_y(k_x - k_y)} + \frac{f_x - f'_x k_x}{P f''_y(k_x - k_y)}$$

Ordenando,

$$\left.\frac{\partial k_y}{\partial \lambda}\right|_{\lambda = \lambda'} = \frac{f_x}{P f''_y(k_x - k_y)} \tag{4.8.2}$$

A equação (4.8.2) indica que se o setor, sobre o qual recai o progresso tecnológico, for intensivo em capital, diminuirá a intensidade de uso do capital no outro setor. Mutatis mutanti se o setor X fosse intensivo em trabalho.

Os resultados obtidos nas equações (4.8.1) e (4.8.2) dão o efeito do progresso tecnológico neutro em relação aos fatores, mas tendencioso em relação aos bens. Eles podem ser representados graficamente:

No gráfico (4.8.1a) está representado o efeito do progresso tecnológico neutro com relação aos fatores incidindo sobre o setor intensivo em capital. Neste caso os dois setores se tornam mais intensivos no uso de trabalho, depois da melhora tecnológica, como podemos ver pelo deslocamento de k_x para k'_x e de k_y para k'_y. A melhora tecnológica neutra em relação aos fatores é representada pelo deslocamento da isoquanta X para X'.

No gráfico (4.8.1b) representamos o efeito do progresso tecnológico no setor X, que é intensivo em trabalho. Como resultado do progresso tecnológico os dois setores tornam-se mais intensivos em capital, o que é representado para o setor X pelo deslocamento de k_x para k'_x e para Y por k_y para k'_y.

4.9 ANÁLISE DO PROGRESSO TECNOLÓGICO NEUTRO COM RELAÇÃO AOS FATORES SOBRE A REMUNERAÇÃO REAL DOS FATORES

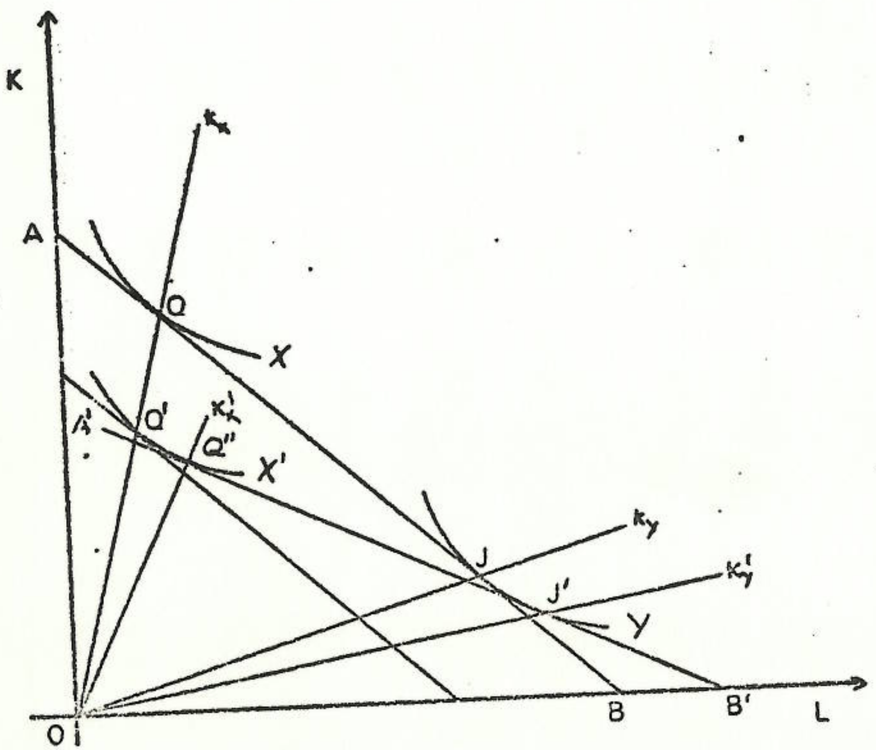
Vamos analisar agora os efeitos na remuneração real dos fatores. Estes efeitos são obtidos somando-se os respectivos resultados já encontrados.

Das equações (4.5.1) e (4.7.2) conseguimos o efeito sobre o aluguel real, em termos de X,

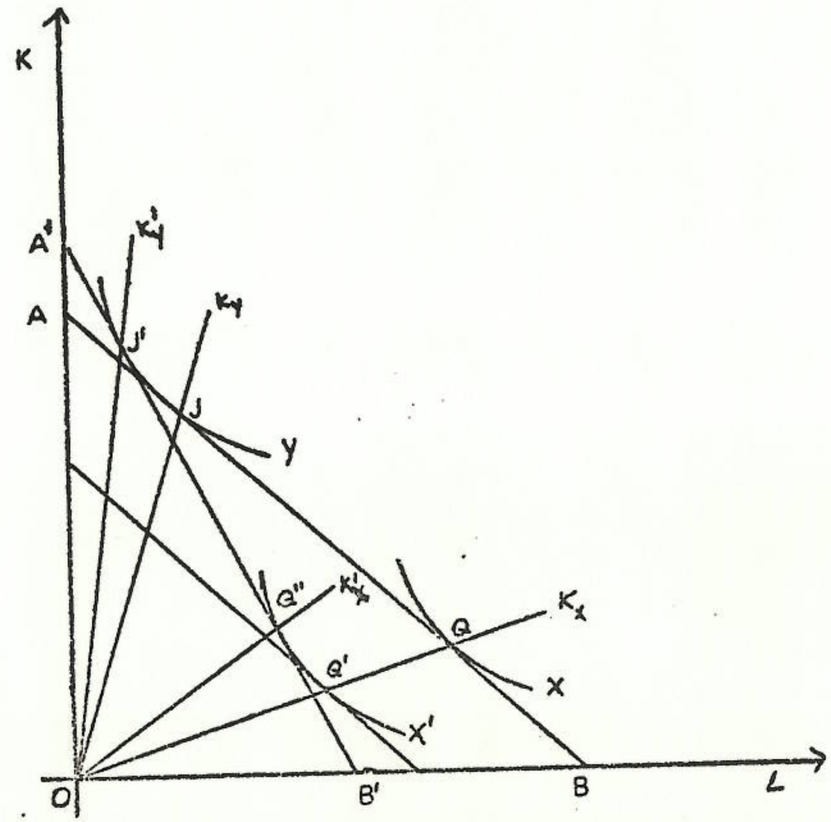
$$\left.\frac{d\,R_x^x}{d\,\lambda}\right|_{\lambda = \lambda'} = \frac{f_x - f'_x\,k_x}{(k_x - k_y)} + \frac{f'_x\,k_x}{(k_x - k_y)}$$

Simplificando,

$$\left.\frac{d\,R_x^x}{d\,\lambda}\right|_{\lambda = \lambda'} = \frac{f_x}{(k_x - k_y)} \qquad (4.9.1)$$



a) setor progressista intensivo em capital, ambos os setores se tornam mais intensivos em trabalho.



b) setor progressista intensivo em trabalho, ambos os setores passam a usar o capital mais intensivamente.

Gráfico (4.8.1)

Como vemos na equação (4.9.1) o aluguel real aumentará quando o setor sobre o qual recai o progresso tecnológico for intensivo em capital. O inverso ocorrerá se esse setor for intensivo em trabalho.

De (4.5.2) e (4.7.1) obtemos o impacto no salário real, em termos de X,

$$\left.\frac{d\,w_x^x}{d\,\lambda}\right|_{\lambda = \lambda'} = \frac{-f'_x\,k_x\,k_y - k_y\,f_x + f'_x\,k_x\,k_y}{(k_x - k_y)}$$

Simplificando

$$\left.\frac{d\,w_x^x}{d\,\lambda}\right|_{\lambda = \lambda'} = -\frac{k_y\;\;f_x}{(k_x - k_y)} \qquad (4.9.2)$$

O salário real aumentará quando o setor sobre o qual recair a melhoria tecnológica for intensivo em trabalho. Ele diminuirá se esse setor for intensivo no uso de capital.

Nos gráficos (4.8.1a) e (4.8.1b) podemos apreciar as mudanças na remuneração relativa através das variações nas inclinações das linhas de preço relativo de fatores, representadas por AB e A'B' respectivamente.

4.10 RESUMO DOS EFEITOS DO PROGRESSO TECNOLÓGICO SOBRE AS RELAÇÕES CAPITAL-TRABALHO E SOBRE A REMUNERAÇÃO REAL DOS FATORES

Generalizando, se o progresso tecnológico poupa o fator usado intensivamente na indústria progressista, ou se o progresso tecnológico é neutro com relação aos fatores, a remuneração real do fator usado intensivamente no setor, sobre o qual recai o progresso tecnológico, aumentará, mas a intensidade de uso deste fator diminuirá em ambas as indústrias. A remuneração real do outro fator diminuirá e a intensidade de seu uso aumentará em ambas as indústrias.

Caso o progresso tecnológico no setor progressista poupe o fator usado mais intensivamente na indústria ou setor tradicional, a remuneração real desse fator diminuirá e a intensidade de seu uso no setor tradicional aumentará. A intensidade de uso do fator no setor em que recai o progresso tecnológico poderá variar em qualquer sentido ou permanecer constante, embora a remuneração real do outro fator aumente. Assim:

QUADRO III

	$d\lambda' > 0,\ d\lambda = 0$		$d\lambda' = 0,\ d\lambda > 0$		$d\lambda' = d\lambda > 0$	
Efeitos sobre	$k_x > k_y$	$k_x < k_y$	$k_x > k_y$	$k_x < k_y$	$k_x > k_y$	$k_x < k_y$
k_x	+,-,0	+	-	+,-,0	-	+
k_y	-	+	-	+	-	+
W_x^x	-	+	-	+	-	+
R_x^x	+	-	+	-	+	-

\+ aumento
\- queda
0 constância

4.11 EFEITO DO PROGRESSO TECNOLÓGICO SOBRE A PRODUÇÃO

Quando o preço relativo dos bens é mantido constante, o efeito do progresso tecnológico sobre a produção é dado pelo conhecimento de:

a) variações nas proporções de uso dos fatores, que implicam em mudanças da remuneração relativa dos mesmos.

b) reordenação na numeração das isoquantas.

Usando o diagrama Lerner-Pearce, no caso de progresso tecnológico neutro no setor X observamos, no gráfico (4.11.1), que a utilização de fatores no setor X incrementou-se de P_x para P'_x, a expensas de

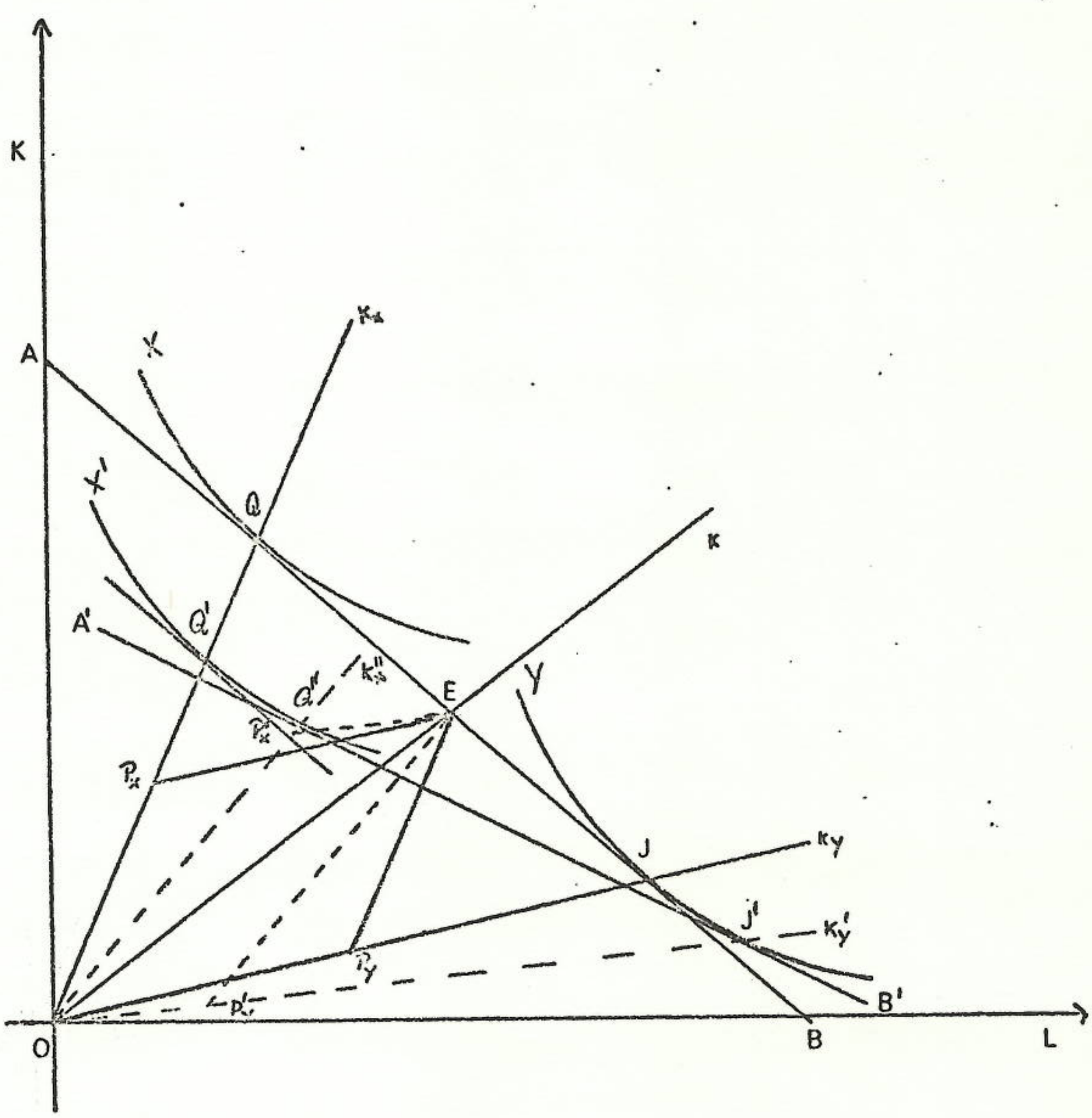


Gráfico (4.11.1)

setor Y, onde diminuiu de P_y para P'_y. Este incremento na utilização de fatores no setor X leva a um aumento na produção relativa desse setor por efeito do deslocamento de recursos , além do efeito de maior eficiência dos mesmos recursos na produção de X.

No gráfico (4.11.2) usamos a caixa Edgeworth-Bowley para mostrar que,mantendo-se o preço relativo dos bens constante, a melhora tecnológica neutra no setor X faz com que no ponto Q, com a mesma utilização de fatores, aumente-se a produção de X (devido a reordenação na renumeração do mapa de isoquantas de X). Isto implica no aumento das produtividades de ambos os fatores empregados neste setor. Admitindo-se a perfeita mobilidade de fatores, ambos os fatores empregados em Y descolocar-se-ão para o setor X em busca de maior remuneração real. Devido às diferentes intensidades de uso dos fatores teremos excesso de oferta de trabalho e excesso de procura por capital, retornando ao equilíbrio através de queda no salário relativo, resultando em deslocamento no equilíbrio, do ponto Q para Q'. O efeito inverso ocorre quando o progresso tecnológico neutro recai sôbre o setor Y.

No gráfico (4.11.3) representamos, através do diagrama Lerner-Pearce, o caso de progresso tecnológico poupador de capital no setor X. A produção de X aumenta e a de Y diminui; a primeira aumenta por efeito de maior eficiência no capital e por absorção de fatores do setor Y. Este aumento é representado pelo deslocamento de P_x para P'_x,e a queda em Y é representada pelo deslocamento de P_y para P'_y. Ambos os setores tornam-se mais intensivos no uso do trabalho, como podemos ver pelo deslocamento de k_x para k''_x e de k_y para k'_y. A remuneração relativa do capital aumenta,como pode ser,visto através da variação da inclinação da reta AB para A'B'.

Usando-se a caixa de Edgeworth-Bowley,representada no gráfico (4.11.4), é possível observar qual o impacto inicial da melhora tecnológica, mantida a mesma estrutura de pro-

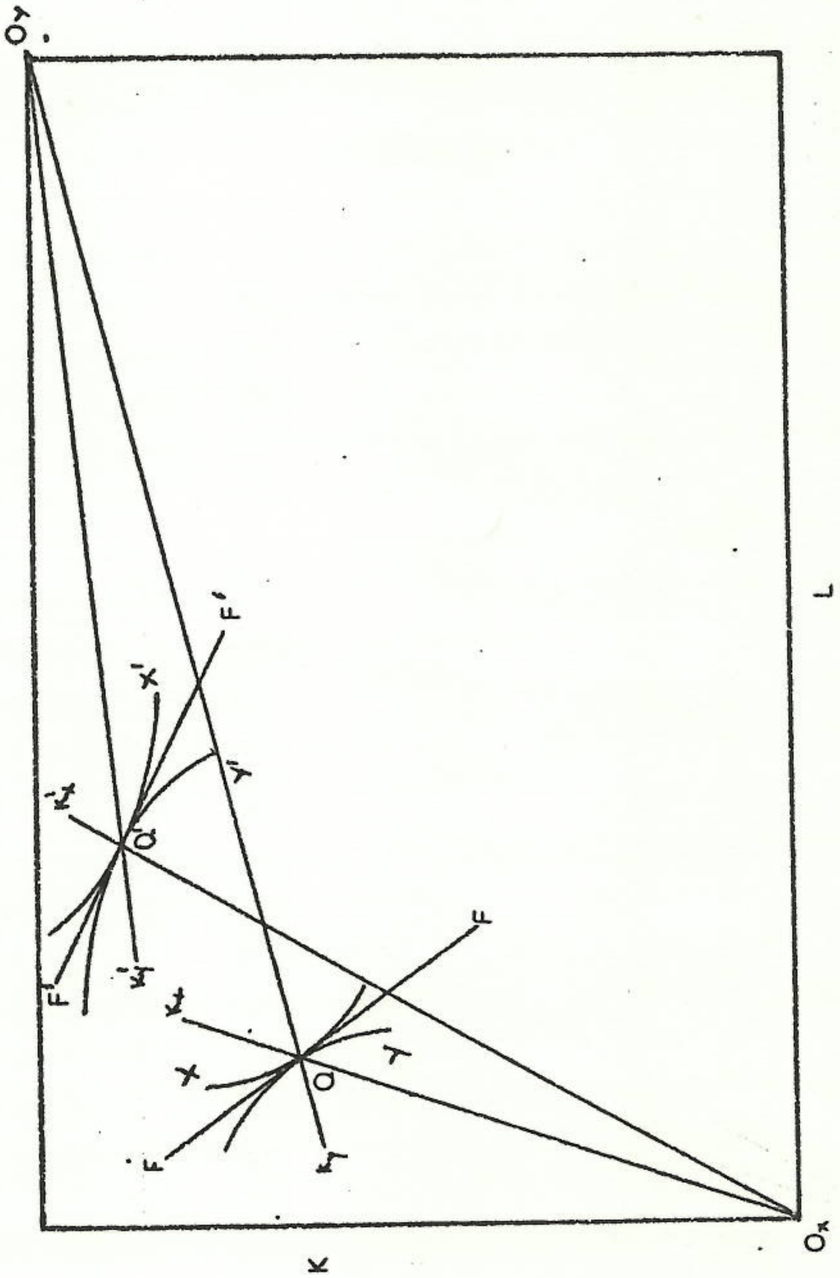


Gráfico (4.11.2)

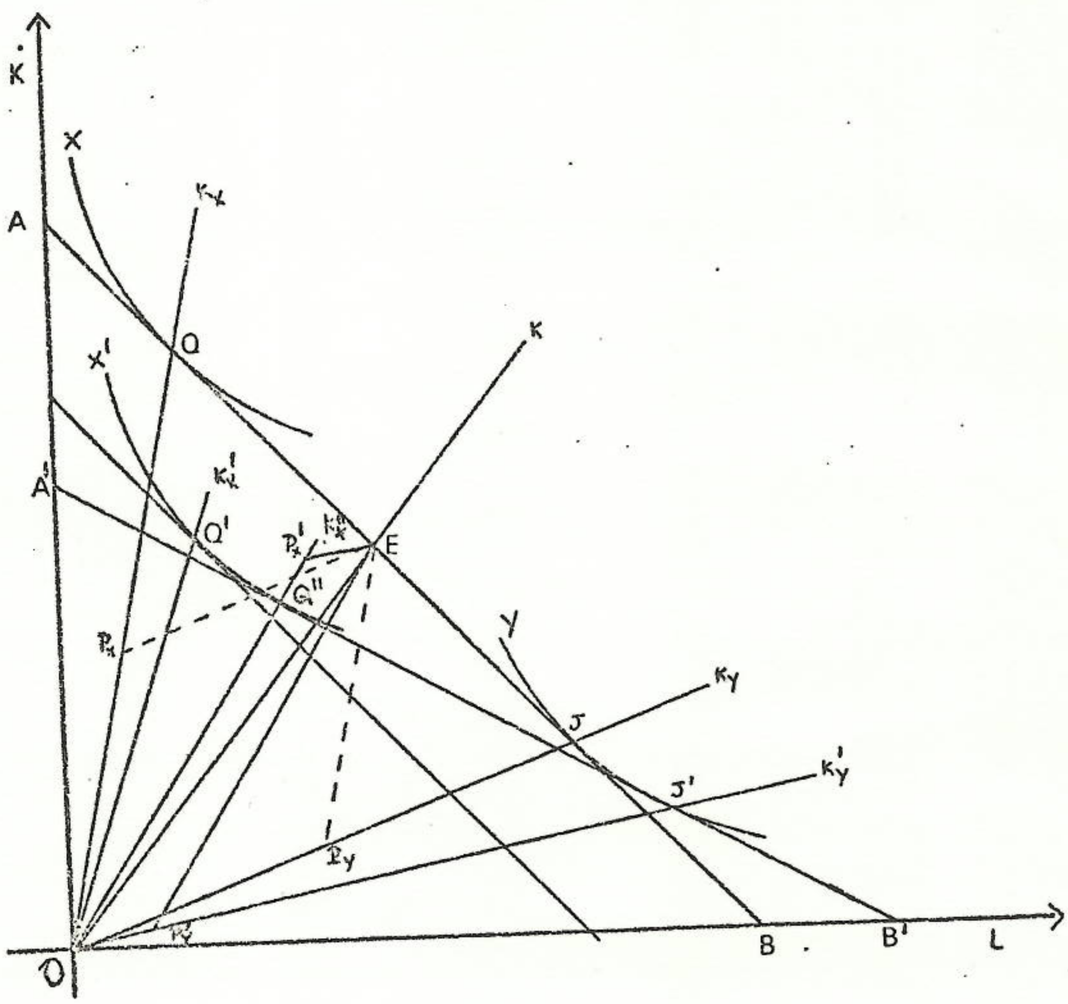


Gráfico (4.11.3)

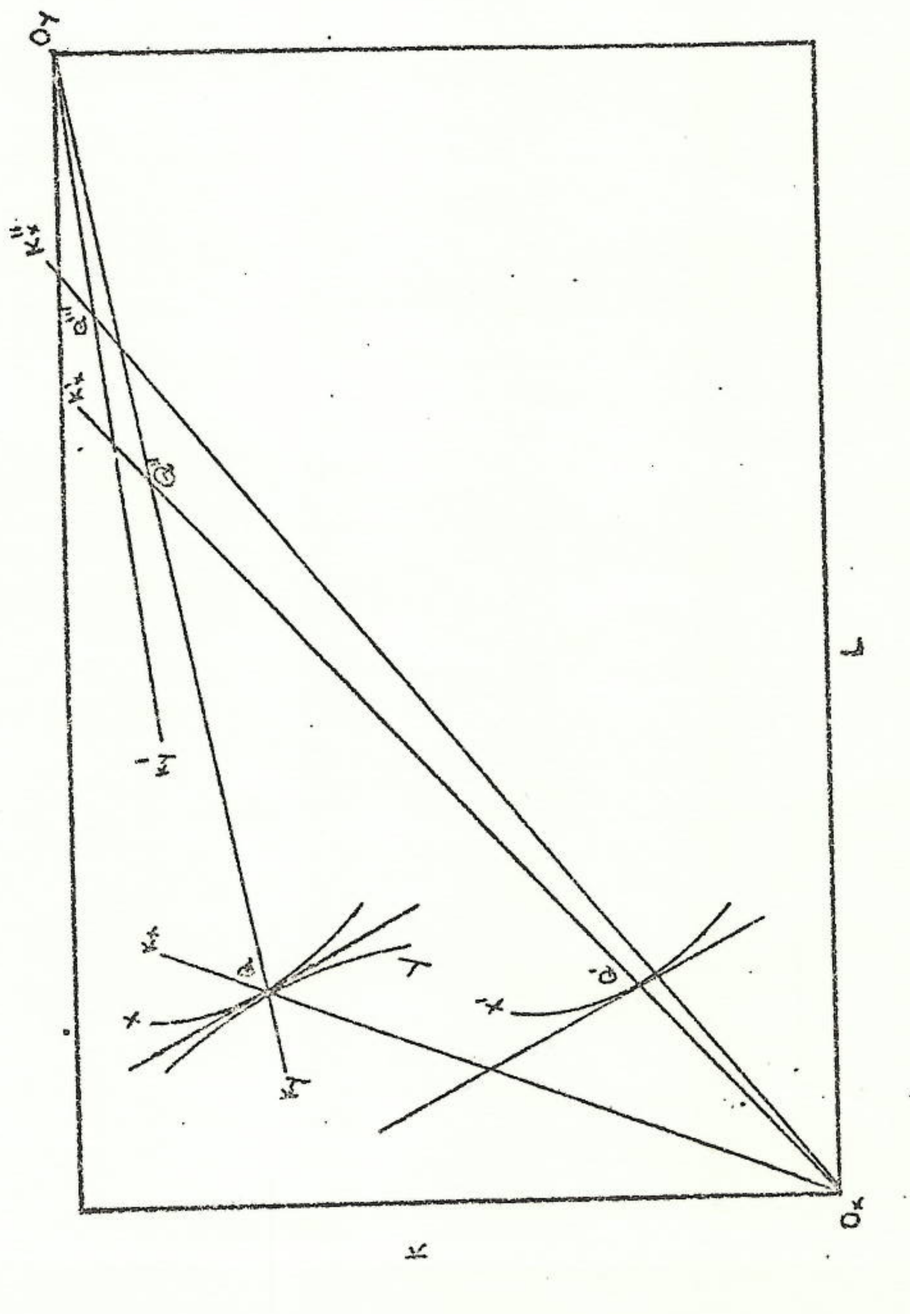


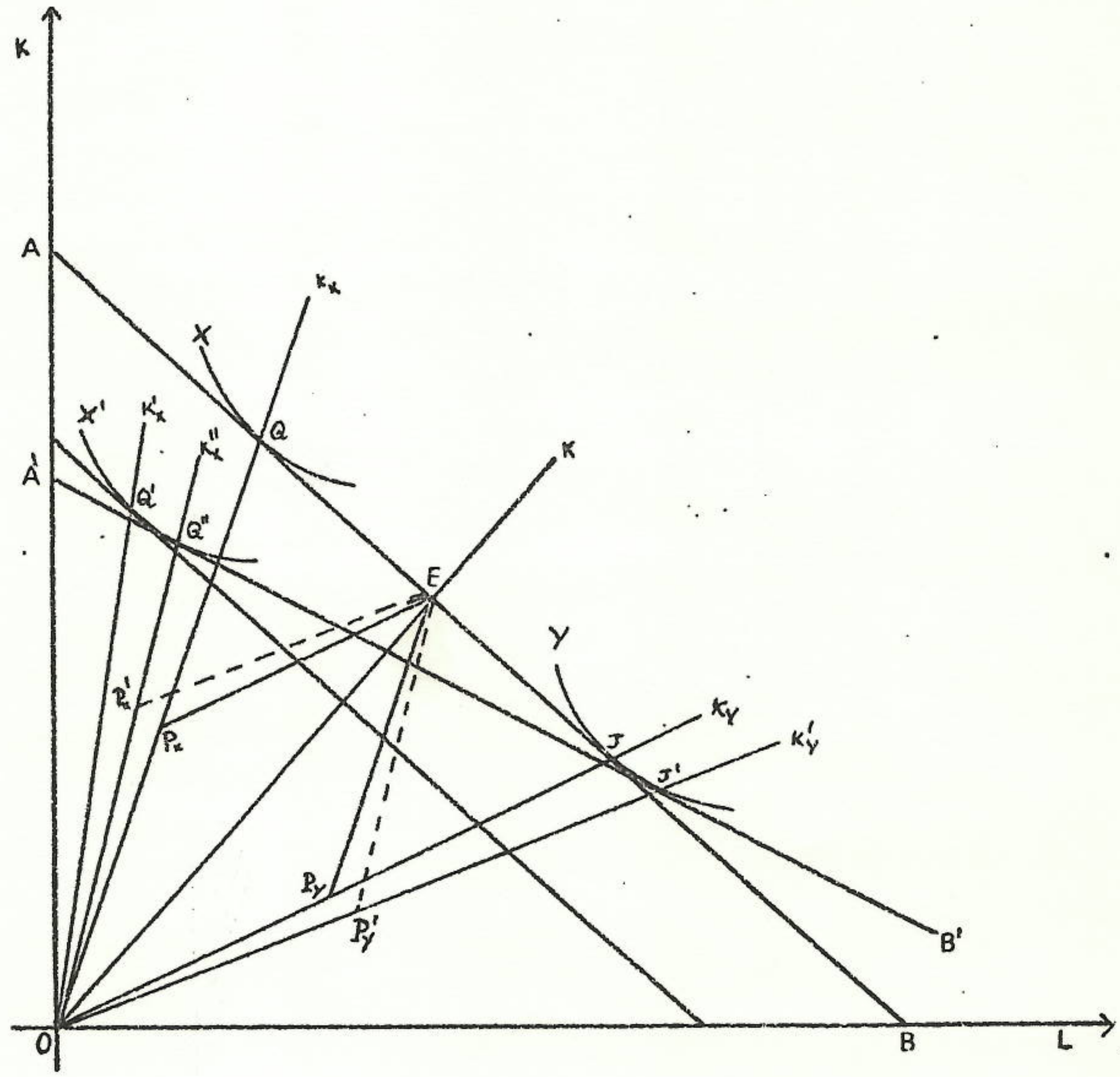
Gráfico (4.11.4)

dução; considerando que a produção de X e Y se dava no ponto Q, então, logo após a melhoria tecnológica, a produção de X se localizará no ponto Q' e a de Y permanecerá em Q. Esta situação indica desemprego de capital. Devido a que a produtividade do capital é, agora, maior no setor X do que no setor Y, o capital deste último começa a migrar para X, liberando também este setor trabalho em maior proporção que o usado em X, permitindo absorver o capital que tinha sido desempregado inicialmente em X, o que nos leva ao ponto Q", com um aumento na produção de X e queda em Y.

Porém, persiste ainda a divergência na rentabilidade do capital, pois o setor Y continua a usar a mesma proporção de fatores. Conseqüentemente continuará o exôdo de fatores para X, somente que agora ocorrerá desemprego de trabalho, o que é resolvido por uma queda em sua remuneração relativa, o que implica em aumento na intensidade de seu uso em ambos os setores. O equilíbrio final será estabelecido em Q''', onde claramente ocorre um aumento na produção de X e queda em Y. O efeito contrário é observado quando ocorre uma melhora tecnológica poupadora de trabalho no setor Y.

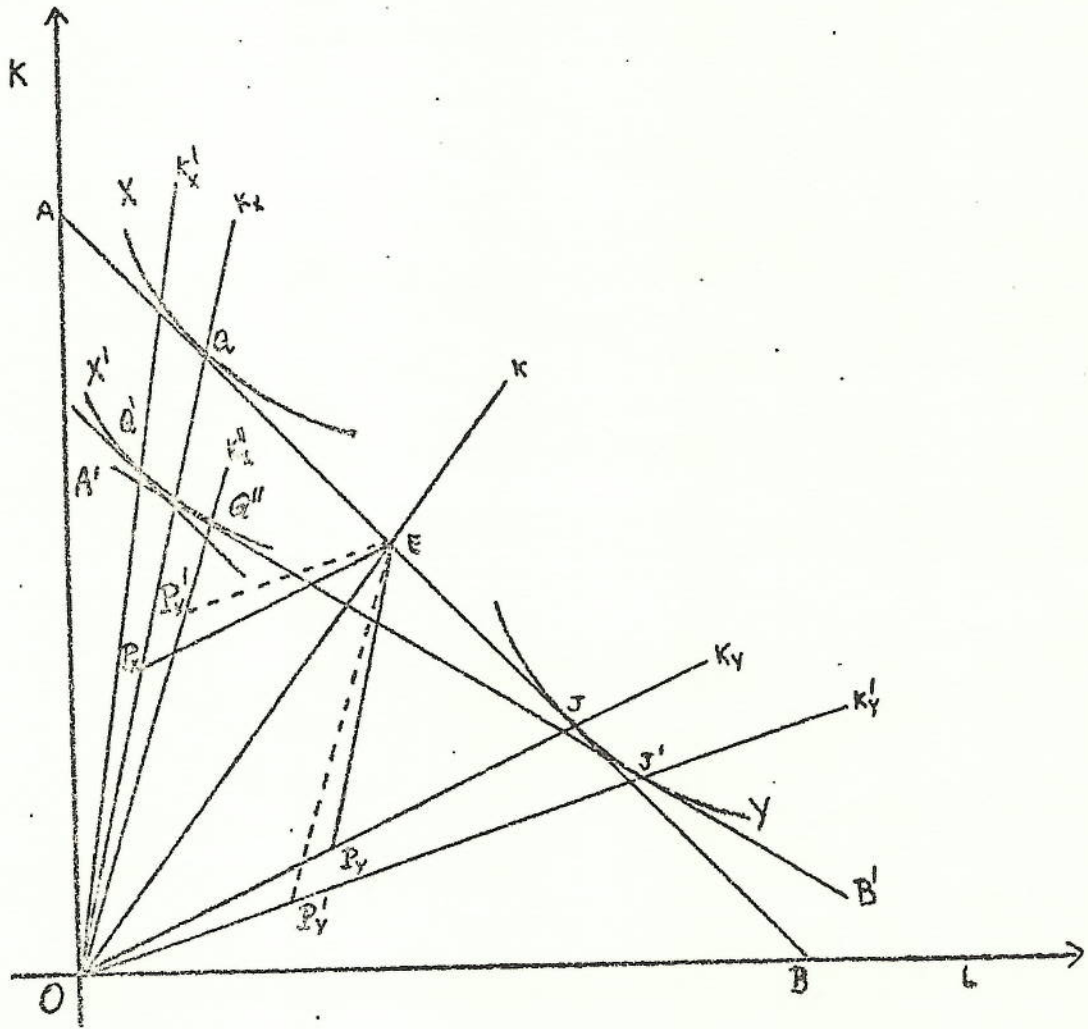
Para representar o progresso tecnológico poupador de trabalho recaindo sobre o setor X, através do diagrama Lerner-Pearce, apresentamos nos gráficos (4.11.5) e (4.11.6) os casos em que aumenta e diminui a proporção capital-trabalho do setor X. O leitor poderá repetir o exercício para o caso em que a relação capital-trabalho permanece constante. No gráfico (4.11.5), onde k_x aumenta para $k"_x$, o efeito em produção de X é positivo por domínio da maior eficiência nesse setor, porém o efeito sobre a absorção de recursos é ambíguo, dado que P'_x fica a noroeste de P_x, e P'_y a sudeste de P_y, implicando ambigüidade na produção de Y. No gráfico (4.11.6), onde k_x diminui para $k"_x$, a produção de X aumenta e a de Y diminui quando o equilíbrio P'_x e P'_y passam a nordeste e sudoeste, respectivamente.

Através da caixa de Edgeworth-Bowley (4.11.7) podemos apreciar melhor o efeito na produção. Inicialmente o equilíbrio se dá em Q. Com a poupança de trabalho em X, decorrente do aumento da eficiência, ocorre o deslocamento da produção de X para Q'. A produção de Y permanece em Q. Teremos portan-



Caso em que a proporção capital-trabalho no setor X aumenta.

Gráfico (4.11.5)



Caso em que a proporção capital-trabalho no setor X diminui.

Gráfico (4.11.6)

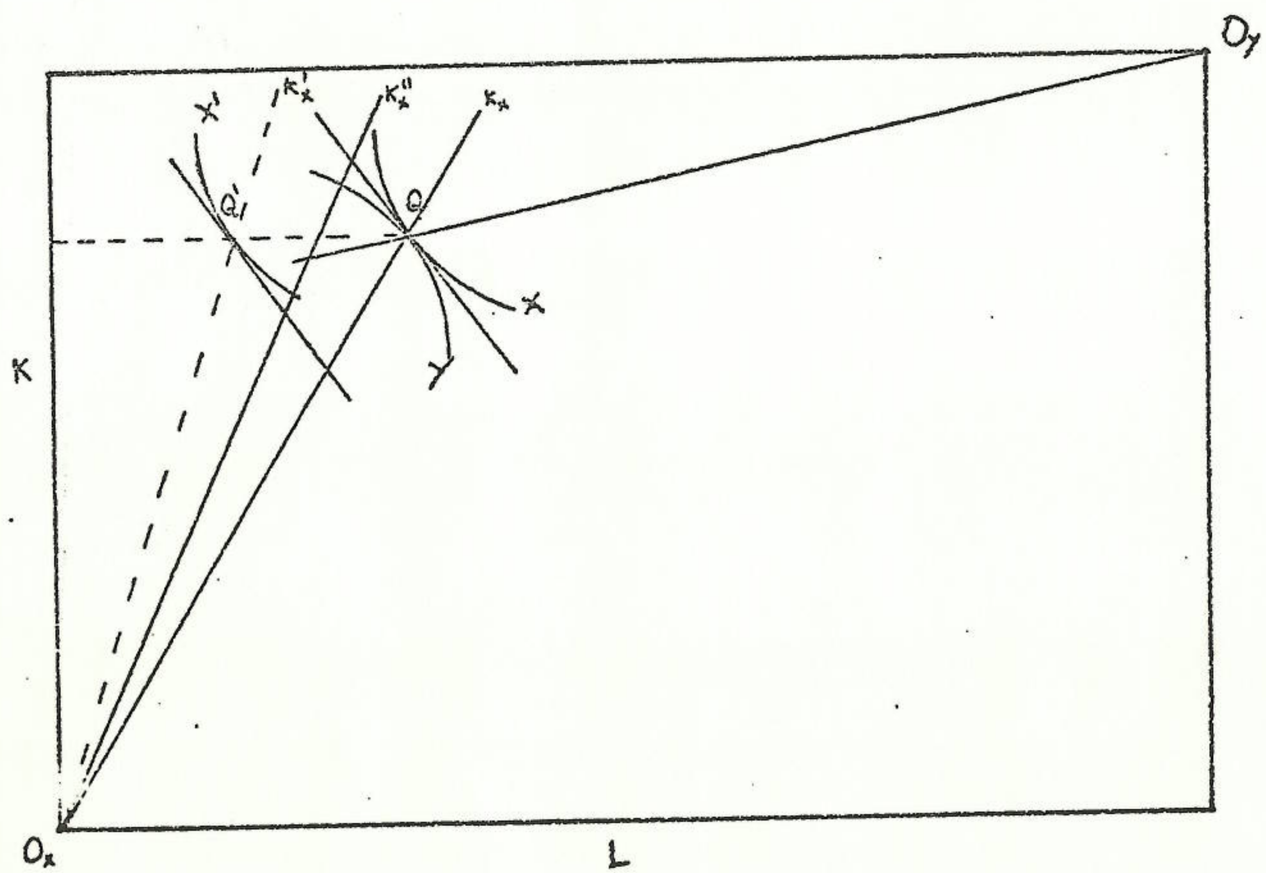


Gráfico (4.11.7)

to desemprego de trabalho, o qual gerará queda na sua remuneração relativa, causando ainda sua maior utilização relativa em ambos os setores. O equilíbrio final poderá ocorrer: a) entre as isoquantas X' e Y, implicando no aumento da produção de ambos os bens; b) tangente à isoquanta Y, com menor salário relativo, implicando em aumento na produção de X, mantendo-se constante o nível de Y; c) localizando-se a nordeste de Y, indicando um aumento na produção de X e queda no nível de Y. No caso de a proporção capital-trabalho no setor X ser menor ou igual que a inicial, teremos somente um resultado: a produção de X aumentará e a de Y diminuirá. No caso de a proporção capital-trabalho no setor X ser maior que a inicial, a produção de X aumentará, sendo o efeito na produção de Y ambíguo. O mesmo resultado ambíguo se configura em relação ao progresso tecnológico poupador de capital no setor intensivo em trabalho, Y.

4.12 PROGRESSO TECNOLÓGICO: PREÇO RELATIVO DE BENS ENDÓGENO

No caso em que ocorre a acumulação de fatores, o aumento correspondente na renda nacional é recebida pelo fator cuja quantidade aumentou. Admitindo-se que a renda não é redistribuida e que não existem bens inferiores, ocorrerá um aumento no consumo de ambos os bens. Este aumento levará a que exista excesso de oferta do bem cuja produção aumentou e excesso de demanda pelo bem cuja produção decresceu. Representamos no gráfico (4.12.1) o caso de um aumento na disponibilidade relativa de capital. O equilíbrio inicial é representado pela estrutura de consumo igual à de produção, P e C. O aumento na dotação relativa de capital nos desloca para o ponto P' na produção e para C' em consumo, quando o preço relativo dos bens é mantido constante. O resultado é excesso de oferta de X, o que é resolvido através da queda de seu preço relativo, levando para o ponto P", C" que é o equilíbrio final. (Continuamos a supor função de utilidade homotética).

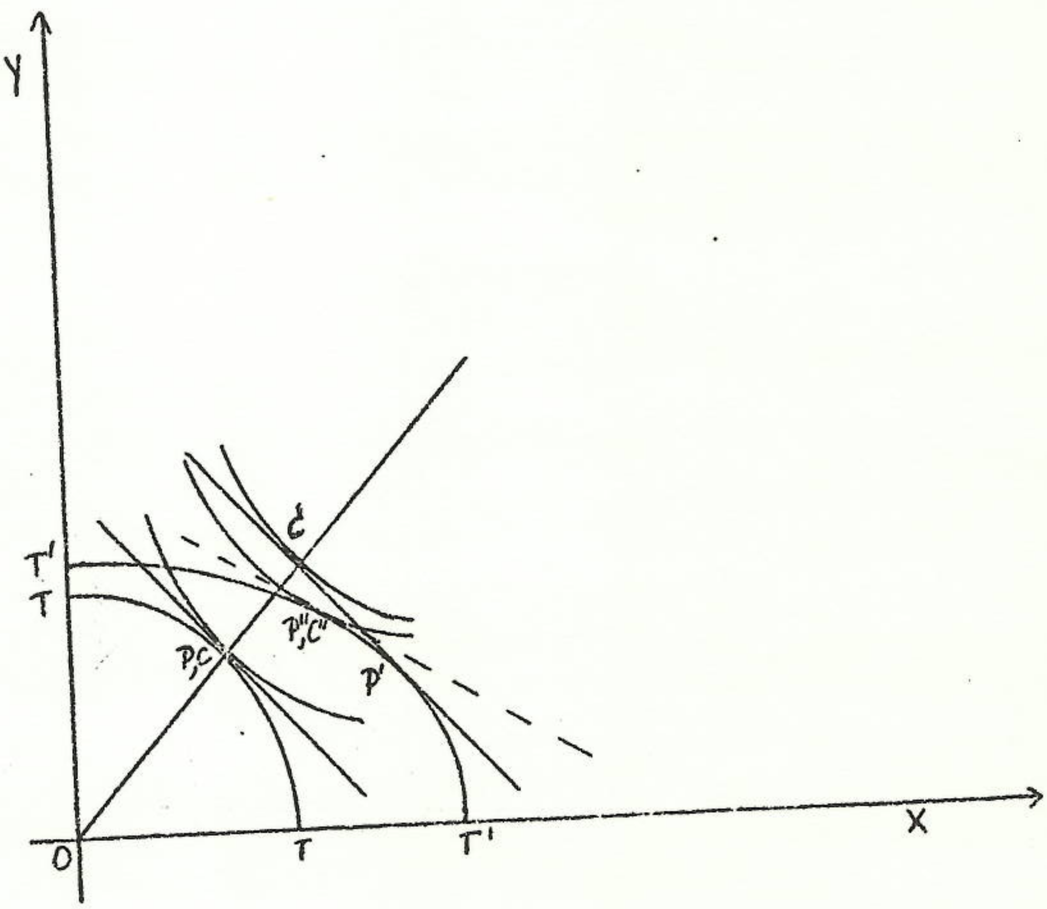


Gráfico (4.12.1)

No caso em que ocorre progresso tecnológico neutro em um setor ou poupador do fator usado mais intensivamente no setor sobre o qual recai a melhora tecnológica, ocorrerá um aumento na renda nacional; mas dado que muda o preço relativo dos fatores, então teremos uma redistribuição de renda. O fator beneficiado, além de receber maior retribuição devido ao aumento na produtividade (ocasionado pelo progresso tecnológico), também se beneficiará por mudanças na proporção de uso dos fatores.

Se os gostos dos proprietários dos fatores são idênticos não teremos problemas em especificar as mudanças em demanda, sendo que o gráfico (4.12.1) serve para exemplificar esse caso. Mas, se os gostos são diferentes, encontramos dificuldades em especificar o efeito sobre a demanda. Apesar de não se considerar a existência de bens inferiores, uma redistribuição de renda (quando os gostos diferem apreciavelmente) poderá causar excesso de demanda por X, levando em conta que o progresso tecnológico gere aumento na produção de X e queda na produção de Y. No gráfico (4.12.2) representamos este problema. Como pode-se observar, em P'C' temos excesso de procura de X, o qual é resolvido com aumento no seu preço relativo, levando ao ponto de equilíbrio final em P"C".

Para evitarmos estes problemas, continuaremos a supor que ambos os proprietários de fatores possuem um mesmo mapa de isoquantas homotético, ou seja, que a estrutura de consumo depende só do preço relativo dos bens, independentemente da redistribuição da renda e de seu nível.

O progresso tecnológico possui dois efeitos:

1) aumento nas disponibilidades dos fatores medidos em termos de eficiência;

2) diminuição do custo unitário de produção devido a redução na quantidade de fatores necessários, que é semelhante ao caso em que as indústrias recebem subsídio.

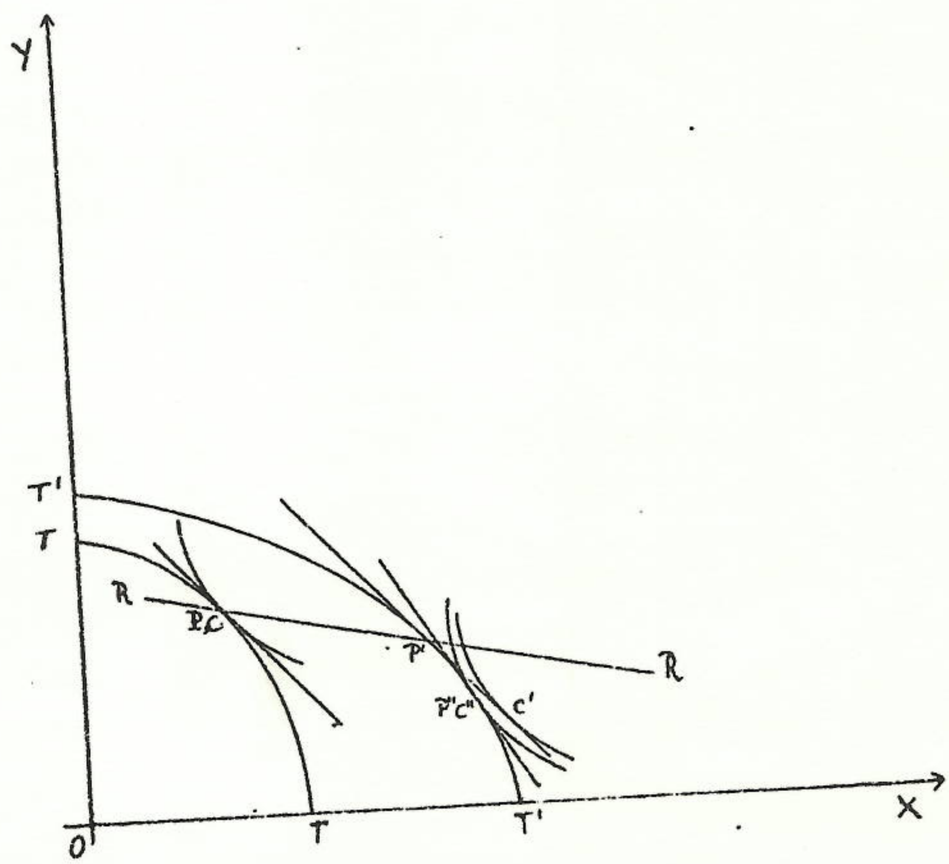


Gráfico (4.12.2)

Qualquer mudança tecnológica tem efeitos sobre os preços relativos e produção. O efeito sobre a disponibilidade do fator capital medido em unidades de eficiência é

$$dK = K_x \, d\lambda_x + K_y \, d\lambda_y$$

Dividindo-se a equação anterior por K, e chamando-se π_K a taxa de aumento na disponibilidade de capital em unidades de eficiência, fica:

$$\pi_K = \frac{dK}{K} = \frac{K_x}{K} \, d\lambda_x + \frac{K_y}{K} \, d\lambda_y$$

Denominando δ_x e δ_y a proporção do estoque de capital no setor X e Y, respectivamente, temos:

$$\pi_K = \delta_x \, d\lambda_x + \delta_y \, d\lambda_y \qquad (4.12.1)$$

O efeito sobre a disponibilidade do fator trabalho, medido em unidades de eficiência, é

$$dL = L_x \, d\lambda'_x + L_y \, d\lambda'_y$$

Dividindo-se por L e chamando de π_L a taxa de aumento na disponibilidade de trabalho em unidades de eficiência, fica:

$$\pi_L = \frac{dL}{L} = \frac{Lx}{L} \, d\lambda'_x + \frac{Ly}{L} \, d\lambda'_y$$

Substituindo a proporção da força de trabalho empregada no setor X e Y por l_x e l_y, respectivamente, temos:

$$\pi_L = l_x \, d\lambda'_x + l_y \, d\lambda'_y \qquad (4.12.2)$$

Subtraindo π_L de π_K conseguimos a taxa de variação na disponibilidade relativa de capital-trabalho em termos de eficiência,

$$\pi_K - \pi_L = \delta_x \, d\,\lambda_x + \delta_y \, d\,\lambda_y - 1_x \, d\,\lambda'_x - 1_y \, d\,\lambda'_y \tag{4.12.3}$$

O efeito sobre os custos de produção é equivalente ao valor dos fatores poupados no processo produtivo de uma unidade de produto, que medimos em percentagem.

A percentagem de poupança no custo de produção de X é

$$\pi_x = w_x^x \frac{L_x}{X} \, d\,\lambda'_x + R_x^x \frac{K_x}{X} \, d\,\lambda_x$$

Substituindo,

$$\pi_x = a_x \, d\,\lambda'_x + (1 - a_x) \, d\,\lambda_x \tag{4.12.4}$$

A percentagem de poupança no custo de produção de Y é:

$$\pi_y = \frac{w_x^x \, L_y}{YP} \, d\,\lambda'_y + \frac{R_x^x \, K_y}{YP} \, d\,\lambda_y$$

Substituindo,

$$\pi_y = a_y \, d\,\lambda'_y + (1 - a_y) \, d\,\lambda_y \tag{4.12.5}$$

Subtraindo π_y de π_x obtemos a variação relativa no custo relativo de produção de X com relação a Y

$$\pi_x - \pi_y = a_x \, d\,\lambda'_x + (1 - a_x) \, d\,\lambda_x - a_y \, d\,\lambda'_y -$$

$$- (1 - a_y) \, d\,\lambda_y \tag{4.12.6}$$

Consideremos agora o efeito da mudança tecnológica sobre a remuneração relativa do trabalho. A relação será a mesma que a do caso de subsídios [vide (2.9.1.3) e (3.1.8)].

$$\hat{\theta} = \frac{1}{(a_y - a_x)} \left[\hat{P}_m + (\pi_y - \pi_x) \right] \tag{4.12.7}$$

Mas, agora, a mudança no preço relativo dos bens dependerá de dois efeitos: "subsídios" e "expansão relativa dos fatores" [vide (3.1.6) e (3.1.10)]; assim,

$$\hat{P} = \frac{-\sigma_S}{\sigma_S + \sigma_D} (\pi_y - \pi_x) - \frac{(1-a)\ a\ (a_y - a_x)}{(a_y - a)\ (a - a_x)} \frac{1}{\sigma_S + \sigma_D} (\pi_L - \pi_K)$$

Chamando

$$\frac{(1-a)\ a\ (a_y - a_x)}{(a_y - a)\ (a - a_x)} = \Lambda$$

E, utilizando a definição de elasticidade global (3.2.5), temos:

$$\hat{P} = -\frac{(a_y - a_x)}{\Lambda\ \sigma} \sigma_S (\pi_y - \pi_x) - \frac{(a_y - a_x)}{\sigma} (\pi_L - \pi_K)$$

Ordenando,

$$\hat{P} = -\frac{(a_y - a_x)}{\sigma} \left[\frac{\sigma_S}{\Lambda} (\pi_y - \pi_x) + (\pi_L - \pi_K) \right] \tag{4.12.8}$$

Substituindo o resultado de (4.12.8) na expressão que nos dá o salário relativo, temos:

$$\hat{\theta} = -\frac{\sigma_S}{\Lambda\sigma} (\pi_y - \pi_x) - \frac{(\pi_L - \pi_K)}{\sigma} + \frac{(\pi_y - \pi_x)}{(a_y - a_x)}$$

Ordenando,

$$\hat{\theta} = -\frac{1}{\sigma} \quad (\pi_L - \pi_K) + (\pi_y - \pi_x) \quad \left(\frac{1}{a_y - a_x} - \frac{\sigma_S}{A\sigma} \right)$$

No segundo termo do lado direito, tiremos o elemento em comum:

$$\hat{\theta} = -\frac{1}{\sigma} \quad (\pi_L - \pi_K) + \frac{1}{\sigma} (\pi_y - \pi_x) \left[\frac{\sigma - \frac{\sigma_S (a_y - a_x)}{A}}{(a_y - a_x)} \right]$$

Mas como, de (3.2.4), temos

$$\frac{\sigma_S}{A} \cdot (a_y - a_x) = \sigma - \frac{(a_y - a_x)}{A} \quad \sigma_D$$

substituindo, temos:

$$\hat{\theta} = -\frac{1}{\sigma} (\pi_L - \pi_K) + \frac{1}{\sigma} (\pi_y - \pi_x) \quad \left(\frac{\sigma - \sigma + (a_y - a_x) \ \sigma_{D/A}}{(a_y - a_x)} \right)$$

Logo,

$$\hat{\theta} = -\frac{1}{\sigma} \left[(\pi_L - \pi_K) - (\pi_y - \pi_x) \frac{\sigma_D}{A} \right] \qquad (4.12.9)$$

Por conveniência chamaremos ($\pi_L - \pi_K$) de "efeito diferencial entre fatores"e ($\pi_y - \pi_x$) de "efeito diferencial entre indústrias", decorrente do progresso tecnológico.

Definimos o progresso tecnológico como regular quando o "efeito diferencial entre indústrias" ($\pi_y - \pi_x$) tenha igual sinal que o"efeito diferencial entre fatores" ($\pi_L - \pi_K$). Por exemplo, quando um progresso tecnológico é relativamente poupador de trabalho para a economia como um todo $\left[(\pi_L - \pi_K) > 0 \right]$, ele será considerado como regular se reflete também uma melhora em produtividade relativamente maior na indústria intensiva em trabalho. Caso isto ocorra, os dois efeitos diferenciais tendem a diminuir o preço relativo de Y.Pelas seguintes razões:

o efeito diferencial entre fatores aumentador de trabalho funciona exatamente como no caso onde nos deparamos com aumento relativo na disponibilidade de trabalho, isto é, reduz o preço relativo do bem em que é usado intensivamente; parte do efeito diferencial na indústria é transferido ao consumidor através de baixa no preço relativo de Y, como no caso de um subsídio à produção de Y.

Enquanto os dois componentes do progresso tecnológico se fortalecem, um ao outro, em seus efeitos sobre o preço relativo dos bens, eles têm efeitos opostos sobre a remuneração relativa dos fatores.

O efeito diferencial entre fatores diminui (deprime) a remuneração relativa do trabalho, mas parte do maior melhoramento relativo na indústria intensiva em trabalho (Y) é transferida para trás, aumentando assim a remuneração relativa do trabalho. Esse deslocamento para trás será tanto maior quanto maior for σ_D. Haverá algum valor crítico de σ_D acima do qual a remuneração relativa do trabalho (θ) aumentará, apesar da pressão para baixo exercida pelo efeito diferencial entre fatores. Isto é,

$$\hat{\theta} > 0 \quad \text{quando} \qquad \sigma_D > A \, \frac{(\pi_L - \pi_K)}{(\pi_y - \pi_x)} \, .$$

Se o progresso tecnológico não é regular, esta conclusão se inverte. Admitamos que $(\pi_L - \pi_K) > 0$, mas que $(\pi_y - \pi_x) < 0$, resultante de um progresso tecnológico cujo efeito primário é reduzir o requerimento de trabalho na indústria intensiva em capital. O trabalho agora é prejudicado por ambos os efeitos, isto é, o efeito diferencial entre fatores serve, como antes, para deprimir a remuneração relativa do trabalho (θ), enquanto que o efeito diferencial entre indústrias atua para melhorar relativamente o fator usado mais intensivamente na produção de X, isto é, K.

Neste caso a implicação é que é imprevisível o efeito sobre o preço relativo dos bens. O efeito diferencial entre os fatores $\left[(\pi_L - \pi_K) > 0\right]$ tende a reduzir o preço relativo de Y, enquanto que o efeito diferencial entre indústrias $\left[(\pi_y - \pi_x) \leq 0\right]$ tende a aumentar o preço relativo de Y. A condição para obter-se aumento em P, é:

$$\hat{P} > 0 \text{ quando } \sigma_S < - \lambda \frac{(\pi_L - \pi_K)}{(\pi_Y - \pi_X)} > 0$$

O efeito diferencial entre indústrias e fatores não são independentes. Para compreendermos isto, consideraremos dois casos especiais de "neutralidade".

Admitamos inicialmente que o progresso tecnológico é neutro à Hicks em cada indústria, o que implica que a preço relativo de fatores constante, as proporções de capital - trabalho no setor X e no setor Y não variam. Seja $d\lambda'_x = d\lambda_x$ e $d\lambda'_y = d\lambda_y$.

As equações que definem as poupanças relativas nos custos de produção de cada bem reduzem-se a :

$$\pi_y = d\lambda_y$$

$$\pi_x = d\lambda_x$$

A variação relativa no custo relativo de Y é:

$$\pi_y - \pi_x = d\lambda_y - d\lambda_x \tag{4.12.10}$$

A variação relativa na disponibilidade relativa de trabalho é

$$\pi_L - \pi_K = d\lambda_x (l_x - \delta_x) + d\lambda_y (l_y - \delta_y)$$

Substituindo l_x por $(1 - l_y)$ e δ_x por $(1 - \delta_y)$, temos:

$$\pi_L - \pi_K = d\lambda_x (1 - l_y - 1 + \delta_y) + d\lambda_y (l_y - \delta_y)$$

Ordenando,

$$\pi_L - \pi_K = (d\,\lambda_y - d\,\lambda_x)\ (l_y - \delta_y)$$

Sendo $(d\,\lambda_y - d\,\lambda_x)$ igual ao diferencial entre indústrias, substituindo temos:

$$\pi_L - \pi_K = (\pi_y - \pi_x)\ (l_y - \delta_y)$$

Mas como $l_y - \delta_y = \frac{1}{A}$ [1]

---

[1] $$l_y - \delta_y = l_y - \frac{\frac{K_y}{L_y}}{\frac{K}{L}\ \frac{L}{L_y}} = l_y - \frac{k_y\ l_y}{k} = l_y\ \left(\frac{k - k_y}{k}\right)$$

já demonstramos que (vide rodapé 10 no Capítulo II)

$$l_y = \frac{a_y\ (a - a_x)}{(a_y - a_x)\ a}$$

O termo entre parênteses pode ser transformado, assim:

$$\frac{k - k_y}{k} = \frac{\frac{R_x^x}{W_x^x}\ \frac{K}{L} - \frac{R_x^x}{W_x^x}\ \frac{K_y}{L_y}}{\frac{R_x^x}{W_x^x}\ \frac{K}{L}} = \frac{\frac{1-a}{a} - \frac{1-a_y}{a_y}}{\frac{1-a}{a}} = \frac{a_y - a}{a_y(1-a)}$$

Juntando ambos os termos, fica:

$$l_y - \delta_y = \frac{a_y(a-a_x)\ (a_y - a)}{(a_y - a_x)\ a\ (1-a)\ a_y} = \frac{(a - a_x)\ (a_y - a)}{(a_y - a_x)\ a\ (1 - a)} = \frac{1}{A}$$

Substituindo, fica:

$$\pi_L - \pi_K = \frac{1}{A} \; (\pi_y - \pi_x)$$

A será positivo no caso de o setor Y ser intensivo em trabalho e o progresso tecnológico será necessariamente regular. Se o progresso tecnológico global é poupador de trabalho (notar que isto é possível, ainda que o progresso tecnológico seja neutro à Hicks em cada indústria) o preço relativo do bem intensivo em trabalho diminui.

$$\hat{P} = - \frac{a_y - a_x}{\sigma} \left[(\pi_L - \pi_K) + \frac{A \;\; \sigma_S}{A} \; (\pi_L - \pi_K) \right]$$

Ordenando,

$$\hat{P} = - \frac{(a_y - a_x)}{\sigma} \; (\pi_L - \pi_K) \; (1 + \sigma_S)$$

Portanto se $(\pi_L - \pi_K) > 0$ implicará em que $\hat{P} < 0$. No entanto a remuneração relativa do trabalho poderá aumentar:

$$\hat{\theta} = - \frac{1}{\sigma} \left[(\pi_L - \pi_K) - \frac{A \; \sigma_D}{A} \; (\pi_L - \pi_K) \right]$$

ou ainda,

$$\hat{\theta} = - \frac{1}{\sigma} \; (\pi_L - \pi_K) \; (1 - \sigma_D)$$

No caso de a elasticidade substituição em consumo ser maior que a unidade então a poupança global de trabalho aumentará a sua remuneração relativa.

Definindo, agora, neutralidade de outra forma, isto é, como a redução em iguais proporções nas necessidades do mesmo fator em ambas as indústrias, escrevemos:

$$d \lambda'_x = d \lambda'_y \quad e \quad d \lambda_x = d \lambda_y$$

Neste caso o efeito diferencial entre fatores fica:

$$\pi_L - \pi_K = l_x \, d\,\lambda'_x + l_y \, d\,\lambda'_y - \delta_x \, d\,\lambda_x - \delta_y \, d\,\lambda_y$$

$$\pi_L - \pi_K = d\,\lambda'_x \,(l_x + l_y) - d\,\lambda_x \,(\delta_x + \delta_y)$$

Dado que os elementos entre parênteses são iguais à u nidade temos:

$$\pi_L - \pi_K = d\,\lambda'_x - d\,\lambda_x \tag{4.12.11}$$

O efeito diferencial entre as indústrias fica:

$$\pi_y - \pi_x = a_y \, d\,\lambda'_y + (1- a_y) \, d\,\lambda_y - a_x \, d\,\lambda'_x - (1-a_x) \, d\,\lambda_x$$

Simplificando,

$$\pi_y - \pi_x = (d\,\lambda'_y - d\,\lambda_x) \, (a_y - a_x) \tag{4.12.12}$$

De (4.12.11) e (4.12.12) encontramos a relação entre os efeitos diferenciais:

$$\pi_y - \pi_x = (a_y - a_x) \, (\pi_L - \pi_K)$$

Desde que $(a_y - a_x) > 0$, quando o setor Y é intensivo em trabalho o progresso tecnológico será necessàriamente re gular. Substituindo nas equações (4.12.8) e (4.12.9) de $\hat{P}$ e $\hat{\theta}$ respectivamente, temos:

$$\hat{P} = - \frac{(a_y - a_x)}{\sigma} \left[\frac{1}{\Lambda} \, \sigma_S \, (a_y - a_x) \, (\pi_L - \pi_K) + (\pi_L - \pi_K) \right]$$

Ordenando,

$$\hat{P} = \frac{-(a_y - a_x)}{\sigma} \, (\pi_L - \pi_K) \left[\frac{\sigma_S}{\Lambda} \, (a_y - a_x) + 1 \right]$$

Se o progresso tecnológico é globalmente poupador de trabalho, o preço relativo do bem intensivo neste fator diminui. Porém a remuneração relativa do trabalho poderá aumentar, ficar constante ou diminuir, assim:

$$\hat{\theta} = - \frac{1}{\sigma} \left[(\pi_L - \pi_K) - \frac{\sigma_D (a_y - a_x)}{A} (\pi_L - \pi_K) \right]$$

Ordenando,

$$\hat{\theta} = - \frac{1}{\sigma} (\pi_L - \pi_K) \left[1 - \frac{\sigma_D (a_y - a_x)}{A} \right]$$

O resultado dependerá da expressão entre colchetes; a remuneração relativa do trabalho aumentará, decorrente do progresso tecnológico poupador de trabalho, quando a elasticidade de substituição for maior do que o seu valor crítico,

$$\frac{\sigma_D (a_y - a_x)}{A} > 1$$

Ou seja:

$$\sigma_D > \frac{A}{(a_y - a_x)} > 1$$

Neste caso teremos um aumento na dotação relativa de trabalho em unidades de eficiência $[(\pi_L - \pi_K) > 0]$, quando a redução nas necessidades de trabalho em cada indústria exceder a redução nas necessidades de capital ($d\lambda'_x = d\lambda'_y > d\lambda_x = d\lambda_y$). O valor crítico de σ_D precisa agora ser maior que um valor maior que a unidade, para que o efeito diferencial entre indústrias supere o efeito diferencial entre fatores, conseguindo assim aumentar o salário relativo quando $(\pi_L - \pi_K) > 0$.

Lembramos que no caso de neutralidade à Hicks o efeito diferencial entre indústrias era maior que o efeito diferencial entre fatores, sendo que o valor crítico de σ_D era a unida de. Na última definição de neutralidade, o efeito diferencial entre indústrias é menor que o efeito diferencial entre fatores, o que implica em necessitar-se de um valor de σ_D ainda maior para que o progresso tecnológico analisado gere um aumento no salário relativo.

A relação geral entre os efeitos diferenciais entre fatores e indústrias se deriva da seguinte maneira.

Primeiramente, definimos o viés do progresso tecnológico poupador de trabalho, nas respectivas indústrias, assim:

$$\beta_x = (d\,\lambda'_x - d\,\lambda_x) \qquad (4.12.13)$$

$$\beta_y = (d\,\lambda'_y - d\,\lambda_y) \qquad (4.12.14)$$

Os vieses entre os fatores nas respectivas indústrias podem ter valores: positivo (poupador de trabalho), negativo (poupador de capital) ou nulo (neutro).

A poupanca percentual, nos custos de produção de Y, devida ao progresso tecnológico, era obtida da seguinte maneira:

$$\pi_y = a_y\, d\,\lambda'_y + (1 - a_y)\, d\,\lambda_y$$

Substituindo-se $d\,\lambda_y$ pelo seu valor na equação que define o viés no setor Y (2.12.14), temos:

$$\pi_y = a_y\, d\,\lambda'_y + (1 - a_y)\,(d\,\lambda'_y - \beta_y)$$

Ordenando,

$$\pi_y = a_y\, d\,\lambda'_y + (1 - a_y)\, d\,\lambda'_y - (1 - a_y)\,\beta_y$$

Simplificando,

$$\pi_y = d\,\lambda'_y - (1 - a_y)\,\beta_y \qquad (4.12.15)$$

A poupança percentual no custo de produção de X, resultante do progresso tecnológico, é:

$$\pi_x = a_x \, d \, \lambda'_x + (1 - a_x) \, d \, \lambda_x$$

Substituindo $d \, \lambda_x$ pelo seu valor dado em (4.12.13) temos:

$$\pi_x = a_x \, d \, \lambda'_x + (1 - a_x) \, (d \, \lambda'_x - \beta_x)$$

Ordenando,

$$\pi_x = a_x \, d \, \lambda'_x + (1 - a_x) \, d \, \lambda'_x - (1 - a_x) \, \beta_x$$

Simplificando,

$$\pi_x = d \, \lambda'_x - (1 - a_x) \, \beta_x \qquad (4.12.16)$$

Subtraindo (4.12.16) de (4.12.15), encontramos:

$$\pi_y - \pi_x = d \, \lambda'_y - d \, \lambda'_x - (1 - a_y) \, \beta_y + (1 - a_x) \, \beta_x \qquad (4.12.17)$$

O aumento percentual na disponibilidade de trabalho e capital, em unidades de eficiência, respectivamente, de (4.12.1) e (4.12.2) é:

$$\pi_L = l_x \, d \, \lambda'_x + l_y \, d \, \lambda'_y$$

$$\pi_K = \delta_x \, d \, \lambda_x + \delta_y \, d \, \lambda_y$$

Substituindo em π_K os percentuais de melhora do capital, em ambos os setores, pelas expressões que definem os respectivos vieses setoriais, (4.12.13) e (4.12.14), temos:

$$\pi_K = \delta_x\, d\,\lambda'_x - \delta_x\,\beta_x + \delta_y\, d\,\lambda'_y - \delta_y\,\beta_y$$

A variação percentual na disponibilidade relativa de trabalho, em unidades de eficiência, é:

$$\pi_L - \pi_K = d\,\lambda'_y\,(l_y - \delta_y) - d\,\lambda'_x\,(\delta_x - l_x) + \delta_x\,\beta_x + \delta_y\,\beta_y$$

Como

$$\delta_x - l_x = 1 - \delta_y - 1 + l_y = l_y - \delta_y = \frac{1}{A}$$

substituindo e ordenando resulta:

$$\pi_L - \pi_K = \frac{1}{A}\,(d\,\lambda'_y - d\,\lambda'_x) + \delta_x\,\beta_x + \delta_y\,\beta_y$$

Mas, como temos em (4.12.17) que

$$d\,\lambda'_y - d\,\lambda'_x = (\pi_y - \pi_x) + (1 - a_y)\,\beta_y - (1 - a_y)\,\beta_x$$

substituindo, encontramos:

$$\pi_L - \pi_K = \frac{1}{A}\,(\pi_y - \pi_x) + \beta_y\,\frac{1 - a_y}{A} - \frac{(1 - a_x)}{A}\,\beta_x + \delta_x\,\beta_x + \delta_y\,\beta_y$$

Evidenciando,

$$\pi_L - \pi_K = \frac{1}{A}\,(\pi_y - \pi_x) + \beta_y\left(\frac{1 - a_y}{A} + \delta_y\right) + \beta_x\left(\delta_x - \frac{1 - a_x}{A}\right)$$

Substituindo os valores de $\frac{1}{A}$ por $(l_y - \delta_y)$ ou $(\delta_x - l_x)$, respectivamente no primeiro e segundo parênteses, temos:

$$\pi_L - \pi_K = \frac{1}{A}\,(\pi_y - \pi_x) + \beta_y\left[l_y(1 - a_y) + a_y\,\delta_y\right] +$$

$$\beta_x\left[l_x\,(1 - a_x) + a_x\,\delta_x\right]$$

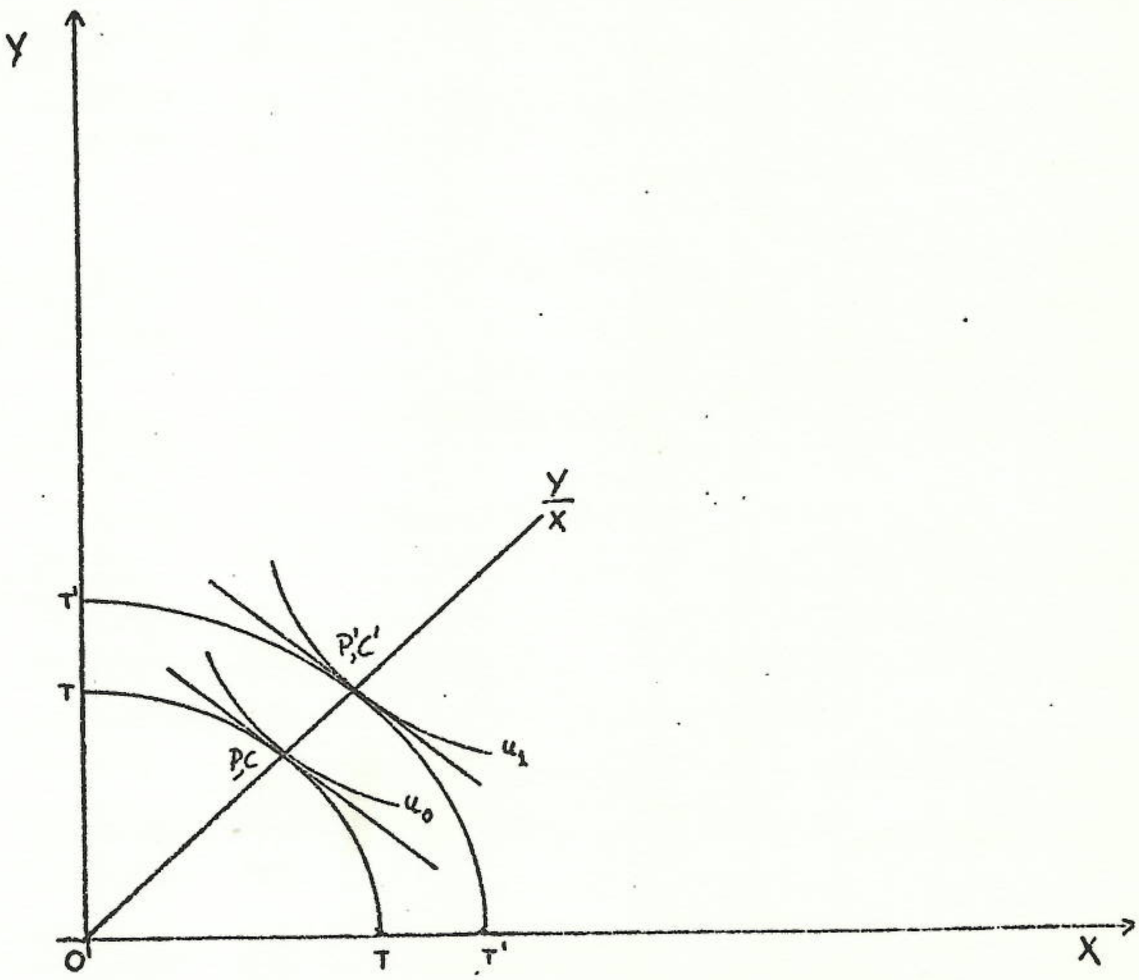


Gráfico (4.12.3)

variação na remuneração relativa do fator trabalho será positiva ($\hat{\theta} > 0$). Podemos ver este fato no gráfico (4.12.4), em que o preço relativo de Y aumentou, o que levou à atração de recursos para o setor Y a expensas do X, gerando assim um aumento na remuneração relativa do fator usado mais intensivamente no setor Y. O equilíbrio final localiza-se em P",C".

Caso tenhamos um progresso tecnológico neutro com relação aos fatores, mas que seja mais intensivo no setor Y ($\pi_y - \pi_x$) > 0 , a remuneração relativa do trabalho aumentará, permanecerá constante ou diminuirá, isto é, $\hat{\theta} \gtreqless 0$, a depender de o setor Y atrair recursos, continuar com os mesmos recursos ou liberar recursos; isto dependerá exclusivamente de ser $\sigma_D \gtreqless 1$, respectivamente.

No gráfico (4.12.5) vemos o caso em que $\hat{\theta} = 0$, corresponde à situação onde $\sigma_D = 1$, isto é, em que ambos setores continuam a usar as mesmas quantidades de fatores que antes do progresso tecnológico; se o equilíbrio ocorrer à esquerda de P",C" significa que o salário real aumentou. O caso inverso sucederá se o equilíbrio ocorrer à direita de P",C". No gráfico admitimos que $\pi_x = 0$: continuamos a utilizar o mesmo nível de recursos no setor X, se sua produção é X_o.

Caso tenhamos progresso tecnológico poupador de trabalho nos dois setores e ainda que ele seja mais intensivo no setor Y, isto é, ($\pi_y - \pi_x$) > 0, o impacto na remuneração relativa, da mesma maneira que no caso anterior, dependerá do valor crítico de σ_D, que agora será maior que a unidade, assim:

$$\sigma_D > 1 + \frac{Q_y\ \beta_y + Q_x\ \beta_x\ (a_y - a_x)}{Q_D\ (\pi_y - \pi_x)}$$

Caso o progresso tecnológico poupe trabalho e sendo neutro em relação aos bens, isto é, ($\pi_y - \pi_x$) = 0, teremos que a remuneração relativa do trabalho sempre diminuirá, isto é, $\hat{\theta} < 0$.

Uma outra maneira de definir o viés do progresso tecnológico é como poupador dos respectivos fatores com relação ao setor Y, assim:

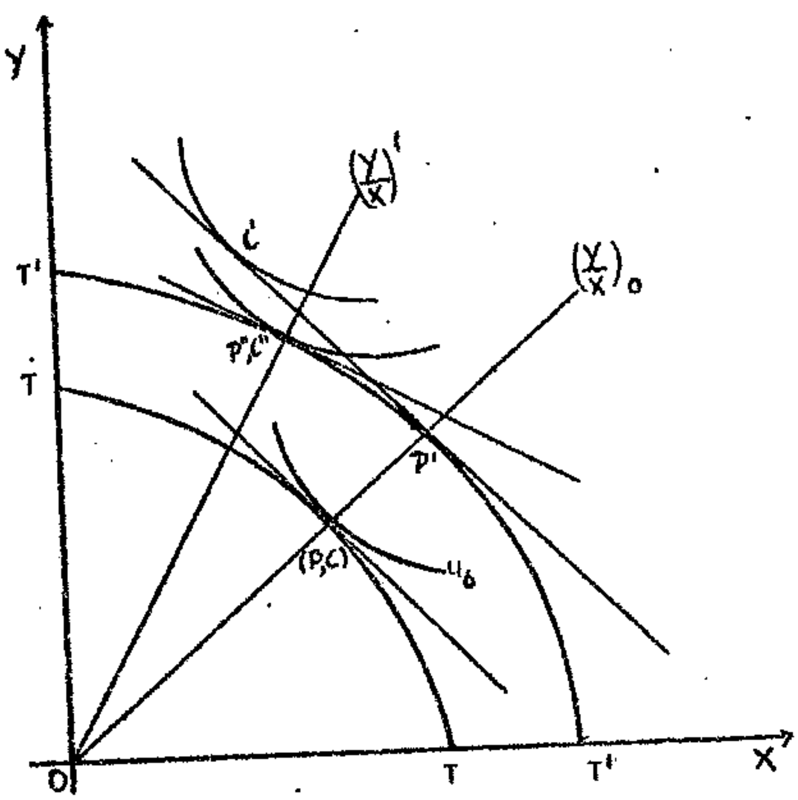


Gráfico (4.12.4)

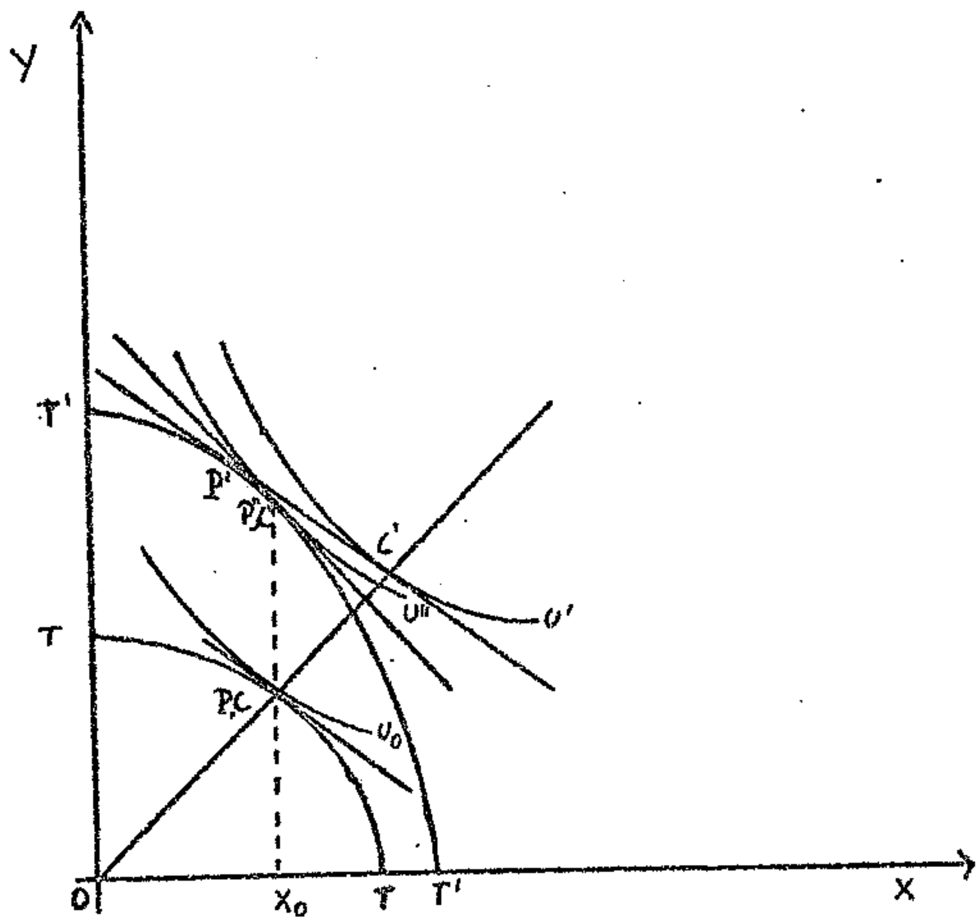


Gráfico (4.12.5)

$$\beta_L = d\,\lambda'_y - d\,\lambda'_x \tag{4.12.19}$$

$$\beta_K = d\,\lambda_y - d\,\lambda_x \tag{4.12.20}$$

Quando os respectivos vieses de fatores são positivos indica que o progresso tecnológico que afeta o mesmo fator em ambos os setores manifesta-se com maior intensidade no setor Y.

Seguindo a mesma metodologia já desenvolvida encontramos o acréscimo relativo nas disponibilidades de cada um dos fatores em unidades de eficiência, assim:

$$\pi_K = d\,\lambda_x + \delta_y\,\beta_K$$

$$\pi_L = d\,\lambda'_x + 1_y\,\beta_L$$

A mudança relativa na disponibilidade relativa de trabalho-capital em unidades de eficiência, ou efeito diferencial entre fatores, resulta:

$$\pi_L - \pi_K = d\,\lambda'_x - d\,\lambda_x + 1_y\,\beta_L - \delta_y\,\beta_K$$

A poupança percentual no custo de produção de Y é

$$\pi_Y = a_Y\,\beta_L + a_Y\,d\,\lambda'_X + \beta_K + d\,\lambda_X - a_Y\,\beta_K - a_Y\,d\,\lambda_X$$

A poupança percentual no custo de produção de Y com relação a X, ou o efeito diferencial entre indústrias, resulta:

$$\pi_Y - \pi_X = (a_y - a_x)\,(d\,\lambda'_x - d\,\lambda_x) + (1 - a_y)\,\beta_K + a_y\,\beta_L$$

Do efeito diferencial entre fatores, consegue-se:

$$d\,\lambda'_x - d\,\lambda_x = (\pi_L - \pi_K) - 1_y\,\beta_L + \delta_y\,\beta_K$$

Substituindo na expressão do efeito diferencial entre indústrias, temos:

$$\pi_y - \pi_x = (a_y - a_x)\ (\pi_L - \pi_K) + \beta_L\ (\ a_y\ l_x + a_x\ l_y) \ +$$

$$+\ \beta_K \left[\delta_x\ (1 - a_y) + \delta_y\ (\ 1 - a_x)\right]$$

Os coeficientes dos respectivos vieses de fatores são positivos, denominemo-los Q_L e Q_K respectivamente, logo:[2]

$$\pi_Y - \pi_X = (a_y - a_x)\ (\pi_L - \pi_K) + Q_L\ \beta_L + Q_K\ \beta_K \quad (4.12.21)$$

Novamente, será desta maneira que poderão aparecer progressos tecnológicos irregulares. Apesar de que $(\pi_L - \pi_K) > 0$, poderemos observar $(\pi_Y - \pi_X) \gtrless 0$ a depender dos vieses.

Substituindo o valor encontrado em (4.12.21) na equação (4.12.9), que nos dá a variação relativa na remuneração relativa trabalho-capital, temos:

$$\hat{\theta} = -\frac{1}{\sigma}\left\{(\pi_L - \pi_K)\ \left[1 - \frac{\sigma_D(a_y - a_x)}{A}\right] - \frac{\sigma_D}{A}\ (\ Q_L\ \beta_L + Q_K\ \beta_K)\right\} \quad (4.12.22)$$

Suponhamos que experimentamos uma redução uniforme nas necessidades de trabalho em ambos os setores em decorrência de melhora na qualidade do trabalho atribuída a educação. Isto é, π_L será positivo e π_K será igual a zero; porém o progresso tecnológico é neutro desde que ambos os vieses, β_L e β_K, sejam iguais a zero. A remuneração relativa ao trabalho aumentará sempre que a seguinte condição seja cumprida,

$$\sigma_D > \frac{A}{a_y - a_x} > 1$$

O valor crítico de σ_D é maior que a unidade.

[2] Note-se que $Q_L + Q_K = Q_x + Q_y$

4.13. COMPARAÇÃO DE NEUTRALIDADE À HICKS E À HARROD

Em progresso tecnológico o conceito de neutralidade considerado de maior utilidade em modelos de crescimento é aquele devido a Harrod. De acordo com esse enfoque o progresso tecnológico é neutro quando a razão capital-produto se mantém constante a dada taxa de lucro. Em princípio este conceito difere daquele oferecido por Hicks, para quem neutralidade ocorre quando a razão capital-trabalho se mantém constante a dada razão de remuneração de fatores.

Nesta seção analisaremos o relacionamento entre essas definições de neutralidade, sendo que, para maior compreensão do problema, iniciaremos a análise com o suposto simplificador de que existe só um setor na economia. Logo após consideraremos o relacionamento em modelo de dois setores.

4.13.1. NEUTRALIDADE EM MODELO DE UM SETOR

A existência de só um setor na economia necessariamente implica que as unidades do produto e do capital sejam da mesma natureza, isto é, há um só bem produzido e ele é usado indistintamente como bem de consumo ou como meio de produção no seu próprio processo produtivo. Neste modelo não há preço relativo. A remuneração real dos fatores corresponde a suas respectivas produtividades marginais físicas no único setor produtivo.

Seja esse setor o nosso setor Y, que identificamos como o setor de máquinas. Sua função de produção é

$$Y = \lambda' L \ f\left(\frac{\lambda}{\lambda'} k \right).$$

A condição de equilíbrio é representada pela igualdade das remunerações dos fatores com suas respectivas produtividades marginais. Assim,

$$F_K = \frac{\partial Y}{\partial K} = \lambda \ f'\left(\frac{\lambda}{\lambda'} k\right) = R$$

$$F_L = \frac{\partial Y}{\partial L} = \lambda' \; f \; (\frac{\lambda}{\lambda'} k) - \lambda \; k \; f' \; (\frac{\lambda}{\lambda'} k) = w.$$

Em equilíbrio a taxa marginal de substituição técnica de capital por trabalho é igual à razão das remunerações dos fatores:

$$TMST_{KL} = - \frac{dK}{dL} = \frac{F_L}{F_K} = \frac{\lambda' \; f \; (\frac{\lambda}{\lambda'} k)}{\lambda \; f' (\frac{\lambda}{\lambda'} k)} - k = \frac{w}{R} = \theta \; . \qquad (4.13.1.1)$$

Para encontrar a condição de neutralidade à Hicks precisamos igualar a zero o diferencial total de $TMST_{KL}$, desde que sua definição mantém constante a remuneração relativa, θ .Diferenciando (4.13.1.1) e ordenando resulta:

$$f'^2 \; k(d\lambda - d\lambda') + f'f(d\lambda' - d\lambda) + f \; f'' \; k(d\lambda' - d\lambda) - f \; f'' \; dk = 0.$$

Denominando o viés entre fatores $\beta = (d\lambda' - d\,\lambda)$ temos

$$\beta(f'f + f \; f'' \; k - f'^2 \; k) = f \; f'' \; d\,k;$$

ordenando encontramos a variação relativa na razão capital-trabalho consistente com a manutenção de dada $TMST_{KL}$, que é

$$\frac{dk}{k} = \beta \left[- \frac{f'}{f''k} \; (\frac{f'k}{f} - 1) + 1 \right] .$$

Expandindo o parênteses,

$$\frac{dk}{k} = \beta \left[- \frac{f'}{f''k} \; (\frac{f'k}{L\,f} - 1) + 1 \right] = \beta \left[- \frac{f'}{f''k} \; (1-a-1) + 1 \right] ;$$

simplificando,

$$\frac{dk}{k} = \beta \; (\frac{f'a}{f''k} + 1),$$

onde a é a participação do trabalho, cuja expressão,

$$a = \frac{wL}{Lf} = \frac{w}{f} = \frac{f - k\,f'}{f}$$

pode ser induzida, para resultar

$$\frac{dk}{k} = \beta \left[\frac{f'(f - kf')}{f\, f''\, k} + 1 \right] .$$

Porém o primeiro termo entre colchetes corresponde ao valor da elasticidade substituição entre fatores, em termos absolutos;[3] lembrando que neutralidade à Hicks requer também k constante nossa expressão se reduz a

$$\frac{dk}{k} = \beta\,(1 - \sigma) = 0 \qquad (4.13.1.2)$$

A condição suficiente para neutralidade hicksiana é que $\beta = 0$; isto é, que o progresso tecnológico seja igualmente aumentador de trabalho e capital ($d\lambda' = d\lambda = 0$). Porém também se consegue neutralidade hicksiana quando $\sigma = 1$, qualquer que seja a caracterização do viés ($\beta \gtrless 0$); é dizer, desde que a função de produção seja a Cobb-Douglas o progresso tecnológico será neutro à Hicks independentemente da intensidade de aumentação nos fatores. Claramente, este resultado decorre do fato de que os fatores são multiplicativos na função Cobb-Douglas.

---

[3] A elasticidade define-se como $\sigma = \dfrac{dk}{d(TMST_{KL})}\ \dfrac{TMST_{KL}}{k}$; substituindo (4.13.1.1) temos

$$\sigma = \frac{dk}{d(\frac{f}{f'} - k)}\ \frac{\frac{f}{f'} - k}{k} \text{ ; sendo}$$

$$\frac{d(\frac{f}{f'} - k)}{d\,k} = \frac{f'^2 - f''\,f}{f'^2} - 1 = - \frac{f''f}{f'^2} \text{ , substituindo temos}$$

$$\sigma = - \frac{f''^2(f - f'\,k)}{f''\,f\,f'\,k} = - \frac{f'(f - f'\,k)}{f''\,f\,k} \text{ , ou}$$

$$\sigma = - \frac{f'a}{f''k} \text{ , onde } a \text{ é a participação do trabalho.}$$

Para obter a condição de neutralidade harrodiana precisamos: a) calcular a diferencial total da produtividade marginal do capital, F_K, e igualá-la a zero; assim conseguiremos a variação relativa na razão capital-trabalho requerida para manter a taxa de lucro constante; b) calcular a diferencial total do produto médio do capital e igualá-la a zero; assim obteremos a variação relativa na razão capital-trabalho requerida para manter a razão capital-produto constante.

Diferenciando a equação que define o produto marginal do capital, F_K, temos

$$d\lambda\, f' - f''\, k(d\lambda' - d\lambda\,) = -\, f''\, d\, k;$$

ordenando, conseguimos a solução indicada no ponto (a):

$$\frac{dk}{k} = -\frac{f'}{f''k}\, d\lambda + \beta \tag{4.13.1.3}$$

Da equação do produto total consegue-se o produto médio do capital,

$$\frac{Y}{K} = \lambda' \frac{1}{k}\, f\left(\frac{\lambda}{\lambda'}\, k\right)\, ;$$

diferenciando e ordenando, temos:

$$f\, d\, \lambda' - f'\, k\, (d\lambda' - d\lambda\,) + d\, k\, \left(f' - \frac{f}{k}\right) = 0.$$

Agrupando, resulta a solução indicada no ponto (b):

$$\frac{dk}{k} = \frac{f'\, k\, \beta - f\, d\, \lambda'}{f'\, k - f} \tag{4.13.1.4}$$

A variação relativa na razão capital-trabalho requerida para manter constante a taxa de lucro [(4.13.1.3)] e a razão capital-produto [(4.13.1.4)] deverão coincidir se se deve satisfazer a condição harrodiana de neutralidade. Igualando estas duas equações resulta

$$d\lambda \frac{f'(f - f' k)}{k f'' f} - \beta + d\lambda' = 0;$$

substituindo o coeficiente de $d\lambda$ por $-\sigma$ e notando que $d\lambda' = \beta + d\lambda$, temos:

$$d\lambda (1 - \sigma) = 0 \qquad (4.13.1.5)$$

A condição suficiente para neutralidade à Harrod será obtida quando $d\lambda = 0$, isto é, quando o progresso tecnológico for não aumentador de capital. Em contraposição, o progresso tecnológico deve ser aumentador de trabalho, $d\lambda' > 0$, para que seja neutro à Harrod. Este resultado é conhecido como o Teorema de Joan Robinson, por ter sido ela quem primeiro notou esta característica implícita na neutralidade harrodiana.[4] Novamente, também consegue-se neutralidade à Harrod quando a função de produção é a Cobb-Douglas, pois ela não diferencia a aumentação entre fatores, já que nela o progresso tecnológico fica conjugado no coeficiente geral de eficiência, em decorrência da maneira multiplicativa com que operam os fatores.

Comparando (4.13.1.2) com (4.13.1.5) pode-se concluir que o progresso tecnológico será neutro, indistintamente à Hicks e à Harrod, num único caso, qual seja, quando a função de produção é a Cobb-Douglas, justamente pelas suas características já apresentadas.

Resumindo: se antes do progresso tecnológico a função de produção era $Y = F(K,L)$, após experimentado progresso neutro os fatores precisam ser expressos em unidades de eficiência. O quadro seguinte sintetiza as possibilidades de ocorrência:

NEUTRALIDADE

a) Hicksiana	b) Conjunta	c) Harrodiana
$Y = F(\lambda K, \lambda' L)$ e $\lambda = \lambda' > 1$.	$Y = A \bar{\lambda} k^{\alpha} L^{1-\alpha}$ e $\bar{\lambda} > 1$, onde $\bar{\lambda}$ é um fator aumentador do parâmetro de eficiência A.	$Y = F(K, \lambda' L)$ e $\lambda' > 1$.

[4] O teorema foi provado por H.Uzawa (16).A prova oferecida no texto difere da de Uzawa.

Em continuação faremos análise gráfica,[5] utilizando o mapa de isoquanta, de cada um dos conceitos de neutralidade e de seu relacionamento. Para tal efeito é importante fazer, previamente, a representação gráfica do conceito de elasticidade substituição técnica entre fatores.

No gráfico (4.13.1.1) representamos o equilíbrio inicial no ponto A, onde $TMST_{KL} = -\frac{dK}{dL} = \frac{F_L}{F_K} = C_0$, para dada remuneração relativa do trabalho, θ_0, que tem como medida a tangente do ângulo γ_0; A determina a combinação ótima capital-trabalho, k_0. O aumento na razão salário-aluguel, de θ_0 para θ_1 (está representada pela tangente de γ_1) provoca aumento na razão capital-trabalho, de k_0 para k_1 em virtude de o novo equilíbrio situar-se no ponto B. Supondo elasticidade substituição constante, ela é positiva e definida para mudanças finitas, como

$$\sigma = \frac{\frac{\Delta k}{k}}{\frac{\Delta TMST_{KL}}{TMST_{KL}}} = \frac{\frac{\Delta k}{k}}{\frac{\Delta (F_L/F_K)}{F_L/F_K}} ;$$

respeitando a condição de equilíbrio, resulta

$$\sigma = \frac{\frac{\Delta k}{k}}{\frac{\Delta\theta}{\theta}} = \frac{\frac{k_1 - k_0}{k_1}}{\frac{\theta_1 - \theta_0}{\theta_1}} = \frac{\frac{(OE/EC) - (OE/EA)}{OE/EC}}{\frac{(EH/ED) - (EH/EA)}{EH/ED}} = \frac{AC}{AD}$$

Claramente, o valor da elasticidade da isoquanta desenhada no gráfico é menor que a unidade. Quando os pontos C e D coincidirem teremos elasticidade unitária.

Dado nosso suposto de função de produção homogênea linear o mapa de isoquantas é resumido pela isoquanta unitária, pois a partir dela consegue-se o inteiro mapa, pela simples projeção radial.

[5] A análise gráfica segue o procedimento de R.W.Jones em (6).

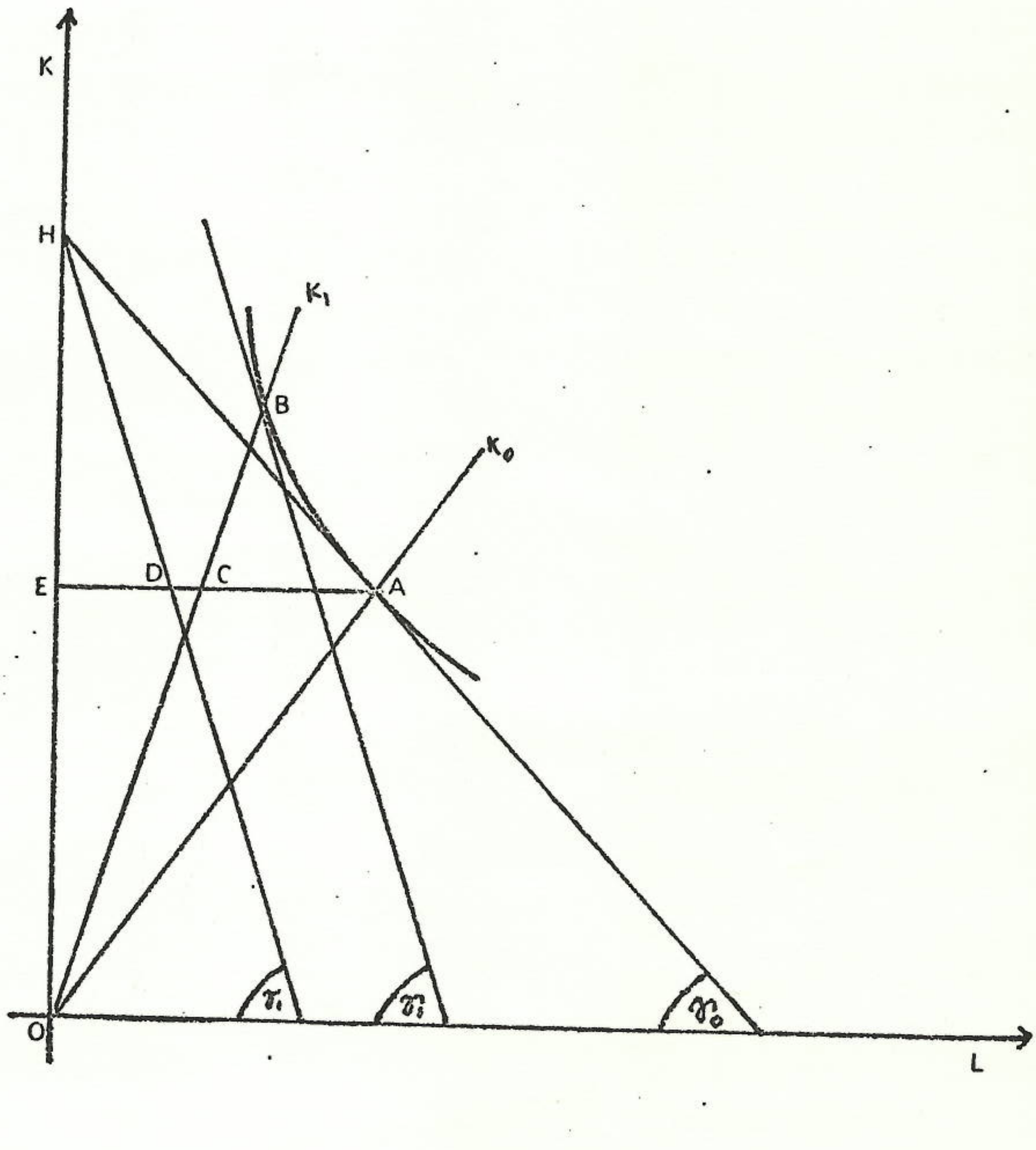


Gráfico (4.13.1.1)

Consideremos uma economia com só um setor produtivo, o de máquinas, Y. No gráfico (4.13.1.2) o equilíbrio inicial é mostrado no ponto A, onde a isoquanta unitária é tangente à linha DF, cuja inclinação representa a remuneração relativa salário-aluguel, $\theta_0 = \frac{w_0}{R_0}$. A distância OC = AB representa o coeficiente de capital por unidade de produto correspondente ao ponto A, $(a_{KY})_0$; no mesmo equilíbrio o coeficiente de trabalho por unidade de produto, $(a_{LY})_0$, é medido por OB = CA. Em concorrência o equilíbrio caracteriza-se por zero lucro, isto é, o preço do produto corresponde ao custo de produção; assim, em A temos

$$p_Y = R_0(a_{KY})_0 + w_0(a_{LY})_0 ;$$

substituindo pelas magnitudes mostradas no gráfico resulta

$$p_Y = R_0 \ (OC) + w_0 \ (CA).$$

Como $\theta_0 = \frac{CD}{CA}$, então $CD = \theta_0 \ (CA)$ e o custo de produção em termos de capital é

$$\frac{p_Y}{R_0} = OC + \theta_0(CA);$$

substituindo, temos

$$\frac{p_Y}{R_0} = OC + CD = OD,$$

onde concluímos que a distância OD corresponde ao custo de produção da máquina em termos do capital; ou seja, à razão entre o preço da máquina e o aluguel dela, que na terminologia econômica corresponde ao inverso da taxa de lucro. Assim,

$$r = \frac{R}{p_Y} = \frac{1}{OD} .$$

O custo de produção em termos de trabalho é

$$\frac{p_y}{w_0} = \frac{1}{\theta_0}(AB) + OB;$$

como $O_0 = \frac{AB}{AF}$, então $AB = \theta_0(BF)$; substituindo,

$$\frac{p_y}{w_0} = BF + OB = OF$$

A distância OF corresponde ao custo unitário de produção de máquinas em termos de trabalho; isto é, à razão entre o preço da máquina e o salário, que na terminologia econômica corresponde ao inverso do salário real (em unidades de máquinas). Assim,

$$\bar{w} = \frac{w}{p_y} = \frac{1}{OF} .$$

A participação relativa do trabalho e a do capital são, respectivamente,

$$a = \frac{DC}{OD} = \frac{OB}{OF} = \frac{DA}{DF}$$

$$(1 - a) = \frac{OC}{OD} = \frac{BF}{OF} = \frac{AF}{DF} .$$

O progresso tecnológico é representado por um deslocamento interior da isoquanta unitária. O movimento de Y para Y', no gráfico (4.13.1.2), representa um progresso tecnológico neutro à Harrod, dado que à mesma taxa de lucro (1/OD) a razão capital-produto, a_{KY}, é mantida constante. Representamos a taxa de melhora em produto por trabalhador, α, decorrente do progresso tecnológico, a dada razão capital-produto, por

$$\alpha = \frac{\Delta \frac{1}{a_{LY}}}{\frac{1}{a_{LY'}}} = \frac{\frac{1}{CE} - \frac{1}{CA}}{\frac{1}{CA}} = \frac{CA - CE}{CE} = \frac{EA}{CE} ;$$

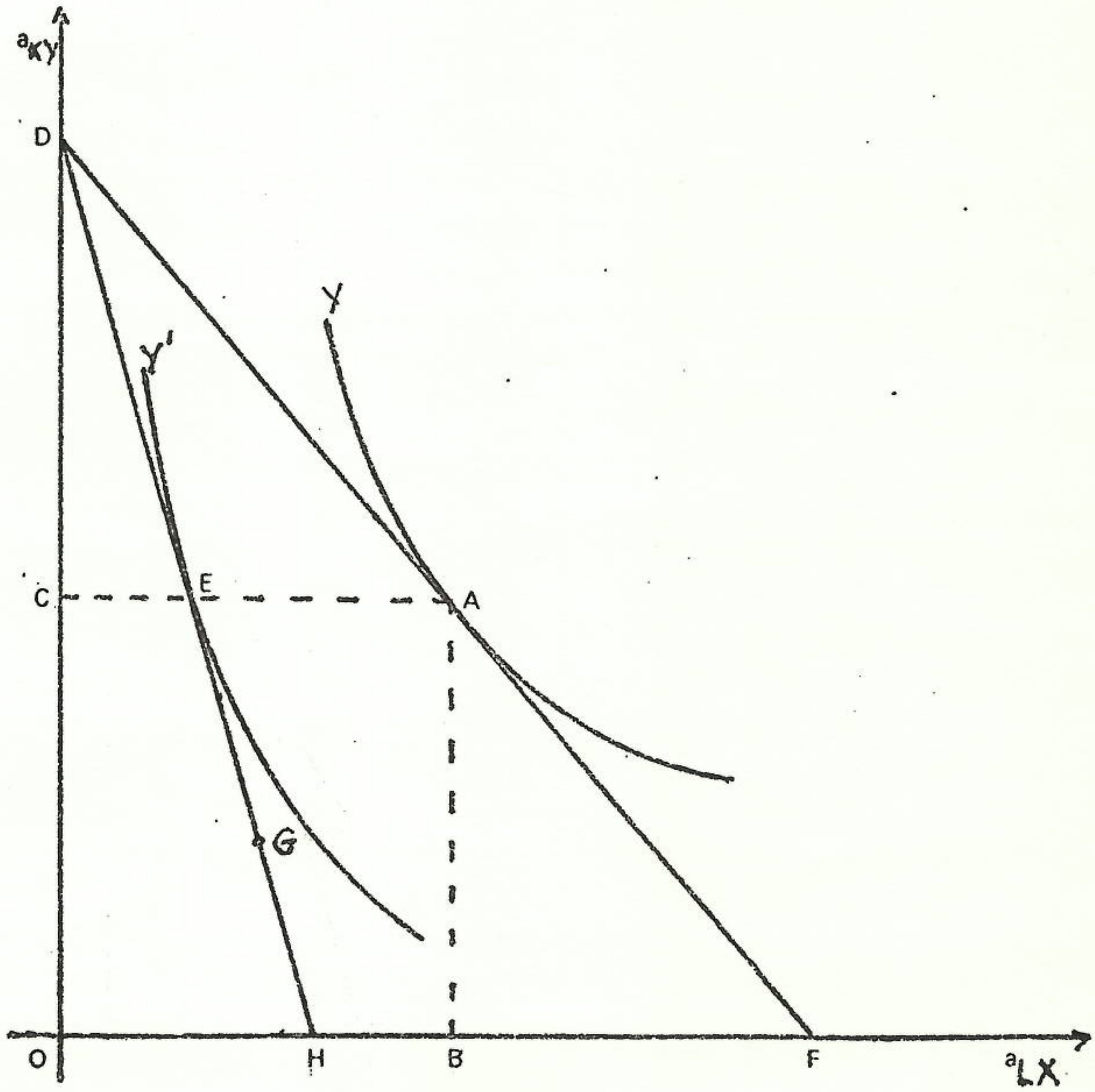


Gráfico (4.13.1.2)

Esta medida de progresso tecnológico (taxa de melhora no produto por trabalhador, para uma razão capital-produto constante) deve ser distinguida da taxa de melhora em produto por trabalhador a uma dada taxa de lucro no caso de progresso tecnológico viesado à Harrod. Por exemplo, suponhamos que Y' é tangente a DH em G; isto é, a razão capital-produto diminui, o que implica em que o progresso tecnológico é utilizador de trabalho ou poupador de capital em termos do conceito Harrod. Neste último caso a taxa de melhora em produto por trabalhador não aumentará tanto como no caso de neutralidade harrodiana, precisamente por ter diminuido a razão capital-produto. Porém AE/CE ainda representaria a taxa de melhora em produto por trabalhador a uma razão capital-produto constante (exceto por uma magnitude menor que de segunda ordem em importância).

Quando o progresso tecnológico é neutro à Harrod à mesma taxa para todos os pontos da isoquanta unitária, a isoquanta unitária inicial, Y, poderia ser obtida a partir da nova, Y', renumerando as unidades de trabalho em termos de eficiência; uma expansão uniforme na abcissa colocaria Y' no lugar de Y. Isto é, os trabalhadores empregados na produção de uma máquina após o progresso tecnológico, CE, são igualmente eficientes que CA trabalhadores por máquina sem progresso tecnológico, sendo o fator de conversão (CA/CE) = λ ; substituindo temos

$$\lambda = \frac{CA}{CE} = \frac{CE + EA}{CE} = 1 + \frac{EA}{CE} = 1 + \alpha .$$

O fator de conversão λ é igual à unidade, acrescida da taxa de melhora no produto por trabalhador. Antes do progresso tecnológico a função de produção é $Y = F(K,L)$; após o progresso tecnológico ela é expressada por $Y = F(K, \lambda L)$. A característica de aumentação do trabalho, peculiar ao progresso tecnológico neutro à Harrod, como já vimos, é conhecida como Teorema de Joan Robinson.

Neutralidade hicksiana implica contração radial, no sentido da origem, da isoquanta unitária; a razão capital-trabalho mantém-se constante à mesma $TMST_{KL}$. Isto é, a inclinação da isoquanta é representada ao longo de qualquer raio a partir da origem. O gráfico (4.13.1.3) ilustra o caso em que o progresso tecnológico é neutro à Harrod e à Hicks. A neutralidade hicksiana é representada por indêntica inclinação em B e C; a neutralidade harrodiana está indicada pelo fato de A e C representarem a mesma razão capital-produto para idêntica taxa de lucro. Claramente vê-se que no gráfico (4.13.1.3) a elasticidade de substituição entre fatores é igual à unidade.

4.13.2 NEUTRALIDADE EM MODELO DE DOIS SETORES

No modelo de um setor, já descrito, o produto é homogêneo com o capital; assim, a razão capital-produto é a mesma em termos físicos e em valor. A taxa de lucro é igual à razão entre o aluguel do capital e o preço do produto produzido nesse único setor, o de máquinas. Consideremos agora uma economia com dois setores, o das máquinas (Y) e o de consumo (X). No setor de consumo o produto é fisicamente heterogêneo em relação ao capital utilizado na sua produção; conseqüentemente as razões capital-produto em termos físicos e em termos de valor poderão diferir, uma vez que o preço relativo dos bens seja diferente da unidade. Essas razões são, respectivamente,

$$a_{KX} = \frac{K}{X} \; ; \quad \bar{a}_{KX} = \frac{K\, p_Y}{X\, p_X} = a_{KX}\, P \, .$$

As respectivas funções de produção setoriais são:

(Setor Máquinas) $\quad Y = \lambda'_Y \, L_Y \, f_Y \left(\frac{\lambda_Y}{\lambda'_Y} \, k_Y \right)$

(Setor Consumo) $\quad X = \lambda'_X \, L_X \, f_X \left(\frac{\lambda_X}{\lambda'_X} \, k_X \right)$

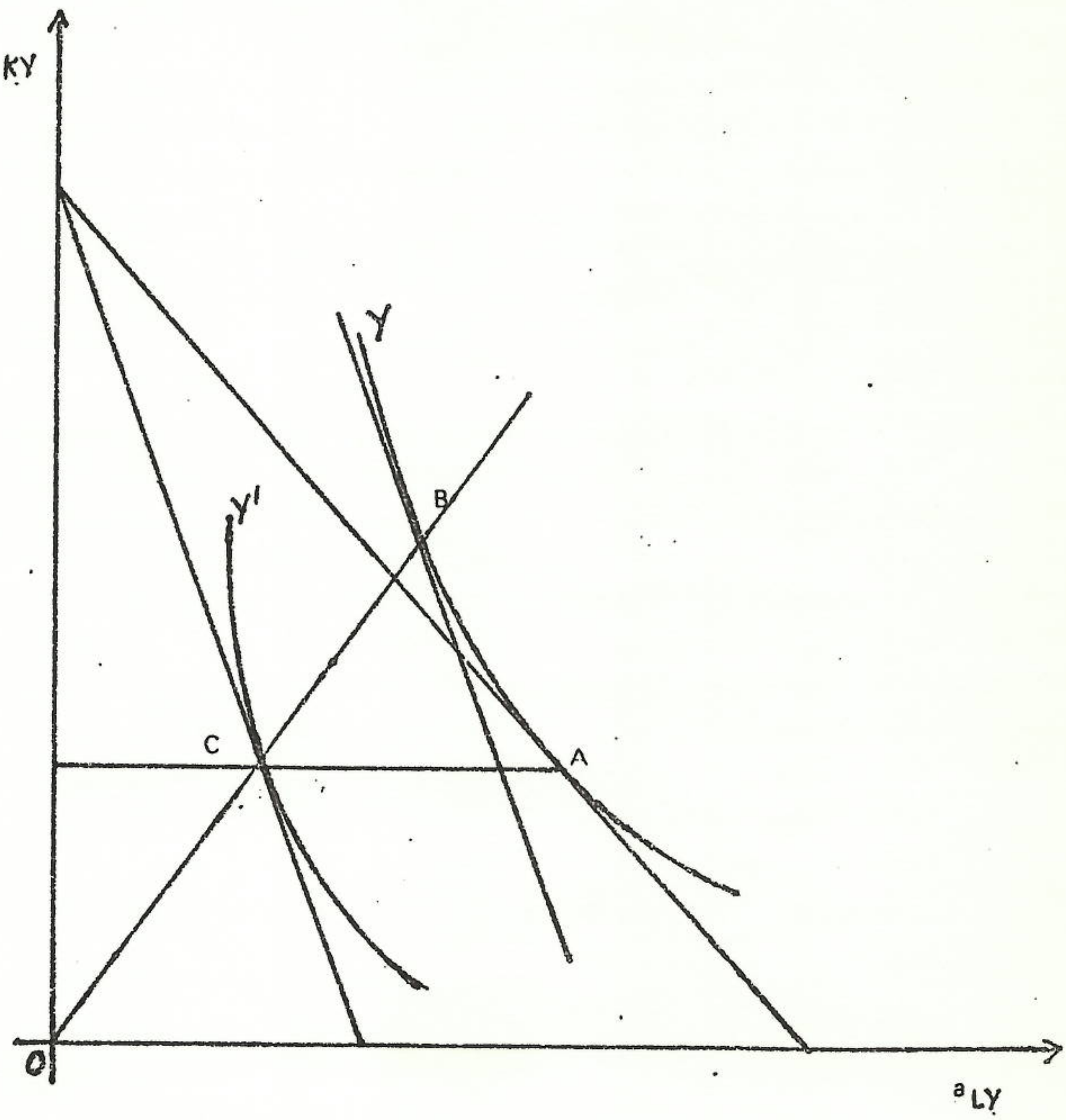


Gráfico (4.13.1.3)

A produtividade marginal do capital no setor de máquinas corresponde ao aluguel do capital em termos de máquinas, isto é, à taxa de lucro; assim,

$$\frac{\partial Y}{\partial K_y} = \lambda_y f'_y = R^y_y = r$$

A produtividade marginal no setor de consumo corresponde ao aluguel do capital em termos de bens de consumo, isto é, a sua "própria" taxa de lucro; assim,

$$\frac{\partial X}{\partial K_x} = \lambda_x f'_x = R^x_x$$

Porém em equilíbrio competitivo as taxas de lucro em ambos os setores deverão ser iguais; para tanto precisamos expressar o aluguel do capital no setor de consumo em termos de máquinas. Equilíbrio no mercado de capitais expressa-se por

$$r = R^y_y = R^y_x = \frac{R^x_x}{P} ;$$

Substituindo, temos:

$$r = \lambda'_y f'_y = \frac{\lambda_x f'_x}{P} \qquad (4.13.2.1)$$

Neutralidade hicksiana em cada setor consegue-se, da equação (4.13.1.2), quando

$$\frac{d\,k_x}{k_x} = \beta_x (1 - \sigma_x) = 0$$

e

$$\frac{d\,k_y}{k_y} = \beta_y (1 - \sigma_y) = 0.$$

Neutralidade harrodiana no setor de máquinas é obtida, da equação (4.13.1.5), quando

$$d\ \lambda_y\ (1 - \sigma_y) = 0.$$

Neutralidade à Harrod no setor de consumo é obtida quando, à mesma taxa de lucro, a razão capital-produto em termos de valor permanece constante. Analisemos a variação requerida, na razão capital-trabalho do setor consumo, para manter constante: 1) a taxa de lucro e 2) a razão capital-produto expressa em valor.

A taxa de lucro no setor consumo é $r = R^y_x = \lambda_x\ f'_x/P$. Obtendo a diferencial e igualando a zero resulta:

$$d\ R^y_x = d\ \lambda_x \frac{f'_x}{P} + \lambda_x\ f''_x \frac{d\ \lambda_x}{\lambda_x} \frac{k_x}{P} + \lambda_x\ f''_x \frac{d\ k_x}{P} \frac{\lambda_x}{\lambda'_x} -$$

$$- \lambda_x\ f''_x \frac{k_x}{P} \frac{\lambda_x}{\lambda'^2_x}\ d\ \lambda' - \frac{dP}{P}\ \lambda_x \frac{f'_x}{P} = 0;$$

lembrando que inicialmente convencionamos ser $\lambda_x = \lambda'_x = 1$ e simplificando, temos:

$$d\ \lambda_x\ f'_x + f''_x\ k_x\ d\ \lambda_x + f''_x\ d\ k_x - f''_x\ k_x\ d\lambda'_x - f'_x \frac{dP}{P} = 0 \qquad (4.13.2.2)$$

A variação relativa no preço relativo de Y, decorrente do progresso tecnológico, consegue-se de (4.12.4) e (4.12.5):

- a queda percentual no custo unitário de Y é

$$- \pi_y = - a_y\ d\lambda'_y - (1 - a_y)\ d\ \lambda_y;$$

- a queda percentual no custo unitário de X é

$$- \pi_x = - a_x\ d\lambda'_x - (1 - a_x)\ d\ \lambda_x;$$

- a queda percentual no custo unitário de Y em relação ao de X é

$$\frac{dP}{P} = - \pi_y + \pi_x = \pi_x - \pi_y = a_x d\,\lambda'_x + (1-a_x)\, d\,\lambda_x -$$

$$- a_y\, d\lambda'_x - (1-a_y)\, d\,\lambda_y\;;$$

ordenando,

$$\frac{dP}{P} = a_x (d\lambda'_x - d\lambda_x) + d\,\lambda_x - a_y (d\lambda'_y - d\,\lambda_y) - d\,\lambda_y .$$

Introduzindo de (4.12.13) e (4.12.14) a notação de viés do progresso tecnológico, temos

$$\frac{dP}{P} = a_x\, \beta_x + d\,\lambda_x - a_y\, \beta_y - d\,\lambda_y ; \qquad (4.13.2.3)$$

substituindo (4.13.2.3) em (4.13.2.2) e ordenando resulta

$$\beta_x\, k_x (1 + \frac{f'_x\, a_x}{f''_x\, k_x}) - \frac{f'_x\, a_x}{f''_x\, k_x} \quad \frac{(a_y\, \beta_y + d\,\lambda_y)}{a_x} = \frac{d\,k_x}{k_x} .$$

Utilizando o resultado obtido no rodapé número 3 deste capítulo temos a expressão da variação relativa na razão capital-trabalho no setor de consumo requerida para manter constante a taxa de lucro; ela é

$$\frac{d\,k_x}{k_x} = \beta_x\, k_x\, (1 - \sigma_x) + \sigma_x\, (\frac{a_y\, \beta_y + d\,\lambda_y}{a_x}) \qquad (4.13.2.4)$$

A razão produto-capital, em valor, no setor consumo é

$$\frac{X}{K_x\, P} = \frac{\lambda'_x\, L_x}{P\, K_x} \quad f_x\, (\frac{\lambda_x}{\lambda'_x}\, k_x) = \frac{\lambda'_x\, f_x (\frac{\lambda_x}{\lambda'_x}\, k_x)}{k_x\, P} ;$$

fazendo diferencial e igualando a zero resulta, após simplificação:

$$d\lambda'_x\ f_x - f'_x\ k_x\ \beta_x - \frac{dP}{P}\ f_x + \frac{d\ k_x}{k_x}\ (f'_x\ k_x - f_x) = 0\ ;$$

utilizando (4.13.2.3), simplificando e ordenando consegue-se a variação relativa na razão capital-trabalho no setor de consumo, requerida para manter constante a razão produto-capital em valor nesse setor; é ela

$$\frac{d\ k_x}{k_x} = \frac{a_y}{a_x}\ \beta_y + \frac{1}{a_x}\ d\ \lambda_y. \qquad (4.13.2.5)$$

Igualando (4.13.2.4) e (4.13.2.5) obtemos a condição de neutralidade harrodiana, qual seja,

$$\frac{a_y}{a_x}\ \beta_y + \frac{1}{a_x}\ d\ \lambda_y = \beta_x\ k_x(1-\sigma_x) + \sigma_x\ \frac{a_y}{a_x}\ \beta_y + \frac{\sigma_x}{a_x}\ d\ \lambda_y;$$

ordenando, resulta

$$\frac{a_y}{a_x}\ \beta_y(1 - \sigma_x) + \frac{1}{a_x}\ d\ \lambda_y(1 - \sigma_x) - \beta_x\ k_x(1 - \sigma_x) = 0.$$

Simplificando, temos:

$$a_y\ \beta_y + d\ \lambda_y - \beta_x\ k_x\ a_x = 0,$$

expressão na qual substituimos $\beta_y = d\lambda'_y - d\ \lambda_y$ para obter

$$d\ \lambda_y(1 - a_y) + a_y\ d\lambda'_y - \beta_x\ k_x\ a_x = 0;$$

os dois primeiros termos na expressão representam a poupança percentual no custo de produção de máquinas, decorrente do progresso tecnológico, π_y; substituindo, fica:

$$\pi_y - \beta_x\ k_x\ a_x = 0. \qquad (4.13.2.6)$$

(4.13.2.6) nos serve para apresentar o Teorema de C. Kennedy, que afirma que o progresso tecnológico no setor de consumo deve ser neutro à Hicks ($\beta_x = 0$), para ser neutro à Harrod quando não temos progresso tecnológico no setor de máquinas ($\pi_y = 0$).

Continuemos com a análise gráfica,agora aplicada numa economia de dois setores. Inicialmente analisamos isoladamente o setor de consumo, X; no gráfico (4.13.1.2) trocamos a nomenclatura dos eixos, de a_{KY} e a_{LY} para a_{KX} e a_{LX}, sendo que as isoquantas unitárias correspondem ao setor X. Nesse gráfico a razão capital-produto, a_{KX}, em termos físicos no setor de consumo, permaneceria constante se a "própria" taxa de lucro (R_0/p_x) no setor de consumo permanecesse constante. Denominaremos este caso de "própria" neutralidade; esta definição é simétrica para ambos os setores, obtida que é ao considerar cada setor isoladamente. Sendo assim

$$a_{KY} \frac{R}{p_y} + a_{LY} \frac{w}{p_y} = 1$$

e (4.13.2.7)

$$a_{KX} \frac{R}{p_x} + a_{LX} \frac{w}{p_x} = 1$$

representam as respectivas equações de custo unitário setoriais, onde as remunerações dos fatores estão definidas em termos do bem respectivo. Ao considerar-se cada setor isoladamente a "própria" neutralidade no setor X de consumo só requer informação sobre a natureza da mudança na função de produção nesse setor.

Numa economia competitiva de dois setores a taxa de lucro (isto é, a razão entre o aluguel do capital e o preço da máquina) e o salário real em termos de qualquer bem deverão ser iguais em ambos os setores. Isto é, a mobilidade de fatores entre setores garante a determinação de só uma remuneração real de cada fator na economia; assim, as equações de valor tornam-se, para o sistema produtivo,

$$a_{KY} \frac{R}{p_y} + a_{LY} \frac{w}{p_y} = 1$$

e (4.13.2.8)

$$a_{KX} \frac{p_Y}{p_X} \frac{R}{p_Y} + a_{LX} \frac{p_Y}{p_X} \frac{w}{p_Y} = 1.$$

Ocorre neutralidade harrodiana no setor X de consumo quando o valor da razão capital-produto nesse setor $\left[a_{KX} (p_Y/p_X) \right]$ mantém-se constante a uma taxa lucro constante (R/P_Y). Comparando (4.13.2.7) e (4.13.2.8) claramente pode-se concluir que neutralidade harrodiana no setor de consumo e neutralidade própria nesse setor somente coincidirão no caso em que o preço relativo dos bens se mantiver constante a dada taxa de lucro em decorrência do progresso tecnológico. Isto é, torna-se impossível estabelecer se o progresso tecnológico no setor de consumo é neutro à Harrod sem conhecer a intensidade do progresso tecnológico no setor de máquinas; esta informação é fundamental para estabelecer a mudança no preço relativo dos bens, ocasionada pelo progresso tecnológico a dada taxa de lucro.

O conceito de neutralidade harrodiana no setor de consumo, num modelo de dois setores, é ilustrado nos gráficos (4.13.2.1) e (4.13.2.2). Escolhemos unidades físicas de cada produto tal que seus respectivos custos unitários iniciais sejam iguais à unidade, isto é, inicialmente ambos os preços são iguais à unidade à qual a razão capital-produto é idêntica em termos físicos e em termos de valor. Nosso numerário é o bem máquina, isto é, $p_y = 1$. O preço de X poderá mudar em consequência do progresso tecnológico. Por conveniência supomos o setor Y relativamente intensivo em capital; este suposto, porém, em nada afeta a análise que em continuação será feita.

Na situação inicial no gráfico (4.13.2.1) as isoquantas unitárias de X e Y são a um só tempo isoquantas unitárias em termos de valor; quer dizer, os coeficientes de produção são idênticas em termos físicos e de valor. Inicialmente os coeficientes de produção setoriais de Y e X ficam determinados em A e B; a razão salário-aluguel é dada pela inclinação de DG, e a taxa de lucro é indicada por 1/OD.

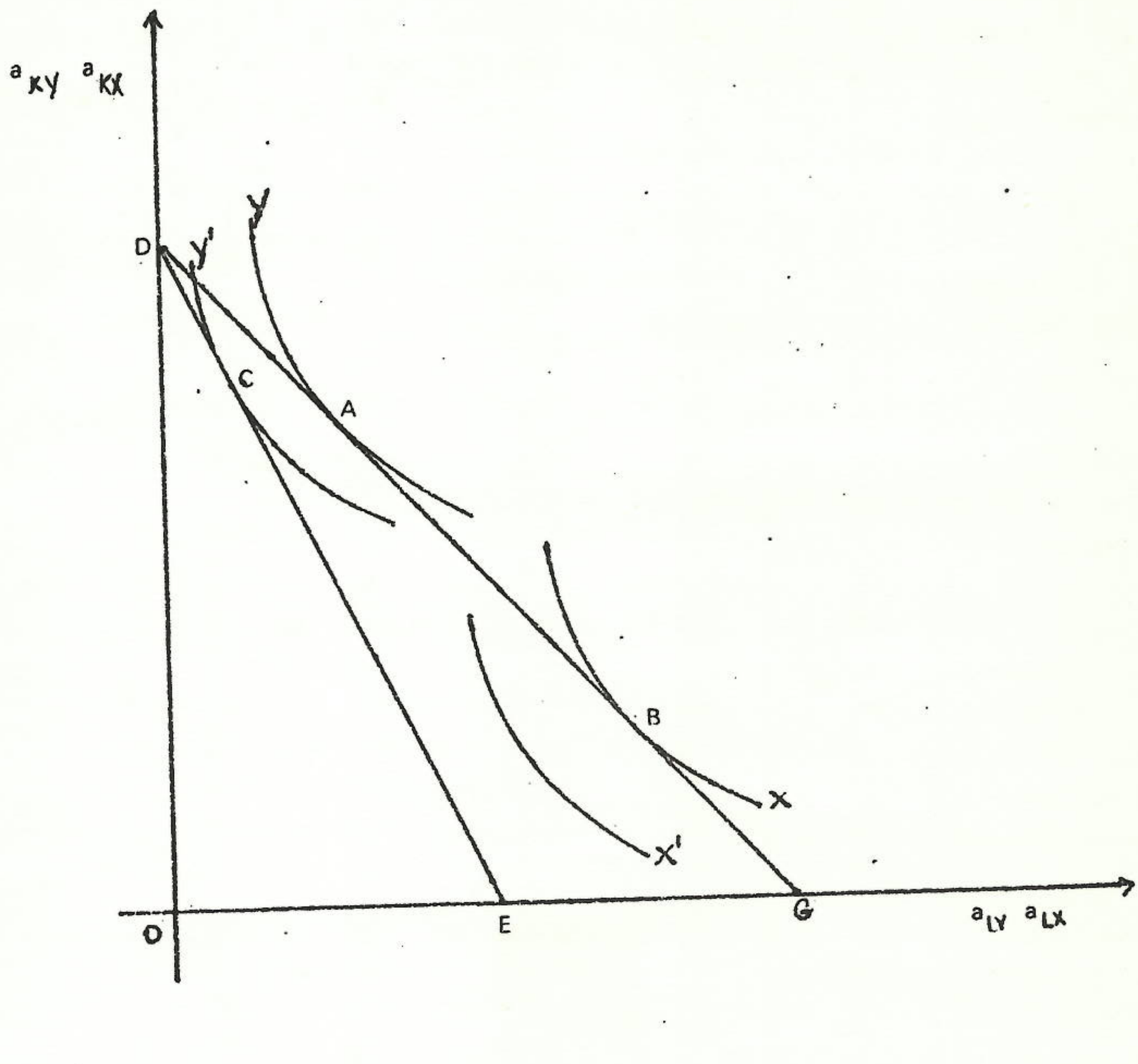


Gráfico (4.13.2.1)

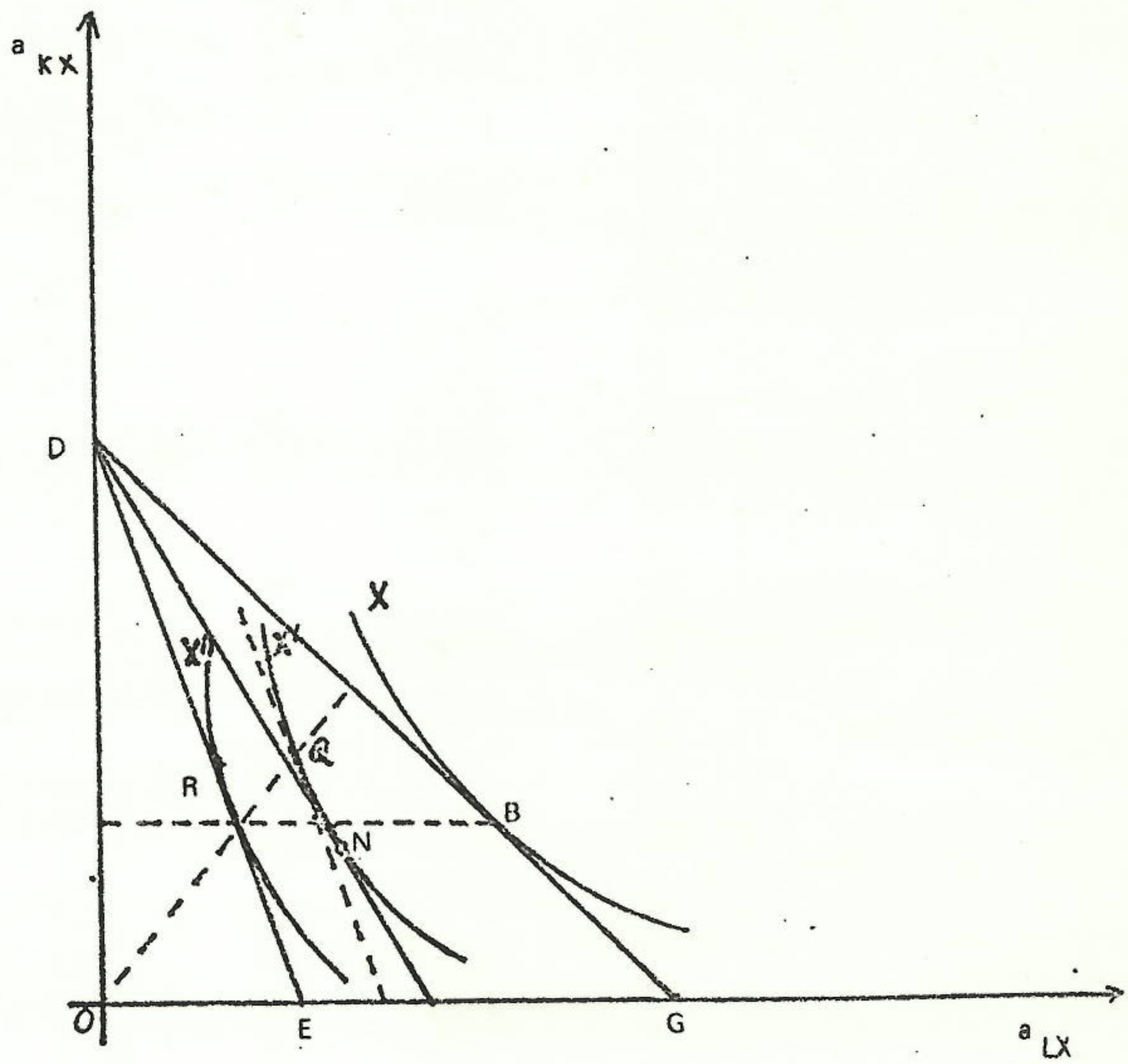


Gráfico (4.13.2.2)

Suponhamos que o setor de máquinas, Y, experimente o progresso tecnológico indicado pelo deslocamento da sua isoquanta unitária para Y' no gráfico (4.13.2.1); claramente o progresso tecnológico nesse setor é usador de capital à Harrod (mantendo constante a taxa do lucro, a razão capital-produto aumenta). A caracterização do progresso tecnológico no setor de máquinas é irrelevante para saber se o progresso tecnológico é neutro à Harrod no setor de consumo; o relevante para esse propósito é a intensidade do progresso tecnológico no setor de máquinas [vide equação (4.13.2.6)]. Mantendo constante a razão capital-produto no setor de máquinas, representamos a intensidade do progresso tecnológico em Y pelo aumento na produtividade média do trabalho, λ_y = (EG/OE).

Suponhamos que a melhora tecnológica também suceda no setor de consumo. Temos três alternativas possíveis para a localização da nova isoquanta unitária X': 1) inteiramente à direita, sem ponto comum com a linha DE; 2) tangente à linha DE; 3) à esquerda de ou cortando a linha DE. No primeiro caso a taxa de aumento no produto médio do trabalho no setor consumo, λ_x (para razão capital-produto constante), é menor que o experimentado no setor de máquinas. No caso (2) referidas medidas são equivalentes, enquanto que no caso (3) o progresso tecnológico é maior no setor de consumo (no sentido de Harrod). Só no caso (2) ambos os produtos continuarão a ser produzidos ao mesmo preço relativo, mantida constante a taxa de lucro [vide sistema (4.13.2.8)]. No caso (1), ilustrado no gráfico (4.13.2.1), o preço relativo de X deverá aumentar para que continuem a ser produzidos ambos os bens, mantendo-se a taxa de lucro constante no nível 1/OD.

Analisemos agora o gráfico (4.13.2.2). A linha DE é determinada pela intensidade da melhora no setor de máquinas. Para que X continue em produção à taxa de lucro 1/OD precisa-se de aumento no seu preço; conseqüentemente os coeficientes capital-produto e trabalho-produto em unidades físicas no setor X deverão ser deflacionados pelo agora maior p_x [vide sistema (4.13.2.8)' e tenha-se em mente que p_y= 1 por ser Y numerário]. Este mecanismo gerará uma contração radial, no sentido da origem, da isoquanta X', até conseguir-se tangência com a linha DE; assim obtemos a isoquanta X" em termos de valor, com tangência em R. Claramente o progresso tecnológico é neutro à Harrod em X, visto que mantendo a taxa de lucro constante em 1/OD consegue-se manter constante a razão capital-produto em valor em B e R. O coeficiente capital-produto em X, em unidades físicas, aumenta para Q; observando o sistema (4.13.2.8), para taxa de lucro constante, se o preço de X aumenta necessariamente terá que aumentar a_{KX}.

Concluimos com dois comentários:

Primeiro: suponhamos que o progresso tecnológico seja neutro à Harrod no setor de consumo e se verifique a taxas diferentes nas duas indústrias. Consegue-se "própria" neutralidade no setor consumo se e só se a elasticidade substituição entre fatores nesse setor for igual à unidade [vide equação (4.13.1.5), também relevante para o setor X isolado]. No gráfico (4.13.2.2) o ponto N deveria ficar em RB.

Segundo: consideremos o caso em que não temos progresso tecnológico no setor de máquinas. A linha DE corresponde a DG. Se ocorrer progresso tecnológico no setor consumo a isoquanta unitária correspondente desloca-se para o interior. Mantida constante a taxa de lucro, o preço de X deverá diminuir para que ambos os bens continuem a ser produzidos em equilíbrio competitivo. Assim, a isoquanta unitária em valor, X", deverá ser uma expansão radial de X'. Para que X" seja tangente a DG em B, o que implica manter constante a razão capital-produto em valor no nível inicial, o deslocamento inicial de X para X' deve ter-se caracterizado por contração radial no sentido da origem. Isto é, o progresso tecnológico no setor consumo deve ser neutro à Hicks para ser neutro à Harrod quando não temos progresso tecnológico no setor de máquinas [vide equação (4.13.2.6)].

BIBLIOGRAFIA

1. AMANO, A. Neo-Classical Models of International Trade and economic Growth. Dissertação doutoral não publicada. Universidade de Rochester, 1963.

2. ASIMAKOPULOS, A. & J. C. WELDON."The Classification of Technical Progress in Models of Economic Growth." Economica, novembro 1963, pp. 372-86.

3. ——— & ———."The Definition of Neutral Inventions" Economic Journal 73, pp. 675-80, dezembro 1963.

4. HARROD, ROY F. Toward a Dynamic Economics. Londres: Macmillan, 1948.

5. HICKS, JOHN R. The Theory of Wages. Londres: Macmillan,1932.

6. JONES, RONALD W. " 'Neutral' Technological Change and the Isoquant Map". American Economic Review 55(4): 848-855, setembro 1965.

7. ———."The Structure of Simple General Equilibrium Models". Journal of Political Economy 73(6): 557-572, dezembro 1965.

8. KEMP, MURRAY C. The Pure Theory of International Trade and Investment . Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1969. Capítulo 2.

9. KENNEDY, C. "Technical Progress and Investment". Economic Journal 71, pp. 292-99, junho 1961.

10. ———."Harrod ou Neutrality". Economic Journal 72, pp.249-50, março 1962.

11. LERNER, A. "The Diagrammatical Representation of Elasticity of Substitution" em Essays in Economic Analysis. Londres, 1953.

12. McKENZIE, L. "On Equilibrium in Graham's Model of World Trade and Other Competitive Systems". Econometrica 22, pp. 147-61, abril 1954.

13. MEADE, J. E. A Neo-Classical Theory of Economic Growth. Londres, 1951.

14. ROBINSON, J. "The Classification of Inventions", em A.E.A., Readings in the Theory of Income Distribution, pp. 175-80. Philadelphia, 1951.

15. ———. The Accumulation of Capital. Londres: Macmillan,1969.

16. UZAWA, HIROFUMI. "Neutral Inventions and the Stability of Growth Equilibrium". Review of Economic Studies 28 (2) : 117-124, fevereiro 1961.

CAPÍTULO V

MODELO DE EQUILÍBRIO GERAL DE PRODUÇÃO COM DISTORÇÕES NO MERCADO DE FATORES

Neste capítulo introduziremos distorções entre as remunerações do mesmo fator em diferentes setores. A análise considera os casos em que os sindicatos, leis trabalhistas, legislação impositiva, salário mínimo etc. geram divergência entre as remunerações pagas, em cada setor, a um fator qualitativamente idêntico.

Com intuito de facilitar o estudo de nosso presente assunto faremos uma ligeira revisão dos supostos do modelo de equilíbrio geral.

5.1. INTRODUÇÃO

Oferta de Fatores - Admitimos sempre que a disponibilidade de fatores é fixa, e que existe sempre pleno emprego de ambos os fatores independentemente de analisarmos o caso de concorrência perfeita do mercado de fatores ou o caso de existirem distorções. Portanto, teremos, como no capítulo II,

$$\bar{K} = K_x + K_y$$

$$\bar{L} = L_x + L_y \quad ; \quad l_x + l_y = 1$$

$$k = k_x l_x + k_y l_y$$

$$l_x = \frac{k - k_y}{k_x - k_y}$$

$$l_y = \frac{k_x - k}{k_x - k_y}$$

Consideramos, também, que o setor X sempre seja intensivo no uso de unidades físicas do fator capital, isto é:

$$k_x > k_y$$

<u>Função de Produção</u> - Cada setor está representado por sua respectiva função de produção homogênea e linear:

$$X = F_x (K_x , L_x)$$

$$Y = F_y (K_y , L_y)$$

O produto médio do trabalho é:

$$f_i = f_i (k_i)$$

O produto marginal do trabalho é:

$$\frac{\partial F_i}{\partial L_i} = f_i (k_i) - k_i f'_i (k_i)$$

O produto marginal do capital é:

$$\frac{\partial F_i}{\partial L_i} = f'_i (k_i)$$

Os produtos marginais são positivos e decrescentes. O produto setorial <u>per capita</u> é dado por:

$$q_i = \frac{F_i}{L} = \frac{L_i f_i (k_i)}{L} = l_i f_i (k_i)$$

<u>Remuneração dos Fatores</u> - A remuneração nominal dos fatores é igual ao valor de sua produtividade marginal, ou:

No setor X:

$$w_x = P_x \frac{\partial F_x}{\partial L_x} = P_x (f_x - k_x f'_x)$$

$$R_x = P_x \frac{\partial F_x}{\partial K_x} = P_x (f'_x)$$

No setor Y:

$$w_y = P_y \frac{\partial F_y}{\partial L_y} = P_y (f_y - f'_y k_y)$$

$$R_y = P_y \frac{\partial F_y}{\partial K_y} = P_y (f'_y)$$

A remuneração real de um fator, em termos de determinado bem, é igual à remuneração nominal desse fator dividida pelo preço do bem considerado.

Considerando-se a remuneração real em termos do bem X, no setor X teremos:

$$w_x^x = \frac{P_x (f_x - f'_x k_x)}{P_x} = f_x - k_x f'_x$$

$$R_x^x = \frac{P_x (f'_x)}{P_x} = f'_x$$

No setor Y encontraremos (para preço relativo definido como $P= \frac{Py}{Px}$)

$$w_y^x = \frac{P_y (f_y - k_y f'_y)}{P_x} = P (f_y - k_y f'_y)$$

$$R_y^x = \frac{P_y (f'_y)}{P_x} = P (f'_y)$$

Consideramos, agora, a remuneração real dos fatores em termos do bem produzido em Y.

No setor X teremos:

$$w_x^y = P_x \frac{(f_x - k_x f'_x)}{P_y} = \frac{f_x - k_x f'_x}{P}$$

$$R_x^y = \frac{P_x (f'_x)}{P_y} = \frac{f'_x}{P}$$

No setor Y:

$$w_y^y = \frac{P_y (f_y - k_y f'_y)}{P_y} = f_y - k_y f'_y$$

$$R_y^y = \frac{P_y (f'_y)}{P_y} = f'_y$$

5.2. DISTORÇÕES

As distorções no mercado de fatores tomam a forma de uma maior remuneração (como se fosse um prêmio) paga a determinado fator de certa indústria em relação àquela paga a fator idêntico, na outra indústria.

Admitimos que só encontramos distorções no mercado do fator trabalho. Supomos, também, que essa distorção toma a forma de um prêmio que diferencia as taxas de salários reais nos dois setores.

Caracterizaremos as distorções pelo parâmetro α_i. Podemos, assim, definir as taxas salarias reais em termos de X em cada setor como:

$$w_i^x = \alpha_i \bar{w}_x \quad , \quad \text{para } i = x, y$$

onde $\bar{w}_x$ seria o salário real em termos de X encontrado no caso em que não tivéssemos distorções. Admitiremos que α_y é igual à unidade. Assim sendo, a distorção será um prêmio ganho pelo fator trabalho na indústria X se a relação

$$\frac{\alpha_x}{\alpha_y} > 1$$

Caso a relação entre as distorções seja menor que a unidade, a remuneração do fator trabalho no setor X estaria penalizado com uma remuneração menor em relação à obtida no setor Y.

Caso não existam distorções é claro que os salários em ambos os setores serão iguais, pois consideramos a existência de perfeita mobilidade de fatores.

Existindo distorções, os salários reais, em termos de X, em cada setor, serão:

$$\begin{aligned} w_x^x &= \alpha_x \ \bar{w}_x \\ w_y^x &= \alpha_y \ \bar{w}_x \end{aligned} \qquad (5.2.1)$$

Resolvendo o sistema (5.2.1), encontramos:

$$w_x^x = \frac{\alpha_x}{\alpha_y} \ w_y^x \qquad (5.2.2)$$

Esta expressão (5.2.2) indica que, a menos que $\frac{\alpha_x}{\alpha_y} = 1$, a remuneração real do trabalho será diferente nos dois setores. É importante notar que não consideramos a existência de distorções no mercado de capitais, e portanto a remuneração real do capital será idêntica em ambos os setores.

5.3. A REMUNERAÇÃO RELATIVA DOS FATORES

No caso em que não tínhamos distorções a remuneração do trabalho relativamente à do capital era igual em ambos os setores; assim, em cada setor tínhamos:

$$\theta_x = \frac{\bar{w}}{R_x^x} = \frac{(f_x - f'_x k_x)}{f'_x} = \frac{f_x}{f'_x} - k_x$$

$$\theta_y = \frac{\bar{w}}{R_y^x} = \frac{P(f_y - f'_y k_y)}{P f'_y} = \frac{f_y}{f'_y} - k_y$$

$\theta_x = \theta_y = \theta$

Generalizando, temos:

$$\theta = \frac{f_i}{f'_i} - k_i \qquad (5.3.1)$$

$$k_i = \frac{f_i}{f'_i} - \theta \qquad (5.3.2)$$

Diferenciando-se (5.3.2) em relação à θ, teremos:

$$\frac{\partial k_i}{\partial \theta} = \frac{-(f'_i)^2}{f_i\ f''_i} > 0 \qquad (5.3.3)$$

No caso em que ocorrem distorções temos que:

$$\theta_x = \frac{\alpha_x\ \bar{w}}{R_x^x} = \alpha_x\ \theta$$

$$\theta_y = \alpha_y\ \frac{\bar{w}_x}{R_x^x} = \alpha_y\ \theta$$

onde θ é a remuneração relativa dos fatores quando não temos distorções, resolvendo , temos:

$$\theta_x = \frac{\alpha_x}{\alpha_y}\ \theta_y \qquad (5.3.4)$$

Caso não houvesse distorções no mercado de trabalho, encontraríamos uma única remuneração relativa dos fatores em toda a economia. Uma única remuneração relativa dos fatores na economia é possível quando $\frac{\alpha_x}{\alpha_y} = 1$ que significa:

$$\theta_x = \theta_y = \theta$$

Podemos escrever esta equação da seguinte maneira, fazendo uso de (5.2.1) ou de (5.2.2):

$$\theta_x = \frac{w_x^x}{R_x^x} = \alpha_x \frac{\bar{w}_x}{R_x^x} = \frac{\alpha_x}{\alpha_y} \frac{w_y^x}{R_y^x} = \frac{\alpha_x}{\alpha_y} \theta_y$$

Note que a remuneração real do capital do setor X foi substituída indistintamente pela de Y, pois são idênticas, já que admitimos que não existe distorção no mercado de capitais. Em casos em que tenhamos distorções no mercado de capitais da mesma magnitude e direção que a do mercado de trabalho, ambas se compensam e assim voltaremos à análise em que não existia distorção Embora a situação seja de distorção em ambos os mercados de fatores, as distorções se compensarão por serem iguais em magnitude e indicam o mesmo viés com relação aos setores.

5.4. RELAÇÃO ENTRE O PREÇO RELATIVO DOS BENS E DOS FATORES

Quando, na equação (5.2.2), substituímos o valor de w_y^x encontramos:

$$w_x^x = \frac{\alpha_x}{\alpha_y} P (f_y - k_y f'_y)$$

Isolando P temos:

$$P = \frac{w_x^x}{(f_y - k_y f'_y)} \frac{\alpha_y}{\alpha_x} \qquad (5.4.1)$$

Substituindo o valor de W_x^x, temos:

$$P = \frac{f_x - f'_x k_x}{f_y - k_y f'_y} \frac{\alpha_y}{\alpha_x}$$

Aplicando logaritmos e fazendo a diferenciação logarítmica de P em relação ao logaritmo de θ_x, encontramos:

$$\frac{\partial\ Ln\ P}{\partial\ Ln\ \theta_x} = \frac{dLn\ \alpha_y}{dLn\ \theta_x} - \frac{dLn\ \alpha_x}{dLn\ \theta_x} + \frac{\theta_x}{f_x - f'_x\ k_x} \left(- f''_x\ k_x \frac{\partial\ k_x}{\partial\ \theta_x}\right)$$

$$- \frac{\theta_y}{f_y - f'_y\ k_y} \left(- f''_y\ k_y \frac{\partial\ k_y}{\partial\ \theta_y}\right) \frac{\partial\ Ln\ \theta_y}{\partial\ Ln\ \theta_x} \qquad (5.4.2)$$

Substituindo o valor de (5.3.3) na equação (5.4.2) acima, temos:

$$\frac{\partial\ Ln\ P}{\partial\ Ln\ \theta_x} = \frac{dLn\ \alpha_y}{dLn\ \theta_x} - \frac{dLn\ \alpha_x}{dLn\ \theta_x} + \frac{\theta_x}{f_x - f'_x\ k_x} \frac{f''_x\ k_x\ (f'_x)^2}{f_x\ f''_x}$$

$$- \frac{\theta_y}{f_y - f'_y\ k_y} \frac{f''_y\ k_y\ (f'_y)^2}{f''_y\ f_y} \frac{dLn\ \theta_y}{dLn\ \theta_x}$$

Simplificando, temos:

$$\frac{dLn\ P}{dLn\ \theta_x} = \frac{dLn\ \alpha_y}{dLn\ \theta_x} - \frac{dLn\ \alpha_x}{dLn\ \theta_x} + \frac{\theta_x}{f_x - f'_x\ k_x} \left[\frac{k_x\ (f'_x)^2}{f_x}\right] -$$

$$- \frac{\theta_y}{f_y - f'_y\ k_y} \left[\frac{k_y (f'_y)^2}{f_y}\right] \frac{dLn\ \theta_y}{dLn\ \theta_x}$$

Substituindo a $\frac{dLn\ \theta_y}{dLn\ \theta_x}$ pelo diferencial logarítmico da equação (5.3.4), temos [1]:

---

[1] O logaritmo de (5.3.4), é:

$$Ln\ \theta_x = Ln\ \alpha_x - Ln\ \alpha_y + Ln\ \theta_y$$

$$Ln\ \theta_y = - Ln\ \alpha_x + Ln\ \alpha_y + Ln\ \theta_x$$

Diferenciando em relação a $Ln\ \theta_x$, temos:

$$\frac{dLn\ \theta_y}{dLn\ \theta_x} = - \frac{dLn\ \alpha_x}{dLn\ \theta_x} + \frac{dLn\ \alpha_y}{dLn\ \theta_x} + 1$$

$$\frac{dLn\ P}{dLn\ \theta_x} = \frac{dLn\ \alpha_y}{dLn\ \theta_x} - \frac{dLn\ \alpha_x}{dLn\ \theta_x} + \frac{\theta_x}{f_x - f'_x\ k_x}\left[\frac{k_x\ (f'_x)^2}{f_x}\right] -$$

$$\frac{-\theta_y}{f_y - f'_y\ k_y}\left[\frac{k_y\ (f'_y)^2}{f_y}\right]\left(\frac{dLn\ \alpha_y}{dLn\ \theta_x} - \frac{dLn\ \alpha_x}{dLn\ \theta_x} + 1\right)$$

Substituindo ,temos[2]:

$$\frac{dLn\ P}{dLn\ \theta_x} = \frac{dLn\ \alpha_y}{dLn\ \theta_x} - \frac{dLn\ \alpha_x}{dLn\ \theta_x} + (1 - a_x) - (1 - a_y)$$

$$\left(\frac{dLn\ \alpha_y}{dLn\ \theta_x} - \frac{dLn\ \alpha_x}{dLn\ \theta_x} + 1\right) \qquad (5.4.3)$$

Ordenando:

$$\frac{dLn\ P}{dLn\ \theta_x} = (1-a_x) - (1-a_y) + \left[1 - (1-a_y)\right]\ \frac{dLn\ \alpha_y}{dLn\ \theta_x} - \frac{dLn\ \alpha_x}{dLn\ \theta_x}$$

Novamente ordenando:

$$\frac{dLn\ P}{dLn\ \theta_x} = (a_y - a_x) + a_y\left(\frac{dLn\ \alpha_y}{dLn\ \theta_x} - \frac{dLn\ \alpha_x}{dLn\ \theta_x}\right)$$

2

$$\frac{\theta_i}{f_i - f'_i\ k_i}\left[\frac{k_i\ (f'_i)^2}{f_i}\right] = \frac{\frac{W_i^i}{R_i^i}\ f'_i}{W_i^i}\ \frac{K_i\ f'_i}{L_i\ f_i}$$

Simplificando e substituindo, temos:

$$\frac{K_i\ f'_i}{L_i\ f'_i} = \frac{K_i\ R_i^i}{L_i\ \frac{F_i}{L_i}} = \frac{K_i\ R_i^i}{F_i} = (1 - a_i)$$

Finalmente, agrupando, conseguimos a variação relativa no preço relativo do bem Y como uma função da mudança relativa na remuneração relativa dos fatores no setor X e da variação relativa na distorção entre os salários pagos em cada setor:

$$dLn\ P = (a_y - a_x)\ dLn\ \theta_x + a_y\ (dLn\ \alpha_y - dLn\ \alpha_x) \quad (5.4.4)$$

Isolando, conseguimos a variação relativa na remuneração relativa dos fatores no setor X:

$$dLn\ \theta_x = \frac{1}{(a_y - a_x)}\ dLn\ P - \frac{a_y}{(a_y - a_x)}\ (dLn\ \alpha_y - dLn\ \alpha_x) \quad (5.4.5)$$

Diferenciando a equação (5.3.4) e substituindo em (5.4.5) obtemos a variação relativa na remuneração relativa no setor Y em relação à variação relativa no preço relativo dos bens e da variação relativa nas distorções entre os salários pagos em cada setor:

$$dLn\ \theta_y = \frac{1}{a_y - a_x}\ dLn\ P - \frac{a_x}{a_y - a_x}\ (dLn\ \alpha_y - dLn\ \alpha_x) \quad (5.4.6)$$

5.5. A PARTICIPAÇÃO DOS FATORES QUANDO EXISTEM DISTORÇÕES

Como vimos acima, a variação relativa no preço relativo dos bens, e nas remunerações relativas de cada setor, dependerão da participação relativa do trabalho em cada setor.

Sabemos que a participação relativa setorial do trabalho é:

$$a_i = \frac{\theta_i}{\theta_i + k_i} \qquad \text{Para } i = x,\ y$$

ou seja,

$$a_x = \frac{\theta_x}{\theta_x + k_x} \qquad a_y = \frac{\theta_y}{\theta_y + k_y} \qquad (5.5.1)$$

Consideremos que agora exista uma distorção no mercado do fator trabalho, dada pela equação (5.3.4), que substituimos na equação (5.5.1) e obtemos:

$$a_x = \frac{\frac{\alpha_x}{\alpha_y}\,\theta_y}{\frac{\alpha_x}{\alpha_y}\,\theta_y + k_x}$$

Se $\alpha_y = 1$, teremos que

$$a_x = \frac{\theta_y}{\theta_y + \frac{k_x}{\alpha_x}} \qquad (5.5.2)$$

Desta forma,subtraindo de (5.5.1) o valor encontrado em (5.5.2), teremos:

$$a_y - a_x = \frac{\theta_y}{\theta_y + k_y} - \frac{\theta_y}{\theta_y + \frac{k_x}{\alpha_x}} = \theta_y \left[\frac{\frac{k_x}{\alpha_x} - k_y}{(\theta_y + k_y)(\theta_y + \frac{k_x}{\alpha_x})} \right] \qquad (5.5.3)$$

No caso de não existir distorção ($\alpha_x = 1$), se $k_x > k_y$ então $(a_y - a_x)$ será maior que zero.

Se tivermos distorção, isto é, $\alpha_x > 1$, e $k_x > k_y$, então $(a_y - a_x) \gtrless 0$.

No caso em que α_x é suficientemente maior do que a unidade, tendo-se ainda $k_x > k_y$, podemos encontrar $(a_y - a_x) < 0$. Isto significa que o setor X é intensivo em capital quando nos referimos a proporções físicas, mas o setor X será intensivo em trabalho em termos de valor. Para que isto aconteça necessitamos que $\alpha_x > \frac{k_x}{k_y} > 1$

5.6. EFEITO DA VARIAÇÃO DO PREÇO RELATIVO DOS BENS SOBRE A REMUNERAÇÃO RELATIVA DOS FATORES, COM AS DISTORÇÕES CONSTANTES

Admitiremos que o nível da distorção, no mercado de trabalho, mantenha-se constante, isto é, que

$$\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x = 0$$

De (5.4.5) e (5.4.6), aumento no preço relativo do bem Y (aumento em P) gera variação mais que proporcional na remuneração relativa do trabalho. A direção desta mudança será ambígua, pois depende do sinal de $(a_y - a_x)$. O setor X poderá ser intensivo em capital em termos físicos, isto é, $k_x > k_y$, mas se a distorção implica em que o premio pago ao trabalho neste setor é suficientemente grande para que torne a participação do trabalho maior que a do capital neste setor, teremos então que $(a_y - a_x) < 0$. Neste caso, quando aumentar o preço relativo do bem Y (P) a remuneração relativa do fator trabalho em ambos os setores (θ_x e θ_y) diminuirá, ou seja, o aumento no preço relativo do bem intensivo em trabalho, em termos físicos, resultará em decréscimo na remuneração relativa deste fator em ambos os setores. Esta conclusão é um paradoxo.

O paradoxo a que nos referimos pode ser entendido como uma conclusão que "contraria" aparentemente o Teorema Stolper Samuelson, que diz que um aumento no preço relativo de Y aumenta a remuneração real do fator usado mais intensivamente no setor Y, enquanto que a remuneração real do outro fator decresce . O paradoxo pode ser resolvido na medida em que a intensidade de uso dos fatores for entendida em termos de valor e não em unidades físicas.

5.6. EFEITO DA VARIAÇÃO RELATIVA NAS DISTORÇÕES SOBRE AS REMUNERAÇÕES RELATIVAS DOS FATORES EM CADA SETOR

Neste tópico analisaremos as variações nas remunerações relativas dos fatores decorrentes de mudanças nas distorções, mantido o preço relativo dos bens constante (isto é, $\partial Ln\ P = 0$).

Das equações (5.4.5) e (5.4.6), teremos:

$$\partial Ln\ \theta_x = \frac{-a_y}{(a_y - a_x)} (\partial Ln\ \alpha_y - \partial Ln\ \alpha_x) \qquad (5.6.1)$$

$$\partial Ln\ \theta_y = \frac{-a_x}{a_y - a_x} (\partial Ln\ \alpha_y - \partial Ln\ \alpha_x) \qquad (5.6.2)$$

Destas fórmulas podemos concluir que, se ocorre aumento no "prêmio" pago ao trabalho na indústria onde a participação do trabalho é menor, o salário relativo em ambas as indústrias deverá aumentar. Ou seja:

Se $(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) > 0$ e $(a_y - a_x) < 0$ ou
se $(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) < 0$ e $(a_y - a_x) > 0$

teremos que

$\partial Ln\ \theta_x > 0$

$\partial Ln\ \theta_y > 0$

No caso em que o aumento do "prêmio" pago ao trabalho ocorre no setor que é intensivo em trabalho, em termos de valor , o salário relativo cairá em ambos os setores, isto é

Se $(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) > 0$ e $(a_y - a_x) > 0$ ou
se $(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) < 0$ e $(a_y - a_x) < 0$

então

$$\partial \ Ln \ \theta_x < 0$$

$$\partial \ Ln \ \theta_y < 0$$

Se considerarmos que um sindicato de trabalhadores está inserido em uma indústria que é intensiva em trabalho, em termos de valor , qualquer aumento nos "prêmios" pagos ao conjunto de trabalhadores desta indústria redundará em decréscimo no salário relativo deles; fracassará, portanto, a tentativa do sindicato em aumentar os salários de seus associados.

O efeito magnificação (isto é, a ocorrência de aumento no preço relativo de um bem implica aumento mais que proporcional na remuneração relativa do fator usado mais intensivamente neste setor em termos de valor) garantirá que a remuneração real dos fatores será afetada na mesma direção, o que passamos a analisar.

5.7. EFEITO DA VARIAÇÃO RELATIVA NAS DISTORÇÕES NO MERCADO DO FATOR TRABALHO SOBRE A REMUNERAÇÃO REAL DO CAPITAL EM TERMOS DE UM BEM

Analisaremos neste tópico o efeito das distorções sobre a renda real do capital.

A) Em termos do bem X,

$$R_x^x = f'_x$$

$$R_y^x = P \ f'_y$$

Sabemos também que

$$R_x^x = R_y^x \quad .$$

Daí vem que

$$R_x^x = P \ f'_y$$

Aplicando logaritmos naturais, temos:

$$\ln R_x^x = \ln P + \ln f'_y$$

Diferenciando, encontramos:

$$d\ln R_x^x = d\ln P + \theta_y \frac{f''_y}{f'_y} \frac{\partial k_y}{d\,\theta_y} \frac{d\,\theta_y}{\theta_y}$$

Fazendo as substituições [3] chegamos a

$$d\ln R_x^x = d\ln P - a_y\, d\ln \theta_y \qquad (5.7.1)$$

Substituindo o valor de $d\ln\ \theta_y$ pelo encontrado em (5.4.6) teremos:

$$d\ln R_x^x = d\ln P - \frac{a_y}{a_y - a_x} d\ln P + \frac{a_y\, a_x}{a_y - a_x} (d\ln \alpha_y - d\ln \alpha_x)$$

Simplificando, temos:

$$d\ln R_x^x = \frac{-a_x}{a_y - a_x} d\ln P + \frac{a_y\, a_x}{a_y - a_x} (d\ln \alpha_y - d\ln \alpha_x) \qquad (5.7.2)$$

---

[3] Substituindo $\frac{\partial k_y}{\partial\,\theta_y}$ por $\frac{-(f'_y)^2}{f_y\, f''_y}$

encontramos

$$d\ln R_x^x = d\ln P - \theta_y \frac{f''_y}{f'_y} \frac{(f'_y)^2}{f_y\, f''_y} \frac{d\,\theta_y}{\theta_y}.$$

Simplificando e substituindo a_y por $\frac{f'_y\,\theta_y}{f_y}$, temos:

$$d\ln R_x^x = d\ln P - a_y\, d\ln \theta_y$$

B) Em termos do bem Y.

Sabemos que

$$R^x_y = \frac{R^x_x}{P}$$

Aplicando-se logaritmos e diferenciando, vem:

$$dLn\ R^x_y = dLn\ R^x_x - dLn\ P$$

Substiuindo o valor de $dLn\ R^x_x$ encontrado em (5.7. 2), temos:

$$dLn\ R^x_y = \frac{-a_y}{a_y - a_x}\ dLn\ P + \frac{a_y\ a_x}{a_y - a_x}\ (dLn\ \alpha_y - dLn\ _x) \quad (5.7.3)$$

Analisaremos as implicações das equações (5.7.2) e (5.7.3). Consideremos inicialmente um nível de divergência constante, $\left[(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) = 0\right]$; com isto individualizaremos o efeito da variação relativa do preço relativo de bens sobre a remuneração real do capital em termos de ambos os bens.

A remuneração real do capital será inversamente relacionada com o preço relativo de Y, no caso em que esse bem seja intensivo em trabalho em termos físicos e em termos de valor, ainda se as intensidades de uso diferem em termos físicos (Y intensivo em trabalho) e de valor o relacionamento entre o preço relativo de Y e a remuneração real do capital será direta.

No caso em que mantemos o preço relativo dos bens constante, um aumento no"prêmio" pago aos trabalhadores no setor onde o trabalho é usado intensivamente em termos de valor gerará aumento na remuneração real do capital, isto é:

quando $(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) > 0$ e $(a_y - a_x) > 0$

ou $(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) < 0$ e $(a_y - a_x) < 0$

então $\hat{R}^x_x > 0$ e $\hat{R}^x_y > 0$

O efeito contrário é conseguido quando o aumento no "prêmio" pago aos trabalhadores ocorre no setor intensivo em capital, em termos de valores, isto é:

quando $(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) > 0$ e $(a_y - a_x) < 0$

ou $(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) < 0$ e $(a_y - a_x) > 0$

então $\hat{R}^x_x < 0$ e $\hat{R}^x_y < 0$

5.8. EFEITO DAS DISTORÇÕES SOBRE OS SALÁRIOS REAIS

Analisaremos o efeito das distorções sobre o salário real em termos de cada bem.

A) O salário real em termos de X, neste setor:

Sabemos que

$$w^x_x = f_x - f'_x \, k_x$$

Aplicando logaritmos temos:

$$dLn \, w^x_x = Ln \, (f_x - f'_x \, k_x)$$

Diferenciando-se vem:

$$dLn \, w^x_x = \frac{\theta_x}{f_x - f'_x \, k_x} \left[f'_x \frac{d \, k_x}{d \, \theta_x} - f''_x \frac{d \, k_x}{d \, \theta_x} - f'_x \frac{d \, k_x}{d \, \theta_x} \right] \frac{d \, \theta_x}{\theta_x}$$

Substituindo na equação anterior o valor de $\frac{d \, k_x}{d \, \theta_x}$ e transformando o coeficiente resultante em $(1 - a_x)$, temos:

$$dLn \, w^x_x = (1 - a_x) \, dLn \, \theta_x$$

Substituindo $d\ln\theta_x$ pelo seu valor dado em (5.4.5), temos:

$$d\ln w_x^x = \frac{(1-a_x)}{(a_y-a_x)}\, d\ln P - \frac{(1-a_x)\, a_y}{a_y - a_x}\,(d\ln \alpha_y - d\ln \alpha_x) \tag{5.8.1}$$

B) O salário real no setor X em termos de Y é obtido da seguinte maneira:

$$w_x^y = \frac{w_x^x}{P}$$

Assim, através de logaritmos, temos:

$$\ln w_x^y = \ln w_x^x - \ln P$$

Diferenciado, encontramos:

$$d\ln w_x^y = d\ln w_x^x - d\ln P$$

Substituindo pelo valor encontrado em (5.8.1) e simplificando, temos:

$$d\ln w_x^y = \frac{1 - a_y}{a_y - a_x}\, d\ln P - \frac{(1-a_x)\, a_y}{(a_y - a_x)}\,(d\ln \alpha_y - d\ln \alpha_x) \tag{5.8.2}$$

C) O salário real no setor Y em termos de X é conseguido de (5.2.2), isto é,

$$w_y^x = \frac{\alpha_y}{\alpha_x}\, w_x^x$$

$$\ln w_y^x = \ln \alpha_y - \ln \alpha_x + \ln w_x^x$$

$$d\ln w_y^x = d\ln \alpha_y - d\ln \alpha_x + d\ln w_x^x$$

Substituindo $d\ln w_x^x$ por (5.8.1), teremos:

$$d\ln w_y^x = \frac{1 - a_x}{a_y - a_x} d\ln p - \frac{a_x(1 - a_y)}{a_y - a_x} (d\ln \alpha_y - d\ln \alpha_x) \qquad (5.8.3)$$

D) O salário real no setor Y em termos de Y é:

$$w_y^y = \frac{w_y^x}{p}$$

Aplicando logaritmos, temos:

$$\ln w_y^y = \ln w_y^x - \ln p$$

Derivando e substituindo:

$$d\ln w_y^y = \frac{1 - a_y}{a_y - a_x} d\ln p - \frac{a_x(1 - a_y)}{a_y - a_x} (d\ln \alpha_y - d\ln \alpha_x) \qquad (5.8.4)$$

Analisaremos as implicações das equações (5.8.1) a (5.8.4). Admitiremos inicialmente que o nível da divergência é constante, isto é, que $(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) = 0$; Neste caso observaremos o efeito da mudança no preço relativo dos bens sobre os respectivos salários reais. Se tivermos correspondência nas duas formas de se definir a intensidade de uso dos fatores, a remuneração real do trabalho, em ambos os setores e em termos de ambos os bens, estará diretamente relacionada com o preço relativo do bem intensivo no uso do fator trabalho. A remuneração real do trabalho estará inversamente relacionada quando essa correspondência não ocorrer.

Vejamos agora a relação entre remuneração real do trabalho e a variação no nível de divergência, mantido o preço relativo dos bens constante. Neste caso teremos aumento na remuneração real do trabalho, em ambos os setores e em termos dos dois bens, devido à variação na distorção no mercado de trabalho, desde que o aumento no"prêmio"ao trabalho ocorra no setor intensivo em capital em termos de valores, isto é:

$$\text{Se } (\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) > 0 \quad \text{e} \quad (a_y - a_x) < 0$$

$$\text{ou } (\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) < 0 \quad \text{e} \quad (a_y - a_x) > 0$$

$$\text{então, } \hat{w}^x_x > 0, \quad \hat{w}^x_y > 0 \quad \hat{w}^y_x > 0 \quad \text{e} \quad \hat{w}^y_y > 0$$

No caso de o aumento no"prêmio"ao trabalho ocorrer no setor intensivo em trabalho, em termos de valor o salário real diminuirá; isto é,

$$\text{Se } (\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) > 0 \quad \text{e} \quad (a_y - a_x) > 0$$

$$(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) < 0 \quad \text{e} \quad (a_y - a_x) < 0$$

$$\text{então } \hat{w}^x_x < 0 \quad \hat{w}^y_x < 0 \quad \hat{w}^y_y < 0 \quad \hat{w}^x_y < 0$$

5.9. EFEITOS DE DISTORÇÕES NO MERCADO DE TRABALHO SOBRE O NÍVEL DE PRODUÇÃO

Nesta seção analisaremos o efeito gerado pela distorção no mercado de trabalho sobre a composição da produção e o preço relativo dos bens, assim como o efeito direto de mudanças no nível da distorção sobre a estrutura de produção.

A taxa de variação no produto per capita de Y é:

$$d\text{Ln } q_y = d\text{Ln } l_y + d\text{Ln } f_y$$

A participação da força de trabalho no setor Y, l_y, é função das proporções capital-trabalho setoriais e na economia, sendo que as proporções setoriais entre fatores são funções das respectivas remunerações relativas setoriais. Assim podemos expressar a taxa de variação na participação da força de trabalho no setor Y, em função das taxas de variação nas remunerações relativas setoriais do trabalho,

$$dLn\ l_y = \sigma_x \frac{k_x}{k_x - k_y} \left(\frac{1}{l_y} - 1 \right) dLn\ \theta_x + \sigma_y \frac{k_y}{k_x - k_y} dLn\ \theta_y$$

Substituindo $dLn\ \theta_x$ e $dLn\ \theta_y$ de (5.4.5) e (5.4.6), respectivamente, e ordenando, temos:

$$dLn\ l_y = \frac{1}{l_y(a_y - a_x)(k_x - k_y)} \left[\sigma_x l_x k_x + \sigma_y l_y k_y \right] dLn\ P - \frac{1}{l_y(a_y - a_x)(k_x - k_y)} \left[\sigma_x l_x k_x a_y + \sigma_y l_y k_y a_x \right] (dLn\ \alpha_y - dLn\ \alpha_x) \qquad (5.9.1)$$

Desde que admitimos funções de produção homogêneas lineares, os produtos médios do trabalho setoriais são só funções das respectivas proporções capital-trabalho. Assim podemos expressar a taxa de variação no produto médio do trabalho no setor Y, como função da taxa de variação na remuneração relativa do trabalho nesse setor:

$$dLn\ f_y = (1 - a_y)\ \sigma_y\ dLn\ \theta_y$$

Substituindo $dLn\ \theta_y$ pelo seu valor de (5.4.6), temos a relação do produto por trabalhador no setor Y.

$$dLn\ f_y = \frac{(1 - a_y)}{a_y - a_x} \sigma_y\ dLn\ P - \frac{a_x(1 - a_y)}{(a_y - a_x)} \sigma_y \left[dLn\ \alpha_y - dLn\ \alpha_x \right] \qquad (5.9.2)$$

Adicionando e ordenando (5.9.1) e (5.9.2) conseguimos a relação para a taxa de variação no produto <u>per capita</u> de Y:

$$dLn\, q_y = \frac{k_x}{l_y(a_y - a_x)(k_x - k_y)} \left\{ \sigma_x\, l_x + \sigma_y\, l_y \left[1 - \frac{a_y(k_x - k_y)}{k_x} \right] \right\}$$

$$dLn\, P - \frac{k_x}{l_y(a_y - a_x)(k_x - k_y)} \left\{ \sigma_x\, l_x\, a_y + \sigma_y\, l_y\, a_x \right.$$

$$\left. \left[1 - \frac{a_y(k_x - k_y)}{k_x} \right] \right\} (dLn\, \alpha_y - dLn\, \alpha_x) \qquad (5.9.3)$$

A expressão (5.9.3) indica a variação relativa na oferta <u>per capita</u> do bem Y quando ocorrem variações relativas no preço relativo dos bens ou, então, no nível de divergência na remuneração do trabalho entre os setores.

Para o setor X, seguindo o mesmo procedimento, temos:

$$dLn\, l_x = - \frac{\sigma_y\, l_y\, k_y}{l_x(k_x - k_y)}\, dLn\, \theta_y - \frac{\sigma_x\, k_x}{(k_x - k_y)}\, dLn\, \theta_x$$

Substituindo $dLn\, \theta_y$ e $dLn\, \theta_x$ pelas equações (5.4.6) e (5.4.5) respectivamente e ordenando, teremos:

$$dLn\, l_x = - \frac{1}{l_x(a_y - a_x)(k_x - k_y)} (\sigma_y\, l_y\, k_y + \sigma_x\, l_x\, k_x)$$

$$dLn\, P + \frac{1}{l_x(a_y - a_x)(k_x - k_y)} (\sigma_y\, l_y\, k_y\, a_x - \sigma_x\, l_x\, k_x\, a_y)$$

$$(dLn\, \alpha_y - dLn\, \alpha_x) \qquad (5.9.4)$$

A relação entre a taxa de variação no produto médio do trabalho no setor X e a taxa de variação na remuneração relativa do trabalho nesse setor é:

$$dLn\ f_x = (1 - a_x)\ \sigma_x\ dLn\ \theta_x$$

Substituindo $dL_n\ \theta_x$ pelo valor encontrado em (5.4.5), temos:

$$dLn\ f_x = \sigma_x \frac{(1 - a_x)}{(a_y - a_x)} dLn\ P - \sigma_x \frac{(1 - a_x)}{(a_y - a_x)} a_y\ (dLn\ \alpha_y - dLn\ \alpha_x) \quad (5.9.5)$$

De (5.9.4) e (5.9.5), encontramos dLn q_x, ou:

$$dLn\ q_x = \frac{- k_y}{l_x(a_y - a_x)(k_x - k_y)} \left\{\sigma_y\ l_y + \sigma_x\ l_x \left[1 + \frac{a_x\ (k_x - k_y)}{k_y}\right]\right\} dLn\ P + \frac{k_y}{l_x(a_y - a_x)(k_x - k_y)} \left\{\sigma_y\ l_y\ a_x + \sigma_x\ l_x\ a_y \left[1 + \frac{a_x(k_x - k_y)}{k_y}\right]\right\} (dLn\ \alpha_y - dLn\ \alpha_x) \quad (5.9.6)$$

A equação (5.9.6) nos dá a variação relativa no produto *per capita* do setor X em função da variação relativa no preço relativo dos bens e da variação relativa na distorção no mercado do fator trabalho.

5.10. A VARIAÇÃO RELATIVA NA RAZÃO DOS PRODUTOS *PER CAPITA*

Estudaremos agora a variação relativa na razão dos produtos *per capita* setoriais em função das variações relativas no preço relativo dos bens e do nível da distorção no mercado de trabalho, assim:

$$dLn\left(\frac{q_y}{q_x}\right) = dLn\ q_y - dLn\ q_x \quad (5.10.1)$$

Substituindo os valores encontrados em (5.9.6) e (5.9.3), para dLn q_y e dLn q_x, em (5.10.1), teremos:

$$dLn\, q_y - dLn\, q_x = \frac{k}{(a_y - a_x)(k_x - k_y)\, l_y\, l_x} \left\{ \sigma_x\, l_x \left[1 + a_x \frac{(k_x - k)}{k} \right] + \right.$$

$$\left. + \sigma_y\, l_y \left[1 - \frac{(k - k_y)}{k} a_y \right] \right\} dLn\, P - \frac{k}{l_y\, l_x (a_y - a_x)(k_x - k_y)}$$

$$\left\{ \sigma_x\, l_x\, a_y \left[1 + \frac{a_x (k_x - k)}{k} \right] + \sigma_y\, l_y\, a_x \left[1 - a_y \frac{(k - k_y)}{k} \right] \right\}$$

$$(dLn\, \alpha_y - dLn\, \alpha_x) \qquad (5.10.2)$$

Na equação (5.10.2) acima temos que o coeficiente da derivada logarítmica do preço relativo de Y é a elasticidade substituição na produção nesta nova situação, ou seja:

$$\sigma_S^* = \frac{k}{(a_y - a_x)(k_x - k_y)\, l_x\, l_y} \left\{ \sigma_x\, l_x \left[1 + \frac{a_x (k_x - k)}{k} \right] + \right.$$

$$\left. + \sigma_y\, l_y \left[1 - \frac{a_y (k - k_y)}{k} \right] \right\} \qquad (5.10.3)$$

onde σ_S^* representa a elasticidade de substituição na produção $\left[dLn(q_y/q_x)/dLnP \right]$..

Sabemos que na equação (5.10.2) as expressões entre as chaves são positivas, na medida em que consideramos o setor X intensivo em capital em unidades físicas; desta forma a variação relativa na razão dos produtos <u>per capita</u> setoriais em relação com a variação relativa no nível das distorções no mercado de trabalho e da variação relativa no preço relativo dos bens, dependerá do sinal de:

$$(a_y - a_x)\ (k_x - k_y)$$

Supondo-se, agora, que o nível da divergência no mercado de trabalho é constante, isto é, que

$$d\ln \alpha_y - d\ln \alpha_x = 0,$$

encontraremos a expressão (5.10.2) reduzida a seu primeiro termo. Deste modo vejamos como se processam as variações:

a) No caso em que a distorção encontrada no mercado de trabalho, α_x, for menor que o valor crítico, (k_x/k_y), então poderemos afirmar que o setor Y será intensivo em trabalho em termos de valor e em termos de quantidades físicas, isto é:

$$\text{Se} \quad \alpha_x < \frac{k_x}{k_y}$$

$$\text{então} \quad a_y > a_x \quad \text{e} \quad (a_y - a_x) > 0$$

Neste caso, em que o setor Y é intensivo em trabalho, em termos de valor ou físicos, a produção relativa de Y estará diretamente relacionada com seu preço relativo ($\sigma_S^* > 0$). De (5.9.3) e (5.9.6) conclui-se que, neste caso, a oferta de Y estará diretamente relacionda e a de X inversamente relacionada com o preço relativo de Y.

No gráfico (5.10.1a) podemos ver tal caso representado; medimos no eixo horizontal a produção de Y relativa a X, e no eixo vertical o preço relativo de Y.

b) No caso em que temos a distorção no mercado de trabalho do setor X, α_x, maior que o valor crítico, o setor X torna-se intensivo em trabalho em termos de remuneração, isto é, em termos de valor ou seja:

$$\text{se} \quad \alpha_x > \frac{k_x}{k_y}$$

teremos $(a_y - a_x) < 0$.

Portanto não haverá correspondência entre a intensidade física do uso de fatores e em termos de valor. Neste caso a produção relativa de Y estará inversamente relacionada com o seu preço relativo. No gráfico (5.10.1b) representamos este caso, que pode ser melhor entendido através do seguinte raciocínio: ao aumentar o preço relativo do bem intensivo em capital em termos de valor (Y), aumentará a remuneração relativa do capital. As duas indústrias economizarão capital usando mais intensivamente o trabalho. O pleno emprego será mantido desde que se expanda o setor fisicamente intensivo em capital (X) em detrimento do setor Y. Desta forma, as curvas de oferta de longo prazo tem inclinação negativa.

c) No caso que $\alpha_x = (k_x/k_y)$ resultará em igual intensidade de uso de fatores em termos de valor, isto é, $(a_y - a_x) = 0$, portanto, $\sigma_S^* = \infty$ (vide gráfico (5.10.1c)).

Supondo, agora, que o preço relativo dos bens é constante, analisaremos o efeito na produção relativa do aumento no "prêmio" pago ao trabalho no setor intensivo em trabalho, em termos de valor, que corresponde a intensidade em termos físicos, isto é:

$$(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) > 0 \quad \text{e} \quad (a_y - a_x) > 0$$

$$(k_x - k_y) > 0$$

desta forma, da equação (5.10.2), observamos que a produção relativa de Y diminui. Nesta situação, como já observamos, teremos queda na remuneração ao trabalho em ambos os setores, que aumentará a proporção de seu uso em ambos os produtos; para manter pleno emprego precisamos de expansão na produção do setor fisicamente intensivo em capital, X, a expensas de Y. Graficamente este caso é representado no diagrama (5.10.2).

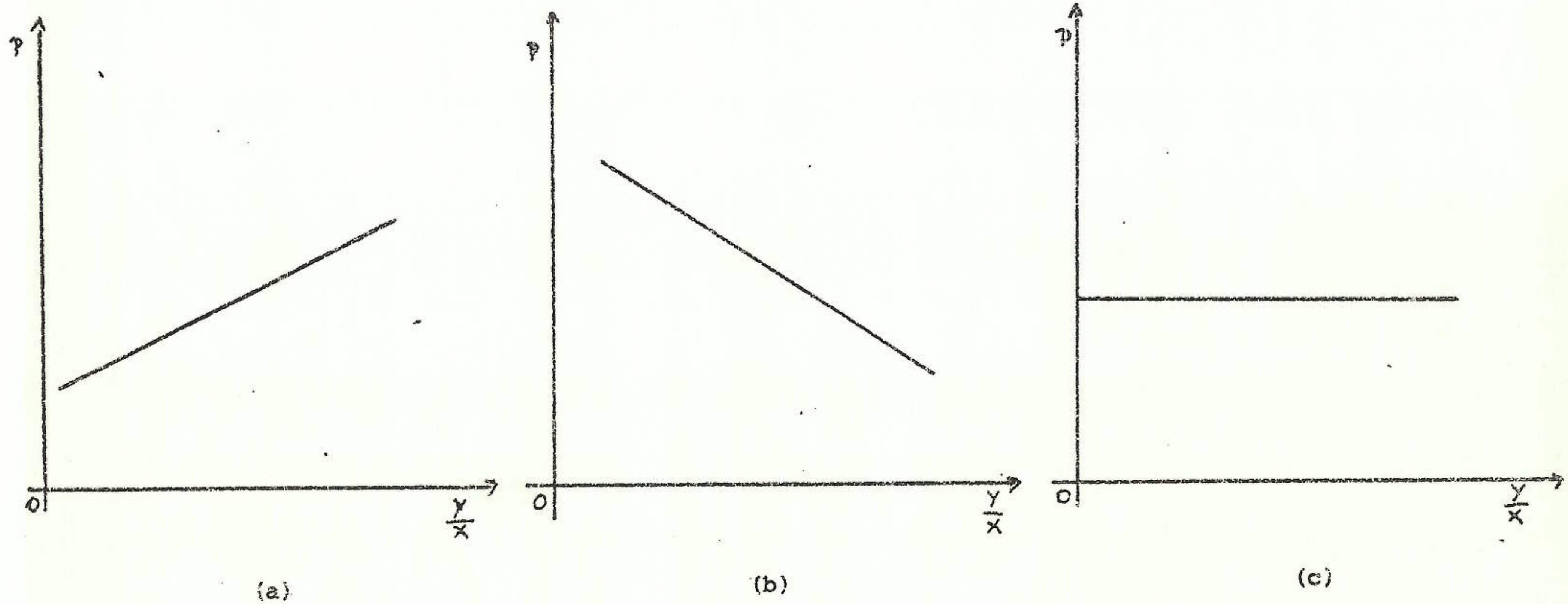


Gráfico (5.10.1)

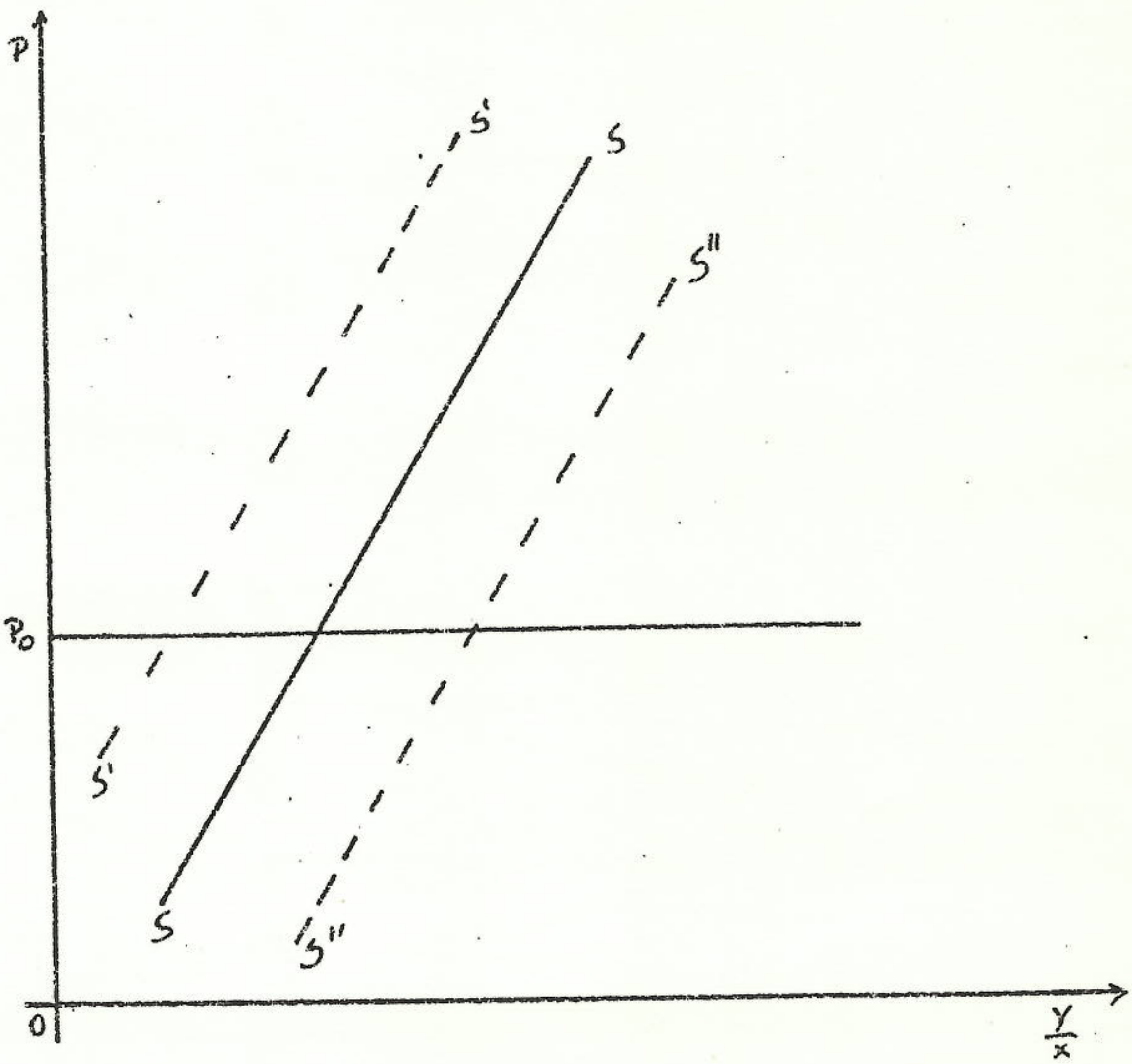


Gráfico (5.10.2)

Podemos ver que temos um deslocamento da curva de oferta para a esquerda (S'S'), indicando que a dado preço relativo o aumento na distorção no mercado de trabalho diminuirá a produção relativa de Y. O mesmo efeito se consegue quando,

$$(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) < 0 \quad e \quad (a_y - a_x) < 0$$

$$(k_x - k_y) > 0$$

No caso em que o aumento do "prêmio" pago ao trabalho ocorresse no setor intensivo em capital em termos de valor porém intenso em trabalho em termos físicos, isto é:

$$(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) > 0 \quad e \quad (a_y - a_x) < 0$$

$$(k_x - k_y) > 0$$

o resultado observado seria o oposto. Neste caso encontraríamos aumento na remuneração relativa do trabalho em ambos os setores, levando ambos os setores a economizar no uso do trabalho. Com a finalidade de manter pleno emprego, a preço relativo dos bens constante, será preciso que o setor fisicamente intensivo em trabalho (Y) expanda-se às custas do setor X. No gráfico (5.10.2) podemos ver este caso representado pelo deslocamento na curva de oferta de SS para S"S". O mesmo efeito se consegue quando:

$$(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) < 0 \quad e \quad (a_y - a_x) > 0$$

$$(k_x - k_y) > 0$$

Resumindo, podemos afirmar que, somente se o ordenamento da intensidade de uso dos fatores coincide em termos físicos e em termos de valor, teremos que

a) um aumento no preço relativo de um bem aumentará sua produção relativa;

b) um aumento no "prêmio" pago ao trabalho em uma indústria reduzirá a produção relativa deste bem , mantendo-se o preço relativo dos bens constante.

5.11. PREÇO RELATIVO DOS BENS ENDÓGENO

Estudaremos agora o efeito de aumento no"prêmio"pago ao trabalho em uma indústria sobre o preço relativo dos bens.

Já vimos que, quando mantém-se o preço relativo dos bens constante, os aumentos no"prêmio"pago ao trabalho no setor Y aumentarão a remuneração real do trabalho e diminuirão a remuneração real do capital, quando este setor for intensivo no uso de capital em termos de valor. O caso contrário, isto é, aquele no qual o setor Y é mais intensivo em trabalho em termos de valor , levará a resultados opostos aos antes descritos.

Será importante agora analisar se estes resultados serão mantidos quando permitirmos que o preço relativo dos bens varie, garantindo-se o equilíbrio no mercado de bens.

Admitiremos inicialmente, a título de ilustração, que:

$$(k_x - k_y) > 0 \quad e \quad (a_y - a_x) > 0.$$

Portanto, haverá reação direta na produção devido a mudanças no preço, o que nos permitirá desenhar a curva de oferta com inclinação positiva. A curva de demanda, por sua vez, terá inclinação negativa, pois continuaremos a admitir que as funções de utilidade são homotéticas, o que implica em todos os proprietários de fatores possuirem os mesmos gostos.

Nesta situação, um aumento no "prêmio" pago ao trabalho no setor Y (α_y) deslocará a curva de oferta de SS para S'S', que leva a aumento no preço relativo de Y, como podemos ver no gráfico (5.11.1).

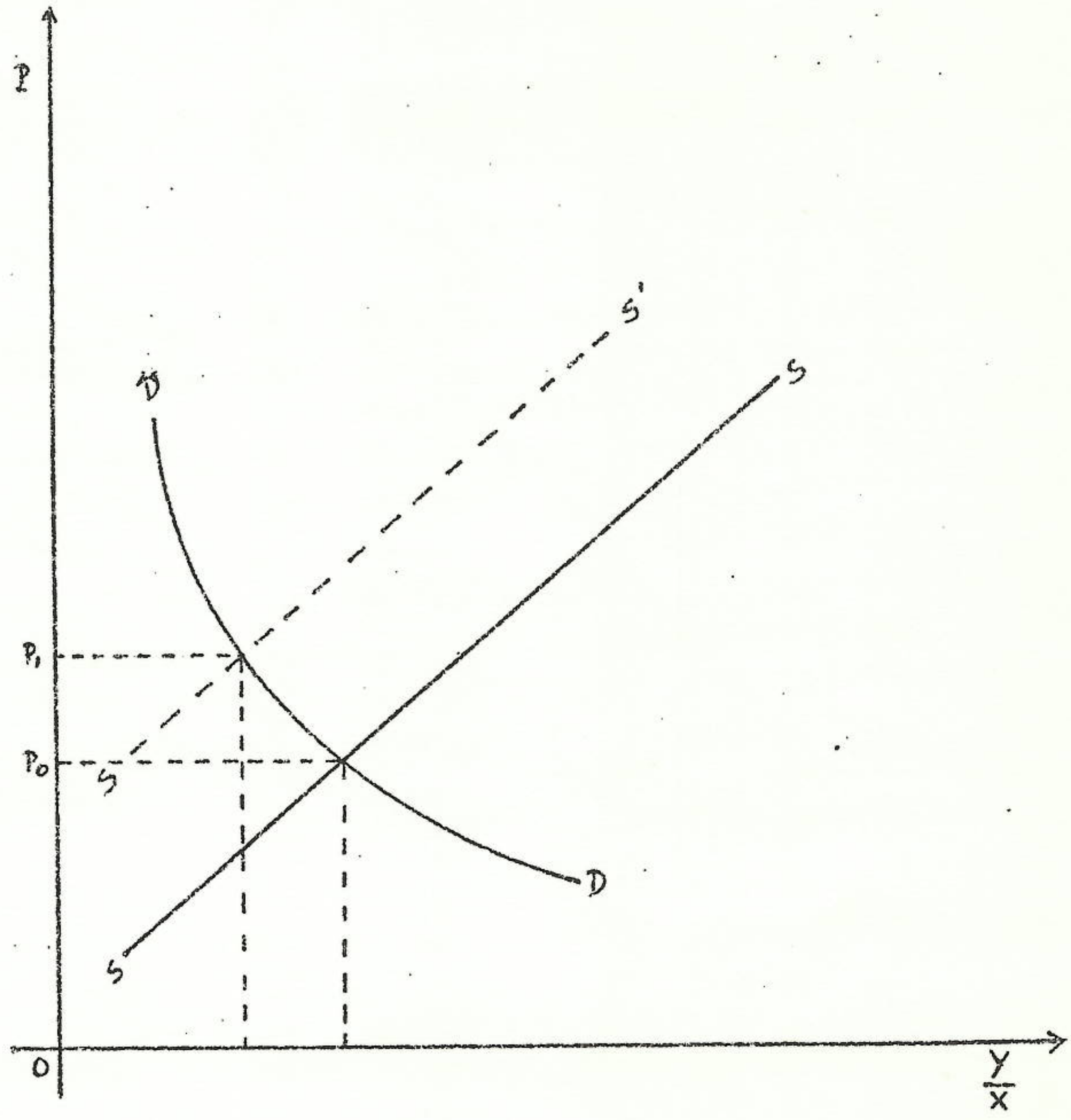


Gráfico (5.11.1)

O efeito líquido do aumento na distorção existente na indústria Y, (α_y), sobre os salários reais dependerá de duas forças que atuam em direções opostas:

a) os salários aumentarão quando o preço relativo do bem Y se mantiver no nível P_o, sendo o setor Y intensivo em capital em termos de valores;

b quando o preço relativo do bem Y passa para P_1, o salário real se deteriorará, no caso de Y ser intensivo em capital, também em termos de valor.

Neste caso será necessário introduzir a equação da demanda no modelo; ela já foi vista no capítulo III, equação (3.1.3), que por conveniência agora repetimos:

$$dLn\left(\frac{Y}{X}\right) = -\sigma_D \, dLn\, P \qquad (5.11.1)$$

Igualando a oferta e a demanda, isto é, a equação (5.10.2) e a (5.11.1) respectivamente, teremos:

$$\hat{P} = \frac{1}{(\sigma_S^* + \sigma_D)} \frac{k}{l_y\, l_x (a_y - a_x)(k_x - k_y)} \left\{ \sigma_x\, l_x\, a_y \left[1 + \frac{a_x\,(k_x - k)}{k}\right] + \sigma_y\, l_y\, a_x \left[1 - a_y \frac{(k - k_y)}{k}\right] \right\} (\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) \qquad (5.11.2)$$

A elasticidade global de substituição, como já foi definida no capítulo III, equação (3.2.4), é expressa por:

$$\sigma = (\sigma_S^* + \sigma_D) \frac{(k_x - k)(k - k_y)(a_y - a_x)}{k(k_x - k_y)} \qquad (5.11.3)$$

Substituindo-se σ_S^* pelo valor dado em (5.10.3), a equação (5.11.3) fica:

$$\sigma = \frac{\sigma_x \left[k + a_x(k_x - k)\right] (k - k_y)}{k(k_x - k_y)} + \frac{\sigma_y \left[k - a_y(k - k_y)\right] (k_x - k)}{k(k_x - k_y)} + \sigma_D \frac{(k_x - k)(k - k_y)(a_y - a_x)}{k\,(k_x - k_y)} \qquad (5.11.4)$$

O somatório dos coeficientes das respectivas elasticidades substituição é igual a um. Conseqüentemente, a elasticidade global é uma média ponderada das elasticidades substituição entre fatores setoriais e da elasticidade substituição no consumo. Assim,

$$\sigma = \sigma_x Q_x + \sigma_y Q_y + \sigma_D Q_D, \text{ onde } \Sigma Q_i = 1 \qquad (5.11.5)$$

Substituindo na equação (5.11.2) o valor encontrado em (5.11.5), temos:

$$\hat{p} = \frac{\sigma_y Q_y a_x + \sigma_x Q_x a_y}{\sigma_y Q_y + \sigma_x Q_x + \sigma_D Q_D} (\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) \qquad (5.11.6)$$

Sempre que a elasticidade da demanda não for infinita ($\sigma_D \neq \infty$), o aumento relativo ocasionado no preço relativo dos bens será uma fração da variação relativa na distorção no mercado de trabalho.

A máxima variação de preços ocorrerá quando a elasticidade da demanda for nula ($\sigma_D = 0$); no entanto essa variação será menos que proporcional à variação na distorção.

Admitindo que os setores são intensivos no mesmo fator em valor e em unidades físicas, isto é, que

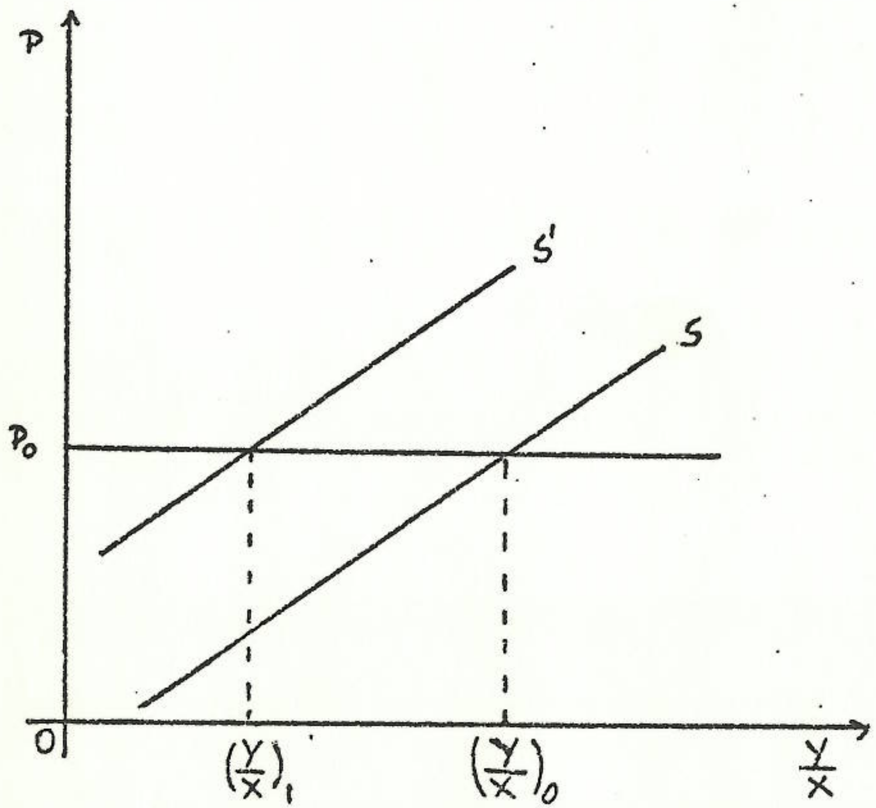
$$k_x > k_y \quad \text{e} \quad (a_y - a_x) > 0,$$

e também que $(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) > 0$,

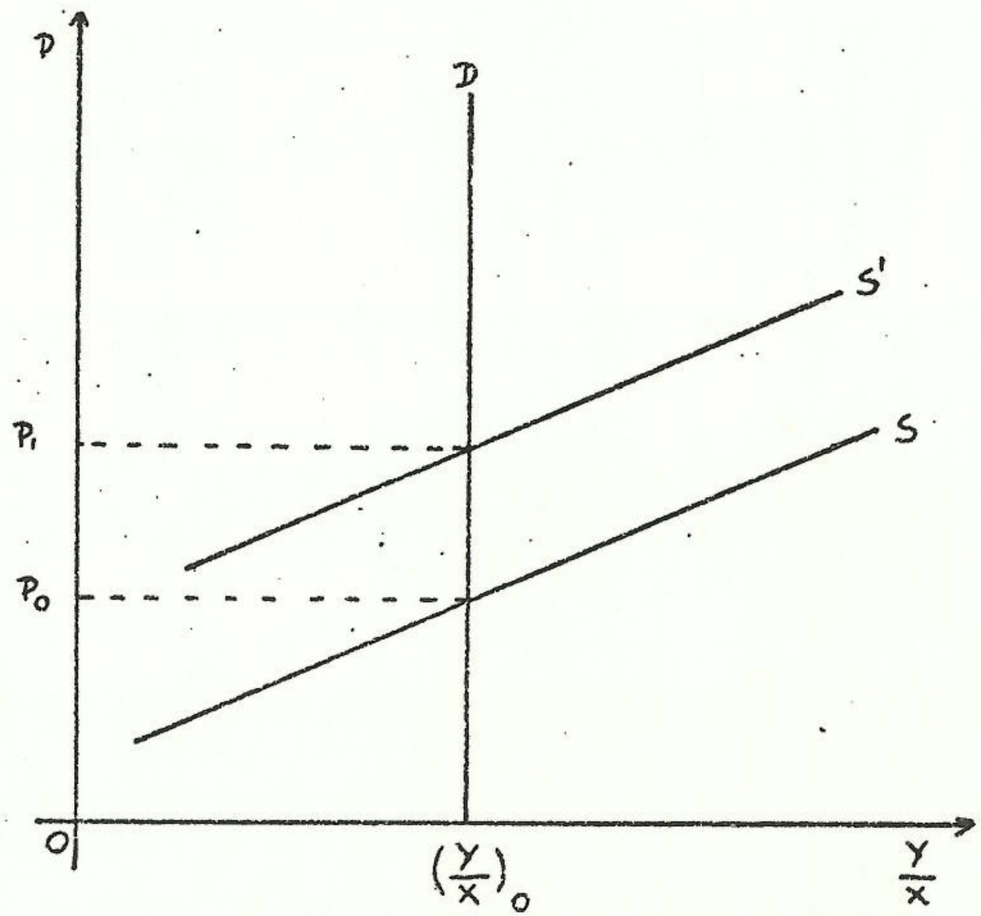
teremos que

$$(\hat{q}_y - \hat{q}_x) < 0,$$

isto é, que a produção relativa de Y diminuirá. Representamos, graficamente, o efeito sobre o preço relativo dos bens, para os dois casos extremos da elasticidade substituição da demanda, no gráfico (5.11.2).



Caso em que $\sigma_D = \infty$. Preço relativo de Y constante, com ajuste na estrutura produtiva.



Caso em que $\sigma_D = 0$. Preço relativo de Y aumenta menos que proporcionalmente com relação à variação na distorção ficando constante a proporção entre entre produtos setoriais.

Gráfico (5.11.2)

5.12. EFEITO DAS DISTORÇÕES NO MERCADO DE TRABALHO SOBRE AS REMUNERAÇÕES REAIS DOS FATORES; PREÇO RELATIVO DE BENS ENDÓGENO.

Substituindo o valor de $\hat{P}$ encontrado em (5.11.6) na equação que nos dá a variação relativa na remuneração real do trabalho em relação ao bem produzido no setor X [(5.8.1)], temos:

$$\hat{w}_x^x = \left[\frac{(1 - a_x)}{(a_y - a_x)} \frac{\sigma_y a_x Q_y + \sigma_x Q_x a_y}{\sigma} - \frac{(1-a_x) a_y}{(a_y - a_x)}\right](\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x)$$

Colocando em evidência o fator comum,

$$\hat{w}_x^x = \frac{(1 - a_x)}{(a_y - a_x)\sigma} \left[\sigma_y a_x Q_y + \sigma_x a_y Q_x - \sigma_y Q_y a_y - \right.$$

$$\left. - \sigma_x a_y Q_x - a_y Q_D \sigma_D\right] (\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x)$$

Simplificando, agrupando e substituindo Q_D por seu valor, temos:

$$\hat{w}_x^x = \frac{(1 - a_x)}{(a_y - a_x)\sigma} \left[- \sigma_y Q_y (a_y - a_x) - \frac{a_y (k_x - k)(k - k_y)(a_y - a_x)\sigma_D}{k (k_x - k_y)}\right]$$

$$(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x)$$

Simplificando e evidenciando o sinal negativo do colchete, encontramos:

$$\hat{w}_x^x = - \frac{(1 - a_x)}{\sigma} \left[\sigma_y Q_y + \frac{a_y (k_x - k)(k - k_y) \sigma_D}{k (k_x - k_y)}\right] (\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) \tag{5.12.1}$$

Da mesma forma conseguimos a variação relativa do salário real, no setor X, em relação ao bem Y:

$$\hat{w}_x^y = -\frac{1}{\sigma}\left[Q_y\,\sigma_y + Q_x\,\sigma_x\,a_y + \frac{a_y(1-a_x)(k_x-k)(k-k_y)}{k\,(k_x-k_y)}\,\sigma_D\right] \qquad (5.12.2)$$

No setor Y, com relação ao bem X,

$$\hat{w}_y^x = \frac{1}{\sigma}\left[\sigma_x\,Q_x + \sigma_y\,Q_y\,a_x - \frac{a_x(1-a_y)(k_x-k)(k-k_y)\sigma_D}{k(k_x-k_y)}\right]$$

$$(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) \qquad (5.12.3)$$

No setor Y, com relação ao bem Y,

$$\hat{w}_y^y = \frac{1-a_y}{\sigma}\left[\sigma_x\,Q_x - \frac{a_x(k_x-k)(k-k_y)\,\sigma_D}{k(k_x-k_y)}\right](\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) \qquad (5.12.4)$$

A variação relativa na remuneração real do capital será:

Em termos de X,

$$\hat{R}^x = \frac{a_x}{\sigma}\left[\sigma_y\,Q_y + \frac{a_y(k_x-k)(k-k_y)\,\sigma_D}{k(k_x-k_y)}\right](\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) \qquad (5.12.5)$$

Em termos de Y,

$$\hat{R}^y = \frac{a_y}{\sigma}\left[-\sigma_x\,Q_x + \frac{a_x(k_x-k)(k-k_y)\,\sigma_D}{k(k-k_y)}\right](\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) \qquad (5.12.6)$$

É claro que, se aumentarmos o"prêmio"pago ao trabalho no setor Y intensivo em trabalho $[(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) > 0]$, o salário real no setor desprotegido X diminuirá em termos de X e de Y, como pode ser apreendido das equações (5.12.1) e (5.12.2), respectivamente. O decréscimo no salário real será maior em termos de Y do que de X, pois o preço relativo de Y aumentou.

O salário no setor Y poderá aumentar, permanecer constante ou diminuir, dependendo do valor entre colchetes das equações (5.12.3) e (5.12.4). A variação do salário no setor Y será sempre maior em termos de X.

Quando $\sigma_D = 0$, o salário do setor protegido (setor Y) aumentará quando ocorrer um aumento no "prêmio" pago ao trabalho nesse setor, mas à medida que o valor de σ_D aumenta a melhora no salário do setor protegido vai diminuindo, podendo ocorrer que o salário aumente em termos de X, mas diminua em termos do bem Y.

A remuneração do capital sempre aumentará em termos do bem X, mas em termos de Y essa melhora depende do valor que está entre colchetes. Isto é, quanto maior for σ_D, maior será a perspectiva de se obter um aumento na remuneração real do capital em termos de Y.

Quando protege-se o trabalho no setor X intensivo em capital $\left[(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) < 0\right]$, o salário real neste setor aumentará e o aumento maior será aquele em termos de Y, pois o preço relativo de Y diminui. O salário real no setor desprotegido (setor Y) poderá aumentar ou diminuir; quanto maior for σ_D maior será a possibilidade de que o salário real deste setor aumente. A remuneração do capital diminuirá em termos de X, enquanto que o resultado em termos de Y será ambíguo.

Podemos afirmar, então, que um sindicato terá êxito em sua tarefa de melhorar a remuneração real de seus membros, em relação aos outros trabalhadores, nos seguintes casos:

1 - que o setor no qual exista o "prêmio" seja o mais intensivo em capital;

2 - que sendo o setor protegido intensivo em trabalho a estrutura do consumo seja inelástica.

Até agora consideramos, para efeito desta análise, que existiria correspondência entre a intensidade do uso dos fatores em termos físicos e em termos de valor.

Caso o uso das intensidades físicas de uso dos fatores não corresponda à intensidade de uso medida em valor , quando aumentarmos o "prêmio" pago ao trabalho no setor Y aumentaremos a oferta deste setor, mas sua curva de oferta terá inclinação negativa; vide gráfico (5.12.1).

No gráfico (5.12.1), onde representamos o caso da curva negativamente inclinada, para existir a estabilidade do equilíbrio é necessário que a elasticidade da demanda seja maior que a da oferta. Em conseqüência de aumento no "prêmio" pago ao trabalho no setor Y $[(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) > 0]$ o preço relativo do bem Y cairá de P_o para P_1.

Os efeitos sobre o salário real são dois, o da distorção e o do preço de bens, que agora operam na mesma direção.

Na equação que define σ [(5.11.3)], temos que σ_S^* será negativo; mas para existir a estabilidade temos que ter $\sigma_D > \sigma_S^*$; e também temos neste caso que $(a_y - a_x) < 0$, tornando, portanto, $\sigma < 0$.

Assim, se $(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) > 0$, o salário no setor protegido (Y) poderá aumentar ou diminuir. Quanto maior for σ_D, maiores serão as chances de que aumentem os salários reais, nesse setor, em termos de ambos os bens. O efeito será maior quando medido em termos de Y, pois o seu preço relativo diminui. O salário no setor desprotegido, X, aumentará.

No caso em que $(\hat{\alpha}_y - \hat{\alpha}_x) < 0$ o salário no setor protegido, X, diminuirá em termos de ambos os bens, mas o salário real no setor desprotegido, Y, poderá aumentar ou diminuir.

Nestes casos, os sindicatos somente terão êxito se atuarem no setor intensivo fisicamente em trabalho, ainda que a estrutura da demanda seja elástica.

É importante resaltar que, se o sindicato se estabelece numa indústria intensiva em capital em termos físicos e ela também é intensiva em capital em termos de valor, terá sucesso em seu objetivo de aumentar o "prêmio" para seus associados, mas ele deverá agir com cautela, pois se insistir em diferenciais de salários elevados poderá tornar o setor intensivo em trabalho, em termos de valor, frustando dessa maneira os seus propósitos iniciais.

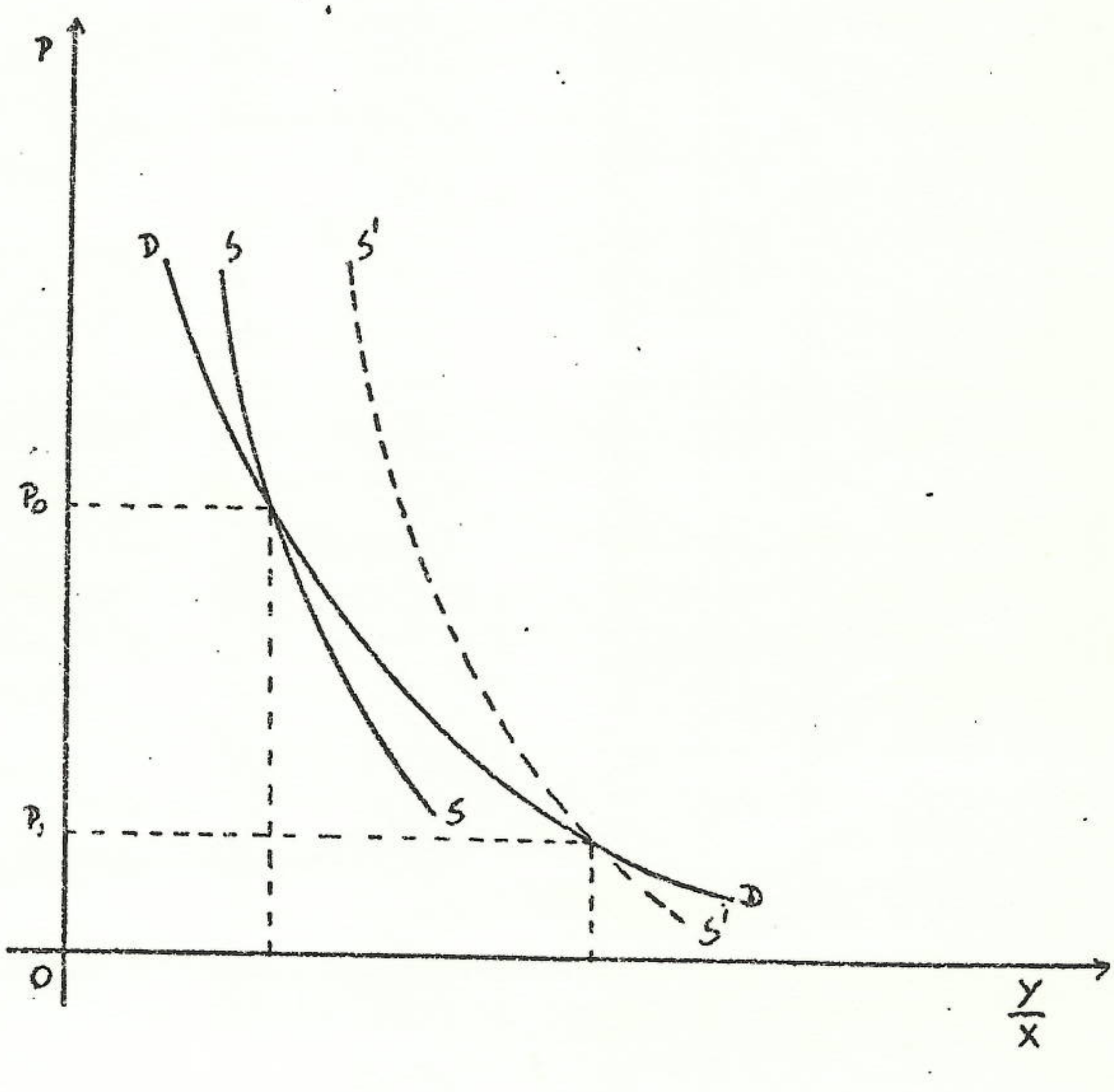


Gráfico (5.12.1)

Caso exista um sindicato em X, e este setor seja intensivo em trabalho quando medido em termos de valor, já vimos que o salário real do setor protegido se deteriora, mas a produção relativa de X aumenta, o que implica no aumento do emprego neste setor. Admitamos agora que o sindicato existente em X consiga aumentar o"prêmio"pago ao trabalho através de restrição ao número de membros na sua organização. Neste caso a produção relativa de X diminuirá e,em um sistema de mercado estável, isto implicará em aumento no preço relativo de X. Esse aumento, por ser o bem X intensivo em trabalho em termos de valor, causará aumento na remuneração real do trabalho, tanto no setor protegido como no desprotegido. O paradoxo deste caso é que o aumento no salário real é maior no setor desprotegido.

5.13. PRODUTO <u>PER</u> <u>CAPITA</u> E TERMOS DE TROCA

No ponto 2.11 no capítulo II tínhamos encontrado que quando não há distorção no mercado de trabalho o produto <u>per</u> <u>capita</u> em termos de X estava diretamente relacionado com o termo de troca de Y, em termos de X, na proporção do produto <u>per</u> <u>capita</u> do setor Y, q_y. Na situação, atual quando consideramos distorção no mercado de trabalho, o resultado muda , o que analisaremos agora.

O produto <u>per</u> <u>capita</u> em termos de X é:

$$q / P_x = q_x + P\, q_y \qquad (5.13.1)$$

Diferenciando (5.13.1) temos:

$$\frac{d\,(q/P_x)}{dP} = \frac{d\,q_x}{dP} + \frac{d\,q_y}{dP} \cdot P + q_y$$

Das equações (5.9.3) e (5.9.6) resulta,

$$\frac{d\,q_x}{dP} + P\,\frac{d\,q_y}{dP} = -\,\frac{k_y\,f_x}{(a_y - a_x)(k_x - k_y)}\left\{\sigma_y\,l_y + \sigma_x\,l_x\left[1 + \frac{a_x(k_x - k_y)}{k_y}\right]\right\}\frac{1}{P} + \frac{k_x\,f_y}{(a_y - a_x)(k_x - k_y)}\left\{\sigma_x\,l_x + \sigma_y\,l_y\left[1 - \frac{a_y(k_x - k_y)}{k_x}\right]\right\}$$

Ordenando[4] , resulta:

$$\frac{d\,q_x}{dP} + P\,\frac{d\,q_y}{dP} = \frac{f_y\,k_x}{(a_y - a_x)(k_x - k_y)}\left[\sigma_x\,l_x + \sigma_y\,l_y - \frac{\sigma_y\,l_y\,a_y(k_x - k_y)}{k_x} - \frac{(1 - a_y)\,\sigma_y\,l_y}{(1 - a_x)} - \frac{(1 - a_y)\,\sigma_x\,l_x}{(1 - a_x)} - \frac{(1 - a_y)\,\sigma_x\,l_x\,a_x\,(k_x - k_y)}{(1 - a_x)\,k_y}\right]$$

Fazendo as operações necessárias, temos:

$$\frac{d\,q_x}{dP} + P\,\frac{d\,q_y}{dP} = \frac{f_y}{k_y(1 - a_x)(a_y - a_x)(k_x - k_y)}\left[k_y\,a_y(1 - a_x) - a_x\,k_x\,(1 - a_y)\right](\sigma_x\,l_x\,k_x + \sigma_y\,l_y\,k_y)$$

---

4 $$k_y\,f_x\,\frac{1}{P} = \frac{K_y\,f'_y\,f_x}{L_y\,f'_x},$$

multiplicando e dividindo por $f_y\,k_x$, resulta:

$$k_y\,f_x\,\frac{1}{P} = \frac{K_y\,f'_y}{L_y\,f_y}\;\frac{L_x\,f_x}{f'_x\,K_x}\;f_y\,k_x = \frac{(1-a_y)}{(1-a_x)}\,f_y\,k_x$$

Evidenciando

$$\frac{d\,q_x}{dP} + P\,\frac{d\,q_y}{dP} = \frac{f_y\,a_y}{(a_y - a_x)(k_x - k_y)}\left[1 - \frac{a_x\,k_x\,(1 - a_y)}{a_y\,k_y\,(1 - a_x)}\right]$$

$$(\sigma_x\,l_x\,k_x + \sigma_y\,l_y\,k_y)$$

Substituindo

$k_i = \theta_i\,(\dfrac{1 - a_i}{a_i})$, resulta:

$$\frac{d\,q_x}{dP} + P\,\frac{d\,q_y}{dP} = \frac{f_y\,a_y}{(a_y - a_x)(k_x - k_y)}\,(1 - \frac{\theta_x}{\theta_y})(\sigma_x\,l_x\,k_x +$$

$$+ \sigma_y\,l_y\,k_y)$$

sendo $\theta_x = \theta_y\,\dfrac{\alpha_x}{\alpha_y}$, e $f_y\,a_y = w_y^y$; substituindo, con segue-se:

$$\frac{d\,q_x}{dP} + P\,\frac{d\,q_y}{dP} = \frac{w_y^y\,(1 - \frac{\alpha_x}{\alpha_y})}{(a_y - a_x)(k_x - k_y)}\,(\sigma_x\,l_x\,k_x + \sigma_y\,l_y\,k_y)$$

(5.13.2)

A relação (5.13.2) indica que o produto per capita em termos de X será afetado pelo deslocamento de fatores entre setores. Especificamente, quando o setor Y é fisicamente in - tensivo em trabalho, e é nesse setor que o trabalho tem maior remuneração, haverá correspondência em intensidade de trabalho em termos físicos e de valor. Assim, aumento no preço relativo de Y aumentará o produto per capita em termos de X por duas razões: (a) maior valor, em termos de X, do produto per capita de Y, q_y; e (b) deslocamento de trabalho do setor X, onde sua remuneração é menor, para o setor Y, onde sua remuneração é maior. O mesmo resultado será conseguido quando o "prêmio" ao trabalho é no setor X, fisicamente intensivo em capital, porém intensivo em trabalho em termo de valor. Neste último caso um aumento em P causará aumento na remuneração relativa do capital, e ambos os setores pouparão o uso de capital; para mantermos pleno emprego será preciso expandir o setor fisicamente intensivo em capital, X; assim esse setor absorverá uma maior quantidade de trabalho vindo do setor Y; sendo o salário pago no setor X maior que no setor Y, a renda nacional em termos de X aumentará.

5.14. INCLINAÇÃO DA CURVA DE TRANSFORMAÇÃO DESTORCIDA

Lembramos que a equação (5.13.2) é definida para dado nível de distorção no mercado de trabalho. Dela consegue-se:

$$\frac{d\,q_x}{d\,q_y} = \frac{w_y^y\left(1-\frac{\alpha_x}{\alpha_y}\right)}{(a_y-a_x)(k_x-k_y)\,\frac{d\,q_y}{dP}}\,(\sigma_x\, l_x\, k_x+\sigma_y\, l_y\, k_y) - P$$

Substituindo $\frac{d\,q_y}{dP}$ de (5.9.6), temos:

$$\frac{d\,q_x}{d\,q_y} = \frac{dX}{dY} = \frac{a_y\, f_y\left(1-\frac{\alpha_x}{\alpha_y}\right)}{(a_y-a_x)(k_x-k_y)}\;\frac{(\sigma_x\, l_x\, k_x+\sigma_y\, l_y\, k_y)\; P(a_y-a_x)(k_x-k_y)}{k_x\, f_y\left\{\sigma_x\, l_x+\sigma_y\, l_y\left[1-\frac{a_y(k_x-k_y)}{k_x}\right]\right\}} - P$$

Simplificando e evidenciando, resulta:

$$\frac{d\,q_x}{d\,q_y} = \frac{dX}{dY} = -P\left\{1-a_y\left(1-\frac{\alpha_x}{\alpha_y}\right)\frac{\sigma_x\, l_x\, k_x+\sigma_y\, l_y\, k_y}{\sigma_x\, l_x\, k_x+\sigma_y\, l_y\left[k_x(1-a_y)+a_y\, k_y\right]}\right\} \qquad (5.14.1)$$

O fator entre chaves na equação (5.14.1) é sempre positivo; daí vem que a inclinação, para um dado nível de distorção, será sempre negativa. Denominando o fator entre chaves de B, resulta:

$$\frac{d\,q_x}{d\,q_y} = \frac{dX}{dY} = -PB \qquad (5.14.2)$$

Caso não exista distorção, isto é, $\alpha_x = \alpha_y$, então teremos que B = 1; deste modo a curva de transformação terá inclinação igual ao preço relativo dos bens, ou seja,

$$\frac{dX}{dY} = - P$$

Isto implica em que teremos satisfeita a seguinte condição[5]:

$$dX + P\,dY = 0$$

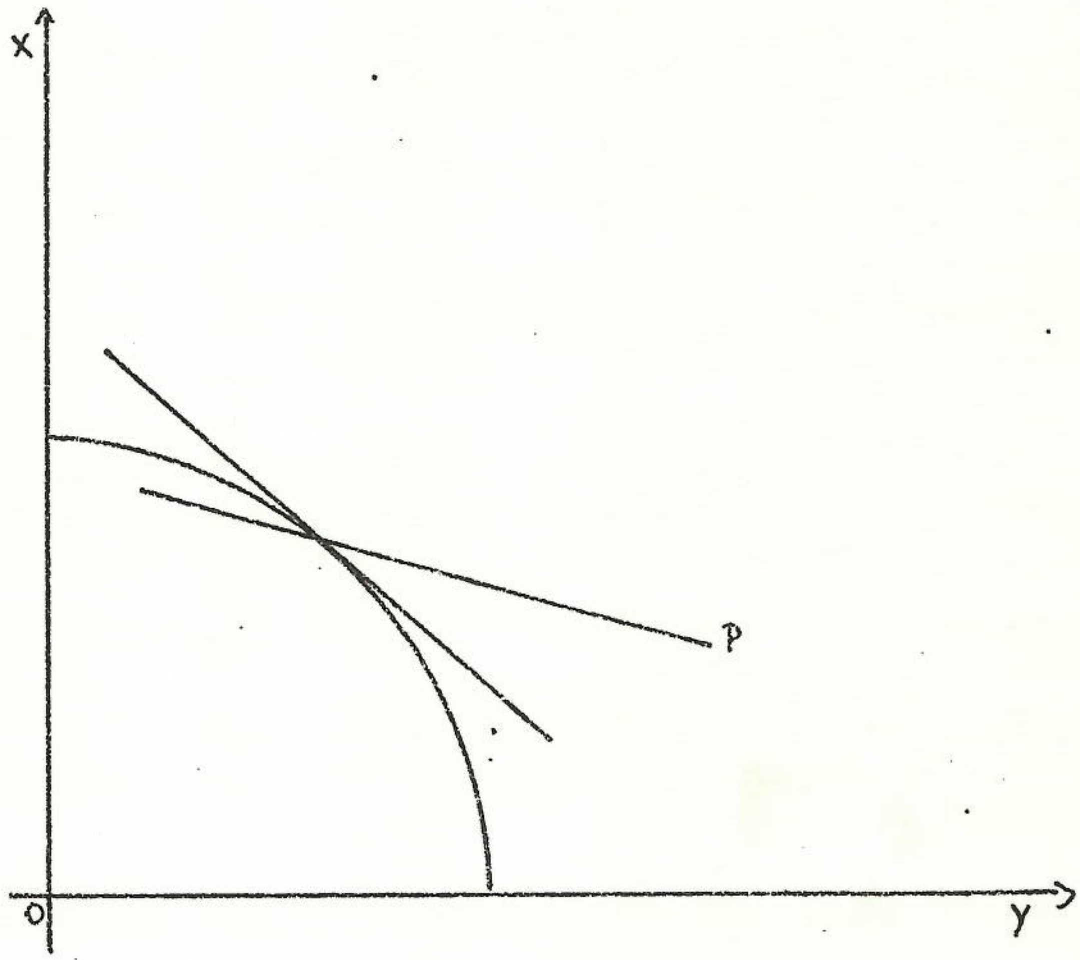
Quando o trabalho receber maior remuneração no setor X ($\alpha_x > \alpha_y$) o valor de B será maior que a unidade (B > 1) e a inclinação da curva de transformação destorcida será maior que o preço relativo de Y, P; ou seja, o custo privado relativo de X será maior que o custo relativo de X dado pela inclinação da curva de transformação destorcida. A representação gráfica deste caso pode ser vista no diagrama (5.14.1).

No caso em que a remuneração ao trabalho for maior no setor Y, isto é, $\alpha_y > \alpha_x$, teremos que o valor de B será menor que a unidade (B < 1); logo, a inclinação da curva de transformação destorcida será menor que o preço relativo de Y, P; ou seja, o custo privado relativo de Y será maior do que o custo relativo de Y, dado pela inclinação da curva de transformação destorcida. Podemos ver a representação deste caso no gráfico (5.14.2).

Em geral, quando existe uma distorção em favor do trabalho em um setor, ela causará aumento no preço relativo desse setor em relação ao custo de produção dado pela inclinação da curva de transformação destorcida. A localização desta curva fica por dentro da curva de transformação obtida quando não se têm distorções.

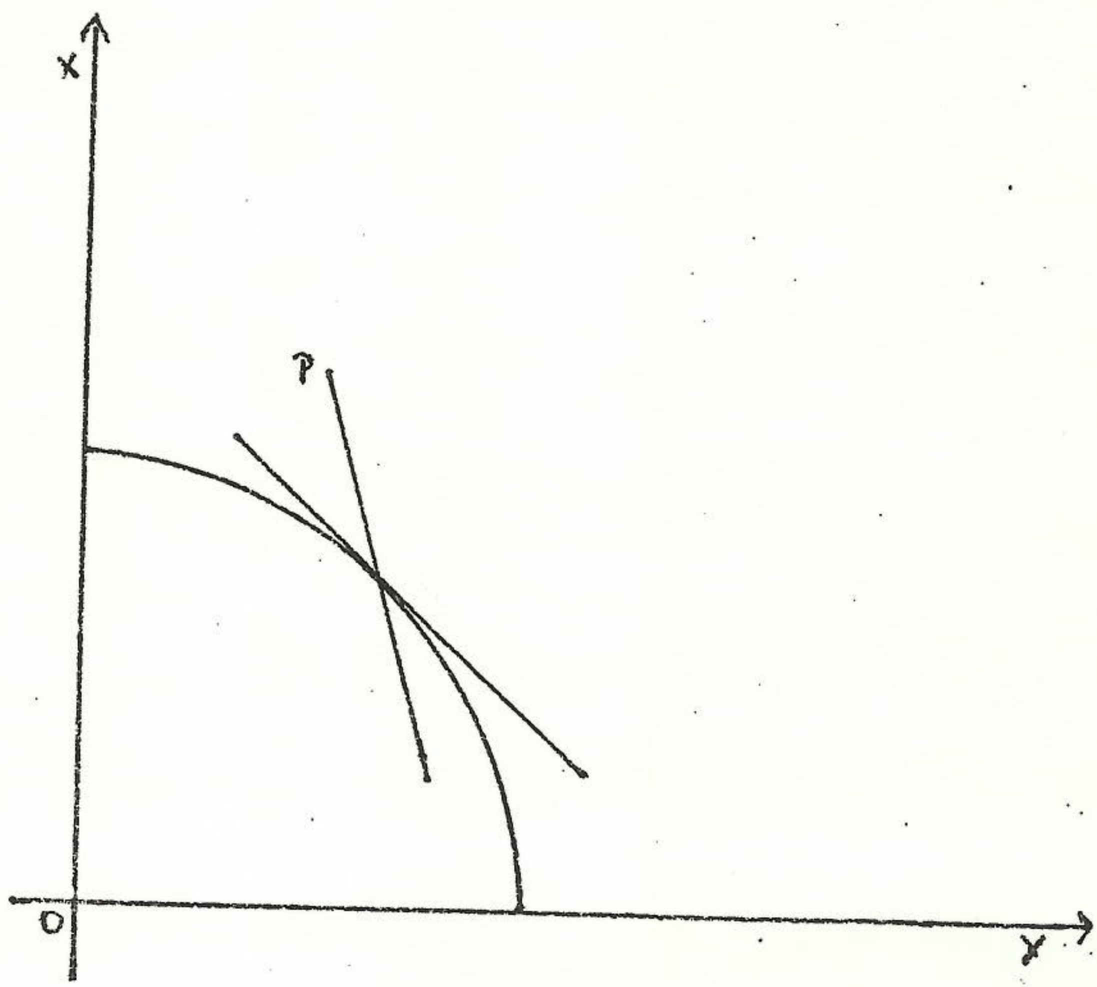
---

5 Vide o ponto 2.11, no capítulo II.



Caso em que $\alpha_x > \alpha_y$.

Gráfico (5.14.1)



Caso em que $\alpha_y > \alpha_x$

Gráfico (5.14.2)

5.15. A CURVATURA DA CURVA DE TRANSFORMAÇÃO DESTORCIDA

Para conseguir a curvatura da curva de transformação para um dado nível de distorção, precisamos diferenciar a equação (5.14.2). Desta forma obtemos:

$$\frac{d^2X}{dY^2} = \frac{d\ (-PB)}{dY} = -\frac{dP}{dY}\ B - P\ \frac{dB}{dY} \tag{5.15.1}$$

Caso não exista distorção a expressão (5.15.1) se reduz a

$$\frac{d^2X}{dY^2} = -\frac{dP}{dY} < 0 \tag{5.15.2}$$

A equação (5.15.2) demonstra que, neste caso, a inclinação, que sempre é negativa, está decrescendo; ou melhor, em termos absolutos está aumentando, portanto a curva de transformação será côncava em relação à origem. A equação (5.15.2) tem sinal negativo, desde que no caso de não distorção o sinal de $\frac{dP}{dY}$ é sempre positivo.

Desde que B seja diferente da unidade teremos distorção, representando a divergência entre a inclinação da curva de transformação destorcida e o preço relativo de Y. Admitindo-se neste caso que o valor de B permanece constante ao longo da curva de transformação destorcida, a expressão (5.15.1) fica reduzida a :

$$\frac{d^2X}{dY^2} = -B\ \frac{dP}{dY} \tag{5.15.3}$$

Mas ocorre que o sinal de $\frac{dP}{dY}$ é ambíguo, no caso de existir distorção, pois dependerá do ordenamento das intensidades de uso dos fatores, em termos físicos e de valor, isto é, dependerá do sinal de $(a_y - a_x)\ (k_x - k_y)$. Caso o sinal seja positivo a relação preço-produto será positiva e a curva de transformação será localmente côncava.

A ação de um sindicato pode modificar a ordenação das intensidades do uso dos fatores ao agir sobre o sinal de $(a_y - a_x)(k_x - k_y)$. Ocorre então que a partir de determinado ponto a curva de transformação poderá mudar a curvatura, como está representado no gráfico (5.15.1).

Em geral B varia ao longo de dada curva de transformação destorcida; nesse caso a curva poderá ser localmente convexa, embora a relação preço-produto seja normal. Ou sendo a relação preço-produto perversa a curva de transformação poderá ser localmente côncava com relação à origem [vide equação (5.15.1)].

A expressão da divergência, B, depende dos seguintes parâmetros: k_i, l_i, a_i e σ_i; em geral, é muito pouco o que se pode dizer a priori a respeito do comportamento de B e da curvatura da fronteira de possibilidades de produção destorcida para um dado nível de distorção existente no mercado de fatores sem a especificação das respectivas funções de produção.

A título ilustrativo mostraremos a mudança em B considerando dois casos especiais:

a) quando ambas as funções de produção são do tipo C.E.S., isto é, quando têm elasticidade substituição entre os fatores constante, supondo-se ainda que essas elasticidades sejam iguais;

b) quando ambas as funções de produção são Cobb-Douglas, ou seja, o caso especial da C.E.S. com elasticidades substituição entre os fatores igual a um nos dois setores.

Da equação (5.14.1), o valor de B, quando $\sigma_x = \sigma_y = \bar{\sigma}$, fica reduzido a:

$$B = 1 - a_y \left(1 - \frac{\alpha_x}{\alpha_y}\right) \frac{l_x k_x + l_y k_y}{l_x k_x + l_y k_x (1 - a_y) + l_y k_y a_y}$$

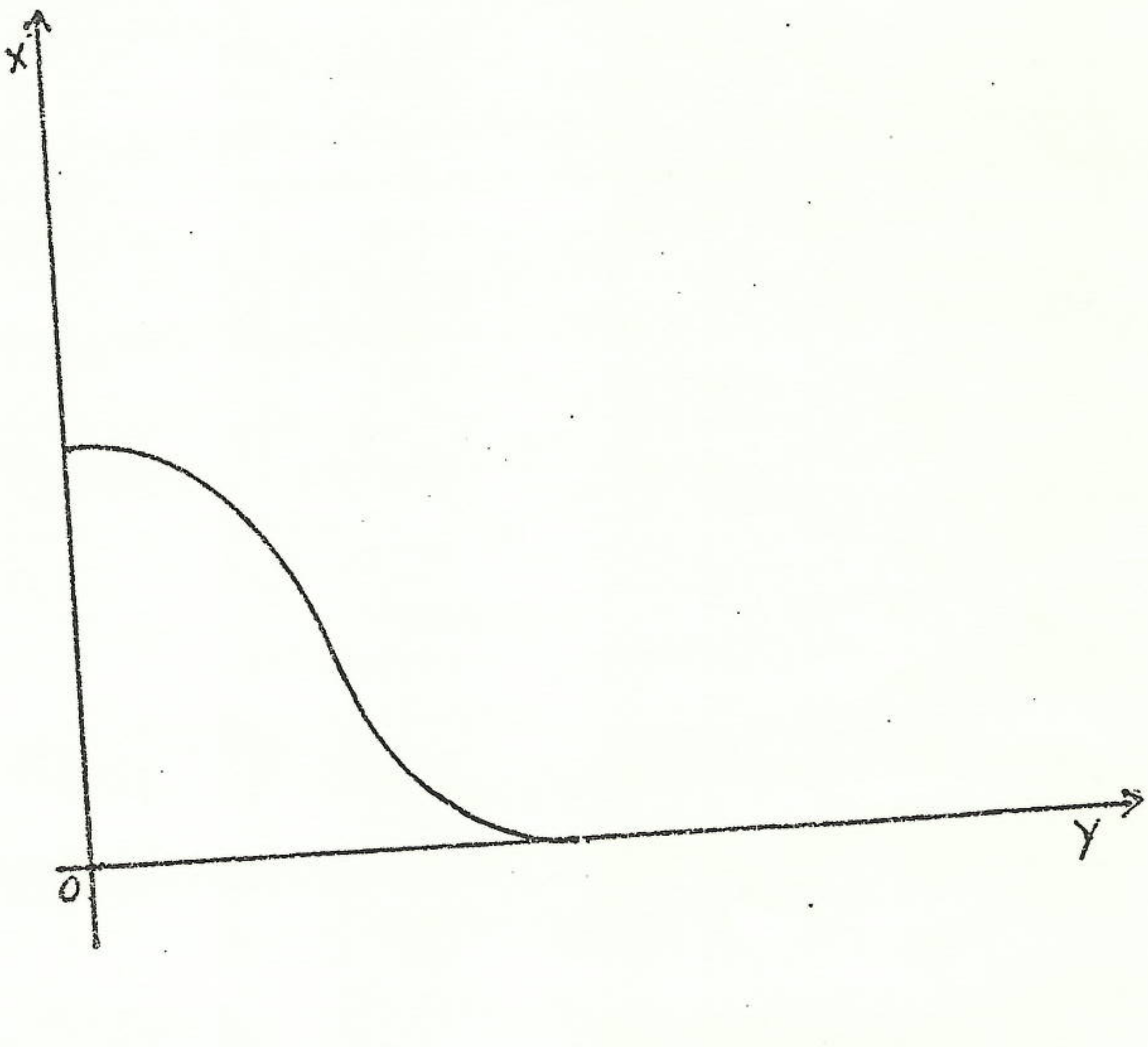


Gráfico (5.15.1)

Substituindo o numerador, e simplificando o denominador, temos:

$$B = 1 - a_y \left(1 - \frac{\alpha_x}{\alpha_y}\right) \frac{k}{k_x (1 - a_y) + a_y k}$$

Fazendo às operações indicadas, teremos:

$$B = \frac{k_x (1 - a_y) + a_y k \dfrac{\alpha_x}{\alpha_y}}{k_x (1 - a_y) + a_y k} \qquad (5.15.4)$$

É claro que, se o trabalho é premiado no setor X, o valor de B será maior que a unidade. Quando o trabalho é premiado no setor Y, B terá um valor menor que a unidade.

Para encontrarmos a curvatura da curva de transformação destorcida necessitamos conhecer a expressão da variação de B com relação a variação em Y. Portanto, diferenciando (5.15.4), com relação a Y, para dada dotação relativa de fatores e dado nível de distorção, temos:

$$\frac{dB}{dY} = \left\{ \left[\frac{\partial k_x}{\partial \theta_x} \frac{\partial \theta_x}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial Y} (1 - a_y) - \frac{\partial a_y}{\partial \theta_y} \frac{\partial \theta_y}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial Y} k_x + \right.\right.$$

$$\left. + \frac{\partial a_y}{\partial \theta_y} \frac{\partial \theta_y}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial Y} k . \frac{\alpha_x}{\alpha_y} \right] \left[k_x (1 - a_y) + a_y k \right] -$$

$$- \left[\frac{\partial k_x}{\partial \theta_x} \frac{\partial \theta_x}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial Y} (1 - a_y) - \frac{\partial a_y}{\partial \theta_y} \frac{\partial \theta_y}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial Y} k_x + \frac{\partial a_y}{\partial \theta_y} \frac{\partial \theta_y}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial Y} k \right]$$

$$\left. \left[k_x (1 - a_y) + a_y k \frac{\alpha_x}{\alpha_y} \right] \right\} \frac{1}{\left[k_x (1 - a_y) + a_y k \right]^2}$$

Como $\sigma_i = \dfrac{\theta_i}{k_i} \dfrac{\partial k_i}{\partial \theta_i}$, $\theta_i \dfrac{\partial a_i}{\partial \theta_i} = a_i \ (1 - a_i) \ (1 - \sigma_i)$

e $\dfrac{P}{\theta_i} \dfrac{\partial \theta_i}{\partial P} = \dfrac{1}{a_y - a_x}$, fazendo as substituições neces sárias temos:

$$\frac{dB}{dY} = \frac{1}{P} \frac{dP}{dY} \frac{1}{\left[k_x \ (1 - a_y) + a_y \ k\right]^2} \left\{ \left[\frac{\sigma_x \ k_x \ (1 - a_y)}{a_y - a_x} - \right.\right.$$

$$\left. - \frac{a_y \ (1 - a_y) \ (1 - \sigma_y) \ k_x}{a_y - a_x} + \frac{a_y \ (1 - a_y) \ (1 - \sigma_y) \ k \ \frac{\alpha_x}{\alpha_y}}{a_y - a_x} \right]$$

$$\left[k_x (1 - a_y) + a_y \ k\right] - \left[\frac{\sigma_x \ k_x (1 - a_y)}{a_y - a_x} - \frac{a_y (1 - a_y)(1 - \sigma_y) \ k_x}{a_y - a_x} + \right.$$

$$\left. + \frac{a_y \ (1 - a_y) \ (1 - \sigma_y) \ k}{a_y - a_x} \right] \left[k_x \ (1 - a_y) + a_y \ k \ \frac{\alpha_x}{\alpha_y} \right]$$

Fazendo as operações indicadas entre as chaves e simplificando, resulta:

$$\frac{dB}{dY} P = \frac{1}{\left[k_x (1 - a_y) + a_y \ k\right]^2 \ (a_y - a_x)} \frac{dP}{dY} \left(1 - \frac{\alpha_x}{\alpha_y}\right) a_y \ k \ k_x$$

$$(1 - a_y) \ (\sigma_x + \sigma_y - 1) \qquad (5.15.5)$$

De (5.15.1) temos,

$$\frac{d^2X}{dY^2} = - \left[\frac{dP}{dY} + \frac{P}{B}\frac{dB}{dY}\right] B$$

Substituindo (5.15.5) em (5.15.6), para $\sigma_x = \sigma_y = \bar{\sigma}$, teremos:

$$\frac{d^2X}{dY^2} = - \left\{1 + \frac{(1 - \frac{\alpha_x}{\alpha_y})\, a_y\, k\, k_x(1 - a_y)(2\bar{\sigma} - 1)}{(a_y - a_x)\left[k_x(1-a_y) + a_y\, k\right]\left[k_x(1-a_y) + a_y\, k\, \frac{\alpha_x}{\alpha_y}\right]}\right\}$$

$$B\ \frac{dP}{dY} \qquad (5.15.7)$$

A curva de transformação destorcida, para dado nível de distorção no mercado de trabalho, será côncava localmente com relação à origem, no caso de a equação (5.15.7) ter o sinal negativo.

Caso o trabalho receba "prêmio" na indústria fisicamente intensiva em trabalho Y, esse setor também será intensivo em trabalho, em termos de valor[6], e daí vem que a relação preço-produto, $\frac{dP}{dY}$, será positiva. Para o caso em que o valor comum da elasticidade substituição seja maior ou igual a $\frac{1}{2}$, garante-se a concavidade da curva de transformação destorcida em toda a sua extensão, já que (5.15.7) tem o sinal negativo (os termos en-

---

6 De (5.5.3) temos,

$$a_y - a_x = \frac{\theta_y(\frac{\alpha_y}{\alpha_x} k_x - k_y)}{(\theta_y + k_y)(\theta_y + \frac{\alpha_y}{\alpha_x} k_x)} \ ; \quad \text{sendo } k_x > k_y \text{ e } \frac{\alpha_y}{\alpha_x} > 1,$$

logo $a_y - a_x$ será positivo.

tre as chaves e dP/dY são positivos). O valor crítico de $\bar{\sigma}$, porém, é menor que 1/2.[7]

No caso em que o trabalho no setor fisicamente intensivo em capital receba "prêmio", $(\frac{\alpha_x}{\alpha_y}) > 1$, teremos diferentes possibilidades com relação à curvatura da curva de transformação destorcida. Se o nível de distorção não conseguir mudar a relação normal preço-produto, isto é, que $\frac{dP}{dY}$ e $(a_y - a_x)$ sejam positivos e ainda que o valor da elasticidade de substituição comum seja menor ou igual a $\frac{1}{2}$, pode-se garantir a concavidade da curva de transformação destorcida, dado que os elementos entre as chaves são positivos.

Caso o nível da distorção consiga mudar a classificação de intensidades em termos físicos e de valor teremos: a) $\frac{dP}{dY}$ com sinal negativo, b) $(a_y - a_x)$ com sinal negativo e no caso de o valor de $\bar{\sigma}$ ser maior que $\frac{1}{2}$ então teremos que a expressão entre as chaves em (5.15.7) será positiva e, portanto, toda a equação terá sinal positivo; assim sendo a curva de transformação destorcida será convexa com relação à origem.

---

[7] A expressão entre chaves em (5.15.7) será positiva no caso de $(\frac{\alpha_x}{\alpha_y}) < 1$, desde que:

$$\bar{\sigma} > \frac{1}{2}\left\{1 - \frac{(a_y - a_x)}{(1 - \frac{\alpha_x}{\alpha_y})}(1 + \frac{\alpha_x}{\alpha_y}) - \frac{(a_y - a_x)}{(1 - \frac{\alpha_x}{\alpha_y})}\left[\frac{\alpha_x}{\alpha_y}\,\frac{a_y\ k}{k_x(1-a_y)} + \frac{k_x(1-a_y)}{k\ a_y}\right]\right\}$$

A expressão entre as chaves é menor que um, portanto o valor crítico de $\bar{\sigma}$ será menor que $\frac{1}{2}$. Mas, a expressão entre as chaves pode ser zero ou negativa, e assim sendo a desigualdade ficaria satisfeita para qualquer valor de $\bar{\sigma}$. Jones (4) mostra que este último caso é correto, porém em nosso trabalho não foi possível obter o resultado de Jones.

Quando ambas as funções de produção setoriais correspondem à Cobb-Douglas, a equação (5.15.7) se reduz a:

$$\frac{d^2X}{dY^2} = - \left\{ 1 + \frac{\left(1 - \frac{\alpha_x}{\alpha_y}\right) k_x \left(1 - a_y\right) a_y k}{(a_y - a_x) \left[k_x(1-a_y) + a_y k\right]\left[k_x(1-a_y) + a_y k \frac{\alpha_x}{\alpha_y}\right]} \right\}$$

$$B \frac{dP}{dY} \qquad (5.15.8)$$

Uma das características fundamentais da função Cobb-Douglas é a invariabilidade das participações relativas dos fatores quando ocorrem mudanças nas suas remunerações relativas. Ser o setor Y, na ausência de distorção, intensivo fisicamente em trabalho, implica em que $(a_y - a_x) > 0$, mas as participações setoriais do trabalho não são afetadas pelas distorções. Isto é:

$$dLn\,(a_y - a_x) = \frac{\theta_y \frac{\partial a_y}{\partial \theta_y} \frac{d\theta_y}{\theta_y} - \theta_x \frac{\partial a_x}{\partial \theta_x} \frac{d\theta_x}{\theta_x}}{(a_y - a_x)}$$

Substituindo $\theta_i \frac{\partial a_i}{\partial \theta_i} = a_i\,(1 - a_i)\,(1 - \sigma_i)$, temos:

$$dLn\,(a_y - a_x) = \frac{a_y\,(1-a_y)(1-\sigma_y)\,dLn\theta_y - a_x(1-a_x)(1-\sigma_x)dLn\,\theta_x}{(a_y - a_x)}$$

Usando (5.4.5) e (5.4.6), transforma-se em :

$$dLn\,(a_y - a_x) = - \frac{a_x\,a_y(1-a_y)(1-\sigma_y) + a_x\,a_y(1-a_x)(1-\sigma_x)}{(a_y - a_x)^2}$$

$$dLn\,\left(\frac{\alpha_y}{\alpha_x}\right)$$

Ordenando e lembrando que $\sigma_x = \sigma_y = \bar{\sigma}$

$$dLn\ (a_y - a_x) = \frac{a_y\ a_x\ (1 - \bar{\sigma})}{(a_y - a_x)}\ (dLn\ \alpha_y - dLn\ \alpha_x) \quad (5.15.9)$$

No caso da Cobb-Douglas, a elasticidade substituição é igual à unidade ($\sigma = 1$) e assim o diferencial entre as participações setoriais do trabalho permanecerá constante, isto é, se inicialmente, quando não existe distorção, nós temos que $(a_y - a_x) > 0$, e então introduzimos uma distorção, a relação entre as participações setoriais do trabalho continuará positiva $\left[(a_y - a_x) > 0\right]$.

Observando a equação (5.15.8) podemos concluir que a curva de transformação destorcida será côncava em relação à origem no caso de o fator trabalho no setor Y (fisicamente intensivo em trabalho na ausência de distorções) receber o"prêmio". Mas a magnitude desssa distorção deverá ser tal que não mude a intensidade em termos físicos. Assim a relação preço-produto será positiva, como o é a expressão entre as chaves na equação (5.15.8).

O gráfico (5.15.2) ilustra esta situação. O setor Y é fisicamente intensivo em trabalho na ausência de distorção. O equilíbrio na produção ocorre ao longo da curva de contrato $O_x\ Q\ O_y$. Quando o trabalho no setor Y recebe "prêmio" tal que o equilíbrio na produção ocorra na região (3) à qual pertence o ponto Q', a curva de transformação será côncava à origem, dado que a relação preço-produto é positiva, pois $k_x > k_y$. Se o"prêmio"pago ao trabalho no setor Y é suficientemente alto para que o equilíbrio na produção se dê na regiaõ(4), à qual pertence o ponto Q", a intensidade física mudará, isto é, $k_x < k_y$, e portanto a relação preço-produto será negativa e a curva de transformação será convexa com relação à origem. Se a magnitude do"prêmio"ao trabalho no setor Y for tal que o equilíbrio na produção ocorra ao longo da diagonal teremos $k_x = k_y$ e portanto $\frac{dP}{dY} = 0$, e assim a curva de transformação será reta.

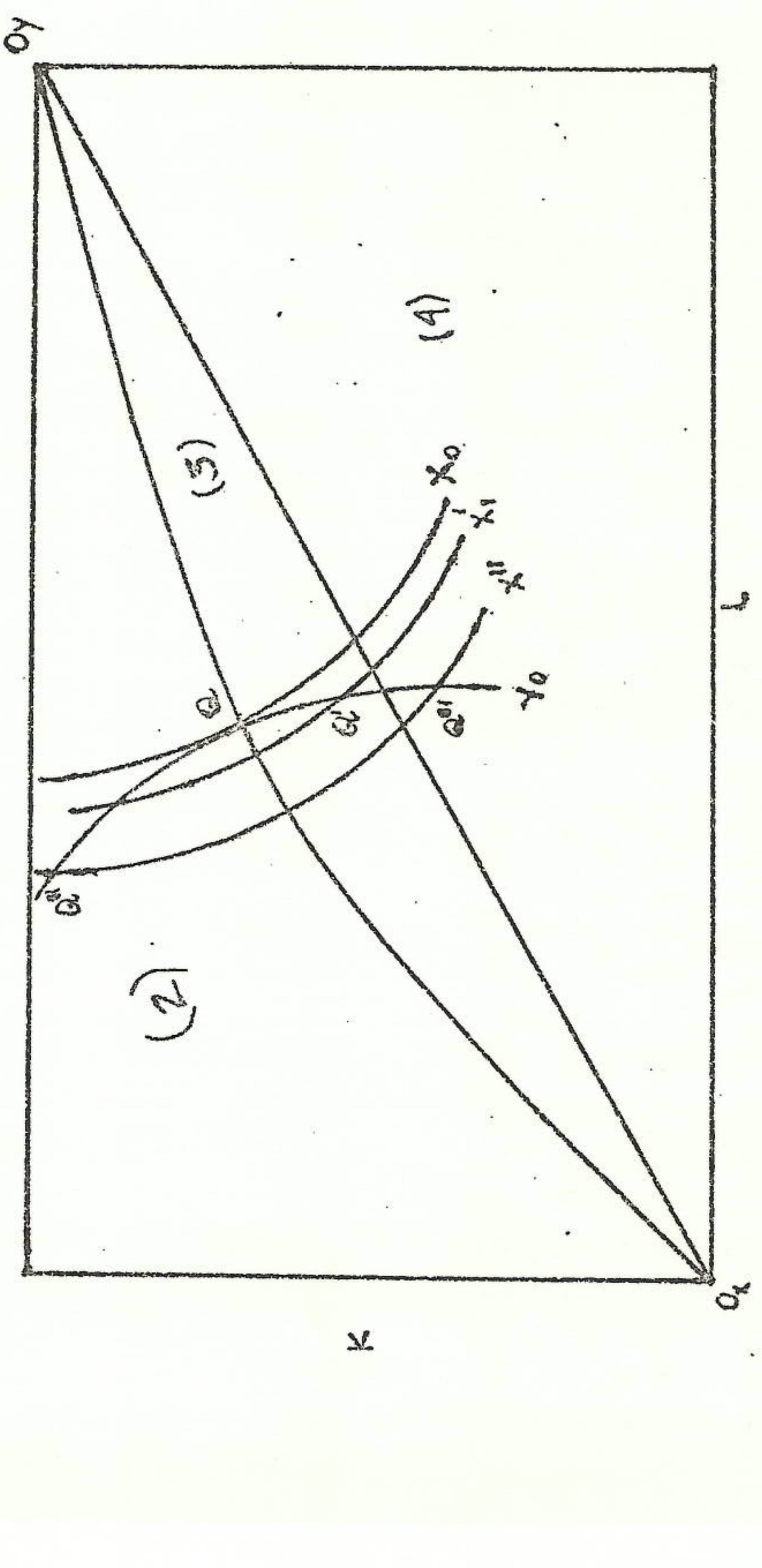


Gráfico (5.15.2)

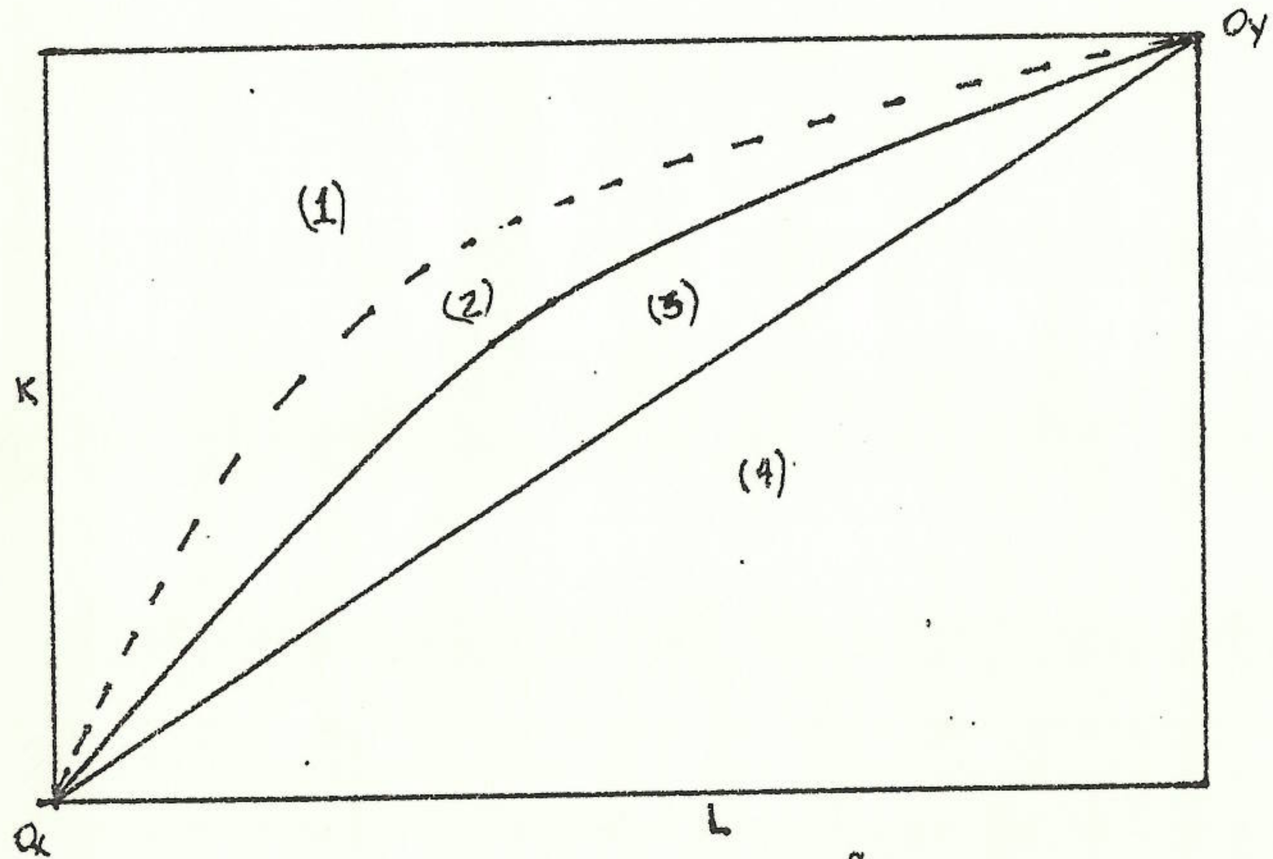
Quando o trabalho no setor X recebe "prêmio" o equilíbrio na produção ocorre na região (2), à qual pertence o ponto Q'''. Neste caso, em que $\left(\frac{\alpha_x}{\alpha_y}\right) > 1$, teremos o sinal da expressão entre as chaves, em (5.15.8), ambíguo; certamente quanto maior for $\left(\frac{\alpha_x}{\alpha_y}\right)$ maior será a possibilidade de que a curva de transformação destorcida seja localmente convexa.

Analisando a equação (5.15.9) para o caso da C.E.S. observaremos que inicialmente, quando não temos distorções, $(a_y - a_x) > 0$. Mas a diferença entre as participações setoriais do trabalho poderá reduzir-se a zero quando introduzimos a distorção na remuneração ao trabalho setorial segundo seja o valor comum de $\bar{\sigma}$. Quando $\bar{\sigma} < 1$ necessitamos dar "prêmio" ao trabalho no setor X suficientemente alto para fazer com que $(a_y - a_x) = 0$. No gráfico (5.15.3) estão representadas as regiões (2), (3) e (4) e nelas teremos $(a_y - a_x) > 0$, mas $(k_x - k_y) > 0$ em (2) e (3), porém $(k_x - k_y) < 0$ na região (4). A linha interrompida ilustra a curva de contrato distorcida, onde $(a_y - a_x) = 0$ mas $(k_x - k_y) > 0$. Para obter a curvatura da curva de transformação precisamos introduzir $\frac{dP}{dY}$ na expressão entre as chaves em (5.15.7). De (5.9.3) temos, para dado nível de distorção e $\sigma_x = \sigma_y = \bar{\sigma}$:

$$\frac{dP}{dY} = \frac{(a_y - a_x)\ (k_x - k_y)\ P}{L\ f_y\ \bar{\sigma}\left[k_x\ (1 - l_y\ a_y) + l_y\ a_y\ k_y\right]} \qquad (5.15.10)$$

Introduzindo (5.15.10) em (5.15.7), resulta:

$$\frac{d^2X}{dY^2} = -B\left\{\frac{(a_y - a_x)\ (k_x - k_y)\ P}{L\ f_y\ \bar{\sigma}\left[k_x\ (1 - l_y\ a_y) + l_y\ a_y\ k_y\right]} + \frac{\left(1 - \frac{\alpha_x}{\alpha_y}\right) a_y\ k\ k_x\ (1 - a_y)\ (2\bar{\sigma} - 1)\ (k_x - k_y)\ P}{\left[k_x(1-a_y) + a_y\ k\right]\left[k_x(1-a_y) + a_y\ k\ \frac{\alpha_x}{\alpha_y}\right] L\ f_y\ \bar{\sigma}\left[k_x(1-l_y\ a_y) + l_y\ a_y\ k_y\right]}\right\} \qquad (5.15.11)$$



Caso $\bar{\sigma} < 1$ e $\frac{\alpha_x}{\alpha_y} > 1$

Gráfico (5.15.3)

Analisando a equação (5.15.11) podemos concluir que quando $\left(\frac{\alpha_x}{\alpha_y}\right) > 1$, $(a_y - a_x) = 0$ e $(k_x - k_y) > 0$ então o primeiro termo da expressão entre as chaves sempre será nulo, indicando que as variações no nível de produção de Y não afetam o preço relativo dos bens; o segundo termo entre as chaves será zero quando $\bar{\sigma} = \frac{1}{2}$, indicando que a curva de transformação é linear; quando $\bar{\sigma} < \frac{1}{2}$ a expressão entre as chaves é positiva, o que indica que a curva de transformação é côncava com relação à origem. Teremos convexidade no caso de $\bar{\sigma} > \frac{1}{2}$.

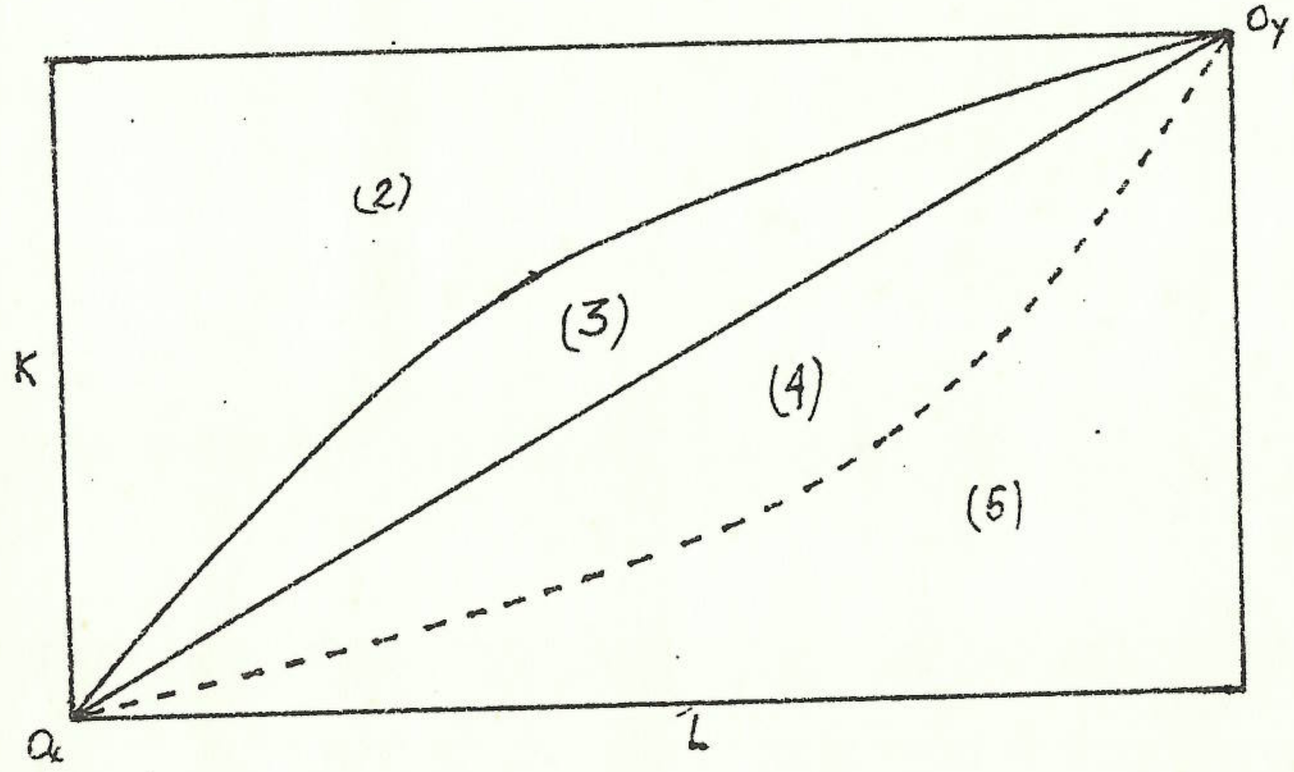
Ainda com relação ao gráfico (5.15.3), na região (1) onde $(a_y - a_x) < 0$ e $(k_x - k_y) > 0$ e na região (4) onde $(a_y - a_x) > 0$ e $(k_x - k_y) < 0$, encontraremos que a relação preço-produto é inversa.

Voltando à equação (5.15.9) no caso de o valor comum de $\bar{\sigma}$ ser maior que a unidade, necessitamos outorgar "prêmio" ao trabalho para o setor Y em quantia suficiente para reduzir $(a_y - a_x) = 0$. O gráfico (5.15.4) ilustra este caso.

Nas regiões (2), (3) e (4) temos que $(a_y - a_x) > 0$ e ao longo da curva de contrato destorcida (linha interrompida) as participações setoriais do trabalho em ambos os setores serão iguais. Na região (5) $(a_x - a_y) < 0$. Nas regiões (2) e (3) $(k_x - k_y) > 0$, nas regiões (4) e (5) $(k_x - k_y) < 0$. Portanto, nas regiões (2), (3) e (5) temos relações normais entre preço e produto, e somente na região (4) teremos relações preço-produto inversas.

Analisando (5.15.11) podemos concluir que ao longo da curva de contrato destorcida a curva de transformação será convexa com relação à origem, pois o primeiro termo entre as chaves é zero e o segundo termo é negativo, dado que $\frac{\alpha_x}{\alpha_y} < 1$, $\bar{\sigma} > 1$ e $(k_x - k_y) < 0$.

Para concluir esta seção podemos dizer, baseados na análise anterior, que : a) quando é pago ao trabalho " prêmio" na indústria intensiva em trabalho, teremos resultados simples, desde que fiquemos na região (3); b) em geral valores pequenos da elasticidade substituição comum estão



Caso em que $\bar{\sigma} > 1$ e $\frac{\alpha_x}{\alpha_y} < 1$

Gráfico (5.15.4)

associados a curvas de transformação destorcidas côncavas com relação à origem; c) quando as distorções não são demasiadamente pronunciadas, tal que a curva de contrato destorcida fique nas regiões (2) ou (3), a relação preço-produto será normal.

BIBLIOGRAFIA

1. JOHNSON, H. G. "Factor Market Distortions and the Shape of the Transformation Curve". Econometrica, julho'66.

2. JOHNSON, H.G. e Mieszkowski, P. "The Effects of Unionization on the Distribution of Income: A General Equilibrium Approach". Q.J.E., novembro'70.

3. HERBERG, Horst; KEMP, M. C.; e MAGEE, Stephen P. "Factor Market Distortions, the Reversal of Relative Factor Intensities, and the Relation between Product Prices and the Equilibrium Outputs". Econ. Rec. 97, dezembro'71.

4. JONES, R. W. "Distortions in Factor Markets and the General Equilibrium Model of Production". J.P.E., maio/junho'71.

5. MAGEE, S. P. "Factor Market Distortions, Production, Distribution and the Pure Theory of International Trade". Q.J.E., novembro'71.

6. MAGEE, S. P. "Factor Market Distortions, Production and Trade: A Survey". Oxford Ec. Papers, março'73.