Amigo imaginário

A raiz quadrada de -1 tem uma história que pode ser dita complexa

Há um famoso personagem dos quadrinhos, um menino de seis anos, bastante criativo, cheio de energia e personalidade, que tem como amigo imaginário um tigre sábio e engraçado. Criado pelo cartunista norte-americano William Boyd Watterson II, em 1985, Calvin e Haroldo (no original, Calvin & Hobbes) transformaram-se rapidamente em um fenômeno editorial bastante premiado. Para a profunda consternação de um sem-número de fãs planetários, a última tirinha da dupla inusitada saiu em 3 de dezembro de 1995.

Entre as centenas de tirinhas já publicadas (www.calvinandhobbes.com), há uma que traz um diálogo impagável – e que nos interessa aqui:

Calvin: "Tenho aqui outro problema de matemática que não consigo resolver. Quanto é 9 + 4?".

Haroldo: "Hum... Essa é uma questão difícil. Você tem de utilizar cálculos e números imaginários para resolver".

Calvin, espantado: "Números imaginários?!"

Haroldo: "Você sabe, 'dez-um', trinta-doze e todas aquelas coisas. É um tanto confuso à primeira vista".

Calvin, irritado: "Como você aprendeu tudo isto? Você nunca foi à escola?"

Haroldo, com ar de soberba: "Instinto. Tigres nascem com ele".

Às vezes, a matemática é instintiva. Alguns até acreditam que ela nada mais é do que a extensão do bom senso. No entanto, é possível que nenhuma teoria matemática tenha tido um desenvolvimento tão desordenado, envolvido tantas pessoas e perpassado épocas das mais distintas como a dos chamados números imaginários (ou números complexos).

Exatamente por sua sinuosidade, essa história conta com tantas reviravoltas e tantos personagens.

FALSAS RAÍZES Esse enredo intricado começa com uma pergunta relativamente simples: números negativos teriam raiz quadrada?

Talvez, o primeiro a se questionar sobre isso tenha sido o matemático, médico e astrólogo italiano Gerolamo Cardano (1501-1576). Em seu livro *A grande arte: ou as regras da álgebra* (1545), ele se fez a seguinte pergunta: $x^2 + 1 = 0$? Em seguida, comentou: "[...] que quantidades verdadeiras aparecerão para representar essa maravilha fascinante?"

Há evidências de que Cardano tenha sido o primeiro a resolver a equação $x(10 - x) = 40$. Ao encontrar suas soluções (capítulo 37 de seu livro), concluiu com as observações "tão sutil quanto inútil" e "tortura mental".

Ao que parece, o termo 'imaginário' foi cunhado pelo filósofo e matemático francês René Descartes (1596-1650), em uma nota de rodapé de uma edição revisada do anexo 'A geometria', da grande obra *Discurso sobre o método* (1637): "[...] às vezes, somente imaginário, isto é, alguém pode imaginar o tanto quanto quiser em cada equação [...], mas, às vezes, inexiste essa quantidade, que resulta no que imaginamos".

DOMÍNIO PÚBLICO

Figura 1. René Descartes (esquerda) e Carl Gauss, que deram contribuições importantes para o desenvolvimento da teoria dos números imaginários

Descartes também usou o termo "falsas raízes" para identificar situações como aquelas descritas por Cardano.

FIGURAS GEOMÉTRICAS O matemático inglês John Wallis (1616-1703) – professor do célebre matemático e físico inglês Isaac Newton (1642-1727) – discutiu no capítulo 66 de seu livro *Um tratado de álgebra* (1685) a natureza de quadrados negativos: "essas quantidades imaginárias (como são comumente definidas) que surgem de supostas raízes quadradas de números negativos (quando ocorrem) são reputadas como impossíveis".

Jean-Robert Argand (1768-1822) foi um bibliotecário e matemático amador suíço que estendeu as ideias de Wallis e as publicou em seu trabalho *Ensaio sobre uma maneira de representar quantidades imaginárias em construções geométricas* (1806).

Já Caspar Wessel (1745-1818), cartógrafo e matemático dinamarquês, apresentou, de modo independente dos demais, em 1799, perante a Academia Real Dinamarquesa de Ciências e Letras, uma pesquisa sobre números imaginários: *Sobre a representação analítica da direção.* Essa obra – posteriormente, traduzida para o inglês e francês – ajudou a consolidar a ideia de que números imaginários poderiam ser dispostos em um plano e, assim, representar figuras geométricas.

NÚMERO COMPLEXO Foi o polímata alemão Carl Friedrich Gauss (1777-1855) – na figura 1, juntamente com Descartes – quem conseguiu simplificar, desenvolver e unificar as ideias até então esparsas sobre números imaginários, estendendo-as para algo que não tem nada de complicado. Gauss definiu um novo número – este, sim, bastante especial – chamado 'complexo'.

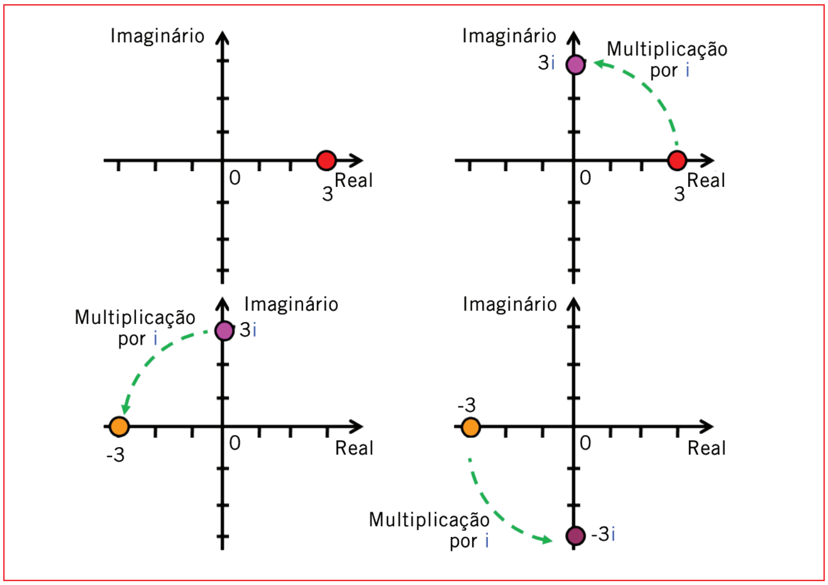

Figura 2. Multiplicação do número real 3 pelo número imaginário i, e as consequentes rotações de 90º no sentido anti-horário causadas por esse processo

Essa recém-criada entidade matemática consistia na soma de duas partes: uma componente real (x) e outra imaginária (yi). Portanto, um número complexo teria a forma x + yi, com 'i' representando a raiz quadrada de - 1 ($i = \sqrt{-1}$).

A representação gráfica dos números complexos se dá da seguinte maneira: a parte real (x) situa-se no eixo horizontal, e a parte imaginária (yi) em um eixo vertical.

Gauss percebeu que a multiplicação de um número real por i implica uma rotação de 90° no sentido anti-horário, como mostra a figura 2. Vejamos. Considere um número real (3, por exemplo), situado na parte positiva do eixo horizontal. Ao ser multiplicado por i, obtemos o número imaginário 3i, que se encontra na parte positiva de seu eixo, o vertical.

Agora, se multiplicarmos 3i por i, teremos - 3, posicionado na parte negativa do eixo horizontal. Ao multiplicarmos - 3 por i, obteremos - 3i. E, por fim, o produto de - 3i por i, nos leva de volta ao início (figura 2).

Ainda assim – com tantos séculos e personagens, tantas interpretações e histórias –, é uma pena que a concepção de números imaginários continue a causar espanto igualmente em adultos e crianças – e mesmo que uma delas seja uma criança imaginária e cheia de imaginação, como Calvin.

Pode-se afirmar, sem medo de errar, que toda criança gostaria de ser como Calvin e ter um amigo imaginário. Quem sabe essa não seria a nossa chance de aprender a lidar com números tão interessantes e – como a escola deveria nos ensinar – ver a matemática como uma grande diversão?

MARCIO LUIS FERREIRA NASCIMENTO
Departamento de Engenharia Química, Escola Politécnica, e Instituto de Humanidades, Artes e Ciências, Universidade Federal da Bahia