

Processamento de Dados Sísmicos e
Estimativa de Parâmetros em Meios
Anisotrópicos com Novas
Aproximações da Velocidade de Fase

FRANCISCO GAMBOA ORTEGA

SALVADOR – BAHIA
JUNHO – 2018

Documento preparado com o sistema L^AT_EX.

Processamento de Dados Sísmicos e Estimativa de Parâmetros em Meios Anisotrópicos com Novas Aproximações da Velocidade de Fase

por

FRANCISCO GAMBOA ORTEGA

Físico (Universidad Industrial de Santander – 2009)

Mestre em Geofísica (Universidade Federal da Bahia – 2012)

Orientador: Prof. Dr. Amin Bassrei

TESE DE DOUTORADO

Submetida em satisfação parcial dos requisitos ao grau de

DOUTOR EM CIÊNCIAS

EM

GEOFÍSICA


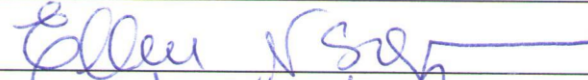
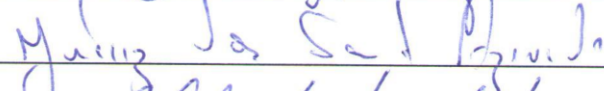
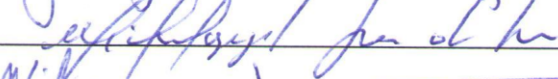
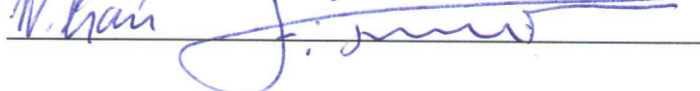
ao

Conselho Acadêmico de Ensino

da

Universidade Federal da Bahia

Comissão Examinadora

	Dr. Amin Bassrei
	Dra. Ellen de Nazaré Souza Gomes
	Dr. Juarez dos Santos Azevedo
	Dr. Michelângelo Gomes da Silva
	Dr. Wilson Mouzer Figueiró

Aprovada em 29 de junho de 2018

A presente pesquisa foi desenvolvida no Centro de Pesquisa em Geofísica e Geologia da UFBA, com recursos próprios, da CAPES, da CNPq, CTPETRO, ANP, PETROBRAS

Gamboa Ortega, Francisco,

Processamento de Dados Sísmicos e Estimativa de Parâmetros em Meios Anisotrópicos com Novas Aproximações da Velocidade de Fase / Francisco Gamboa Ortega. — Salvador, 2018.

131 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Amin Bassrei

Tese (Doutorado) - Pós-Graduação em Geofísica. Instituto de Geociências da Universidade Federal da Bahia, 2018.

1. Velocidade de fase. 2. Inversão regularizada. 3. Estimativa conjunta de parâmetros. 4. Migração em profundidade. I. Bassrei, Amin. I. Basrrei, Amin. II. Título.

*It is a marvel that the physical
universe obeys mathematical laws
that the human mind can discover.
And, it is a further marvel that the
human mind can manipulate the
mathematics in complex ways,
through the abbreviations known as
mathematical notation.*

Leon Thomsen

Resumo

O método da análise de velocidade convencional estima um parâmetro chamado de velocidade de *Normal Moveout* ou *NMO* que corresponde à combinação da velocidade vertical da onda P (v_{pz}) e do parâmetro de Thomsen δ . A não consideração do efeito deste parâmetro separadamente causaria erros na conversão tempo profundidade. Os erros poderiam ser atenuados com a obtenção da velocidade v_{pz} a partir da informação de poço, mas muitas vezes não é disponível. Nesta tese propomos uma estimativa conjunta da velocidade v_{pz} e dos parâmetros de Thomsen. Para tanto, esses valores serão obtidos utilizando novas aproximações do tempo de reflexão em meios *Transverse Isotropic* através de uma inversão determinística com regularização. Os resultados destas inversões serão validados utilizando as distribuições bidimensionais estimadas na etapa da migração em profundidade, testados em modelos sintéticos de multicamadas homogêneas e heterogêneas. As expressões para o tempo de reflexão utilizadas na inversão são obtidas por meio de aproximações racionais da velocidade de fase. A principal vantagem das aproximações propostas é que algumas delas são expressões analíticas bastante simples, que as tornam fáceis de serem utilizadas, e ao mesmo tempo têm uma qualidade igual ou maior das expressões já estabelecidas na literatura. Além disso, permitem ser generalizadas de aproximações para o tempo de reflexão em meios acústicos com anisotropia *Vertical Transverse Isotropic* para aproximações do tempo de reflexão em meios quase-acústicos com anisotropias dos tipos *Tilted Transverse Isotropic* e ortorrômbico. Também, foi realizada uma comparação das estimativas de velocidade *NMO* de duas metodologias que não dependem dos parâmetros anisotrópicos e sim da heterogeneidade do meio, utilizando um dado 2-D da Bacia do Jequitinhonha que apresenta comportamento anisotrópico. Os resultados mostraram que incluir os efeitos da anisotropia no processamento de dados sísmicos produz resultados mais consistentes que a abordagem convencional, uma vez que esta última ignora a anisotropia do meio.

Palavras-chaves: Velocidade de fase, inversão regularizada, estimativa conjunta de parâmetros, migração em profundidade.

Abstract

The conventional velocity analysis method estimates a parameter called the Normal Moveout velocity or NMO that corresponds to a combination of the P-wave vertical velocity (v_{pz}) and the Thomsen parameter δ . Failure to consider the effect of this parameter separately would cause errors in time-depth conversion. The errors could be attenuated by obtaining the velocity v_{pz} from the well information, which by its turn is usually not available. In this thesis we propose a joint estimation of the velocity v_{pz} and the Thomsen parameters. To do so, these values will be obtained using new approximations of the reflection time in Isotropic Transverse media through a deterministic inversion with regularization. The results of these inversions will be validated using the estimated two-dimensional distributions in the depth migration step, tested in homogeneous and heterogeneous multilayer synthetic models. The expressions for the reflection time used in the inversion are obtained by means of rational approximations of the phase velocity. The main advantage of the proposed approaches is that some of them are very simple analytical expressions, which make them easy to use, and at the same time have an equal or greater quality in relation to the expressions already established in the literature. In addition, they allow to be generalized from acoustic media with Vertical Transverse Isotropic anisotropy to quasi-acoustic media with Tilted Transverse Isotropic and orthorhombic anisotropies. Also, a comparison of the NMO velocity estimates of two methodologies that do not depend on the anisotropic parameters, but on the heterogeneity of the medium, was performed using a 2-D data set from the Jequitinhonha Basin that shows anisotropic behavior. The results showed that including the effects of anisotropy in the seismic data processing produces results more consistent than the conventional approach, since the latter ignores the anisotropy of the medium.

Key words: Phase velocity, regularized inversion, joint parameter estimation, depth migration.

Tabela 1: Glossário de notação simbólica

θ	Ângulo de fase	ε	Parâmetro de anisotropia adimensional de Thomsen	v_{p1}	Primeira velocidade de fase da onda P de teste
Θ	Ângulo de grupo	δ	Parâmetro de anisotropia adimensional de Thomsen	v_{p2}	Segunda velocidade de fase da onda P de teste
ϕ	Ângulo de inclinação da camada	η	Parâmetro de aneipticidade adimensional	e_r	Erro relativo
α	Ângulo de azimute entre a fonte e o receptor	v_{sz}	Velocidade vertical da onda SV	e_d	Porcentagem de erro entre os parâmetros dos dados
φ	Ângulo de azimute do plano de simetria	v_{sx}	Velocidade horizontal da onda SV	e_m	Porcentagem de erro entre os parâmetros dos modelos
$v_P(\theta)$	Velocidade de fase da onda P	S	Parâmetro de heterogeneidade	k_z	Componente vertical do número de onda
$v_{SV}(\theta)$	Velocidade de fase da onda SV	$V_{RMS,n}$	Velocidade RMS	k_x	Componente horizontal do número de onda
$V_P(\Theta)$	Velocidade de grupo da onda P	$\eta_{eff,n}$	Parâmetro de aneipticidade adimensional RMS	$\mathbf{p}(\boldsymbol{\tau})$	Vetor de vagarosidade
$V_{SV}(\Theta)$	Velocidade de grupo da onda SV	\mathbf{m}	Vetor dos parâmetros desconhecidos	H	Distância perpendicular à superfície refletora
C_{ij}	Componente da matriz elasticidade	$v_e(\theta)$	Parte elíptica da velocidade de fase	λ	Parâmetro de regularização
a_{ij}	Componente da matriz elasticidade normalizada	$V_e(\theta)$	Parte elíptica da velocidade de grupo	\mathbf{D}_p	Matriz de regularização de Tikhonov
v_{pz}	Velocidade vertical da onda P	$t_e(x)$	Parte elíptica do tempo de trânsito		
v_{px}	Velocidade horizontal da onda P	x	Distância horizontal		
v_{pm}	Velocidade NMO	z	Distância vertical		

Índice

Resumo	4
Abstract	5
Índice	7
Índice de Tabelas	10
Índice de Figuras	11
Introdução	17
1 Fundamentos da Anisotropia Sísmica	19
1.1 Definição e causas	19
1.1.1 Anisotropia sísmica e heterogeneidade	20
1.2 Descrição matemática	23
1.2.1 Equação da onda para um meio com anisotropia	25
1.2.2 Parametrização clássica de Thomsen	27
1.2.3 Velocidade de fase em meios <i>VTI</i> e anisotropia fraca	28
1.2.4 Velocidade de fase em meios <i>TTI</i>	30
1.2.5 Velocidade de grupo	31
1.3 Aproximações para o tempo de reflexão em um meio <i>VTI</i>	33
1.4 Modelos multi camadas planas	36
1.4.1 Velocidade <i>NMO</i> intervalar	37
1.4.2 Parâmetros de anisotropia intervalares	38
2 Inversão da Aproximação para o Tempo de Reflexão em um Meio Anisotrópico	40
2.1 Linearização da aproximação do tempo de reflexão	42
2.2 Inversão linearizada	43
2.3 Regularização	44

2.4	Decomposição por valores singulares	45
3	Aproximações Propostas	47
3.1	Aproximações para a velocidade de fase	47
3.2	Aproximações para a relação de dispersão	50
3.2.1	Migração por extrapolação em direção da profundidade	51
3.3	Aproximações para a velocidade de grupo	52
3.3.1	Traçado de raios implementado a velocidade de grupo	53
3.4	Aproximações para o tempo de reflexão em meios <i>VTI</i>	55
3.5	Aproximações para o tempo de reflexão em meios <i>TTI</i>	57
3.6	Aproximações para o tempo de reflexão em meios ortorrômnicos	58
4	Tempo de Reflexão Não Hiperbólico na Análise de Velocidade de	
	Dados Reais	60
4.1	Modelos matemáticos para o tempo de trânsito de ondas refletidas	60
4.1.1	Abordagem de Al-Chalabi para aproximação do tempo de reflexão	63
4.1.2	Abordagem de Castle para aproximação do tempo de reflexão	63
4.2	Estimativa da velocidade para um dado real anisotrópico	66
5	Experimentos Numéricos	77
5.1	Aproximações atuais para o tempo de reflexão em meios <i>VTI</i>	77
5.2	Comparação das aproximações propostas	80
5.2.1	Velocidades de fase e grupo	81
5.2.2	Tempo de reflexão em meios <i>TI</i>	86
5.2.3	Tempo de reflexão em meios quase-acústicos	90
5.2.4	Tempo de reflexão em meios ortorrômnicos	91
5.3	Estimativa de parâmetros	92
5.3.1	Parâmetros <i>RMS</i> com anisotropia fraca	93
5.3.2	Parâmetros intervalares com anisotropia forte	96
5.3.3	Parâmetros em meios com anisotropia <i>TTI</i>	98
5.3.4	Condições na estimativa dos parâmetros de anisotropia pelo MMQ	99
5.4	Aplicação para correções de <i>NMO</i>	100
5.5	Regularização	104
5.5.1	Estimativa conjunta da profundidade e dos parâmetros de anisotropia	108
5.6	Utilização dos parâmetros estimados na etapa da migração	111
5.6.1	Migração em um modelo sintético de camadas homogêneas <i>VTI</i>	113
5.6.2	Distribuições bidimensionais heterogêneas	115

6	Conclusões	120
	Agradecimentos	122
	Referências Bibliográficas	123
	Apêndice A Aproximantes de Padé [1/1] e [2/2] para a velocidade de fase em um meio <i>VTI</i>	127

Índice de Tabelas

1	Glossário de notação simbólica	6
4.1	Velocidades verticais e parâmetros de anisotropia para dois modelos de camadas planas. As amostras correspondem ao artigo de Thomsen (1986).	66
4.2	Geometria de aquisição da linha sísmica 0214-0270 na Bacia do Jequitinhonha.	69
5.1	Velocidades verticais da onda P e parâmetros de anisotropia das amostras estudadas.	78
5.2	Valores de v_{p1}^2 na expressão a nas equações (3.51) e (5.3)	90
5.3	Parâmetros dos modelos ortorrômbicos sob a notação de Tsvankin (1997). Os parâmetros do modelo 1 (anisotropia fraca) são extraídos e modificados a partir de Ursin e Stovas, 2006. O Modelo 2 (anisotropia forte) são modificados de Tsvankin (1997).	92
5.4	Tempos zero afastamento (T_0) e parâmetros RMS do modelo da Figura 5.17, modelos iniciais e resultados das inversões pelo MMQ.	94
5.5	Parâmetros do exemplo numérico TTI e resultado da inversão MMQ para o dado $t(\mathbf{m}^{verd}, x)$ utilizando-se traçado de raios da Figura 5.24.	99
5.6	Velocidades vertical, NMO e parâmetros de anisotropia para diferentes amostras TI : 1 é de Jones e Wang (1981), 2 e 3 são de Wang (2002), 4 e 5 são de Thomsen (1986), e 6 é de Vernik e Liu (1997).	105
5.7	Erro relativo e_r (%) entre os parâmetros do modelo verdadeiro e os parâmetros do modelo estimado implementando as aproximações propostas e o vetor $\mathbf{m} = (t_0, v_{px}, \epsilon, \delta)$	111
5.8	Erro relativo e_r (%) entre os parâmetros do modelo verdadeiro e os parâmetros do modelo estimado usando o vetor $\mathbf{m} = (t_0, v_{px}, \epsilon, \delta)$ para a aproximação de Fomel (2004) e o vetor $\mathbf{m} = (t_0, v_{pn}, \epsilon, \delta)$ para a aproximação de Alkhalifah e Tsvankin (1995).	111

Índice de Figuras

1.1	a) Modelo de uma camada homogênea anisotrópica <i>VTI</i> com espessura de $d = 600\text{ m}$. Modelos de camadas homogêneas isotrópicas com (b) 120 camadas com espessura de $d = 5\text{ m}$; (c) 40 camadas com espessura de $d = 15\text{ m}$; (d) 12 camadas com espessura de $d = 50\text{ m}$; acima dos 600 m de profundidade.	21
1.2	Ondas registradas na superfície dos modelos da Figura 1.1, respectivamente. Geradas por uma fonte na posição $x = 0$ com uma frequência de $f = 24.5\text{ Hz}$	22
1.3	Comportamento da velocidade de fase da onda <i>P</i> para quatro modelos com anisotropia <i>VTI</i>	30
1.4	Velocidades de fase das ondas: <i>P</i> (v_P), <i>S</i> (v_{SV}), <i>P</i> em um meio <i>TTI</i> com um ângulo no eixo de simetria de $\phi = 30^\circ$ ($v_{P,\phi=30}$). Velocidades de grupo das ondas: <i>P</i> (V_P) e <i>S</i> (V_{SV}).	32
2.1	Função objetivo esquemática com espaço de modelos bidimensionais m_1 e m_2 (tempo de reflexão isotrópico).	41
2.2	Função objetivo esquemática com espaço de modelos t_0 , v_{pn} e η . O modelo, de uma camada plana <i>VTI</i> , utiliza a amostra arenito <i>Mesaverde</i> (Thomsen, 1986) numa profundidade de 4.912 km cuja velocidade vertical da onda <i>P</i> é $v_{pz} = 4.476\text{ (km/s)}$ e seus parâmetros de Thomsen são $\varepsilon = 0.097$ e $\delta = 0.091$	41
2.3	Passos do algoritmo de inversão.	45
3.1	Célula trapezoidal separada por limites verticais, localizando em cada vértice o correspondente valor da velocidade vertical v_{pz} e os parâmetros de Thomsen ε e δ	55
3.2	Geometria para o tempo de reflexão numa camada inclinada com anisotropia <i>TTI</i> ortogonal. x_s e x_r representam a posição da fonte e do receptor respectivamente. H representa a distância perpendicular à superfície refletora. ϕ é o ângulo de mergulho da camada.	57

4.1	Tempo de trânsito da fonte ao receptor para um modelo com um refletor horizontal a uma profundidade de 0.5 km, cujo meio incidente é anisotrópico <i>VTI</i> (<i>Greenhorn</i>). No eixo horizontal, parte de baixo, afastamento e no topo, razão entre afastamento e profundidade do refletor. No eixo vertical, tempo de reflexão duplo. Nas Figuras são mostrados o tempo de reflexão exato, curva roxa, e as aproximações: convencional (equação 4.3) em verde, de Al-Chalabi (1974), em azul, de Castle (1994) em laranja e de Alkhalifah e Tsvankin (1995) equação (18) em vermelho. Em (a) são mostradas as assíntotas da aproximação convencional, retas em preto. E em (b) as assíntotas de Castle, retas em preto.	62
4.2	(a) <i>CDP</i> associado ao modelo isotrópico da Tabela 4.1. (b) <i>CDP</i> associado ao modelo anisotrópico da Tabela 4.1. (c) <i>CDP</i> depois da correção de <i>NMO</i> isotrópica do <i>CDP</i> (a). (d) <i>CDP</i> depois da correção de <i>NMO</i> isotrópica do <i>CDP</i> (b).	67
4.3	Mapa indicando a localização da Bacia de Jequitinhonha. A linha indicada no mapa na cor vermelha pertence a linha 0214-270, situa-se na região de quebra do talude, entre a plataforma continental e a oceânica, retirado com modificações de ANP (2018).	68
4.4	Fluxo de processamento da linha marinha 0214-0270 da Bacia do Jequitinhonha.	69
4.5	Para a família <i>CMP</i> 977, espectro de velocidade e respectiva correção de <i>NMO</i> , utilizando a velocidade estimada, pontos na curva branca, usando a aproximação hiperbólica para o tempo de reflexão, equação (4.3).	71
4.6	Para família <i>CMP</i> 977, espectro de velocidade e respectiva correção de <i>NMO</i> , utilizando a velocidade estimada (pontos na curva branca) a partir da aproximação não hiperbólica de Castle (1994).	72
4.7	Para família <i>CMP</i> 977, espectro de velocidade e sua a respectiva correção de <i>NMO</i> , utilizando a velocidade estimada (pontos na curva branca) a partir da aproximação não hiperbólica de Al-Chalabi (1973).	73
4.8	Seção sísmica empilhada. A velocidade <i>NMO</i> foi estimada através da análise de velocidade convencional.	74
4.9	Seção sísmica empilhada. A velocidade <i>NMO</i> foi estimada através do método de Castle (1994). Note-se a melhor resolução e continuidade de refletores entre 1500 e 2000 ms.	75
4.10	Seção sísmica utilizando a estimativa da velocidade <i>NMO</i> com uma análise de velocidade pelo método de Al-Chalabi.	76

5.1	Erro relativo das aproximações do tempo de reflexão para a amostra <i>Green Horn</i>	78
5.2	Erro relativo das aproximações do tempo de reflexão para a amostra <i>Dog Creek</i>	79
5.3	Erro relativo das aproximações do tempo de reflexão para a amostra <i>Mesaverde</i>	79
5.4	Erro relativo das aproximações do tempo de reflexão para a amostra <i>Green Horn</i> e o resultado da alteração do valor S na equação (1.54).	80
5.5	Erro relativo das aproximações da velocidade de fase, no folhelho <i>Green Horn</i>	81
5.6	Erro relativo das aproximações da velocidade de fase do artigo de Fowler (2003) e as aproximações propostas (3.17) e (3.18), no folhelho <i>Green Horn</i>	82
5.7	Erro relativo das aproximações da velocidade de grupo, no folhelho <i>Green Horn</i>	82
5.8	Tempo de trânsito calculado em uma camada homogênea isotrópica. O ponto fonte está localizado em $x = 8 \text{ km}$ no modelo. (a) Raios de onda P refletidos num meio com velocidade vertical constante de $v_{pz} = 1.785 \text{ km/s}$. (b) Comparação das curvas de tempo de reflexão entre nosso método de traçado de raios (pontos de cor preta) e o resultado de SU	84
5.9	Tempo de trânsito calculado em uma camada homogênea anisotrópica. O ponto fonte está localizado em $x = 8 \text{ km}$ no modelo. (a) Raios de onda P refletidos num meio com velocidade vertical constante de $v_{pz}(x, z) = 1.785 \text{ km/s}$ e parâmetros de Thomsen $\varepsilon = 0.225$, $\delta = 0.098$ (amostra <i>Dog Creek</i>). (b) Comparação das curvas de tempo de reflexão entre nosso método de traçado de raios (pontos de cor preta) e o resultado de SU	85
5.10	(a) Raios das ondas P refletida e direta num meio com velocidade vertical variável de $v_{pz}(x, z)$ e parâmetros de Thomsen. (b) Tempo de trânsito extraídos de (a) e efeito da anisotropia nos cálculos do tempo de trânsito.	86
5.11	Comportamento dos raios provenientes dos refletores que recebem uma onda sísmica na posição de $x = 0$, em um modelo VTI heterogêneo. (a) Quando os parâmetros Thomsen são iguais a zero. (b) Com o efeito da anisotropia. Utilizando nos cálculos do tempo de reflexão a velocidade de grupo proposta (3.31).	87
5.12	(a) Erro relativo das aproximações do tempo de trânsito. (b) Tempo de trânsito; das aproximações estudadas e propostas para um meio homogêneo VTI de uma camada plana na profundidade de 1 km , amostra <i>Green Horn</i>	88
5.13	(a) Erro relativo das aproximações do tempo de trânsito. (b) Tempo de trânsito; das aproximações estudadas e propostas para um meio de uma camada homogênea TTI com um ângulo de inclinação de $\phi = 16^\circ$ e profundidade máxima de 3 km , amostra <i>Green Horn</i>	89

5.14	(a) Erro relativo das aproximações do tempo de trânsito. (b) Tempo de trânsito; das aproximações estudadas e propostas para um meio de uma camada homogênea <i>TTI</i> com um ângulo de inclinação de $\phi = 21^\circ$ e profundidade máxima de 4 <i>km</i> , amostra <i>Green Horn</i>	89
5.15	Erro relativo das aproximações: (a) equação (3.51) e (b) equação (5.3) para um meio de uma camada homogênea <i>VTI</i> de uma camada plana em uma profundidade de 1 <i>km</i> e diferentes valores de a , correspondente à Tabela 5.2.	91
5.16	Erro relativo das aproximações do tempo de reflexão para um meio homogêneo ortorrômbico de uma camada plana na profundidade de 1 <i>km</i> , amostra <i>Green Horn</i> . (a) Modelo 1, (b) modelo 2, referentes à Tabela 5.3.	93
5.17	Modelo de sete camadas homogêneas com anisotropia <i>VTI</i> com seus correspondentes valores intervalares da velocidade vertical (v_{pz}) e parâmetros de Thomsen (ε, δ).	94
5.18	Tempo de trânsito da fonte ao receptor para um tiro em $x = 0$ no modelo da Figura 5.17. As curvas negras representam os tempos associados ao dado observado. A curvas vermelhas representam os tempos associados ao modelo calculado pelo MMQ. As curvas verdes representam os tempos associados ao modelo de inversão inicial.	95
5.19	(a) Percentagem de erro entre os parâmetros dos dados (e_d). (b) Percentagem de erro entre os parâmetros dos modelos (e_m) a cada iteração.	96
5.20	(a) Modelo A. (b) Modelo B. E seus correspondentes valores intervalares da velocidade vertical (v_{pz}), os parâmetros de Thomsen (ε, δ) e η	97
5.21	Estimativa do parâmetro de anisotropia intervalar η_i pelo MMQ para: (a) modelo A e (b) o modelo B, da Figura 5.20. Utilizando as aproximações do tempo: (1.55) [Alk-Tsv (1995)], (1.57) [Fomel (2004)], (1.54) com $S = 1 + 8\eta$ e $S = 1 + 4.7$ e (1.60) [Padé [1/1]]. A linha de cor vermelha representa a regularização da aproximação (1.55).	98
5.22	Estimativa do parâmetro de anisotropia intervalar ε_i pelo MMQ para: (a) modelo A e (b) o modelo B, da Figura 5.20. Utilizando as aproximações do tempo: (1.55) [Alk-Tsv (1995)], (1.57) [Fomel (2004)], (1.54) com $S = 1 + 8\eta$ e $S = 1 + 4.7$ e (1.60) [Padé [1/1]] . A linha de cor vermelha representa a regularização da aproximação (1.55).	99
5.23	Estimativa do parâmetro de anisotropia intervalar δ_i pelo MMQ para: (a) modelo A e (b) o modelo B, da Figura 5.20. Utilizando as aproximações do tempo: (1.55) [Alk-Tsv (1995)], (1.57) [Fomel (2004)], (1.54) com $S = 1 + 8\eta$ e $S = 1 + 4.7$ e (1.60) [Padé [1/1]] . A linha de cor vermelha representa a regularização da aproximação (1.55).	100

- 5.24 Tempo de trânsito para o modelo sintético de uma camada inclinada com anisotropia TTI . A curva em preto representa os tempos observados. A curva vermelha representa os tempos associados ao modelo calculado pelo método de MMQ. A curva verde representa os tempos associados ao modelo inicial. 101
- 5.25 (a) Erro absoluto na estimativa do parâmetro de anisotropia η para diferentes valores de δ com $\varepsilon_1 = 0.2$, (b) erro absoluto na estimativa do parâmetro de anisotropia η para diferentes valores de θ 101
- 5.26 (a) CDP associado ao modelo da Figura 5.20a. (b) CDP associado ao modelo da Figura 5.20b. Razão de sinal e ruído de 10. 102
- 5.27 (a) Correção de NMO hiperbólica do CDP associado ao modelo da Figura 5.26a. (b) Correção de NMO hiperbólica do CDP associado ao modelo da Figura 5.26b, usando o valor exato da velocidade NMO 102
- 5.28 Seções sísmicas da Figura 5.26a depois da correção de NMO utilizando as aproximações (a) Alkhalifah e Tsvankin (1995), (b) Fomel (2004), (c) Stovas e Ursin (2004), (d) equação (1.58), (e) equação (1.59) e (f) Pereira et al. (2015). 103
- 5.29 (a) Percentagem do erro dos dados (e_d). (b) Percentagem do erro dos modelos (e_m), para diferentes valores de λ na estimativa do vetor de parâmetros $\mathbf{m} = (t_0, v_{px}, Q)$ utilizando a matriz de regularização da primeira derivada (\mathbf{D}_1) na equação (2.16). 105
- 5.30 (a) Percentagem do erro dos dados (e_d). (b) Percentagem do erro dos modelos (e_m), para diferentes valores de λ na estimativa do vetor de parâmetros $\mathbf{m} = (t_0, v_{px}, Q)$ utilizando a matriz de regularização identidade (I ou método LM) na equação (2.16). 106
- 5.31 (a) Percentagem do erro dos dados (e_d). (b) Percentagem do erro dos modelos (e_m), para diferentes valores de λ na estimativa do vetor de parâmetros $\mathbf{m} = (t_0, v_{px}, \epsilon, \delta)$ utilizando a matriz de regularização (5.7) na equação (2.16). 108
- 5.32 (a) Percentagem do erro dos dados (e_d). (b) Percentagem do erro dos modelos (e_m). Para diferentes valores de λ na estimativa do vetor de parâmetros $\mathbf{m} = (t_0, v_{px}, \epsilon, \delta)$ utilizando a matriz de regularização (5.8) na equação (2.16). 109
- 5.33 (a) Percentagem do erro dos dados (e_d). (b) Percentagem do erro dos modelos (e_m). Para diferentes valores de λ na estimativa do vetor de parâmetros $\mathbf{m} = (t_0, v_{px}, \epsilon, \delta)$ utilizando a matriz de regularização identidade na equação (2.16). Observe o valor mínimo único nas estimativas. 110
- 5.34 Tempo de reflexão observado $t(\mathbf{m}^{verd}, x)$, inicial $t(\mathbf{m}^{inic}, x)$ e calculado $t(\mathbf{m}^{calc}, x)$. Utilizando 5 tiros para imaginar a seção sísmica. (a) Camada 1 (*Dog Creek*), (b) camada 2 (*Green Horn*), (c) camada 3 (*Mesaverde*) e (d) camada 4 (*North sea (dry)*). 114

- 5.35 Distribuições bidimensionais: verdadeiras da (a) v_{pz} e dos parâmetros (c) ε e (e) δ ; estimadas da: (b) v_{pz} e dos parâmetros (d) ε e (f) δ 115
- 5.36 Migração em profundidade, usando 5 tiros para o imageamento, (a) isotrópica usando a velocidade estimada de maneira convencional, (b) anisotrópica usando as distribuições bidimensionais estimadas. A seção sísmica corresponde ao modelo anisotrópico *VTI* das Figuras 5.35a, 5.35c e 5.35e, as linhas de cor vermelha indicam a posição exata dos refletores. 116
- 5.37 Distribuição bidimensional heterogênea do parâmetro $\delta(x, z)$. (a) Associado a um polinômio de grau 3. (b) Associado a um polinômio de grau 7. As linhas de cor negro com círculos indicam a posição das interfaces do modelo da Figura 5.35e. 117
- 5.38 Distribuição bidimensional heterogênea do parâmetro $\varepsilon(x, z)$. (a) Associado a um polinômio de grau 3. (b) Associado a um polinômio de grau 7. As linhas de cor negro com círculos indicam a posição das interfaces do modelo da Figura 5.35c. 117
- 5.39 Distribuição bidimensional heterogênea da velocidade $v_{pz}(x, z)$. (a) Associado a um polinômio de grau 3. (b) Associado a um polinômio de grau 7. As linhas de cor negro com círculos indicam a posição das interfaces do modelo da Figura 5.35a. 118
- 5.40 Migração em profundidade, usando 50 tiros, (a) anisotrópica utilizando as distribuições bidimensionais estimadas, (b) isotrópica usando a velocidade estimada de maneira convencional, (c) anisotrópica associado a polinômios de grau 3 e (c) anisotrópica associada a polinômios de grau 7. A seção sísmica real corresponde ao modelo das Figuras 5.35a, 5.35c e 5.35e. 119

Introdução

Meios formados por finas camadas ou constituídos por sistemas de falhas, como é o caso de diversos reservatórios de hidrocarbonetos, comportam-se como meios efetivamente anisotrópicos. Dentre os diversos tipos de anisotropia, um meio é dito anisotrópico do tipo *TI* (*Transverse Isotropic*) se o meio está formado por uma sequência de finas camadas. Neste tipo de meio a velocidade usada para corrigir o efeito do *moveout* em famílias *CMP* (*Common Midpoint*), chamada de velocidade *NMO* (*Normal Moveout*), é tomada igual à velocidade de empilhamento. No processamento convencional, esta velocidade é estimada dos dados através do ajuste ótimo entre o tempo de reflexão medido e uma aproximação hiperbólica deste tempo. Entretanto, para eventos rasos e com grandes afastamentos a aproximação hiperbólica do tempo de reflexão é falha e a estimativa da velocidade e correção de *NMO* irá gerar distorções significativas nas altas frequências do dado sísmico (Yilmaz, 1987), comprometendo o empilhamento e imageamento a partir destes dados. Vários trabalhos procuram compensar essas distorções (Al-Chalabi, 1974; Malovichko, 1978; Castle, 1994; Alkhalifah e Tsvankin, 1995) utilizando aproximações não hiperbólicas do tempo de reflexão.

Para meios anisotrópicos tem-se um aumento de complexidade na estimativa da velocidade *NMO*, pois a aproximação do tempo de reflexão deve levar em consideração os parâmetros anisotrópicos do meio (Alkhalifah e Tsvankin, 1995; Alkhalifah, 1997; Fomel, 2004; Aleixo e Schleicher, 2010), que em geral são desconhecidos. Podemos obter expressões para o tempo de reflexão, num meio com anisotropia, a partir da velocidade de grupo da onda sísmica. Esta velocidade é difícil de explicitar porque é deduzida mediante a velocidade de fase a qual é representada por uma expressão algebricamente complicada e multiparamétrica. Por isso, vários autores têm apresentado diferentes parametrizações e obtido aproximações para esta equação dependendo de menos parâmetros. Num meio *TI*, por exemplo, a expressão da velocidade de fase para as ondas *P* e *SV* é descrita por uma equação que requer sete parâmetros independentes para cada interface refletora: cinco componentes do tensor de elasticidade e dois ângulos que especificam a simetria dos eixos de orientação. Uma simplificação do exemplo anterior é um meio *VTI* (*Vertical Transverse Isotropic*). Neste meio é eliminada a dependência dos ângulos que especificam a simetria dos eixos. Existem inúmeras

formas de aproximar esta equação, um dos alvos deste trabalho, por funções mais simples. A dedução destas funções permite-nos encontrar importantes atributos como: descrever um meio *TTI* (*Tilted Transverse Isotropic*) Tsvankin (1997); calcular a velocidade de grupo Berryman (1979); obter o número de onda k_z para um meio acústico *VTI* Alkhalifah e Tsvankin (1998); deduzir aproximações do tempo de reflexão (Fowler, 2003).

Nesta tese desenvolvemos um algoritmo de baixo custo computacional para estimar parâmetros de anisotropia em meios *VTI* em profundidade, utilizando a inversão do tempo de trânsito fonte-refletor-receptor, que nós chamamos de tempo de reflexão. Uma revisão completa destes fundamentos é incluída no Capítulo 1. Seguidamente no Capítulo 2 apresentamos uma ferramenta que nos permitirá fazer estimativas precisas dos valores *RMS* (*Root Mean Square*) da velocidade *NMO* e do parâmetro de anelipticidade, o método de inversão explicado neste capítulo, usará as aproximações propostas para o tempo de reflexão. Mostraremos que esta ferramenta pode estimar parâmetros em profundidade, regularizando o método dos mínimos quadrados. Os correspondentes experimentos numéricos deste algoritmo têm como objetivo determinar se a estimativa conjunta da velocidade intervalar da onda *P* e dos parâmetros de Thomsen requer de uma regularização específica para cada camada e se é impossível fazer uma estimativa determinística sem regularização. A dedução das aproximações propostas é apresentada no Capítulo 3. As simulações de inversão usando nossas aproximações do tempo de reflexão determinaram distribuições bidimensionais da velocidade vertical da onda *P* e dos parâmetros de Thomsen, estes resultados, serão validados usando um método de migração em profundidade detalhado no Capítulo 3. A implementação disto será exposta em modelos sintéticos no Capítulos 5. No Capítulo 4 são aplicadas, para um dado real marinho 2D, duas metodologias que estimam a velocidade *NMO*, sem a necessidade da estimativa dos parâmetros anisotrópicos do meio. O objetivo desta tese é a dedução de aproximações melhores para as velocidades da onda, o número de onda e o tempo de reflexão, bem como a melhora do processo de inversão dos parâmetros.

1

Fundamentos da Anisotropia Sísmica

Neste Capítulo fazemos uma revisão dos fundamentos de anisotropia sísmica, começando pela definição e causas. Estudaremos os tipos de anisotropia e/ou heterogeneidade mais utilizados na exploração de hidrocarbonetos. Apresentaremos a teoria da anisotropia elástica ou polar, que é a base para representar certas simetrias do tensor de elasticidade de um meio anisotrópico elástico. Estudaremos também a expressão exata da velocidade de fase, obtida a partir da solução da equação de onda que descreve a propagação da energia nestes meios; esta velocidade representada em termos da matriz de elasticidade é parametrizada por Thomsen (1986). Finalmente, realizamos uma revisão bibliográfica e apresentaremos as ideias do que já foi desenvolvido e aplicado sobre o tempo de reflexão em meios *VTI*.

1.1 Definição e causas

A anisotropia é a característica que uma substância possui quando uma certa propriedade física varia com a direção. Em geofísica a propriedade física analisada é a velocidade de propagação das ondas elásticas, a qual varia com a direção, considerada em meios anisotrópicos e com o ponto de observação em meios heterogêneos. Muitos autores já tentaram definir a anisotropia sísmica (ver, por exemplo, Crampin, 1988 e Winterstein, 1990). Mas a definição que adotaremos neste texto é: a dependência da velocidade sísmica do ângulo, ou direção na qual as ondas se propagam (Thomsen, 2002).

O tipo de anisotropia mais comum nos experimentos sísmicos, por ser mais simples e realista, é o meio transversalmente isotrópico (*TI*). Esta é a simetria das finas multicamadas isotrópicas (Figura 1.1b). Esta simetria também é denominada de simetria hexagonal ou

polar. Usualmente, quando o eixo de simetria é vertical, a anisotropia é chamada de anisotropia polar vertical ou *VTI*. A anisotropia em que o eixo de simetria é horizontal é chamado de anisotropia polar horizontal ou *HTI* e, finalmente, quando o eixo de simetria é oblíquo a anisotropia é chamada de anisotropia polar inclinado *TTI*. Um meio *TI* é tipicamente associado com uma série de camadas formadas por folhelhos e arenitos intercalados ou alto teor de argila no meio.

A possível causa da dependência da velocidade sísmica com a direção na qual as ondas se propagam está associado a:

- sequência de camadas isotrópicas com escala menor do que o comprimento da onda sísmica (Backus, 1962);
- a orientação preferencial dos minerais e.g., argilas (Winterstein, 1990);
- a orientação de micro-fendas e os esforços *in situ* que modificam a forma dos poros e fraturas pré-existentes (Winterstein, 1990).

Lembre-se que em um material anisotrópico se propagam três tipos de ondas elásticas: as ondas *P* (*primary*), *SV* (*shear vertical*) e *SH* (*shear horizontal*). Ao contrário do meio isotrópico onde se propagam apenas duas ondas: as ondas *P* e *S* (*secondary*). A separação da onda *S* em duas ondas é um fenômeno chamado birrefringência sísmica. Nesse fenômeno se constata pulsos de ondas cisalhantes com planos de vibração perpendiculares *SV* e *SH*. Um meio onde as ondas *S* não existem, devido ao meio não resistir a cisalhamento, é chamado de meio acústico.

1.1.1 Anisotropia sísmica e heterogeneidade

A anisotropia sísmica é uma consequência da heterogeneidade ordenada em pequena escala (Thomsen, 2002). Em geral, bacias sedimentares têm camadas com espessuras muito menores do que o comprimento de onda. Em outras palavras um meio constituído de finas multicamadas de materiais isotrópicos distintos, pode ser considerado como homogêneo anisotrópico se o comprimento da onda elástica que nele se propaga for muito maior que espessura das camadas, ou pode considerar-se isotrópico e heterogêneo se o comprimento de onda for muito menor que a espessura das camadas. Observa-se, então, que os conceitos de anisotropia e heterogeneidade estão de certo modo ligados e dependem do processo que se analisa.

O supracitado é possível verificar nas ondas registradas na superfície dos modelos da Figura 1.1. Observe a Figura 1.2, onde estão apresentadas as ondas diretas *P,S* e a onda

convertida PP (as outras ondas observadas na figura estão associadas à birrefringência da onda S) associadas aos modelos da Figura 1.1. Note que as camadas homogêneas isotrópicas com espessura muito menor do que o comprimento de onda predominante ($d \ll \frac{\lambda}{10}$), como é o caso do modelo da Figura 1.1b, respondem como um meio homogêneo anisotrópico não dispersivo como é mostrado na Figura 1.2b. As camadas homogêneas isotrópicas com espessuras apenas abaixo do que um décimo do comprimento de onda predominante ($d \approx \frac{\lambda}{10}$), como é o caso do modelo da Figura 1.1c, respondem como um meio homogêneo anisotrópico dispersivo como é mostrado na Figura 1.2c. A propagação das ondas sísmicas em sequências estratigráficas com espessuras de camadas $d \geq \frac{\lambda}{10}$, como é o caso do modelo da Figura 1.1d, apresenta efeitos tais como reflexões, múltiplas, dispersão e graves dificuldades para considerar a estimativa da anisotropia, como é mostrado na Figura 1.2d.

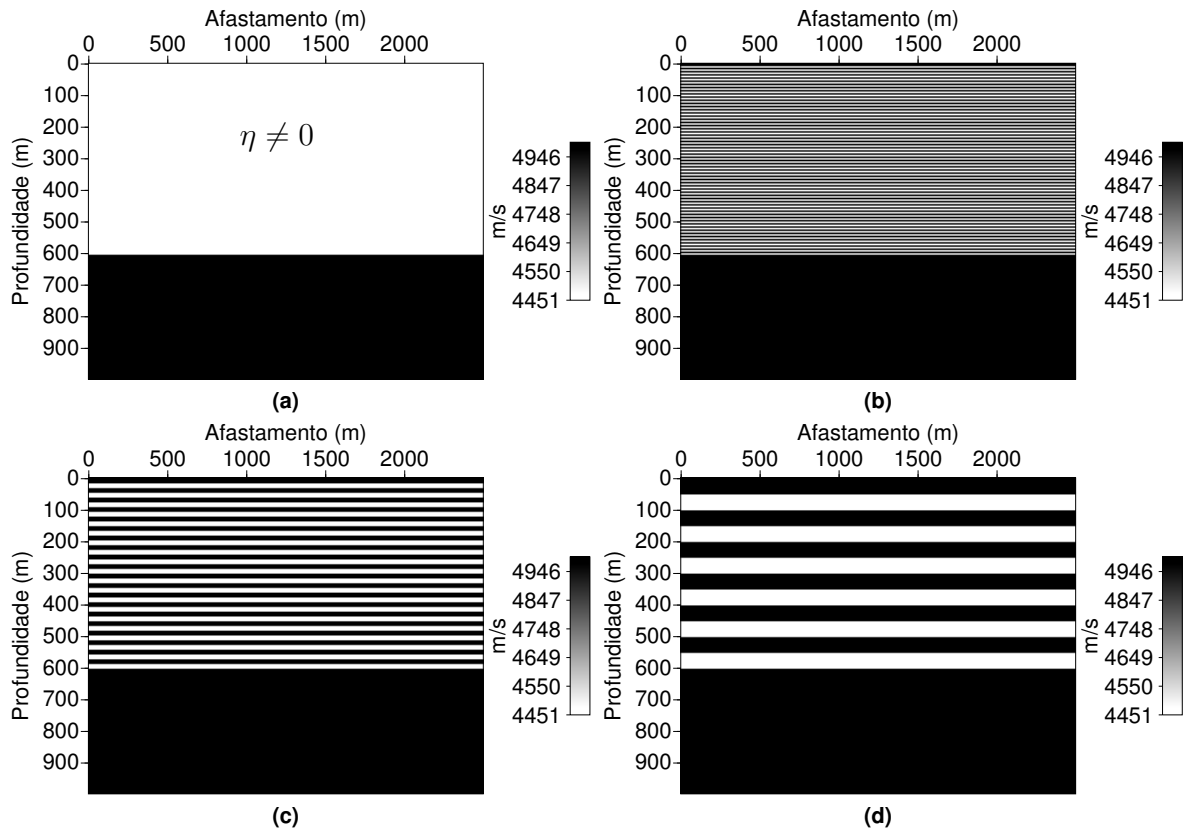


Figura 1.1: a) Modelo de uma camada homogênea anisotrópica VTI com espessura de $d = 600 \text{ m}$. Modelos de camadas homogêneas isotrópicas com (b) 120 camadas com espessura de $d = 5 \text{ m}$; (c) 40 camadas com espessura de $d = 15 \text{ m}$; (d) 12 camadas com espessura de $d = 50 \text{ m}$; acima dos 600 m de profundidade.

A modelagem com diferenças finitas destes experimentos foi feito com o pacote de processamento sísmico $SU - Seismic Unix$ (Cohen e Stockwell, 2010). Observe que a estratificação

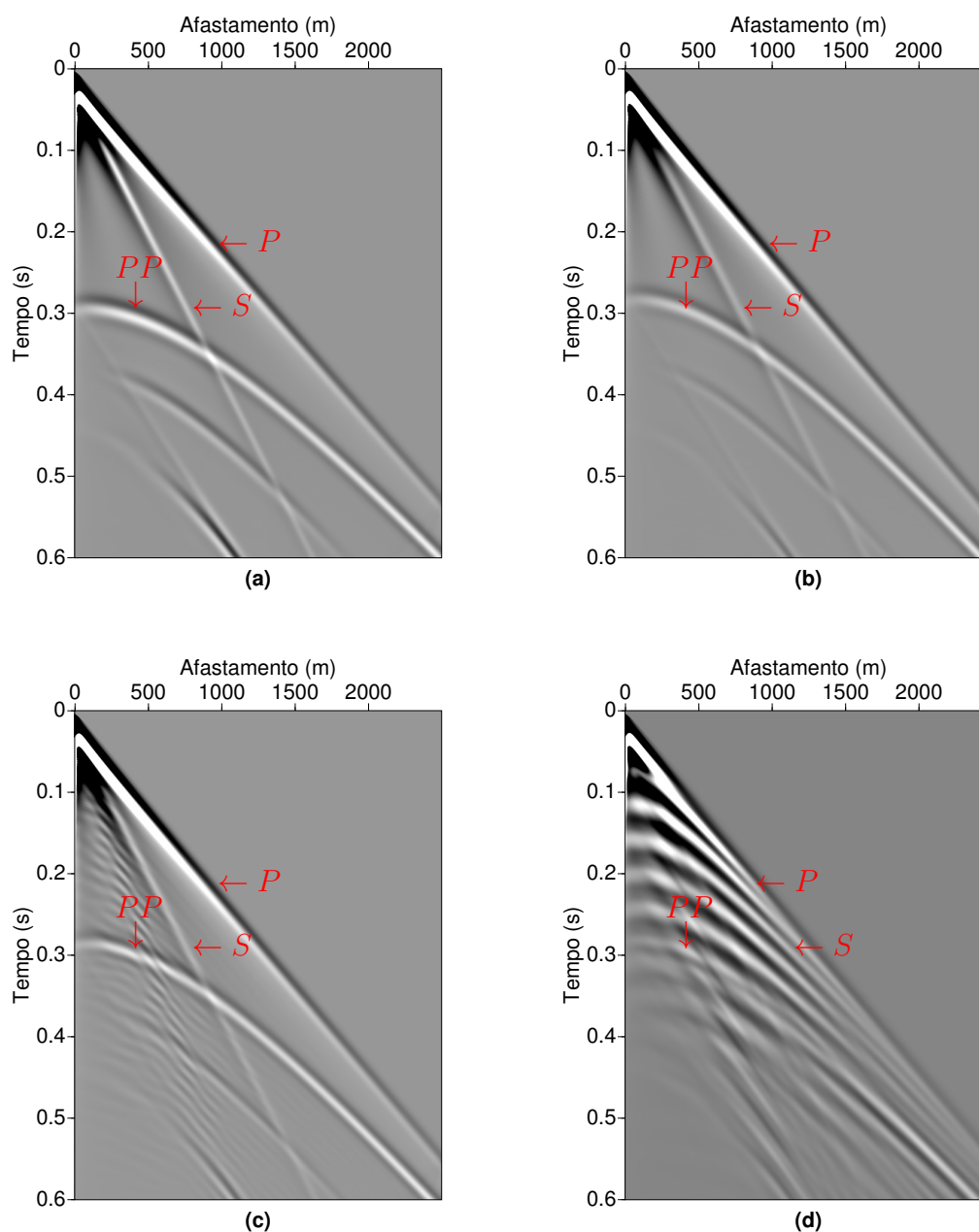


Figura 1.2: Ondas registradas na superfície dos modelos da Figura 1.1, respectivamente. Geradas por uma fonte na posição $x = 0$ com uma frequência de $f = 24.5 \text{ Hz}$

periódica produz uma sequência heterogênea, o que induz dispersão, anisotropia, ou ambas, dependendo do comprimento de onda predominante e da espessura das camadas sedimentares.

1.2 Descrição matemática

A descrição matemática da anisotropia sísmica é fundamentada pela lei de Hooke. A qual relaciona a elasticidade dos corpos e permite calcular a deformação causada pela força exercida sobre eles. Um material submetido a forças externas deforma-se originando forças de resistência de curto alcance que atuam entre partes adjacentes do sólido através da superfície de contato entre eles, chamadas por isso de forças de contato (Thomsen, 1986). A densidade dessas forças por unidade de área (esforço ou *stress*) depende da orientação da superfície unitária de definição. Essa dependência caracteriza o comportamento tensorial do esforço. Fala-se em tensor de esforço; designado por τ_{ij} . Do mesmo modo a deformação do corpo caracterizando-se pelo tensor de deformação

$$e_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right), \quad (1.1)$$

onde u_k e u_l são os deslocamentos de um ponto do material devido à deformação e x_i são as coordenadas cartesianas do espaço. As quantidades ε_{kl} são uma medida relativa de deformação do corpo. A ligação formal entre os tensores acima é uma generalização da lei de Hooke dada pela seguinte relação tensorial linear:

$$\tau_{ij} = c_{ijkl} e_{kl}, \quad (1.2)$$

em que c_{ijkl} corresponde às componentes do tensor elástico ou tensor de rigidez. As constantes de proporcionalidade da equação (1.2), a princípio, são $3^4 = 81$. Entretanto, dada a simetria do tensor de esforço tem-se $c_{ijkl} = c_{jikl}$ e devido à simetria do tensor de deformação tem-se $c_{ijkl} = c_{ijlk}$, reduzindo o número de constantes elásticas independentes a 36. Uma redução adicional é obtida levando-se em conta a densidade de energia de deformação W que mede a energia potencial elástica de deformação adiabática e isotérmica de um sólido em relação ao seu estado natural estável (quando $W = 0$ por definição) dada por:

$$W = \frac{1}{2} c_{ijkl} e_{ij} e_{kl} = \tau_{ij} e_{kl} \Rightarrow \tau_{ij} = \frac{\partial W}{\partial e_{ij}}, \quad (1.3)$$

desta forma:

$$c_{ijkl} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial e_{kl}} = \frac{\partial^2 W}{\partial e_{ij} \partial e_{kl}} = \frac{\partial^2 W}{\partial e_{kl} \partial e_{ij}} = c_{klij}, \quad (1.4)$$

levando ao número final de 21 constantes independentes. Devido às simetrias nos índices i , j e k, l pode-se rescrever a equação (1.2) sob a forma matricial:

$$\tau_\alpha = \mathbf{C}_{\alpha\beta} e_\beta. \quad (1.5)$$

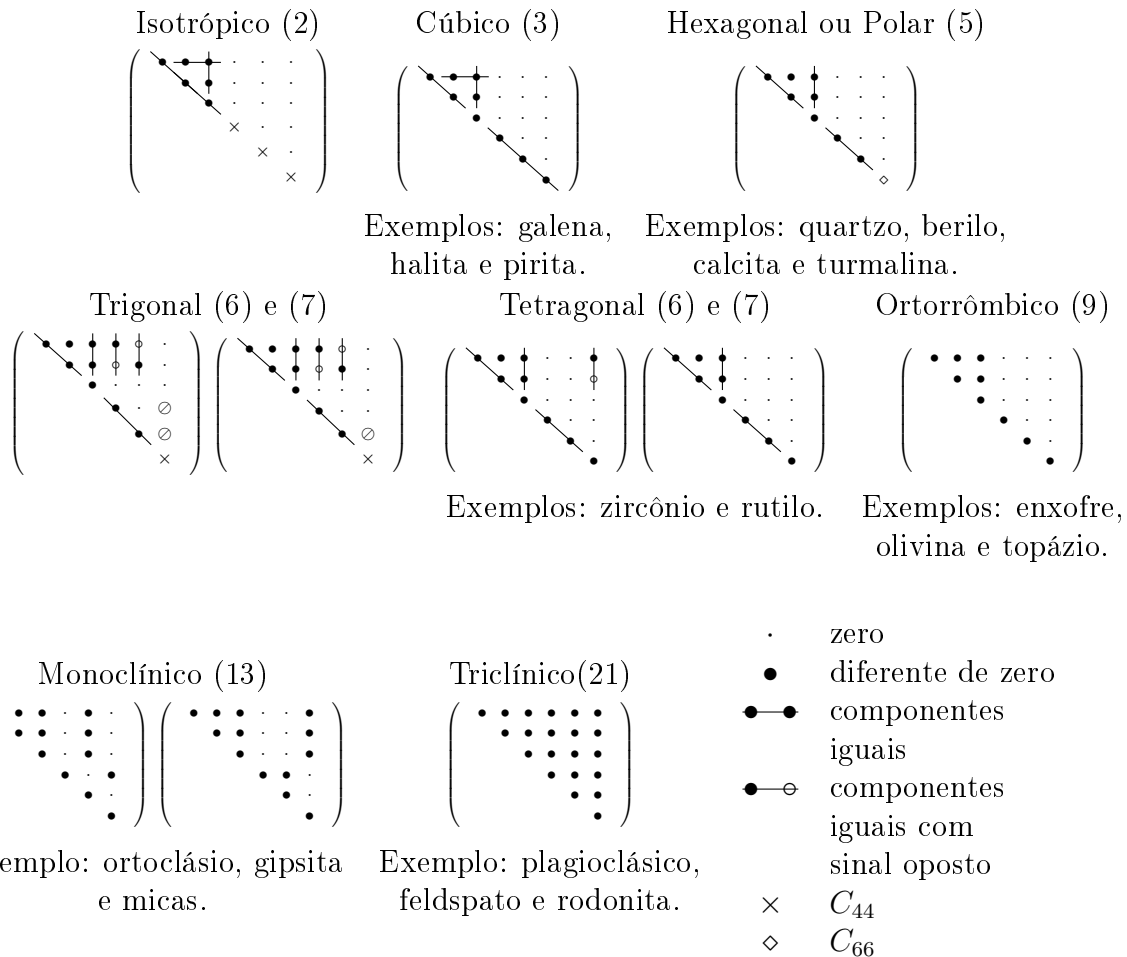
As correspondências dos índices i, j e k, l com α e β são:

$$1, 1 \longrightarrow 1; \quad 2, 2 \longrightarrow 2; \quad 3, 3 \longrightarrow 3; \quad 2, 3 \longrightarrow 4; \quad 1, 3 \longrightarrow 5; \quad 1, 2 \longrightarrow 6; \quad (1.6)$$

Essa notação matricial, conhecida como notação reduzida, permite representar o tensor de quarta ordem c_{ijkl} por uma matriz quadrada simétrica $\mathbf{C}_{\alpha\beta}$ de ordem 6, chamada de matriz elástica, ou de elasticidade. O modelo mais geral de um meio anisotrópico é representado por 21 componentes independentes, como mostra a matriz:

$$\begin{pmatrix} \tau_{11} \\ \tau_{22} \\ \tau_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{22} \\ e_{33} \\ e_{23} \\ e_{13} \\ e_{12} \end{pmatrix}. \quad (1.7)$$

Na literatura o esforço τ (*stress*) também é apresentado pela letra grega σ e a deformação (*strain*) pela letra ε . Podemos representar diferentes simetrias, com maior ou menor grau de complexidade, modificando as constantes independentes na matriz de elasticidade $\mathbf{C}_{\alpha\beta}$, como mostra Nye (1959):



Observe que o número dentro dos parêntesis nas matrizes supracitadas indica a quantidade de constantes independentes. O caso triclínico é o caso mais geral encontrado; o caso ortorrômbo é descrito como a simetria do tijolo, isto é, este meio é definido por três planos de simetria especular mutuamente ortogonais.

Um meio com anisotropia polar, ou hexagonal, é caracterizado por cinco constantes independentes C_{11} , C_{12} , C_{13} , C_{33} e C_{44} . Por tanto a matriz $C_{\alpha\beta}$ é dada por:

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix}, \quad (1.8)$$

onde

$$C_{66} = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}).$$

Num meio isotrópico a equação (1.8) depende de duas constantes elásticas que são expressas em termos dos parâmetros de Lamé λ e μ definidos como (Slawinski, 2003): $\lambda = C_{11} - 2C_{44}$ e $\mu = C_{44}$, de modo que a equação (1.8) isotrópica fica:

$$\begin{pmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ & & & \mu & 0 & 0 \\ & & & & \mu & 0 \\ & & & & & \mu \end{pmatrix}. \quad (1.9)$$

No caso de meios *VTI*, a matriz elástica tem cinco componentes independentes distribuídos em doze elementos não nulos, e é representada por

$$\begin{pmatrix} C_{11} & (C_{11} - 2C_{66}) & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix}. \quad (1.10)$$

1.2.1 Equação da onda para um meio com anisotropia

Assumindo constantes a densidade e o tensor de elasticidade, negligenciando forças externas e utilizando a relação linear (1.2), entre os tensores de tensão e deformação, pode-se escrever uma equação da onda num meio anisotrópico homogêneo pela a segunda lei de Newton

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{c_{ijkl}}{\rho} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (1.11)$$

onde $u_i(x, t)$ é o deslocamento da i -ésima partícula que depende do tempo de trânsito t , c_{ijkl} é o tensor elástico, ρ é a densidade do meio e x_j são as coordenadas cartesianas. Esta

equação é resolvida assumindo uma onda plana de tipo harmônico

$$u_k = An_k e^{i\omega \left(\frac{x_j}{v_j} - t \right)}, \quad (1.12)$$

onde A é a amplitude da onda, n_k sua polarização unitária (que é ortogonal ao plano do frente de onda), ω é a frequência angular, v_j é a velocidade de propagação da onda, chamada de velocidade de fase, x_j é a coordenada espacial e t o tempo de trânsito. Usando (1.12) na equação (1.11), obtemos a equação de Christoffel:

$$(\Gamma_{ik} - \rho\delta_{ik})n_k = 0, \quad (1.13)$$

onde

$$\Gamma_{ik} = c_{ijkl}s_l s_j, \quad (1.14)$$

e s é o vetor de vagarosidade. A equação (1.14) é conhecida como matriz de Christoffel, a qual é simétrica, positiva definida e o parâmetro δ_{ik} é o conhecido delta de Kronecker, o qual é definido por: $\delta_{ik}=1$, se $i = j$ e $\delta_{ik} = 0$, se $i \neq j$. Para uma dada velocidade de fase v , a equação (1.13) pode ainda ser definida como:

$$(\tilde{\Gamma}_{ik} - v^2\delta_{ik})m_k = 0, \quad (1.15)$$

em que

$$\tilde{\Gamma}_{ik} = a_{ijkl}m_l m_j, \quad (1.16)$$

com $a_{ijkl} = c_{ijkl}/\rho$ e $m_k = s_k v$.

A equação de Christoffel apresenta três soluções independentes uma para cada direção (P , SV e SH) contendo três velocidades de fase, em geral distintas, e que podem ser ordenadas tomando a velocidade da onda compressional, $v_P(\theta)$, como a de maior velocidade e as demais, $v_{SV}(\theta)$ e $v_{SH}(\theta)$, como as velocidades das ondas cisalhantes, vertical e horizontal, respectivamente.

Num meio TI a expressão exata da velocidade de fase para as ondas P e SV é descrita por sete parâmetros independentes para cada interface refletora: cinco componentes da matriz de elasticidade e dois ângulos que especificam a simetria dos eixos de orientação, uma simplificação deste é um meio VTI . Neste meio é eliminada a dependência dos ângulos que especificam a simetria dos eixos, as correspondentes velocidades para este tipo de meio são representadas pelas expressões de Thomsen (1986):

$$\rho v_P^2(\theta) = \frac{1}{2} \left[C_{33} + C_{44} + (C_{11} - C_{33}) \text{sen}^2 \theta + D(\theta) \right]; \quad (1.17)$$

$$\rho v_{SV}^2(\theta) = \frac{1}{2} \left[C_{33} + C_{44} + (C_{11} - C_{33}) \text{sen}^2 \theta - D(\theta) \right]; \quad (1.18)$$

e

$$\rho v_{SH}^2(\theta) = C_{66} \sin^2 \theta + C_{44} \cos^2 \theta, \quad (1.19)$$

onde ρ é a densidade e θ é o ângulo de incidência, ou seja, o ângulo entre a normal à frente de onda e o eixo vertical. A expressão $D(\theta)$ é uma notação compacta dada por

$$D(\theta) \equiv \left\{ (C_{33} - C_{44})^2 + 2 \left[2(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})(C_{11} + C_{33} - 2C_{44}) \right] \sin^2 \theta + \left[(C_{11} + C_{33} - 2C_{44})^2 - 4(C_{13} + C_{44})^2 \right] \sin^4 \theta \right\}^{1/2}. \quad (1.20)$$

Note que, quando o meio que estamos trabalhando não é isotrópico, ou seja, as frentes de onda não são esféricas, existe uma outra direção de propagação da energia. Portanto, em meios anisotrópicos falamos em uma outra velocidade denominada de velocidade de grupo, e esta por sua vez é diferente da velocidade de fase.

Estabelecidas as velocidades de fase para as ondas P e S , definimos as notações que usaremos neste trabalho para estas velocidades num meio VTI quando se propagam nas direções: vertical (ou $\theta = 0^\circ$) e horizontal (ou $\theta = 90^\circ$):

$$v_P^2(0^\circ) = \frac{C_{33}}{\rho} = a_{33} = v_{pz}^2, \quad (1.21)$$

$$v_P^2(90^\circ) = \frac{C_{11}}{\rho} = a_{11} = v_{px}^2, \quad (1.24)$$

$$v_{SV}^2(0^\circ) = \frac{C_{44}}{\rho} = a_{44} = v_{sz}^2, \quad (1.22)$$

$$v_{SV}^2(90^\circ) = \frac{C_{44}}{\rho} = a_{44} = v_{sx}^2, \quad (1.25)$$

$$v_{SH}^2(0^\circ) = \frac{C_{44}}{\rho} = a_{44}, \quad (1.23)$$

$$v_{SH}^2(90^\circ) = \frac{C_{66}}{\rho} = a_{66}. \quad (1.26)$$

As expressões v_{pz} , v_{sz} e $v_{SH}(0^\circ)$ representam as velocidades na direção vertical das ondas P , SV e SH respectivamente. As expressões v_{px} , v_{sx} e $v_{SH}(90^\circ)$ representam as velocidades na direção horizontal das ondas P , SV e SH respectivamente, a_{ij} corresponde às componentes normalizadas da matriz de elasticidade e ρ a densidade do meio. Note que para um meio VTI : $v_{sz} = v_{sx}$ e $v_{SH}(90^\circ) \neq v_{SH}(0^\circ)$. Num meio isotrópico: $C_{44} = C_{66}$ e $C_{11} = C_{33}$. Portanto, as velocidades são $v_{SH}(90^\circ) = v_{SH}(0^\circ)$ e $v_{px} = v_{pz}$.

1.2.2 Parametrização clássica de Thomsen

A primeira dificuldade para a utilização de modelos anisotrópicos é a complexidade algébrica da equação (1.20) nas expressões da velocidade de fase (1.17) e (1.18). Mesmo no caso

simples *VTI*, estas equações são muito complicadas para serem utilizadas em geofísica. Para simplificar esta dificuldade Thomsen (1986) parametrizou as expressões das velocidades em função dos seguintes parâmetros, também chamados de parâmetros de Thomsen:

$$\varepsilon = \frac{C_{11} - C_{33}}{2C_{33}} = \frac{v_{px}^2 - v_{pz}^2}{2v_{pz}^2}, \quad (1.27)$$

$$\delta^* = \frac{1}{2C_{33}^2} [2(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{13} - C_{44})(C_{11} + C_{33} - 2C_{44})], \quad (1.28)$$

e

$$\gamma = \frac{C_{66} - C_{44}}{2C_{44}} = \frac{v_{SH}^2(90^\circ) - v_{SH}^2(0^\circ)}{2v_{SH}^2(0^\circ)}. \quad (1.29)$$

Ele definiu estes parâmetros adimensionais e são reduzidos a zero no caso isotrópico. Alguns materiais com pequenos valores de anisotropia ($\ll 0.1$) são chamados de materiais com anisotropia fraca.

Note que, ε da equação (1.27), é a razão entre as velocidades horizontal e vertical da onda *P*:

$$v_{px}^2 = v_{pz}^2(1 + 2\varepsilon). \quad (1.30)$$

Este parâmetro é conhecido como “o parâmetro” da anisotropia da rocha. Geralmente é positivo porque a velocidade é mais rápida ao longo da camada (horizontalmente) do que através dela (verticalmente), portanto, maior que o parâmetro δ^* . O parâmetro γ controla o efeito da onda de cisalhante. Este parâmetro é conhecido como o parâmetro da anisotropia da onda *SH*. Nesta tese, estudaremos as ondas longitudinais, portanto, nos limitaremos ao estudo do comportamento unicamente dos parâmetros ε e δ .

1.2.3 Velocidade de fase em meios *VTI* e anisotropia fraca

Substituindo os parâmetros apresentados nas equações (1.27), (1.28) e (1.29), nas equações (1.17), (1.18) e (1.19) as velocidades de fase das ondas *P*, *SV* e *SH* podem ser reescritas como:

$$v_P^2(\theta) = v_{pz}^2 [1 + \varepsilon \sin^2 \theta + D^*(\theta)], \quad (1.31)$$

$$v_{SV}^2(\theta) = v_{sz}^2 \left[1 + \frac{v_{pz}^2}{v_{sz}^2} \varepsilon \sin^2 2\theta - \frac{v_{pz}^2}{v_{sz}^2} D^*(\theta) \right], \quad (1.32)$$

e

$$v_{SH}^2(\theta) = v_{sz}^2 [1 + \gamma \sin^2 \theta], \quad (1.33)$$

em que

$$D(\theta)^* \equiv \frac{1}{2} \left(1 - \frac{v_{sz}^2}{v_{pz}^2} \right) \left\{ \left[1 + \frac{4\delta^*}{(1 - v_{sz}^2/v_{pz}^2)^2} \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{4(1 - v_{sz}^2/v_{pz}^2 + \varepsilon)\varepsilon}{(1 - v_{sz}^2/v_{pz}^2)^2} \sin^4 \theta \right]^{1/2} - 1 \right\}. \quad (1.34)$$

Estas equações das velocidades de fase foram apenas reescritas, portanto ainda são exatas, mas continuam apresentando uma alta complexidade algébrica. Thomsen (1986) utilizando a aproximação de Taylor nas equações das velocidades de fase para pequenos valores dos parâmetros ε , δ^* e γ com θ fixo e conservando apenas os termos lineares nesses pequenos parâmetros, redefiniu D^* como:

$$D^*(\theta) \approx \frac{\delta^*}{(1 - v_{sz}^2/v_{pz}^2)} \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \varepsilon \sin^4 \theta. \quad (1.35)$$

Substituindo esta expressão nas equações (1.31) e (1.32) e depois linearizando novamente as velocidades de fase obtemos o conjunto final de velocidades de fase válido para anisotropia fraca:

$$v_P(\theta) \approx v_{pz} (1 + \delta \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \varepsilon \sin^4 \theta), \quad (1.36)$$

$$v_{SV}(\theta) \approx v_{sz} \left[1 + \frac{v_{pz}^2}{v_{sz}^2} (\varepsilon - \delta) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \right], \quad (1.37)$$

e

$$v_{SH}(\theta) \approx v_{sz} (1 + \gamma \sin^2 \theta), \quad (1.38)$$

onde

$$\delta \equiv \frac{1}{2} \left[\varepsilon + \frac{\delta^*}{1 - \frac{v_{sz}^2}{v_{pz}^2}} \right]; \quad (1.39)$$

o que equivale a

$$\delta = \frac{(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})^2}{2C_{33}(C_{33} - C_{44})}. \quad (1.40)$$

Note que o parâmetro δ foi redefinido e está relacionado com o antigo parâmetro δ^* , que não será mais utilizado neste texto.

O método de migração em meios com anisotropia *VTI* incluído nesta tese requer de três distribuições bidimensionais, definidas até aqui, as quais são descritas pelas equações da velocidade da onda vertical ou equação (1.21) e os parâmetros de Thomsen das equações (1.27) e (1.40).

Utilizando os parâmetros de Thomsen, na equação (1.31). Podemos observar a influência destes numa onda que se propaga longitudinalmente em quatro modelos diferentes de uma camada com anisotropia *VTI*, na Figura 1.3.

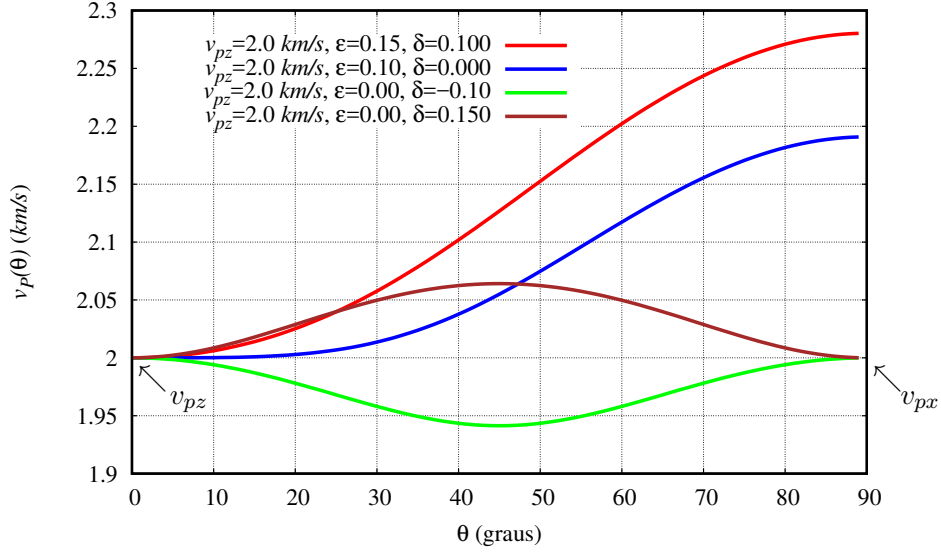


Figura 1.3: Comportamento da velocidade de fase da onda P para quatro modelos com anisotropia VTI .

A figura mostra como a velocidade da onda sísmica incrementa regularmente com o ângulo de propagação θ e o parâmetro ε (linhas vermelha e azul). Note que quando $\varepsilon > \delta$ a velocidade do meio é mais rápida ao longo da camada do que através dela. Observe que, quando $\varepsilon = 0$, o valor da velocidade de fase para o ângulo de 90° (v_{px}) é a mesma velocidade vertical (v_{pz}), conforme as linhas marrom e verde. O parâmetro δ pode ser negativo, não tem influência na velocidade v_{pz} e sua ação é máxima nos 45° , quando $\varepsilon \approx 0$ (linhas marrom e verde). A influência dos parâmetros de Thomsen, na velocidade da onda, é a mesma para os modelos com ε e δ diferentes de zero quando $\theta = 45^\circ$.

1.2.4 Velocidade de fase em meios TTI

Tsvankin (1996) reformulou a expressão (1.17) em termos dos parâmetros de Thomsen:

$$\begin{aligned} \frac{v_{[P,SV]}^2(\theta)}{v_{pz}^2} &= 1 + \varepsilon \sin^2 \theta - \frac{f}{2} \\ &\pm \frac{f}{2} \sqrt{1 + \frac{4 \sin^2 \theta}{f} (2\delta \cos^2 \theta - \varepsilon \cos 2\theta) + \frac{4\varepsilon \sin^4 \theta}{f^2}}, \end{aligned} \quad (1.41)$$

em que

$$f = 1 - \frac{v_{sz}^2}{v_{pz}^2}. \quad (1.42)$$

A equação (1.41) pode ser simplificada sob a condição de anisotropia fraca, expandindo o radical em uma série de Taylor e negligenciando os termos quadráticos nos parâmetros ε e

δ , assim obtemos para a onda P:

$$\frac{v_P^2(\theta)}{v_{pz}^2} = 1 + 2\delta \sin^2 \theta \cos^2 \theta + 2\varepsilon \sin^4 \theta. \quad (1.43)$$

Tomando a raiz quadrada e linearizando esta equação, a expressão para a velocidade de fase com anisotropia fraca de Thomsen (1986) é

$$\frac{v_P(\theta)}{v_{pz}} = 1 + \delta \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \varepsilon \sin^4 \theta. \quad (1.44)$$

Da mesma forma, para a onda SV, a velocidade da fase é equivalente à expressão:

$$\frac{v_{SV}(\theta)}{v_{sz}} = 1 + 2\sigma \sin^2 \theta \cos^2 \theta, \quad (1.45)$$

onde

$$\sigma = \frac{v_{pz}^2(\theta)}{v_{sz}^2} (\varepsilon - \delta). \quad (1.46)$$

Para obter as velocidades de fase num meio *TTI* substituímos θ por $\theta - \phi$ na equação (1.41). Onde ϕ representa a inclinação dos estratos dentro de uma configuração com um eixo de simetria inclinado *TTI* (também chamado de meio ortogonal $\psi = 0$), de modo que se obtém a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \frac{v_{[P,SV]}^2(\theta - \phi)}{v_{pz}^2} &= 1 + \varepsilon \sin^2(\theta - \phi) - \frac{f}{2} \\ &\pm \frac{f}{2} \sqrt{1 + \frac{4 \sin^2(\theta - \phi)}{f} (2\delta \cos^2(\theta - \phi) - \varepsilon \cos 2(\theta - \phi)) + \frac{4\varepsilon \sin^4(\theta - \phi)}{f^2}}. \end{aligned} \quad (1.47)$$

Destas equações obtemos as expressões para a velocidade de fase da onda *P* e *SV* em um meio com anisotropia fraca *TTI* (ver Figura 1.4):

$$\frac{v_P(\theta, \phi)}{v_{pz}} = 1 + \delta \sin^2(\theta - \phi) \cos^2 \theta + \varepsilon \sin^4(\theta - \phi), \quad (1.48)$$

e

$$\frac{v_{SV}(\theta, \phi)}{v_{sz}} = 1 - f + 2(\varepsilon - \delta) \sin^2(\theta - \phi) \cos^2(\theta - \phi). \quad (1.49)$$

1.2.5 Velocidade de grupo

Para o cálculo da velocidade de grupo $V_{[P,SV]}$, Berryman (1979) propõe as relações entre a velocidade de fase $v_{[P,SV]}$ e o ângulo de propagação da onda θ :

$$V_{[P,SV]}^2(\Theta) = v(\theta) + \left[\frac{dv(\theta)}{d\theta} \right]^2, \quad (1.50)$$

e

$$\tan(\Theta - \theta) = \frac{1}{v(\theta)} \frac{dv(\theta)}{d\theta}, \quad (1.51)$$

em que Θ é o ângulo de grupo. Mas explicitar a velocidade de grupo a partir da equação (1.50) é algebricamente difícil, sendo assim, Dellinger et al. (1993), propõe aproximações para a velocidade de grupo substituindo a velocidade de fase pela vagarosidade de grupo. Esta técnica é chamada de conversão por similaridade.

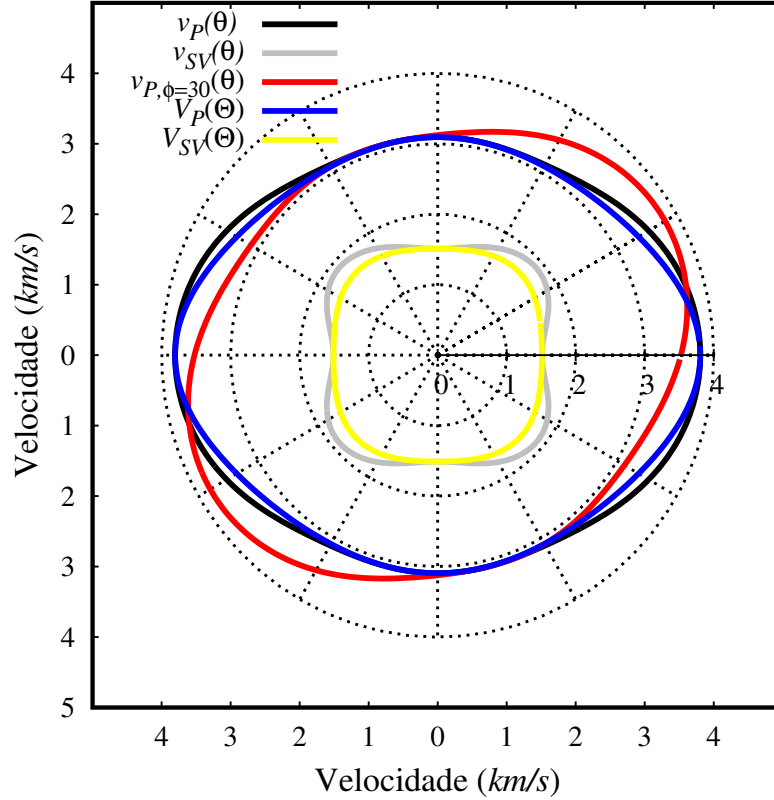


Figura 1.4: Velocidades de fase das ondas: P (v_P), S (v_{SV}), P em um meio TTI com um ângulo no eixo de simetria de $\phi = 30^\circ$ ($v_{P,\phi=30}$). Velocidades de grupo das ondas: P (V_P) e S (V_{SV}).

A Figura 1.4 ilustra o comportamento da propagação das velocidades de fase das equações (1.41) e (1.47) e grupo para as ondas P e SV , equação (1.50), no folhelho *Green Horn* (Jones e Wang, 1981). A velocidade e os parâmetros de Thomsen são: $v_{pz} = 3.094$ km/s, $v_{sz} = 1.510$ km/s, $\epsilon = 0.256$ e $\delta = -0.050$.

1.3 Aproximações para o tempo de reflexão em um meio *VTI*

Apresentamos diferentes aproximações para o tempo de reflexão para meios com anisotropia *VTI*. Cabe ressaltar aqui que tentamos estudar as aproximações mas reconhecidas encontradas na literatura para termos maneiras de compará-las com as propostas por nós, no Capítulo 5. Um tutorial sobre aproximações para o tempo de reflexão em meios *VTI*, resumizando as mais práticas aproximações, podem ser encontradas em Fowler (2003), Aleixo e Schleicher (2010).

Considere as seguintes expressões para o tempo de reflexão em um meio com anisotropia *VTI*:

- a convencional expressão hiperbólica que utiliza a velocidade *RMS* de Dix (1955):

$$t^2(\mathbf{m}, x) = t_0^2 + \frac{x^2}{v_{pn}^2}; \quad (1.52)$$

- a aproximação obtida da série Taylor, truncada até terceiro termo, de Al-Chalabi (1974):

$$t^2(\mathbf{m}, x) \approx t_0^2 + \frac{x^2}{v_{pn}^2} + \frac{(1-S)x^4}{4t_0^2 v_{pn}^4}; \quad (1.53)$$

- a aproximação da hipérbole deslocada de Malovichko (1978) e Castle (1994):

$$t(\mathbf{m}, x) \approx t_0 + \frac{t_0}{S} \left[\sqrt{1 + \frac{Sx^2}{t_0^2 v_{pn}^2}} - 1 \right]; \quad (1.54)$$

- a aproximação (18) do clássico artigo de Alkhalifah e Tsvankin (1995), que utiliza a série de Taylor para determinar a velocidade de grupo:

$$t^2(\mathbf{m}, x) \approx t_0^2 + \frac{x^2}{v_{pn}^2} - \frac{2\eta x^4}{v_{pn}^2 [t_0^2 v_{pn}^2 + (1+2\eta)x^2]}; \quad (1.55)$$

- a aproximação “quase-acústica” válida para curtos e médios afastamentos de Stovas e Ursin (2003) :

$$t^2(\mathbf{m}, x) \approx t_0^2 + \frac{x^2}{v_{pn}^2} - \frac{Gx^4}{v_{pn}^2 [t_0^2 v_{pn}^2 + (1+4G)x^2]}; \quad (1.56)$$

- a aproximação anelítica para ondas *P* em meios *VTI* de Fomel (2004):

$$t^2(\mathbf{m}, x) \approx \frac{1+2Q}{2(1+Q)} t_e(x) + \frac{1}{2(1+Q)} \sqrt{t_e^2(x) + 4(Q^2 - 1) \frac{t_0^2 x^2}{v_{px}^2}}; \quad (1.57)$$

- as expressões alternativas da equação (1.57) obtidas na hipótese de que η é pequeno (Aleixo e Schleicher, 2010):

$$t(\mathbf{m}, x) \approx t_e(x) + \frac{2\eta}{Q} \sqrt{\frac{1+\eta}{3+4\eta}} \frac{x^2}{t_e^3(x)v_{pn}^2t_0^2}, \quad (1.58)$$

e

$$t^2(\mathbf{m}, x) \approx t_e^2(x) + \frac{8\eta(1+\eta)}{5Q} \frac{x^2}{t_e^2(x)v_{pn}^2t_0^2}; \quad (1.59)$$

- a aproximação anelítica obtida por Pereira et al. (2015) utilizando o aproximante de Padé [1/1]:

$$t^2(\mathbf{m}, x) \approx t_e^2(x) \left[1 + \frac{2\eta t_0^2 x^2}{v_{pn}^2 t_e^4(x)(1+2\eta) + 4\eta t_0^2 x^2(1+\eta)} \right]. \quad (1.60)$$

Para todas as expressões citadas, \mathbf{m} representa o vetor dos parâmetros desconhecidos, x corresponde às posições na horizontal, t_0 é o tempo de chegada da onda na condição de afastamento nulo entre fonte e receptor e v_{pn} é a velocidade *NMO*, dada por

$$v_{pn}^2 = v_{pz}^2(1+2\delta). \quad (1.61)$$

O parâmetro S nas aproximações (1.53) e (1.54) é chamado de parâmetro de heterogeneidade vertical. Este valor ajusta a equação (1.53) ao dado real e deslocada a equação (1.54) de forma que esta se aproxime aos tempo de reflexão provenientes do levantamento sísmico. O parâmetro de heterogeneidade é a princípio arbitrário, Malovichko (1978) propôs, estudando meios com múltiplas camadas que este fator corresponde a:

$$S = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}, \quad (1.62)$$

onde μ_j , é chamado de momento ponderado do tempo e é expresso por

$$\mu_j = \frac{\sum_{k=1}^N \Delta\tau_k V_k^j}{\sum_{k=1}^N \Delta\tau_k}, \quad (1.63)$$

sendo V_k a velocidade intervalar e $\Delta\tau_k$ o tempo vertical na k -ésima camada. Observe que as expressões de Al-Chalabi (1974) e Castle (1994) não dependem de parâmetros anisotrópicos e estão associadas à heterogeneidade isotrópica vertical do meio (Figura 1.1a). O valor de S apresentado é constante. Mas Castle (1994), observou que este valor poderia variar com o afastamento. Assim, ele propôs a seguinte aproximação para a fórmula da hipérbole deslocada, com variação do fator S em relação ao afastamento:

$$t(\mathbf{m}, x) \approx t_0 + \frac{t_0}{S(x)} \left[\sqrt{1 + \frac{S(x)x^2}{t_0^2 v_{pn}^2}} - 1 \right], \quad (1.64)$$

onde a função $S(x)$ é dada por:

$$S(x) \equiv \frac{\frac{x^2}{v_{pn}^2} - 2t_0(t - t_0)}{(t - t_0)^2}, \quad (1.65)$$

em que t representa o tempo de reflexão exato. O valor constante da velocidade v_{pn} nesta equação pode ser estimado a partir do ajuste da equação (1.52) ao dado real mediante um análise de velocidade convencional. Castle (1994) mudando o tempo t , na equação (1.65), pela série de tempo de reflexão exato para um meio multicamadas obtém uma aproximação que depende de um número infinito de parâmetros. Ele mostrou que a expressão de segunda ordem desta série é uma boa aproximação, definindo assim, outro possível fator de heterogeneidade vertical:

$$S_2(x) = \frac{S + \alpha_1 x^2}{1 + \alpha_x x^2}, \quad (1.66)$$

onde S corresponde à equação (1.62),

$$\alpha_1 = \frac{\mu_2 \mu_6 t_0 - 8\mu_4}{2\mu^5 t_0^2}, \quad (1.67)$$

$$\alpha_2 = -\frac{S}{4t_0^2 \mu_2}, \quad (1.68)$$

e μ_j é dado pela equação (1.63). Enquanto a equação (1.66) permite um melhor ajuste das curvas de tempo de reflexão, ela é difícil de aplicar na prática. Ainda mais, ela depende agora de três parâmetros de não hiperbolicidade.

Fomel (2004) apresenta outra expressão constante para o fator de heterogeneidade vertical dado por:

$$S = \frac{1}{4(1 + \eta)}, \quad (1.69)$$

em que η é o parâmetro anelítico ou parâmetro de anelipticidade (presente nas aproximações do tempo de reflexão supracitadas) de Alkhalifah e Tsvankin (1995):

$$\eta = \frac{\varepsilon - \delta}{1 + 2\varepsilon}. \quad (1.70)$$

Fomel (2004) demonstra que é possível obter uma aproximação anelítica a partir da velocidade de grupo em meios VTI altamente precisa mesmo para grandes ângulos em relação à vertical utilizando o fator S da equação (1.69).

Ursin e Stovas (2006), baseados no trabalho de Siliqi e Bousquié (2000), analisando o tempo de reflexão em meios VTI , observaram que o fator S da aproximação da hipérbole deslocada tem a seguinte relação:

$$S = 1 + 8\eta. \quad (1.71)$$

Com essas relações, a aproximação da hipérbole deslocada pode ser utilizada para a descrição do tempo de reflexão em meios homogêneos *VTI*.

O termo G na aproximação (1.56) de Stovas e Ursin (2003) é dado por:

$$G = \frac{2(\epsilon - \delta)}{1 + 2\delta} \left[1 + \frac{2\gamma_0^2 \delta}{\gamma_0^2 - 1} \right], \quad (1.72)$$

onde

$$\gamma_0 = \frac{v_{pz}}{v_{sz}}. \quad (1.73)$$

Note que G depende da velocidade na direção vertical da onda *SV* (v_{sz}), isso implica que a representação para o tempo de reflexão com este termo deixa de ser acústica para ser “quase-acústica”, diferente das outras aproximações estudadas. Observe que, para fins de inversão do parâmetro de anisotropia, a aproximação de Stovas e Ursin (2003) difere da aproximação de Alkhalifah e Tsvankin (1995) apenas no fator 4 e no fator de heterogeneidade G . Este fator é a causa nesta aproximação para o tempo de trânsito apresentar um comportamento pior, válida apenas para médios afastamentos.

A expressão $t_e^2(x)$ nas aproximações (1.57), (1.58), (1.59) e (1.60) representa a parte anelítica das aproximações, dada por:

$$t_e^2(x) = t_0^2 + \frac{x^2}{Qv_{pn}^2} = t_0^2 + \frac{x^2}{(1 + 2\eta)v_{pn}^2}. \quad (1.74)$$

Percebe-se que as equações (1.52) à (1.60) se generalizam para o caso de multicamadas, desde que os parâmetro no vetor $\mathbf{m} = (t_0, v_{pn}, \eta)$ sejam equivalentes aos seus correspondentes valores efetivos no vetor \mathbf{m} , ou seja, $\mathbf{m} = (T_{0,n}, V_{RMS,n}, \eta_{eff,n})$.

1.4 Modelos multi camadas planas

Podemos caracterizar a presença de anisotropia em um modelo litológico de n camadas. Neste caso a modelagem do tempo de reflexão $t(\mathbf{m}, x)$ se generaliza, desde que os valores da velocidade v_{pn} e do parâmetro η sejam equivalentes ao valor *RMS* (Tsvankin, 1997), ou seja:

$$v_{pn,n}^2 = V_{RMS,n}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n v_{pn,i}^2 \Delta t_i}{\sum_{i=1}^n \Delta t_i}, \quad (1.75)$$

onde

$$v_{pn,i} = v_{pz,i} \sqrt{1 + 2\delta_i}, \quad (1.76)$$

$v_{pz,i}$ corresponde à velocidade vertical da onda P e δ_i é o parâmetro de Thomsen da i -ésima camada, respectivamente. O valor efetivo (ou *RMS*) do parâmetro de anelipticidade é chamado de $\eta_{eff,n}$, Alkhalifah (1997), definiu este valor como:

$$\eta_{eff,n} = \frac{1}{8} \left[\frac{\sum_{i=1}^n v_{pn,i}^4 \Delta t_i (1 + 8\eta_i)}{V_{RMS,i}^4 \sum_{i=1}^n \Delta t_i} - 1 \right], \quad (1.77)$$

em que

$$\Delta t_i = 2 \frac{z_i}{v_{pz,i}}, \quad (1.78)$$

z_i é a espessura de cada camada e η_i corresponde ao parâmetro de anelipticidade intervalar.

1.4.1 Velocidade *NMO* intervalar

O cálculo das velocidades intervalares *NMO* para modelos estratificados plano-horizontais num meio *VTI* é obtido a partir do conceito de velocidade de Dix (1955). Reescrevendo a equação (1.75) como:

$$V_{RMS,n}^2 T_{0,n} = \sum_{i=1}^n v_{pn,i}^2 t_i, \quad (1.79)$$

onde

$$T_{0,n} = \sum_{i=1}^n \Delta t_i = 2 \sum_{i=1}^n \frac{z_i}{v_{pz,i}}, \quad (1.80)$$

a velocidade intervalar $v_{pn,i}$ é obtida subtraindo o evento $n-1$ ao evento n da equação (1.79):

$$\begin{aligned} V_{RMS,n}^2 T_{0,n} - V_{RMS,n-1}^2 T_{0,n-1} &= \sum_{i=1}^n v_{pn,i}^2 t_i - \sum_{i=1}^{n-1} v_{pn,i}^2 t_i \\ &= v_{pn,i}^2 t_i + \sum_{i=1}^{n-1} v_{pn,i}^2 t_i - \sum_{i=1}^{n-1} v_{pn,i}^2 t_i \\ &= v_{pn,i}^2 t_i \\ &= v_{pn,i}^2 (T_{0,n} - T_{0,n-1}). \end{aligned}$$

A partir das equações acima obtemos o valor intervalar da velocidade *NMO* na i -ésima camada:

$$v_{pn,i} = \sqrt{\frac{V_{RMS,n}^2 T_{0,n} - V_{RMS,n-1}^2 T_{0,n-1}}{T_{0,n} - T_{0,n-1}}}, \quad (1.81)$$

em que $T_{0,n}$ é chamado de tempo duplo de trânsito da origem até a interface n , considerando-se afastamento nulo entre fonte e receptor.

1.4.2 Parâmetros de anisotropia intervalares

Os parâmetros de anisotropia intervalares ε_i e δ_i são calculados a partir dos valores $T_{0,n}$, V_{rms} e η_{eff} obtidos da inversão de cada camada e do conhecimento da velocidade $v_{pz,i}$ a partir de informações de poço. Com a hipótese de que esta velocidade é conhecida podemos medir a qualidade na estimativa dos parâmetros ε_i e δ_i encontrados pelo método de inversão. A fim de calcular o parâmetro de anisotropia intervalar ε_i podemos afirmar que:

$$\varepsilon_i = \delta_i + \eta_i(1 + 2\delta_i), \quad (1.82)$$

onde η_i é o valor intervalar do parâmetro de anisotropia (ou anelipticidade) na i -ésima camada. O parâmetro de anisotropia intervalar δ_i pode ser calculado a partir da equação (1.76):

$$\delta_i = \frac{\left(\frac{v_{pn,i}}{v_{pz,i}}\right)^2 - 1}{2}. \quad (1.83)$$

O cálculo do parâmetro η intervalar é obtido de forma análoga como foi obtida a velocidade *RMS* mas agora reescrevendo a equação (1.77), para o evento n

$$\sum_{i=1}^n v_{pn,i}^4 (1 + 8\eta_i) t_i = (1 + 8\eta_{eff,n}) V_{RMS,n}^4 T_{0,n} = A, \quad (1.84)$$

e o evento $n - 1$:

$$\sum_{i=1}^{n-1} v_{pn,i}^4 (1 + 8\eta_i) t_i = (1 + 8\eta_{eff,n-1}) V_{RMS,n-1}^4 T_{0,n-1} = B, \quad (1.85)$$

em que A e B são variáveis auxiliares. Posteriormente subtraindo os somatórios das equações (1.84) e (1.85):

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n v_{pn,i}^4 (1 + 8\eta_i) t_i - \sum_{i=1}^{n-1} v_{pn,i}^4 (1 + 8\eta_i) t_i &= A - B \\ v_{pn,n}^4 (1 + 8\eta_n) t_n + \sum_{i=1}^{n-1} v_{pn,i}^4 (1 + 8\eta_i) t_i - \sum_{i=1}^{n-1} v_{pn,i}^4 (1 + 8\eta_i) t_i &= A - B \\ v_{pn,n}^4 (1 + 8\eta_n) t_n &= A - B. \end{aligned} \quad (1.86)$$

Substituindo os corresponde valores das variáveis auxiliares de A e B na equação (1.86) obtemos:

$$v_{pn,n}^4 (1 + 8\eta_n) t_n = (1 + 8\eta_{eff,n}) V_{RMS,n}^4 T_{0,n} - (1 + 8\eta_{eff,n-1}) V_{RMS,n-1}^4 T_{0,n-1}. \quad (1.87)$$

A partir desta equação obtemos o valor intervalar do parâmetro η_i na i -ésima camada:

$$\eta_i = \frac{1}{8v_{pn,i}^4} \left\{ \left[\frac{(1 + 8\eta_{eff,n}) V_{RMS,n}^4 T_{0,n} - (1 + 8\eta_{eff,n-1}) V_{RMS,n-1}^4 T_{0,n-1}}{T_{0,n} - T_{0,n-1}} \right] - v_{pn,i}^4 \right\}. \quad (1.88)$$

Baseado em experimentos numéricos, pôde-se verificar, que a contribuição da heterogeneidade:

$$S = 1 + 14\eta/5, \quad (1.89)$$

apresenta melhores resultado que $S = 1 + 8\eta$. Assim, o valor intervalar do parâmetro η para o caso de n camadas, pode ser calculado como:

$$\eta_i = \frac{5}{14v_{pn,i}^4} \left\{ \left[\frac{(1 + \frac{14}{5}\eta_{eff,n})V_{RMS,i}^4 T_{0,n} - (1 + \frac{14}{5}\eta_{eff,n-1})V_{RMS,n-1}^4 T_{0,n-1}}{T_{0,n} - T_{0,n-1}} \right] - v_{pn,i}^4 \right\}. \quad (1.90)$$

Para aferir a validade destas aproximações em meios estratificados *VTI*, é usado um modelo de subsuperfície com valores altos e baixos de anisotropia no Capítulo dos experimentos numéricos.

2

Inversão da Aproximação para o Tempo de Reflexão em um Meio Anisotrópico

Neste capítulo apresentaremos uma ferramenta simples que nos permitirá estimar parâmetros desconhecidos, em meios com anisotropia TI , mediante a inversão cinemática para o tempo de reflexão fonte-refletor-receptor. Esta ferramenta nos permitirá fazer um cálculo preciso em poucas iterações da velocidade NMO e do parâmetro de anelipticidade.

A Inversão cinemática do tempo de reflexão, consiste, em determinar um modelo estimado (\mathbf{m}^{esti}) que ao ser utilizado na modelagem para o tempo de trânsito fonte-refletor-receptor gera um erro mínimo na comparação entre o tempo de reflexão observados, \mathbf{d}_j^{obs} , e calculados, $t(\mathbf{m}^{esti}, \mathbf{x})$. Esta comparação é feita pela função objetivo L_2 ou norma euclidiana representada como:

$$\Phi(\mathbf{m}^{esti}) = \sum_{j=1}^M [\mathbf{d}_j^{obs} - t(\mathbf{m}^{esti}, x_j)]^2 \approx 0, \quad (2.1)$$

em que M representa o número de dados observados. Para um problema de dois parâmetros desconhecidos m_1 e m_2 , por exemplo, a modelagem dos tempo de reflexão num meio isotrópicos de uma camada inclinada a função objetivo é representada por um parabolóide como é mostrado na Figura 2.1, onde $m_1 = t_0$ é o tempo de chegada vertical considerando-se afastamento nulo entre fonte e receptor e $m_2 = v_{pn}$ é a velocidade de sobretempo normal (*normal moveout*). No problema inverso do tempo de reflexão num meio com anisotropia VTI , a função objetivo teria um espaço de modelos com três parâmetros desconhecidos, então $\Phi(\mathbf{m})$ pode ser representada por um gráfico 2D para cada parâmetro, como é mostrado na Figura 2.2, onde $m_1 = t_0$, $m_2 = v_{pn}$ e $m_3 = \eta$.

Para um meio com anisotrópica TTI as equações para um meio VTI são reescritas em

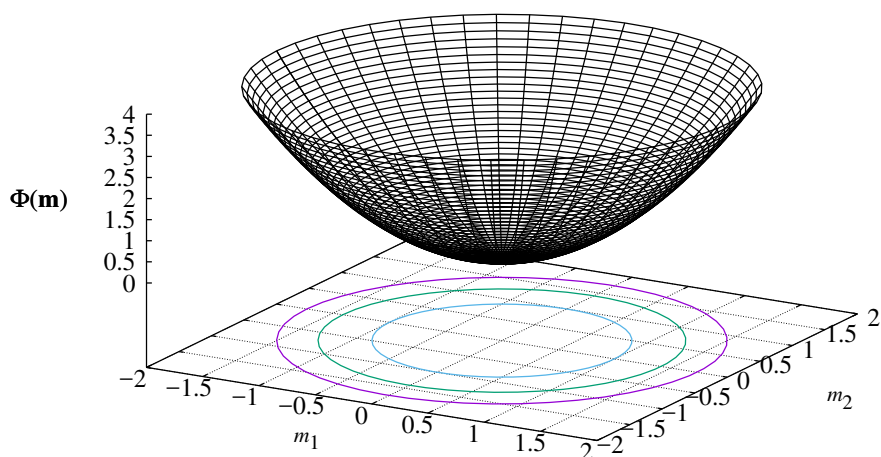


Figura 2.1: Função objetivo esquemática com espaço de modelos bidimensionais m_1 e m_2 (tempo de reflexão isotrópico).

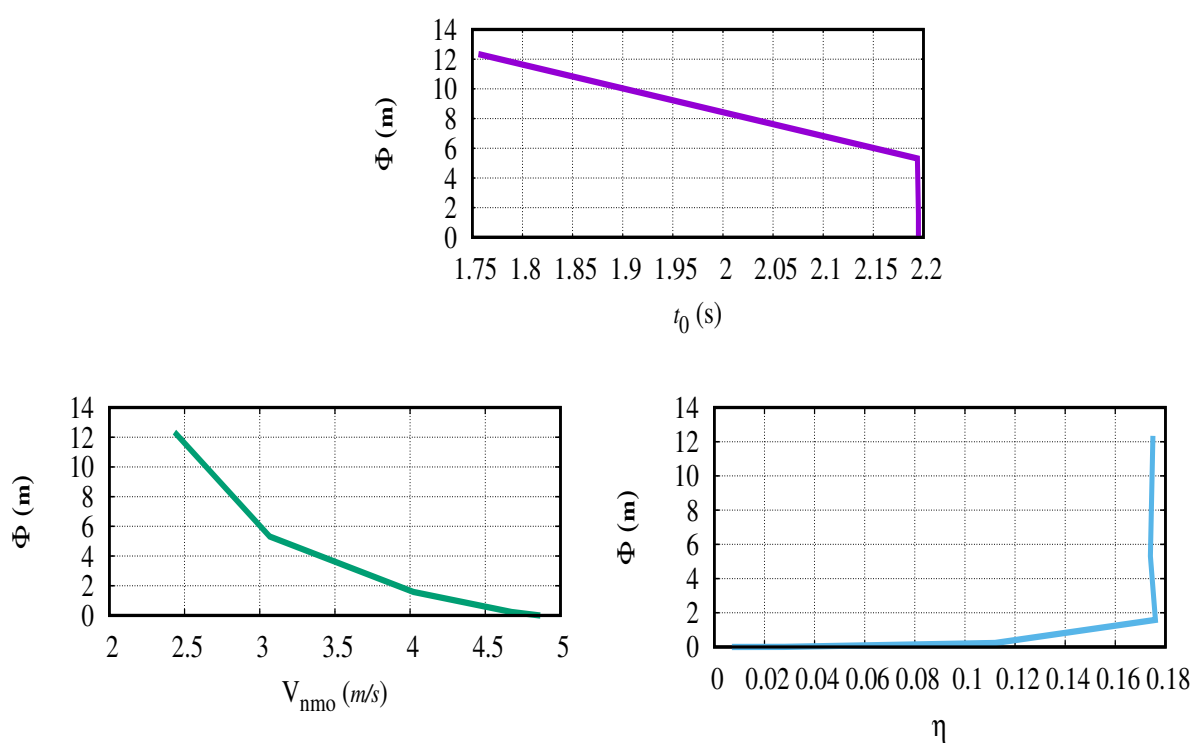


Figura 2.2: Função objetivo esquemática com espaço de modelos t_0 , v_{pn} e η . O modelo, de uma camada plana *VTI*, utiliza a amostra arenito *Mesaverde* (Thomsen, 1986) numa profundidade de 4.912 *km* cuja velocidade vertical da onda P é $v_{pz} = 4.476$ (*km/s*) e seus parâmetros de Thomsen são $\varepsilon = 0.097$ e $\delta = 0.091$.

função da distância perpendicular à superfície refletora inclinada e o ângulo de mergulho do refletor.

Um dos objetivos deste trabalho é implementar aproximações $t(\mathbf{m}, x)$ encontradas na literatura com distinta acurácia, em relação ao dado exato, e estudar a sua influência sobre os algoritmos de inversão desenvolvidos, para diferentes valores nos parâmetros de Thomsen, este item será apresentado com detalhes no Capítulo 5.

2.1 Linearização da aproximação do tempo de reflexão

Seja $t(\mathbf{m}, x)$, a aproximação para o tempo de reflexão, uma função não linear nos parâmetros do vetor:

$$\mathbf{m} = (t_0, v_{pn}, \eta)^T. \quad (2.2)$$

A estimativa dos parâmetros é obtida expandindo a função $t(\mathbf{m}, x)$ em série de Taylor sobre o ponto $\mathbf{m}^0 = (t_0^0, v_{pn}^0, \eta^0)^T$ no espaço dos parâmetros do modelo. Logo:

$$\begin{aligned} t(\mathbf{m}, x) &= t(\mathbf{m}^0, x) + \frac{\partial t}{\partial \mathbf{m}} \Big|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}^0} (\mathbf{m} - \mathbf{m}^0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 t}{\partial \mathbf{m}^2} \Big|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}^0} (\mathbf{m} - \mathbf{m}^0)^2 \\ &+ \dots \text{ termos de ordem superior.} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Desprezando os termos de ordem ≥ 2 da expansão, a equação (2.3) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} t(t_0, v_{pn}, \eta, x) &= t(t_0^0, v_{pn}^0, \eta^0, x) + (t_0 - t_0^0) \frac{\partial t}{\partial t_0} \Big|_{t_0^0, v_{pn}^0, \eta^0} \\ &+ (v_{pn} - v_{pn}^0) \frac{\partial t}{\partial v_{pn}} \Big|_{t_0^0, v_{pn}^0, \eta^0} \\ &+ (\eta - \eta^0) \frac{\partial t}{\partial \eta} \Big|_{t_0^0, v_{pn}^0, \eta^0}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Se discretizarmos $\{x\} = \{x_1, x_2, \dots, x_M\}$ na função $t(\mathbf{m}, x)$ para M dados observados (M representa o número de receptores) podemos reescrever a equação acima como:

$$\begin{pmatrix} t(\mathbf{m}, x_1) \\ t(\mathbf{m}, x_2) \\ \vdots \\ t(\mathbf{m}, x_M) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t(\mathbf{m}^0, x_1) \\ t(\mathbf{m}^0, x_2) \\ \vdots \\ t(\mathbf{m}^0, x_M) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g_1(\mathbf{m}^0, x_1) & g_2(\mathbf{m}^0, x_1) & g_3(\mathbf{m}^0, x_1) \\ g_1(\mathbf{m}^0, x_2) & g_2(\mathbf{m}^0, x_2) & g_3(\mathbf{m}^0, x_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ g_1(\mathbf{m}^0, x_M) & g_2(\mathbf{m}^0, x_M) & g_3(\mathbf{m}^0, x_M) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_0 - t_0^0 \\ v_{pn} - v_{pn}^0 \\ \eta - \eta^0 \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

onde

$$g_i(\mathbf{m}^0, x_j) = \frac{\partial t}{\partial m_i} \Big|_{t_0^0, v_{pn}^0, \eta^0} \quad i = 1, 2, 3 \quad j = 1, 2, \dots, M;$$

neste trabalho a derivada g_i é avaliada numericamente utilizando a expressão:

$$g_i(\mathbf{m}^0, x_j) \approx \frac{t(\mathbf{m}^0 + \delta_i, x_j) - t(\mathbf{m}^0, x_j)}{\Delta_i}, \quad (2.6)$$

onde δ_i corresponderá a uma perturbação no parâmetro m_i e

$$\Delta_i = (0, \delta_i, 0)^T, \quad (2.7)$$

corresponde ao vetor de dimensão N ($N = 3$ anisotropia VTI) e representa o número de parâmetros desconhecidos nulos a exceção do elemento de índice i com valor δ_i . Para um meio com anisotropia TTI , $N = 5$, e o vetor (2.2) é reescrito como:

$$\mathbf{m} = (t_0, v_{pn}, \eta, H, \theta)^T, \quad (2.8)$$

em que H é a distância perpendicular à superfície refletora inclinada e θ é o ângulo de mergulho, do refletor.

2.2 Inversão linearizada

Utilizando notação vetorial podemos escrever a equação (2.5) como:

$$\mathbf{t}^{obs} = \mathbf{t}^0 + \mathbf{G}(\mathbf{m} - \mathbf{m}^0), \quad (2.9)$$

onde \mathbf{G} é chamada de matriz das derivadas ou sensibilidade, possui M filas por N colunas e representa um caso sobredeterminado ($M > N$). A solução da equação (2.9) será dada, derivando a função objetivo:

$$\Phi(\mathbf{m}) = (\mathbf{t}^{obs} - \mathbf{G}\mathbf{m})(\mathbf{t}^{obs} - \mathbf{G}\mathbf{m})^T, \quad (2.10)$$

em relação aos parâmetros do modelo, e igualando a zero, obtém-se:

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}^0 + (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{t}^{obs} - \mathbf{t}^0). \quad (2.11)$$

Deixando o modelo inicial \mathbf{m}^0 representar um modelo corrente ao estágio k do processo iterativo teremos:

$$\mathbf{m}^{(k+1)} = \mathbf{m}^{(k)} + (\mathbf{G}^{(k),T} \mathbf{G}^{(k)})^{-1} \mathbf{G}^{(k),T} (\mathbf{t}^{obs} - \mathbf{t}^{(k)}), \quad (2.12)$$

que correspondente à expressão iterativa utilizada no método linearizado de Mínimos Quadrados (MMQ).

2.3 Regularização

Neste trabalho foi utilizado o método cuja função objetivo $\Phi(\mathbf{m})$, é definida por Bassrei e Rodi, 1993:

$$\Phi(\mathbf{m}) = (\mathbf{t}^{obs} - \mathbf{G}\mathbf{m})(\mathbf{t}^{obs} - \mathbf{G}\mathbf{m})^T + \lambda(\mathbf{D}_p\mathbf{m})^T(\mathbf{D}_p\mathbf{m}), \quad (2.13)$$

em que \mathbf{D}_p é uma matriz de dimensão $(N - p) \times N$, se $p = 0$, \mathbf{D}_p corresponde à matriz identidade \mathbf{I} resultando em uma regularização de ordem zero, sendo que nesse caso a solução se reduz ao método dos Mínimos Quadrados Amortecidos ou método de Levenberg-Marquardt (*LM*). Quando $p = 1$ a regularização é dita de primeira ordem, enquanto se $p = 2$, \mathbf{D}_p equivale à matriz das segundas derivadas e a regularização é dita de segunda ordem. Este tipo de regularização, por matrizes de derivada, é conhecido na literatura como regularização de Tikhonov. No caso *VTI*, por exemplo, $N = 3$ então \mathbf{D}_1 e \mathbf{D}_2 são representadas pelos seguintes esquemas respectivamente

$$\mathbf{D}_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

e

$$\mathbf{D}_2 = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Minimizando a função objetivo (2.13) em relação aos parâmetros do modelo, igualando a zero, e deixando o modelo inicial \mathbf{m}^0 representar um modelo corrente ao estágio k do processo iterativo obtém-se:

$$\mathbf{m}^{(k+1)} = \mathbf{m}^{(k)} + \left[\mathbf{G}^{(k),T} \mathbf{G}^{(k)} + \lambda \mathbf{D}_p^T \mathbf{D}_p \right]^{-1} \mathbf{G}^{(k),T} (\mathbf{t}^{obs} - \mathbf{t}^{(k)}), \quad (2.16)$$

O valor de λ nesta expressão e na equação (2.13) é uma constante positiva denominada parâmetro de regularização, que controla o tamanho do vetor solução. A estratégia para a escolha deste valor nesta tese, foi sugerida por Regińska (1996) o qual propôs uma relação funcional com respeito a λ :

$$\Psi_\nu(\lambda) = \|\mathbf{t}^{obs} - \mathbf{t}(\mathbf{m}_\lambda, x)\|^2 \|\mathbf{m}_\lambda\|^{2\nu} \quad \lambda > 0, \quad (2.17)$$

de tal forma que o mínimo dessa função está associado com o joelho da curva L que representa o λ ótimo.

A Figura 2.3 apresenta o fluxograma do algoritmo desenvolvido. Observe que o fluxograma, apresenta o critério usado pelo algoritmo para interromper as iterações e imprimir os valores estimados, isto é quando o valor de $\Phi(\mathbf{m})$ é mínimo.

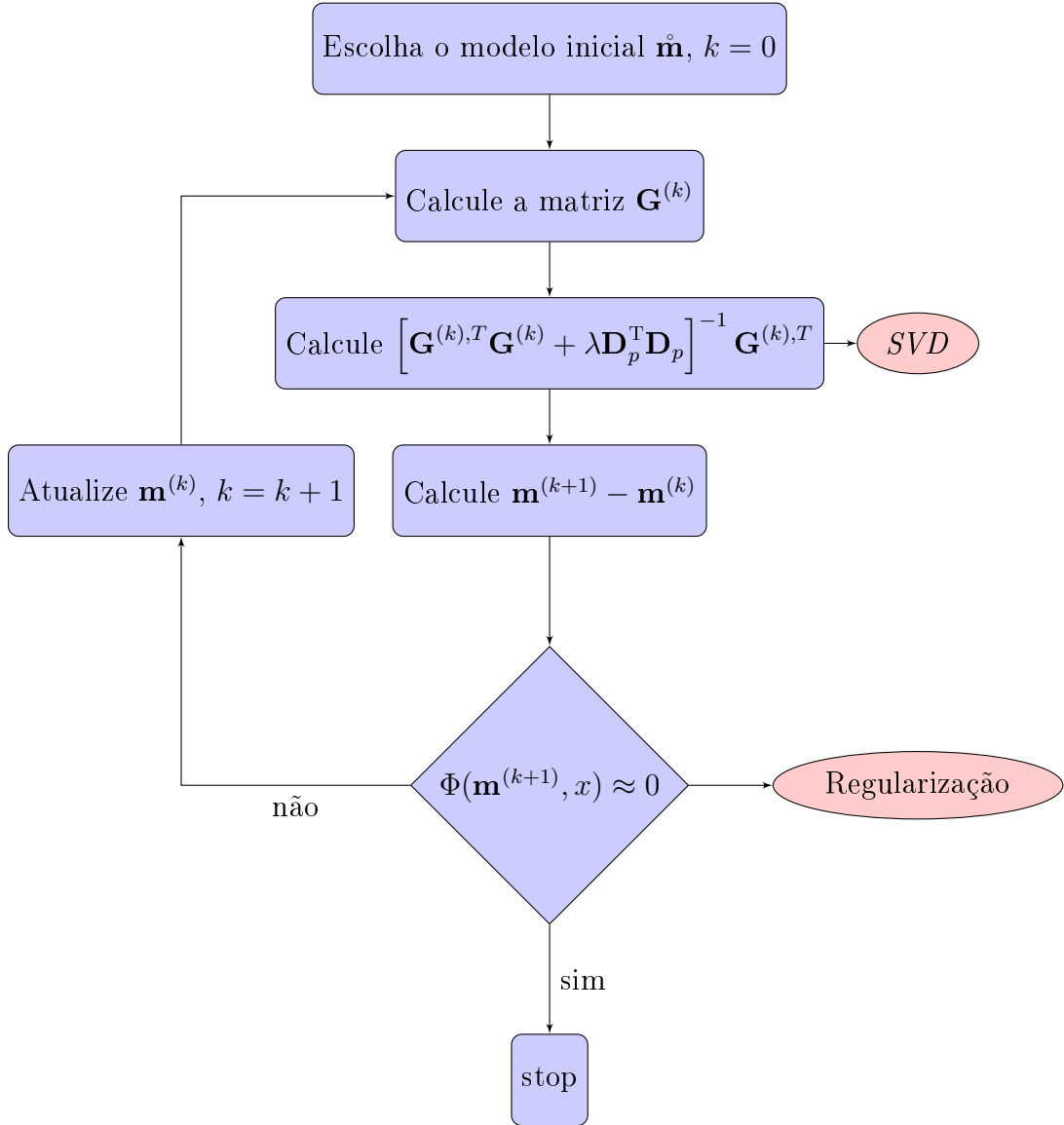


Figura 2.3: Passos do algoritmo de inversão.

2.4 Decomposição por valores singulares

Neste trabalho, do ponto de vista computacional, foi utilizada a decomposição por valores singulares *SVD* (*Singular Value Decomposition*). Este procedimento não é custoso na medida em que as matrizes envolvidas são de pequeno porte. Também, o método *SVD* tem a vantagem de permitir a análise da singularidade da matriz:

$$\left[\mathbf{G}^{(k),T} \mathbf{G}^{(k)} + \lambda \mathbf{D}_p^T \mathbf{D}_p \right]^{-1}, \quad (2.18)$$

na equação (2.16). Esta expressão é conhecida como a matriz pseudo-inversa, a chamaremos de $\mathbf{A} \in \mathfrak{R}^{m \times n}$. A decomposição em valores singulares dela é uma fatoração:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T, \quad (2.19)$$

tal que

$$\begin{array}{c} \mathbf{A} \\ \left[\begin{array}{ccc} a_{1,1} & \cdots & a_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & \cdots & a_{m,n} \end{array} \right] \\ m \times n \end{array} = \begin{array}{c} \mathbf{U} \\ \left[\begin{array}{ccc} u_{1,1} & \cdots & u_{1,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{m,1} & \cdots & u_{m,m} \end{array} \right] \\ m \times m \end{array} \begin{array}{c} \mathbf{\Sigma} \\ \left[\begin{array}{ccc} \sigma_{1,1} & 0 & \cdots \\ 0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \cdots & \sigma_{m,n} \end{array} \right] \\ m \times n \end{array} \begin{array}{c} \mathbf{V}^T \\ \left[\begin{array}{ccc} v_{1,1} & \cdots & v_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{m,1} & \cdots & v_{m,n} \end{array} \right] \\ n \times n \end{array},$$

onde

\mathbf{V} é a matriz que contém os autovetores ortonormalizados de $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$;

$\mathbf{\Sigma}$ é a matriz que contém as raízes quadradas dos autovalores de $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ (valores singulares), sendo estes valores singulares colocados em ordem decrescentes;

\mathbf{U} é a matriz que contém os autovetores ortonormalizados de $\mathbf{A} \mathbf{A}^T$.

As matrizes \mathbf{V} e \mathbf{U} são unitárias, ou seja, $\mathbf{U}\mathbf{U}^T = \mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{I}$ e $\mathbf{V}\mathbf{V}^T = \mathbf{V}^T \mathbf{V} = \mathbf{I}$. Isto permite calcular as matrizes da equação (2.19), nos seguintes passos:

1. Calculamos os autovalores ortonormalizados, λ_j ($j = 1, \dots, m$) da matriz $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$, ou seja, resolvemos o sistema $|\mathbf{A}^T \mathbf{A} - \lambda_j \mathbf{I}| = 0$.
2. Calculamos os autovetores ortonormalizados, \mathbf{v}_j ($j = 1, \dots, m$) associados aos autovalores do passo 1, ou seja, resolvemos o sistema $\mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{v}_j = \lambda_j \mathbf{v}_j$.
3. Formamos a matriz \mathbf{V} usando como colunas os autovetores ortonormalizados \mathbf{v}_j .
4. Formamos a matriz diagonal $\mathbf{\Sigma}$ usando a raiz quadrada de cada autovalor do passo 1, e os os localizamos na diagonal, considerando que estes valores, $\sigma_j = \sqrt{\lambda_j}$, são ordenados por ordem decrescente.
5. Finalmente, obtemos a matriz \mathbf{U} . Calculada sabendo que $\mathbf{A} \mathbf{V} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}$, ou encontrando-se os autovetores ortonormalizados da matriz $\mathbf{A} \mathbf{A}^T$.

3

Aproximações Propostas

Neste capítulo, são apresentadas aproximações anelíticas (expressões que dependem do parâmetro η) para a velocidade de grupo da onda P em meios VTI , obtidas por meio de aproximações racionais, ou seja, quocientes de dois polinômios, que representam a expansão da velocidade de fase de Fowler (2003).

Incluimos as bases teóricas de dois algoritmos, o primeiro, utiliza a aproximação da velocidade de grupo proposta para o cálculo do tempo de trânsito ao longo do raio, e o segundo, utiliza a aproximação do número de onda k_z para migrar dados em profundidade.

Usando a técnica de conversão por similaridade de forma de Dellinger et al. (1993), são deduzidas novas e precisas aproximações para o tempo de reflexão não hiperbólico. O objetivo é apresentar aproximações para o tempo de reflexão que sejam mais simples em sua forma algébrica, com a mesma qualidade, ou melhor, das encontradas na literatura com a finalidade de serem implementadas na inversão determinística.

3.1 Aproximações para a velocidade de fase

Graças ao poder de computação atual a equação (1.17) não representa mais um problema na modelagem da velocidade da fase, entretanto, esta equação ainda é um desafio no problema inverso devido a sua não linearidade e parametrização. Fowler (2003) propôs uma elegante simplificação desta expressão em função das velocidades horizontal v_{px} e vertical v_{pz} para a onda P num meio quase-acústico (ou seja a velocidade vertical da onda SV do meio é diferente de zero),

$$2v_P^2(\theta) = v_e^2(\theta) + \sqrt{v_e^4(\theta) + (v_{p1}^2 v_{p2}^2 - v_{px}^2 v_{pz}^2) \text{sen}^2 2\theta}, \quad (3.1)$$

onde $v_e(\theta)$ é chamada de parte elíptica da velocidade, definida como:

$$v_e^2(\theta) = v_{px}^2 \text{sen}^2 \theta + v_{pz}^2 \text{cos}^2 \theta. \quad (3.2)$$

O valor v_{p1}^2 na equação (3.1) é definida como a primeira velocidade de fase da onda P de teste, o qual pode ser modificado e variar entre $v_{pmin}^2 \leq v_{p1}^2 \leq v_{pmax}^2$, em que v_{pmin} e v_{pmax} são os valores mínimos e máximos da velocidade de fase $v_P(\theta)$, respectivamente. O valor v_{p2} é definido como a segunda velocidade de fase da onda P de teste e é calculada pela seguinte expressão:

$$v_{p2}^2 = \frac{(v_{pz}^2 - v_{sz}^2)(v_{pn}^2 - v_{sz}^2)}{v_{p1}^2 - v_{sz}^2} + v_{sz}^2, \quad (3.3)$$

em que v_{sz} corresponde à velocidade vertical da onda SV e v_{pn} é a velocidade NMO . Segundo Fowler (2003) é possível propor outras aproximações usando os seguintes valores para v_{p1} , na equação (3.1):

$$v_{p1}^2 = v_{p2}^2 = a_{13} + 2v_{sz}^2, \quad (3.4)$$

$$v_{p1}^2 = v_{px}^2, \quad (3.5)$$

$$v_{p1}^2 = v_{pz} v_{px}, \quad (3.6)$$

$$v_{p1}^2 = \frac{v_{pz}^2 + v_{px}^2}{2}, \quad (3.7)$$

$$v_{p1}^{-2} = \frac{v_{pz}^{-2} + v_{px}^{-2}}{2}. \quad (3.8)$$

Em todos os casos supracitados, a exceção da expressão (3.4), o valor v_{p2} na equação (3.1), é calculado com a equação (3.3).

As escolhas dos valores $v_{p1} = v_{pz}$ e $v_{sz} = 0$ na equação (3.3) são particularmente convenientes porque v_{pn} pode ser medido a partir de dados sísmicos de superfície. Com essas escolhas, a primeira aproximação de (3.1) torna-se:

$$2v_P^2(\theta) \approx v_e^2(\theta) \left[1 + \sqrt{1 + \frac{v_{pz}^2 (v_{pn}^2 - v_{px}^2)}{v_e^4(\theta)} \text{sen}^2 2\theta} \right]. \quad (3.9)$$

Esta aproximação corresponde à aproximação acústica da velocidade de fase de Alkhalifah e Tsvankin (1998). Linearizando a raiz quadrada da equação (3.9) obtém-se a conhecida equação (Muir e Dellinger, 1985; Dellinger et al., 1993):

$$v_P^2(\theta) \approx v_e^2(\theta) \left[1 + \frac{v_{pz}^2 (v_{pn}^2 - v_{px}^2)}{v_e^4(\theta)} \text{sen}^2 \theta \text{cos}^2 \theta \right]. \quad (3.10)$$

A Equação (1.17), apesar de ser uma simplificação, ainda depende de quatro parâmetros. Autores como Thomsen (1986), Dellinger et al. (1993), Alkhalifah (2000) e Fomel (2004) têm publicado aproximações das velocidades de fase e grupo da onda P e SV com menos parâmetros. Este último autor propõe aproximações com uma acurácia melhor em comparação com as expressões que utilizam a série de Taylor para linearizar a equação (1.17). Stovas e Alkhalifah (2012) baseados na expansão da equação 2D eikonal anisotrópica propõem uma aproximação muito mais precisa, mas apresenta uma grande complexidade algébrica.

Existem inúmeras formas de aproximar a função (1.17), por funções com propriedades interessantes, tal como o método de Padé o qual permite-nos partir de uma série de potências e obter muito mais informação do que a própria série fornece diretamente. O método de Padé são funções racionais, ou seja, quocientes de dois polinômios, que representam a expansão. Esses aproximantes são caracterizados por dois inteiros positivos L e M , graus do numerador e denominador, respectivamente, da função racional e são representados pela notação $f(x)[L/M]$. Neste trabalho estudamos os aproximantes $[1/1]$ e $[2/2]$ descritos pelas seguintes expressões:

$$f(\alpha)[1/1] \approx \frac{p_0 + p_1\alpha}{1 + q_1\alpha}, \quad (3.11)$$

e

$$f(\alpha)[2/2] \approx \frac{p_0 + p_1\alpha + p_2\alpha^2}{1 + q_1\alpha + q_2\alpha^2}. \quad (3.12)$$

Os coeficientes p_i e q_j destas expressões são determinados a partir das peças de informação $c_n = \frac{f^n(\alpha)}{n!}$ contidas na expansão em série de Taylor da função $f(\alpha)$. A condição:

$$f(\alpha) - f_{[L/M]}(\alpha) = O(x^{L+M+1}), \quad (3.13)$$

nos proporciona um sistema de equações lineares algébricas para os coeficientes p_i e q_j em termos dos coeficientes c_n .

Utilizando a simplificação de Fowler da velocidade de fase, ou equação (3.1), da expressão (1.17) e o método de Padé para calcular as funções racionais $f_{[1/1]}(\alpha)$ e $f_{[2/2]}(\alpha)$ (vide Apêndice A) obtemos o mesmo resultado obtido por Pereira et al. (2015):

$$v_{P[1/1]}^2(\theta) \approx v_e^2(\theta) \left[1 + \frac{2s\alpha}{2sv_e^4(\theta) + \alpha} \right], \quad (3.14)$$

e

$$v_{P[2/2]}^2(\theta) \approx v_e^2(\theta) \left[1 + \frac{4s^2v_e^4(\theta)\alpha + 4s\alpha^2}{4s^2v_e^8(\theta) + 6sv_e^4(\theta)\alpha + \alpha^2} \right], \quad (3.15)$$

em que

$$\alpha = (v_{p1}^2 v_{p2}^2 - v_{pz}^2 v_{px}^2) \sin^2 \theta \cos^2 \theta. \quad (3.16)$$

Estas expressões utilizam a aproximação anelítica da velocidade de grupo obtida da função *shifted-hyperbola* de Fomel (2004). Note que substituindo $v_{p1} = v_{pz}$ e $v_{sz} = 0$, na equação (3.3), a aproximação (3.14) é igual à equação (3.10) com $\alpha = 0$ no denominador. Tomando a raiz quadrada em ambos lados das equações (3.14) e (3.15), atribuindo $s = 1/2$ e linearizando o lado direito do radical obtém-se novas aproximações:

$$v_{P[1/1]}(\theta) \approx v_e(\theta) \left[1 + \frac{\alpha}{2v_e^4(\theta) + 2\alpha} \right], \quad (3.17)$$

e

$$v_{P[2/2]}(\theta) \approx v_e(\theta) \left[1 + \frac{v_e^4(\theta)\alpha + 2\alpha^2}{2v_e^8(\theta) + 6v_e^4(\theta)\alpha + 2\alpha^2} \right]. \quad (3.18)$$

As aproximações (3.17) e (3.18) têm formas simples e termos elípticos e anelíticos que dependem explicitamente das velocidades v_{px} , v_{pz} e v_{pn} . Estas aproximações podem ser reduzidas em função de um único parâmetro de anisotropia (η).

3.2 Aproximações para a relação de dispersão

A informação contida entre a velocidade de fase e a relação de dispersão é fundamentalmente a mesma considerando que:

$$k_x = \frac{\omega \sin \theta}{v_P(\theta)}, \quad (3.19)$$

e

$$k_z = \frac{\omega \cos \theta}{v_P(\theta)}, \quad (3.20)$$

em que, k_x e k_z são as componentes do vetor número de onda \mathbf{k} , ω corresponde à frequência angular e $v_P(\theta)$ é a velocidade de fase da onda. Com isso cada expressão da velocidade de fase teria uma relação de dispersão k_z , ou componente de onda em direção da profundidade. Deduzir este valor de (3.17) e (3.18) não é muito prático porém podemos obter k_z de maneira mais simples substituindo as expressões (3.19) e (3.20) na equação (3.1), então:

$$k_z = \sqrt{\frac{\omega^4 - v_{px}^2 k_x^2}{\omega^2 v_{pz}^2 + (v_{p1}^2 v_{p2}^2 - v_{px}^2 v_{pz}^2) k_x^2}}. \quad (3.21)$$

Observamos que se definirmos o valor de v_{p1} como $v_{p1}^2 = v_{pz}^2$ na expressão (3.21) e usando a equação (3.3) para encontrar v_{p2}^2 com $v_{sz} = 0$, obtemos, a relação de dispersão num meio acústico *VTI* de Alkhalifah e Tsvankin (1998):

$$k_z = \frac{v_{pn}}{v_{pz}} \sqrt{\frac{\omega^2}{v_{pn}^2} - \frac{\omega^2 k_x^2}{\omega^2 - 2v_{pn}^2 \eta k_x^2}}. \quad (3.22)$$

Note que se $\eta = 0$ nesta expressão obtemos o operador raiz quadrada que corresponde ao número de onda em direção da profundidade num meio isotrópico de Gazdag (1978):

$$k_z = \frac{\omega}{v_{pz}} \sqrt{1 - \frac{v_{pz}^2 k_x^2}{\omega^2}}. \quad (3.23)$$

Novas expressões do número de onda k_z com resultados razoáveis são obtidas escolhendo um valor para v_{p1} nas equações da (3.4) até a equação (3.8) e substituindo na expressão (3.21).

3.2.1 Migração por extrapolação em direção da profundidade

Multiplicando ambos lados da equação (3.22) pela função $P(k_x, k_z, \omega)$, no domínio de Fourier, e aplicando as transformadas inversas de Fourier nos campos k_x, k_z e ω ($k_x \rightarrow -i\partial/\partial x, k_z \rightarrow -i\partial/\partial z$ e $\omega \rightarrow i\partial/\partial t$) é obtida a equação de onda para um meio acústico *VTI* homogêneo. Esta equação expressa em derivadas parciais de quarta ordem, geralmente é resolvida pelo método numérico de diferenças finitas ou pelo método recursivo *REM* (*Rapid Expansion Method*) esta solução permite modelar a distribuição bidimensional da onda propagada pela fonte descrita por $P_f(x, z; \omega)$ e a distribuição bidimensional registrada pelos receptores $P_r(x, z; \omega)$ para executar uma extrapolação em cada nível na direção da profundidade, de z até $z + \Delta z$, usando as seguintes expressões:

$$P_f^{z_j+1}(k_x, z + \Delta z; \omega) = P_f^{z_j}(k_x, z; \omega) e^{ik_z^j \Delta z}, \quad (3.24)$$

e

$$P_r^{z_j+1}(k_x, z + \Delta z; \omega) = P_r^{z_j}(k_x, z; \omega) e^{ik_z^j \Delta z}, \quad (3.25)$$

onde Δz representa o intervalo em profundidade utilizado na extrapolação. Quando essas duas distribuições coincidem em um mesmo tempo e posição espacial, a correlação dos campos terá valores máximo permitindo construir o refletor. Isto é chamado de condições de imagem e é representado como:

$$I(x, z) = \sum_{N_s} \int_0^T P_r(x, z, \omega) P_f^*(x, z, \omega), \quad (3.26)$$

em que x é o afastamento, T é o tempo máximo de propagação, N_s é o número total de disparos e P_f^* corresponde à distribuição bidimensional da onda conjugada propagada pela fonte. Este método, conhecido como método *PSPI* anisotrópico (*Phase Shift Plus Interpolation*), executa uma extrapolação para cada nível na direção da profundidade para cada distribuição bidimensional de $v_{pz}(x, z)$, $\epsilon(x, z)$ e $\delta(x, z)$. A descrição completa deste algoritmo é detalhada por Torres (2010).

Os testes de migração nesta tese são utilizados para verificar a estimativa conjunta da velocidade e dos parâmetros de anisotropia intervalar, obtidos da inversão do tempo de reflexão utilizando as aproximações propostas. Observaremos a sua influência na imagem sísmica de modelos migrados. Para estes experimentos utilizaremos modelos de camadas homogêneas e heterogêneas anisotrópicas *VTI* no Capítulo 5. Os campos P_r e P_f^* utilizados neste capítulo para validar as estimativas das distribuições implementam a expressão (3.21) com $v_{p1} = v_{pz}$ e $v_{p2} = v_{pn}$.

3.3 Aproximações para a velocidade de grupo

Substituindo o fator v_{px}^2 por v_{pn}^4/v_{px}^2 no valor de $v_e^4(\theta)$ do denominador da equação (3.9) obtemos

$$v_P^2(\theta) \approx v_e^2(\theta) + \frac{v_{pz}^2(v_{pn}^2 - v_{px}^2)}{\frac{v_{pn}^4}{v_{px}^2} \text{sen}^2 \theta + v_{pz}^2 \text{cos}^2 \theta} \text{sen}^2 \theta \text{cos}^2 \theta, \quad (3.27)$$

utilizando a técnica de conversão por similaridade de forma proposta por Dellinger et al. (1993) que consiste em substituir a velocidade de fase pela vagarosidade de grupo, pode-se obter a aproximação para a velocidade de grupo, ou raio, $V_P(\Theta)$ da equação (3.27):

$$V_P^{-2}(\Theta) \approx V_e^{-2}(\Theta) + \frac{v_{pz}^{-2}(v_{pn}^{-2} - v_{px}^{-2})}{v_{pn}^{-4}v_{px}^2 \text{sen}^2 \Theta + v_{pz}^{-2} \text{cos}^2 \Theta} \text{sen}^2 \Theta \text{cos}^2 \Theta. \quad (3.28)$$

em que V_e é chamada de parte elíptica da velocidade de grupo que corresponde a:

$$V_e^{-1}(\Theta) = \sqrt{v_{pz}^{-2} \text{cos}^2 \Theta + v_{px}^{-2} \text{sen}^2 \Theta}, \quad (3.29)$$

e Θ é o ângulo de grupo. Utilizando esta mesma técnica de conversão podemos encontrar às aproximações anelíticas da velocidade de grupo a partir das velocidades de fase (3.17) e (3.18):

$$V_{P[1/1]}^{-1}(\Theta) \approx V_e^{-1}(\Theta) \left[1 + \frac{sA}{2sV_{pe}^{-4}(\Theta) + A} \right], \quad (3.30)$$

e

$$V_{P[2/2]}^{-1}(\Theta) \approx V_e^{-1}(\Theta) \left[1 + \frac{4s^2V_{pe}^{-4}(\Theta)A + 4sA^2}{4s^2V_{pe}^{-8}(\Theta) + 6sV_{pe}^{-4}(\Theta)A + 2A^2} \right], \quad (3.31)$$

onde

$$A = (v_{p1}^{-2}v_{p2}^{-2} - v_{px}^{-2}v_{pz}^{-2}) \text{sen}^2 \Theta \text{cos}^2 \Theta. \quad (3.32)$$

Assumindo que $v_{p1} = v_{pz}$, $v_{p2} = v_{pn}$ e utilizando a expressão para a velocidade horizontal

$$v_{px}^2 = (1 + 2\eta)v_{pn}^2, \quad (3.33)$$

a equação (3.32) pode ser reescrita como

$$A = (Q - 1)v_{px}^{-2}v_{pz}^{-2} \sin^2 \Theta \cos^2 \Theta \quad (3.34)$$

em que

$$Q = 1 + 2\eta. \quad (3.35)$$

3.3.1 Traçado de raios implementado a velocidade de grupo

Apresentamos um método de traçado de raios que nos permite calcular o tempo de reflexão em meios transversalmente isotrópicos *VTI*. O algoritmo incluíra a aproximação proposta mais precisa da velocidade de grupo (encontrada nos experimentos) para o cálculo do tempo de trânsito ao longo do raio. As principais vantagens deste método é a sua simplicidade e o pequeno número de parâmetros para definir modelos homogêneos e/ou heterogêneos, com refletores de forma aleatória. No Capítulo 5 realizaremos exemplos sintéticos para validar este algoritmo de traçado de raios, os resultados serão comparados com os obtidos usando o software *SU*.

A base teórica desta seção é dada por Santos e Figueiró, 2011. Assumimos que a posição do vetor de uma porção de raio é determinada pelas equações paramétricas:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(\tau) = (x(\tau), z(\tau)), \quad (3.36)$$

onde τ representa o parâmetro de raio. Essa trajetória é obtida pelas seguintes equações:

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}}{d\tau} = \mathbf{p}(\tau), \\ \frac{d\mathbf{p}}{d\tau} = \frac{1}{2}\nabla\left(\frac{1}{v^2(x, z)}\right), \end{cases} \quad (3.37)$$

em que $\mathbf{p}(\tau)$ é o vetor de vagarosidade que é tangente ao raio e $v(x, z)$ é a velocidade da onda sísmica em cada ponto (x, z) do campo. Para obter um algoritmo que permite o traçado de raios, empregamos uma expansão de primeira ordem da série da Taylor do sistema (3.37):

$$\begin{cases} \mathbf{x}(\tau + \Delta\tau) = \mathbf{x}(\tau) + \mathbf{p}(\tau)\Delta\tau, \\ \mathbf{p}(\tau + \Delta\tau) = \mathbf{p}(\tau) + \frac{1}{2}\nabla\left(\frac{1}{v^2(x(\tau), z(\tau))}\right)\Delta\tau. \end{cases} \quad (3.38)$$

Além disso, o tempo de viagem ao longo da trajetória do raio pode ser obtido pela expressão:

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{1}{v^2}, \quad (3.39)$$

que é calculado numericamente com a seguinte equação:

$$t(x_{N+1}, z_{N+1}) = \sum_{i=0}^N \frac{\|\mathbf{x}_{i+1} - \mathbf{x}_i\|_2}{V_{P_i}}, \quad (3.40)$$

onde $\mathbf{x}_i = (x_i, z_i)$ e V_{P_i} corresponde à aproximação da velocidade de grupo, que é comumente usada neste trabalho e definida Slawinski (2003):

$$V_P = v_{pz} \sqrt{(1 + \delta \cos^2 \Theta \sin^2 \Theta + \varepsilon^4 \Theta)^2 + \sin^2 2\Theta (\varepsilon + (\delta - \varepsilon) \cos^2 \Theta)^2}. \quad (3.41)$$

Para resolver as equações de (3.38) a (3.40) para o tempo de trânsito, as condições iniciais são estabelecidas considerando

$$\mathbf{p}(0) = \frac{1}{v(0,0)} (\cos \Theta, \sin \Theta), \quad (3.42)$$

para Θ uniformemente distribuído entre $[0, \pi]$. Uma vez que isso é feito, no final de cada etapa no processo de construção de raios, o vetor de vazarosidade deve ser atualizado para satisfazer a equação eikonal:

$$\|\mathbf{p}\|_2^2 = p_1^2 + p_2^2 = \frac{1}{v^2(x, z)}, \quad (3.43)$$

onde $\mathbf{p} = (p_1, p_2)$, $p_1 = \|\mathbf{p}\|_2 \cos \Theta$, $p_2 = \|\mathbf{p}\|_2 \sin \Theta$ e Θ é o ângulo entre $\mathbf{p}(0)$ e a orientação positiva do eixo x .

Parametrização do modelo

O modelo da terra deveria ser anisotrópico e composto de uma sequência de camadas estratificadas. Para modelar este problema, o código, apresentado por Zelt e Smith (1992), divide cada camada em células trapezoidais separadas por limites verticais, como é apresentado na Figura 3.1 .

Uma interface é especificada por um número arbitrário de nós de limite conectados com interpolação linear. O número e a posição dos nós podem ser diferentes para cada limite. Os limites são suavizados pelo método de média móvel ponderada. Neste método local, os pesos são calculados para cada nó na fronteira com base em um conjunto de polinômios cujos coeficientes são obtidos com o MMQ. Em seguida, o suavizado é realizado com a multiplicação dos pesos limite pela profundidade dos nós. A velocidade da onda P em cada trapezoide é descrita da seguinte forma

$$v_{pz}(x, z) = \sum_{i+j=0}^N C_{ij} x^i z^j, \quad (3.44)$$

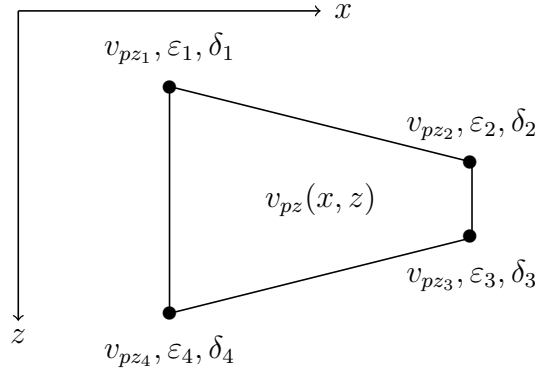


Figura 3.1: Célula trapezoidal separada por limites verticais, localizando em cada vértice o correspondente valor da velocidade vertical v_{pz} e os parâmetros de Thomsen ϵ e δ .

onde os coeficientes C_{ij} são uma combinação linear das velocidades nos vértices da Figura 3.1. Note que aumentar o grau do polinômio (3.44) força um armazenamento maior de informação. Isto melhora a representação do campo $v_{pz}(x, z)$.

Sob a suposição de anisotropia fraca ($|\epsilon| \ll 1, |\delta| \ll 1$), a aproximação de Thomsen (1986) para a velocidade de grupo de onda P em meios VTI corresponde à equação (1.36). Nosso objetivo aqui é substituir esta equação, na expressão do tempo de trânsito ao longo do raio (3.40).

3.4 Aproximações para o tempo de reflexão em meios VTI

Assim como a aproximação de velocidade de fase da expressão (3.27) é transformada na velocidades de grupo da equação (3.28). A aproximação da velocidade do grupo pode ser convertida numa aproximação para o tempo de reflexão. Para isto consideramos um segmento de raio atravessando uma distância horizontal:

$$x = V_P(\Theta)t \sin \Theta, \quad (3.45)$$

e uma distância vertical:

$$z = V_P(\Theta)t \cos \Theta, \quad (3.46)$$

onde Θ corresponde ao ângulo de grupo e t é o tempo de reflexão. Substituindo estas expressões na velocidade de grupo (3.28) obtemos a aproximação do tempo de reflexão em função das posições x, z e das velocidades v_{pn}, v_{pz} e v_{px} :

$$t^2(\mathbf{m}, x) \approx t_e^2(x) + \frac{v_{pz}^{-2}(v_{pn}^{-2} - v_{px}^{-2})}{v_{pn}^{-4}v_{px}^2x^2 + v_{pz}^{-2}z^2}x^2z^2, \quad (3.47)$$

onde $t_e(x)$ corresponde á parte elíptica definida no Capítulo 1, pela equação (1.74). Fowler (2003) reformulou a equação (3.47) com uma perturbação no termo $t_e(x)$ ($v_{px} = v_{pn}$). Assim escreve-o de forma equivalente esta aproximação como:

$$t^2(\mathbf{m}, x) \approx t_0^2 + \frac{x^2}{v_{pn}^2} + \frac{(v_{pn}^2 - v_{px}^2)x^4}{v_{pn}^2(v_{pn}^4 t_0^2 + v_{px}^2 x^2)}, \quad (3.48)$$

em que $t_0 = 2z/v_{pz}$. Utilizando as expressões (1.30), (1.61) e o parâmetro de anelipticidade η a aproximação (3.48) é reescrita como:

$$t^2(\mathbf{m}, x) = t_0^2 + \frac{x^2}{v_{pn}^2} - \frac{2\eta x^4}{v_{pn}^2 [v_{pn}^2 t_0^2 + (1 + 2\eta)x^2]}. \quad (3.49)$$

Esta expressão corresponde à aproximação acústica do tempo de reflexão sugerida por Alkhalifah e Tsvankin (1995) já apresentada no Capítulo 1. Note-se que para realizar os processos de inversão utilizando a aproximação (3.49), o vetor de parâmetros desconhecidos corresponde a

$$\mathbf{m} = (t_0, v_{pn}, \eta)^T. \quad (3.50)$$

Analogamente, substituindo as expressões (3.45) e (3.46) nas velocidades de grupo (3.30), (3.31) e atribuindo $s = 1/4(1 + \eta)$ obtemos as aproximações do tempo de reflexão propostas para um meio *VTI*:

$$t(\mathbf{m}, x) \approx t_e(x) \left[1 + \frac{sax^2}{2st_e^4(x) + ax^2} \right], \quad (3.51)$$

e

$$t(\mathbf{m}, x) \approx t_e(x) \left[1 + \frac{2s^2 t_e^4(x) ax^2 + 2sa^2 x^4}{4s^2 t_e^8(x) + 6st_e^4(x) ax^2 + a^2 x^4} \right], \quad (3.52)$$

onde

$$a = \left(\frac{v_{pz}^2}{v_{p1}^2 v_{p2}^2} - \frac{1}{v_{px}^2} \right) t_0^2. \quad (3.53)$$

Assumindo que $v_{p1} = v_{pz}$, $v_{p2} = v_{pn}$ e utilizando a expressão para a velocidade horizontal:

$$v_{px}^2 = (1 + 2\eta)v_{pn}^2, \quad (3.54)$$

a equação (3.53) pode ser reescrita como:

$$a = (Q - 1)v_{px}^{-2} t_0^2, \quad (3.55)$$

em que \mathbf{m} corresponde ao vetor de parâmetros:

$$\mathbf{m} = (t_0, v_{px}, Q)^T. \quad (3.56)$$

As aproximações (3.51) e (3.52) possuem menos operações aritméticas que a aproximação de Fomel (2004), obtida da velocidade de grupo *shifted hyperbola*, e não possuem a operação de

radiação. A precisão das aproximações proposta será comparada usando como modelo de subsuperfície, um folhelho com anisotropia forte (*Green Horn*), nos experimentos numéricos do Capítulo 5.

3.5 Aproximações para o tempo de reflexão em meios *TTI*

Para deduzir as aproximações do tempo de reflexão num meio com uma camada inclinada com anisotropia *TTI* ortogonal, isto é quando o ângulo de inclinação da camada é tomado como ângulo de simetria com a vertical $\theta = \phi$, nos reescrevemos as equações para um meio *VTI*, em função das

$$x' = 2H \operatorname{sen} \phi + x - x_s, \quad (3.57)$$

e

$$z' = 2H \cos \phi, \quad (3.58)$$

em que H é a distância perpendicular à superfície refletora inclinada, ϕ é o ângulo do mergulho do refletor e x_s é a posição da fonte, conforme é apresentado na Figura 3.2. A

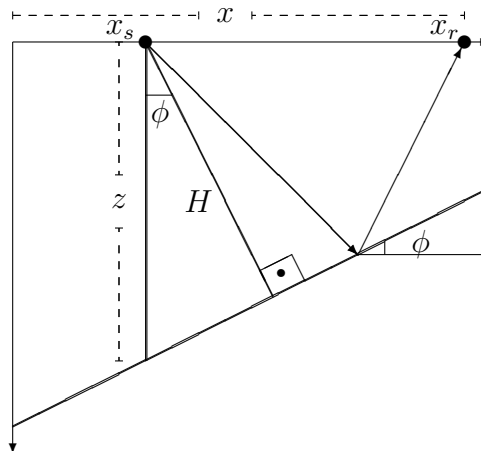


Figura 3.2: Geometria para o tempo de reflexão numa camada inclinada com anisotropia *TTI* ortogonal. x_s e x_r representam a posição da fonte e do receptor respectivamente. H representa a distância perpendicular à superfície refletora. ϕ é o ângulo de mergulho da camada.

velocidade *NMO* neste caso é difícil de explicitar porque é deduzida mediante a velocidade de fase a qual é representada por uma expressão algebricamente complicada. Por isto é conveniente assumir a aproximação de anisotropia fraca de Tsvankin (1995) para a velocidade *NMO* quando o eixo de simetria é perpendicular ao refletor inclinado

$$v_{pn}(\phi) = \frac{v_{pz}(\phi)}{\cos \phi} [1 + \delta + 2(\epsilon - \delta) \operatorname{sen}^2 \phi (1 + 2 \cos^2 \phi)]. \quad (3.59)$$

Foram comparadas as aproximações propostas com os tempos exatos utilizando-se o traçado de raios. Para tanto analisamos a mesma situação do experimento *Green Horn* de camadas planas descrito nos experimentos numéricos do capítulo 5 mas neste caso em camadas inclinadas.

3.6 Aproximações para o tempo de reflexão em meios ortorrômbicos

As aproximações propostas do tempo de reflexão supracitadas para um meio *VTI* podem ser reduzidas em função de dois únicos parâmetros: a velocidade *NMO* e o parâmetro η . Isto permite generalizar as aproximações do tempo de reflexão de meios *VTI* para meios ortorrômbicos reescrevendo as equações (3.51) e (3.52), respectivamente, em funções do ângulo de azimute α localizado entre a fonte e o receptor com relação a configuração de aquisição:

$$t(\mathbf{m}, x) \approx t_e(x) \left\{ 1 + \frac{2\eta(\alpha)t_0^2x^2}{[1 + 2\eta(\alpha)]v_{pn}^2(\alpha)t_e^4(x) + 4\eta(\alpha)t_0^2x^2[1 + \eta(\alpha)]} \right\}, \quad (3.60)$$

e

$$t(\mathbf{m}, x) \approx t_e(x) \left\{ 1 + \frac{2s^2(\alpha)t_e^4(x)a(\alpha)x^2 + 2sa^2(\alpha)x^4}{4s^2(\alpha)t_e^8(x) + 6s(\alpha)t_e^4(x)a(\alpha)x^2 + a^2(\alpha)x^4} \right\}, \quad (3.61)$$

em que $t_e(x)$ corresponde à equação (1.74), $s(\alpha) = 1/4[1 + \eta(\alpha)]$ e $a(\alpha) = 2\eta(\alpha)t_0^2/v_{px}^2$. As expressões da velocidade *NMO* e do parâmetro de anelipticidade nestas equações são propostas por, Xu et al. (2005):

$$v_{pn}^{-2}(\alpha) = \frac{\text{sen}^2(\alpha - \varphi)}{[v_{pn}^{(1)}]^2} + \frac{\text{cos}^2(\alpha - \varphi)}{[v_{pn}^{(2)}]^2}, \quad (3.62)$$

e

$$\begin{aligned} \eta(\alpha) &= \eta^{(1)} \text{sen}^2(\alpha - \varphi) + \eta^{(2)} \text{cos}^2(\alpha - \varphi) \\ &\quad - \eta^{(3)} \text{cos}^2(\alpha - \varphi) \text{sen}^2(\alpha - \varphi), \end{aligned} \quad (3.63)$$

onde φ é o azimute do plano de simetria $[x_1, x_3]$ do meio ortorrômbico (assumindo que um dos planos de simetria é horizontal) e os parâmetros $\eta^{(1)}$, $\eta^{(2)}$, $\eta^{(3)}$, $v_{pn}^{(1)}$ e $v_{pn}^{(2)}$ são dados por, sob a notação de Tsvankin (1997):

$$\eta^{(i)} = \frac{\varepsilon^{(i)} - \delta^{(i)}}{1 + 2\delta^{(i)}}, \quad \text{para } i = 1, 2, \quad (3.64)$$

$$\eta^{(3)} = \frac{\varepsilon^{(1)} - \varepsilon^{(2)} - \delta^{(3)}(1 + 2\varepsilon^{(2)})}{(1 + 2\varepsilon^{(2)})(1 + 2\delta^{(3)})}, \quad (3.65)$$

e

$$v_{pn}^{(i)} = v_{pz} \sqrt{1 + 2\delta^{(i)}}. \quad (3.66)$$

Estas aproximações se mantêm suficientemente precisas com seus respectivos valores *RMS* da velocidade *NMO* e do parâmetro de anelipticidade permitindo representar um meio ortorrômbico multi-camadas com orientação uniforme dos planos de simetria verticais (Xu et al., 2005). A precisão das aproximações proposta (3.60) e (3.61) serão comparadas usando dois modelos de subsuperfície, nos experimentos numéricos do Capítulo 5.

4

Tempo de Reflexão Não Hiperbólico na Análise de Velocidade de Dados Reais

Neste capítulo são aplicadas, para um dado real marinho 2D, duas metodologias que estimam a velocidade *NMO*, sem a necessidade da estimativa dos parâmetros anisotrópicos do meio. As duas metodologias utilizam as aproximações de Al-Chalabi (1974) e Castle (1994) para o tempo de reflexão. O objetivo é mostrar que mesmo quando o meio apresenta anisotropia é possível se estimar um modelo de velocidade *NMO* consistente sem o conhecimento dos parâmetros anisotrópicos do meio, com resultados melhores que a abordagem convencional.

4.1 Modelos matemáticos para o tempo de trânsito de ondas refletidas

Para um meio formado por duas camadas separadas por um refletor plano e o meio acima do refletor isotrópico homogêneo é dado pela equação (1.52) de Dix (1955). O tempo de reflexão em (1.52) descreve uma hipérbole simétrica em relação ao eixo do tempo, cujas assíntotas se interceptam na posição da fonte (origem do sistema de coordenadas). Para um meio formado por N camadas o tempo de reflexão da onda refletida gerada pela fonte é dada por (Taner e Koehler, 1969):

$$t_s^2 = C_0 + C_1x^2 + C_2x^4 + \dots + C_kx^{2k-2} + \dots \quad (4.1)$$

em que $C_0 = t_0^2$, $C_1 = 1/V_{rms}^2$, C_2, \dots são funções da espessura e da velocidade da onda nas camadas. A velocidade *RMS* é uma média das velocidades intervalares é dada por (Dix,

1955):

$$V_{RMS}^2 = \frac{\sum_{k=1}^N v_k^2 \Delta t_k}{\sum_{i=1}^n \Delta t_k}, \quad (4.2)$$

em que v_k é a velocidade intervalar e Δt_k é o tempo de reflexão duplo na k -ésima camada. Assim a velocidade RMS é uma média das velocidades das camadas acima do refletor. Considerando pequenos afastamentos, isto é, $x \ll z$, em que z é a profundidade do refletor, uma aproximação da equação do tempo de trânsito para um meio estratificado é dada por (Yilmaz, 1987):

$$t_c^2 = C_0 + C_1 x^2 = t_0^2 + \frac{1}{V_{RMS}^2}, \quad (4.3)$$

o subscrito refere-se à aproximação do tempo de reflexão. Em uma família CMP , os dados estão sob o efeito do *moveout* devido ao afastamento fonte receptor. A correção do *moveout* (Δt_{NMO}) é dada por:

$$\Delta t_{NMO} = t(x) - t_0. \quad (4.4)$$

As equações (1.52) e (4.3) são similares. Para um meio estratificado a velocidade da onda refletida é dada pela média RMS das velocidades das camadas acima do refletor e a velocidade necessária para corrigir o efeito NMO em um meio estratificado é feita igual a velocidade RMS , isto é: $V_{NMO} = V_{RMS}$.

A correção de NMO , equação (4.4), é tanto melhor quanto mais próximo a curva $t(x)$ estiver do tempo de reflexão observado. No processamento convencional, a estimativa da velocidade para a correção de NMO é baseada na equação (4.3). A equação do tempo de reflexão duplo em (4.3) é falha para dados de meios com algum grau de anisotropia e grandes afastamentos (comuns em aquisições onde o meio é anisotrópico). Na Figura 4.1 é mostrado o tempo de reflexão exato (curva roxa) e sua aproximação obtida da equação (4.3) (curva verde) para um modelo formado por um refletor plano que está a uma profundidade de $z = 0.5$ km . O meio acima do refletor é o folhelho *Greenhorn* com velocidade vertical da onda P , $v_{pz} = 3.094$ km/s e parâmetros de Thomsen $\varepsilon = 0.256$, $\delta = -0.051$ (Jones e Wang, 1981). De acordo com esta Figura 4.1, a aproximação do tempo de reflexão calculada em (4.3) possui valores inconsistentes com o tempo de reflexão exato para a razão afastamento/profundidade (x/z) seja maior que 2, esses resultados comprometem a correção de NMO , equação (4.4).

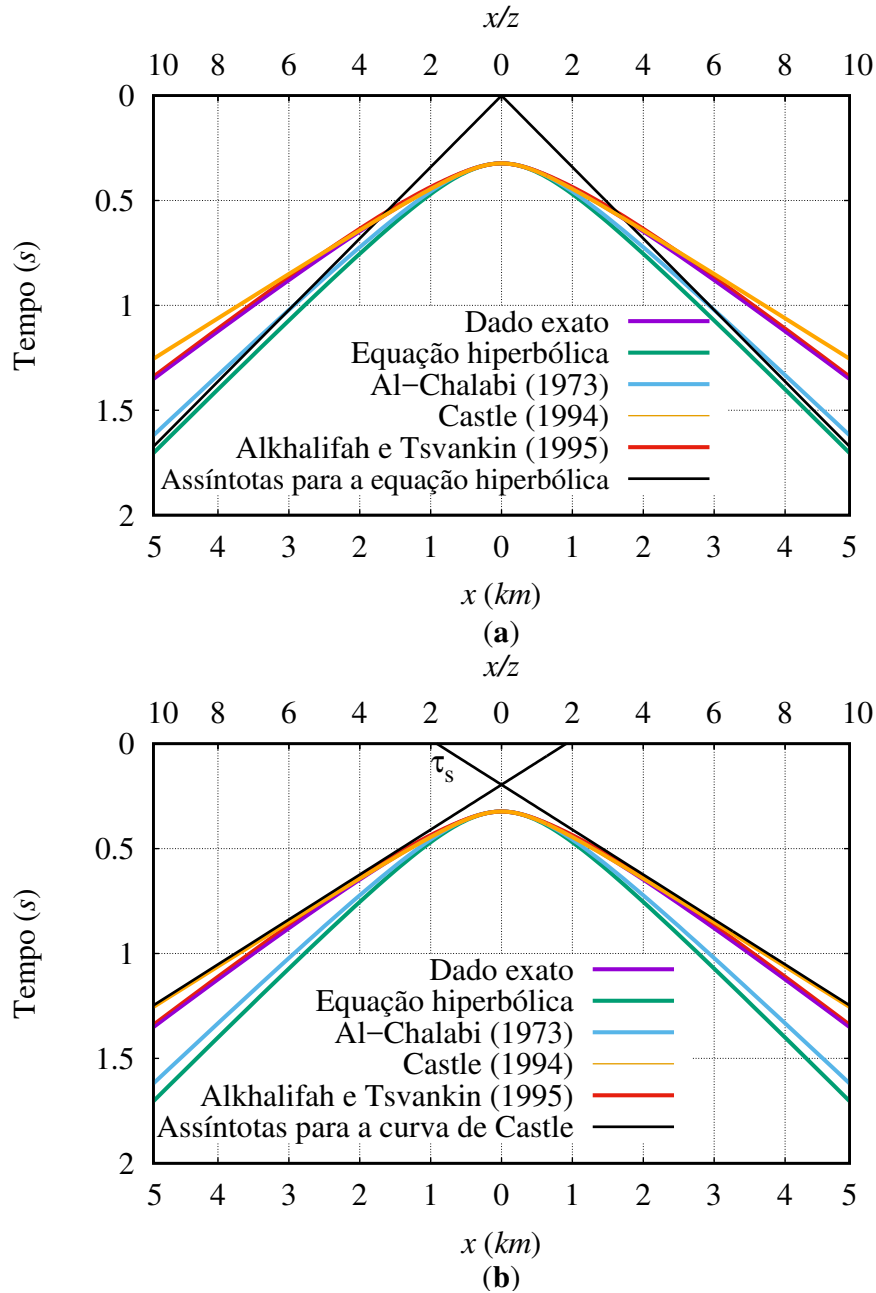


Figura 4.1: Tempo de trânsito da fonte ao receptor para um modelo com um refletor horizontal a uma profundidade de 0.5 km , cujo meio incidente é anisotrópico *VTI* (*Greenhorn*). No eixo horizontal, parte de baixo, afastamento e no topo, razão entre afastamento e profundidade do refletor. No eixo vertical, tempo de reflexão duplo. Nas Figuras são mostrados o tempo de reflexão exato, curva roxa, e as aproximações: convencional (equação 4.3) em verde, de Al-Chalabi (1974), em azul, de Castle (1994) em laranja e de Alkhalifah e Tsvankin (1995) equação (18) em vermelho. Em (a) são mostradas as assíntotas da aproximação convencional, retas em preto. E em (b) as assíntotas de Castle, retas em preto.

4.1.1 Abordagem de Al-Chalabi para aproximação do tempo de reflexão

A equação (4.3) pressupõe que a velocidade RMS seja igual a velocidade NMO , Al-Chalabi (1974), propõem um terceiro termo na equação (4.1) que permite incluir as características de um meio que possui a velocidade NMO diferente à velocidade RMS , com a seguinte condição:

$$C_3x^4 > 2(t_c^2 - t_s^2). \quad (4.5)$$

Nessa situação, o terceiro termo pode sobre corrigir a série na equação (4.1) e o resultado pode piorar com o truncamento de dois termos na aproximação do tempo de reflexão para um refletor real. Na prática, o valor de C_3x^4 é muito próximo do valor de $2(t_c^2 - t_s^2)$ o que faz o terceiro termo gerar resultados satisfatórios. Em Al-Chalabi (1974), tem-se ainda que a inclusão de um quarto termo pode ser desnecessária para a convergência da série.

Neste trabalho será referido de método de Al-Chalabi à estimativa da velocidade para correção NMO mediante a análise de velocidade utilizando a equação (4.1), truncada até o terceiro termo. O coeficiente deste termo na equação (4.1) é dado por:

$$C_3 = (a_2^2 - a_1a_3)/4a_2^4, \quad (4.6)$$

onde $a_i = 2 \sum_{k=1}^N V_k^{2i-3} h_k$ com $(i = 1, 2, 3, \dots)$ e h_k é a espessura da k -ésima camada.

4.1.2 Abordagem de Castle para aproximação do tempo de reflexão

Outra expressão matemática para a equação do tempo de reflexão é apresentada em Malovichko (1978), e utilizada por Castle (1994), conforme a equação:

$$t = \tau_s + \sqrt{\tau_0^2 + \frac{x^2}{\nu^2}} \quad (4.7)$$

em que τ_0 é expresso como

$$\tau_0 = \frac{t_0}{S}, \quad (4.8)$$

τ_s é o tempo de interseção das assíntotas com o eixo do tempo:

$$\tau_s = \tau_0(S - 1). \quad (4.9)$$

Ainda nas equações acima, t_0 é o tempo de reflexão de afastamento nulo e ν é uma variável auxiliar, de modo que

$$\nu^2 = SV_{RMS}^2. \quad (4.10)$$

S é chamado de fator deslocamento e é expresso como

$$S = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}. \quad (4.11)$$

O valor de μ_j , é chamado de momento ponderado do tempo e é expresso por

$$\mu_j = \frac{\sum_k^N \Delta\tau_k V_k^j}{\sum_k^N \Delta\tau_k}, \quad (4.12)$$

sendo V_k a velocidade intervalar e $\Delta\tau_k$ o tempo vertical da k -ésima camada. A Figura 4.1b ilustra a geometria da equação (4.7), com o mesmo modelo da Figura 4.1a, de um refletor horizontal num meio anisotrópico. A aproximação (4.7) descreve uma hipérbole deslocada simétrica em relação ao eixo do tempo, suas assíntotas se encontram no ponto $(x = 0, t = \tau_s)$. A Figura 4.1b também mostra as curvas de aproximação de tempo de reflexão: de Al-Chalabi (1974) (em azul), Alkhalifah e Tsvankin (1995) (equação (18) nesse artigo, em vermelho), esta dependente do parâmetro anisotrópicos do meio, η , e Castle (1994) (em laranja). De acordo com a Figura 4.1b, pode-se observar a equivalência entre as aproximações de Castle, 1994, e a de Alkhalifah e Tsvankin (1995), com o tempo de reflexão exato para valores da relação afastamento-profundidade de até $x/z < 4$. Na faixa $4 < x/z < 6$ ainda que a aproximação de Castle (1994) apresente resultados distintos do dado exato essa diferença é pequena e ainda nessa faixa os resultados dessa aproximação podem ser considerados razoáveis. Para valores de x/z maiores que 6, a aproximação de Castle, 1994, é falha. Já a aproximação de Alkhalifah e Tsvankin (1995), apresenta resultados melhores que a aproximação de Castle (1994), entre tanto, como já foi mencionado, a utilização da aproximação do tempo de reflexão apresentada em Alkhalifah e Tsvankin (1995), necessita da estimativa do parâmetro de anelipticidade como é apresentado por Ortega et al. (2018). Ainda na Figura 4.1b verifica-se que para valores da relação x/z menores que 2 a aproximação de Al-Chalabi (1974), apresenta comportamento próximo ao tempo de reflexão medido, o que já era esperado para pequenos afastamentos. Outros testes foram feitos considerando o meio com um grau de anisotropia fraco ($<10\%$ conforme Thomsen (1986)) apresentam mesmo comportamento com melhor precisão em relação ao tempo de reflexão observado.

De acordo com os resultados da Figura 4.1, a estimativa da velocidade a partir da aproximação apresentada em Castle (1994), mostra resultados satisfatórios quando o meio apresenta um grau de anisotropia moderado, em torno de 20% segundo parâmetros de Thomsen (1986) e dados cujo a relação x/z tem valor 4. Considerando que em reservatórios de hidrocarboneto convencionais: a profundidade destes reservatórios alcança até 5 *km* no máximo

(em situações excepcionais ele pode chegar a 9 *km*) e que sua anisotropia não é superior a 20% segundo parâmetros de Thomsen (1986). Para levantamentos com afastamentos superiores a 2 *km* a razão x/z é inferior a 4. Assim, é razoável na estimativa da velocidade, nestes casos, considerar a abordagem apresentada em Castle (1994), mesmo para meios com anisotropia ao invés da abordagem convencional, pois além de produzir resultados melhores ainda se tem a vantagem de não ser necessário o conhecimento dos parâmetros de anisotropia do meio.

Para comprovar isso, as metodologias: convencional, de Castle (1994), e de Al-Chalabi (1974), foram aplicadas a um dado real marinho 2-D da bacia do Jequitinhonha, cujo lanço é superior a 2 *km*. Estamos fazendo o pressuposto de que estes dados são de um meio com anisotropia *VTI*, baseados no comportamento da razão afastamento-profundidade (Tsvankin e Thomsen, 1994).

Estiramento em dados sísmicos anisotrópicos

A presença de anisotropia sísmica *VTI* produz distorções significativas nas imagens sísmicas, obtidas a partir das velocidades da análise de velocidade convencional. A correção de *NMO* neste tipo de meio produz distorções nas frequências, chamadas de estiramento (ou *stretching*), que se manifesta de forma significativa em grandes afastamentos ($x/z > 1$), eventos rasos de baixa velocidade e meios com anisotropia. Isso ocorre porque a velocidade horizontal v_{px} , neste tipo de meio, é mais rápida do que a velocidade vertical v_{pz} e, de fato, mais rápida do que a velocidade *NMO* v_{pn} . Isso significa que, se corrigimos este estiramento de forma hiperbólica, corrigimos demais, tornando o *stretching* mais evidente. Uma solução para este problema é remover os traços sobrecorregidos e empilhar os demais, obtendo-se assim uma imagem, que contudo, não irá fornecer uma informação mais completa. Este estiramento não é diagnóstico de anisotropia na subsuperfície já que camadas isotrópicas podem produzir efeitos semelhantes. Mas consideramos válido utilizar uma equação para o tempo de reflexão que tem um comportamento assintótico correto em afastamentos pequenos e grandes para a análise de velocidade.

Para ilustrar a análise supracitada foram utilizados dos *CDPs* sintéticos gerado dos modelos da Tabela 4.1, utilizando o pacote de processamento sísmico *SU*.

Observe na Figura 4.2b que o comportamento não-hiperbólico das reflexões não é claro a simples vista em dados brutos, mas é muito claro quando a mudança hiperbólica nos afastamentos próximos foi removida; veja a Figura 4.2b. A forma da mudança nesta exibição é frequentemente chamada de "*hockey stick*", nomeado assim, pela similitude com uma peça de equipamento de um esporte popular nos estados do norte dos Estados Unidos. Note que

Tabela 4.1: Velocidades verticais e parâmetros de anisotropia para dois modelos de camadas planas. As amostras correspondem ao artigo de Thomsen (1986).

z (m)	Modelo isotrópico		Modelo anisotrópico	
	v_{pz} (m/s)	η	v_{pz} (m/s)	η
0.4	2.074	0	2.074	0.017
0.9	2.745	0	2.745	0.104
1.5	3.688	0	3.688	0.022
2.2	3.962	0	3.962	0.175

o estiramento não é diagnóstico de anisotropia na subsuperfície já que camadas isotrópicas podem produzir efeitos semelhantes.

No resultado da correção de *NMO* do *CDP* da Figura 4.1b dizemos que a anisotropia se distingue como isotropia já que a anisotropia está implícita dentro da expressão $v_{pn} = v_{pz}\sqrt{1 + 2\delta}$. Com o método convencional de análise de velocidade não podemos encontrar os valores v_{pz} e δ separadamente apenas a combinação chamada velocidade *NMO*. Se tentarmos usar esta velocidade para prever a profundidade z do refletor, obtemos um erro de tempo-profundidade porque a velocidade que precisamos é a velocidade vertical v_{pz} .

4.2 Estimativa da velocidade para um dado real anisotrópico

A Bacia do Jequitinhonha está localizada na porção nordeste da margem leste brasileira, no litoral sul do Estado da Bahia, em frente a foz do Rio Jequitinhonha (ver Figura 4.3). Ocupa uma área de cerca de 10.100 km^2 , dos quais 9.500 km^2 são submersos 7.000 km^2 até 1000 m de lâmina da água e 2.500 km^2 entre 1000 e 2000 m . Esta bacia está posicionada sobre a borda sul do Cráton de São Francisco, sendo constituída por terrenos predominantemente granulíticos, total ou parcialmente retrabalhados no ciclo transamazônico (Santos et al., 1994).

A linha estudada é identificada como 0214-0270. Esta fez parte de uma aquisição cuja extensão na superfície é de 27625 m é do tipo *dip*, na região de quebra do talude entre a plataforma continental e a oceânica, Figura 4.3 retirada de ANP (2018). A aquisição realizada na linha 0214-0270 foi do tipo *mariner tower streamer*, cujo lanço, era de 3125 m com 120 canais. Detalhes da geometria de aquisição estão na Tabela 4.2. A partir dos dados podemos ver que as velocidades das primeiras reflexões ocorrem entre 1700 e 2000 m/s , no tempo de zero afastamento $t_0 = 850 \text{ ms}$. Isso me permite calcular uma profundidade

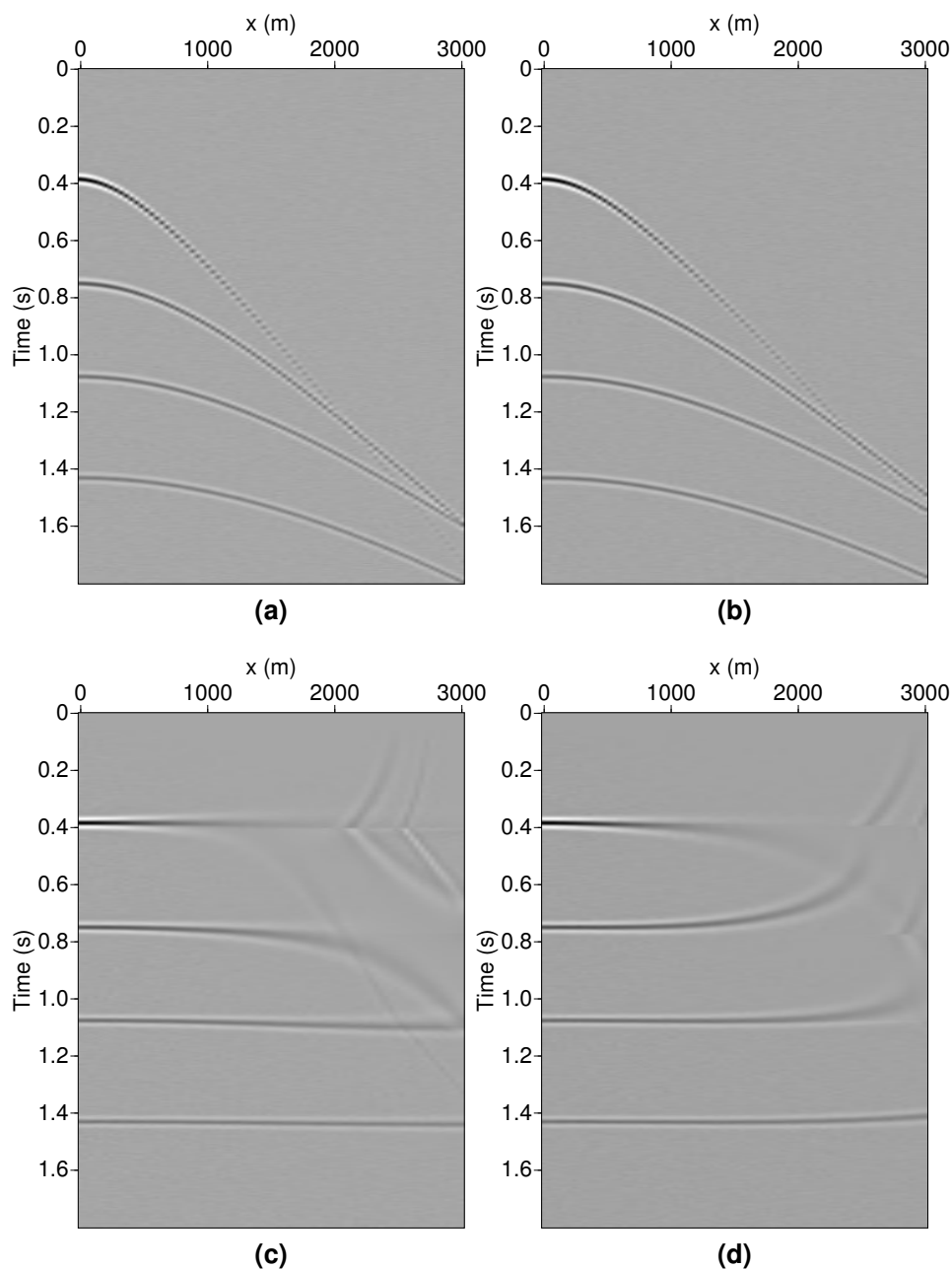


Figura 4.2: (a) *CDP* associado ao modelo isotrópico da Tabela 4.1. (b) *CDP* associado ao modelo anisotrópico da Tabela 4.1. (c) *CDP* depois da correção de *NMO* isotrópica do *CDP* (a). (d) *CDP* depois da correção de *NMO* isotrópica do *CDP* (b).

aproximada de $z = 0.5t_0v = 722.5 \text{ m}$, utilizando o afastamento máximo da linha sísmica marinha, podemos afirmar que a relação afastamento-profundidade ($x/z = 4.3$) é maior que 0.2, portanto, verifica-se que os dados tem um comportamento não hiperbólico.

O processamento convencional da linha é mostrado no fluxograma da Figura 4.4 foi realizado até a etapa de empilhamento. Antes da análise de velocidade deve ser realizado

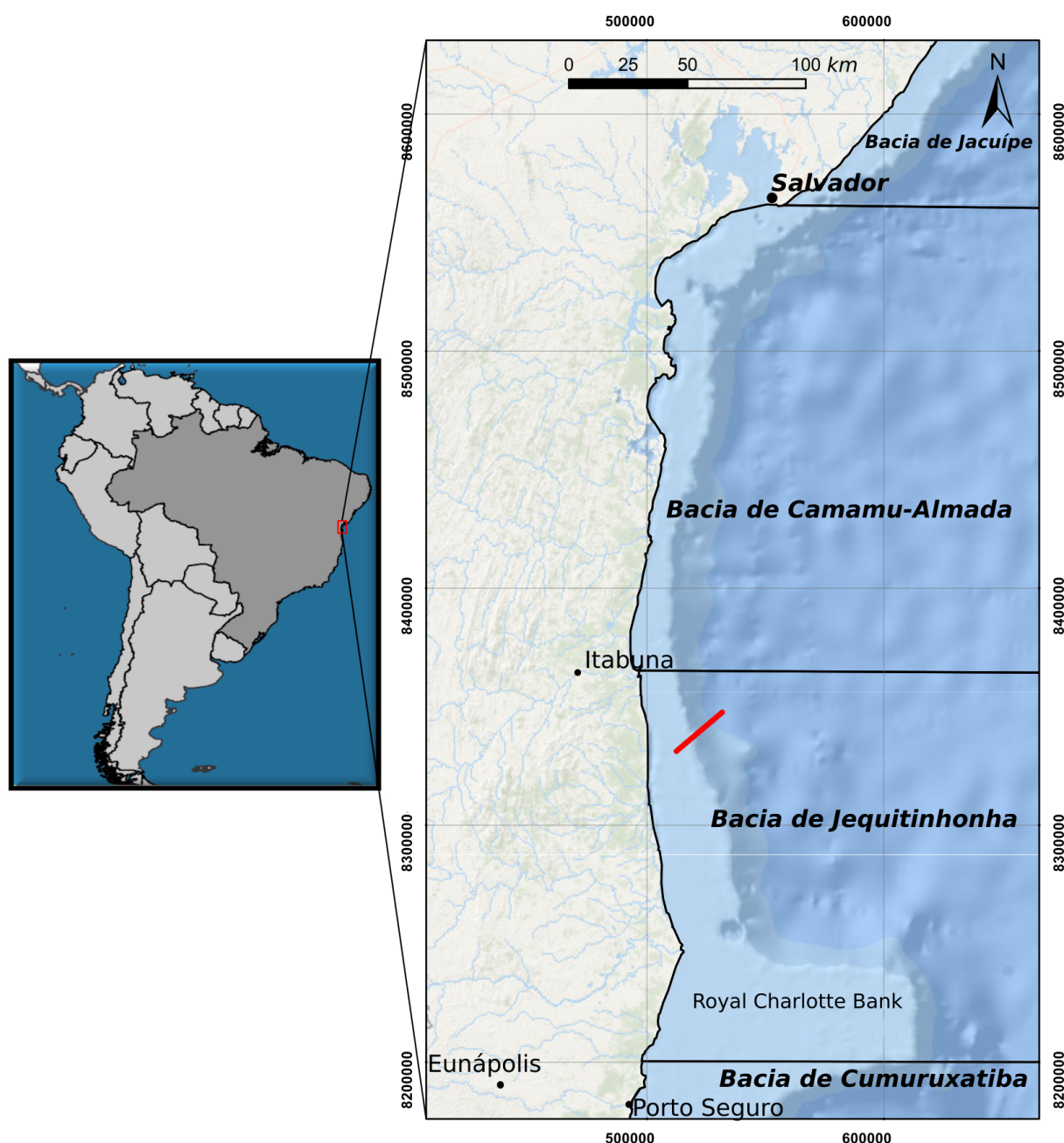


Figura 4.3: Mapa indicando a localização da Bacia de Jequitinhonha. A linha indicada no mapa na cor vermelha pertence a linha 0214-270, situa-se na região de quebra do talude, entre a plataforma continental e a oceânica, retirado com modificações de ANP (2018).

um processamento extra para a atenuação de múltiplas de superfície livre, presentes no dado marinho. Esse processamento não foi aplicado neste dado, porque o nosso objetivo é observar o efeito da sobrecorreção nos dados, mas sugerimos aplicar o fluxo de atenuação de múltiplas apresentado em Oliveira e Gomes (2013) onde é aplicado a filtragem Radon combinada com *SRME* (*Surface-Related Multiple Elimination*). Ainda na Figura 4.4, na etapa de análise de velocidade para a correção *NMO*, se aplicou as três abordagens para a estimativa da

Tabela 4.2: Geometria de aquisição da linha sísmica 0214-0270 na Bacia do Jequitinhonha.

Descrição do parâmetro	Valor utilizado
Número de fontes	981
Distância entre fontes	25 <i>m</i>
Número de canais	120
Distância entre canais	25 <i>m</i>
Afastamento mínimo	150 <i>m</i>
Afastamento máximo	3125 <i>m</i>
Tempo de registro	5 <i>s</i>

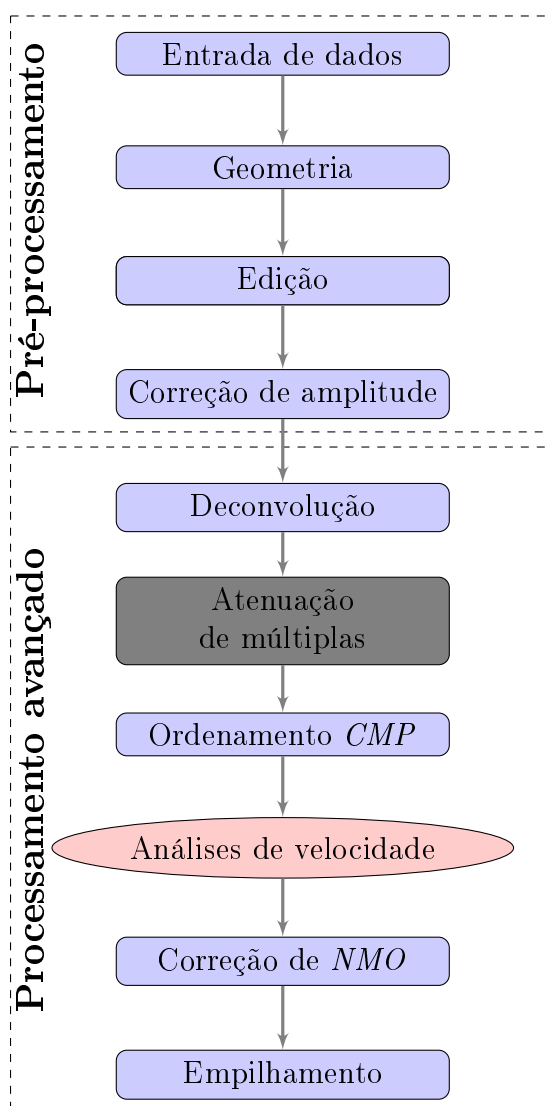


Figura 4.4: Fluxo de processamento da linha marinha 0214-0270 da Bacia do Jequitinhonha.

velocidade *NMO*: análise convencional, segundo a equação (4.3), a formulação apresentada em Al-Chalabi (1974) equação (4.1) até o terceiro termo e a formulação apresentada em

Castle (1994) equação (4.7).

Nas Figuras de 4.5 a 4.7 são mostrados para a família *CMP* 977, o espectro de velocidade com a curva das velocidades selecionadas e a correção da família considerando a velocidade estimada. Não foi aplicado o *muting* nos resultados após a correção de *NMO* para que os efeitos da correção segundo cada estimativa de velocidade, fossem observados.

Na aplicação da abordagem tradicional para a estimativa da velocidade, como resultado da correção de *NMO*, ocorrem distorções nas frequências. Como é mostrado no dado sobre-corrigido para grandes afastamentos e eventos rasos na Figura 4.5. Para a abordagem de Al-Chalabi (1974) o resultado da correção *NMO* mostra uma melhora no estiramento, mas o dado aparece agora subcorrigido para grandes afastamentos (Figura 4.7).

A abordagem de Castle (1994) é mostrada na Figura 4.6, junto com o resultado da correção *NMO*. Na comparação das Figura de 4.5 a 4.7, a estimativa da velocidade segundo Castle (1994) apresenta melhores resultados. Nas Figuras 4.8 a 4.10 são mostrados os resultados as seções empilhadas do dado partir da velocidade estimada segundo a abordagem tradicional, Figura 4.8, a de Al-Chalabi (1974) Figura 4.10, e de Castle (1994) Figura 4.9. Na comparação dos resultados, novamente verifica-se que a seção empilhada segundo a metodologia de Castle (1994), apresenta melhores resultados, uma vez que para os refletores mais rasos: tem-se sua maior preservação e continuidade lateral. Desta forma é possível fazer a estimativa da velocidade, com resultados melhores que os obtidos no processamento convencional, sem o conhecimento dos parâmetros de anisotropia do meio através da utilização da abordagem de Castle. Neste trabalho para um dado real marinho 2D, são aplicadas metodologias para a estimativa da velocidade para correção *NMO*. O meio é considerado anisotrópico e apresenta levantamento com grandes afastamentos. O procedimento natural seria a estimativa da velocidade segundo metodologia apresentada em Tsvankin e Thomsen (1994), entretanto a mesma requer que os parâmetros anisotrópicos do meio sejam conhecidos, informação em geral não disponível. Como uma alternativa foram testadas três abordagens para a estimativa da velocidade, a primeira convencional, a estimativa é feita considerando a curva de tempo de reflexão hiperbólica, as duas outras abordagens consideram a curva não hiperbólica para o tempo de reflexão (Al-Chalabi, 1974, e Castle, 1994). Os melhores resultados foram obtidos com a abordagem de Castle (1994). Assim, de acordo com os testes mostrou-se que, para um meio anisotrópico, é possível estimar a velocidade *NMO* sem o conhecimento dos parâmetros de anisotropia deste meio com resultados melhores que os obtidos na abordagem convencional. Além disso, mostrou-se que para meios com grau moderado de anisotropia a utilização da abordagem de Castle apresenta resultados razoáveis para valores da razão x/z de até 4.

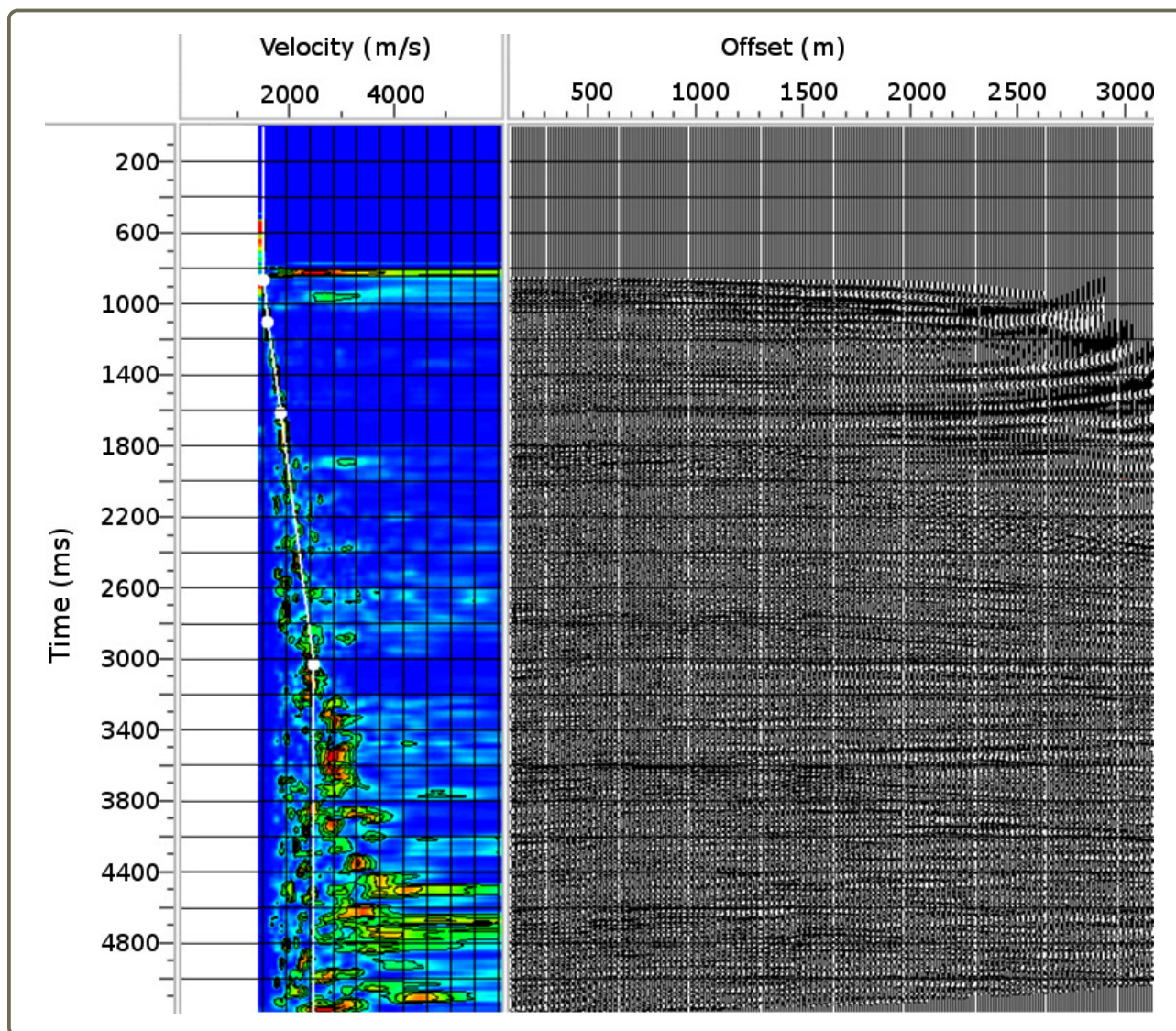


Figura 4.5: Para a família *CMP* 977, espectro de velocidade e respectiva correção de *NMO*, utilizando a velocidade estimada, pontos na curva branca, usando a aproximação hiperbólica para o tempo de reflexão, equação (4.3).

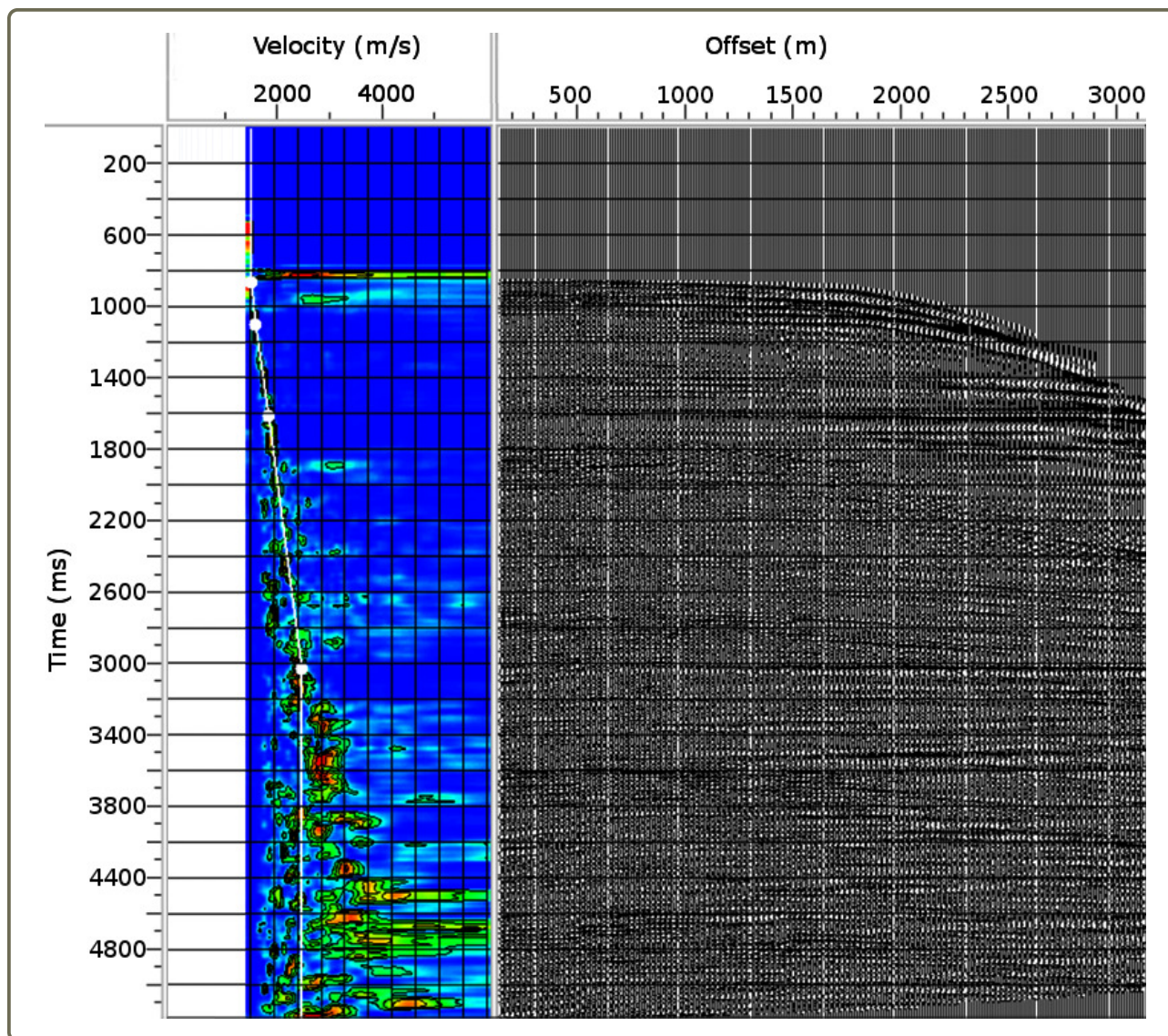


Figura 4.6: Para família *CMP* 977, espectro de velocidade e respectiva correção de *NMO*, utilizando a velocidade estimada (pontos na curva branca) a partir da aproximação não hiperbólica de Castle (1994).

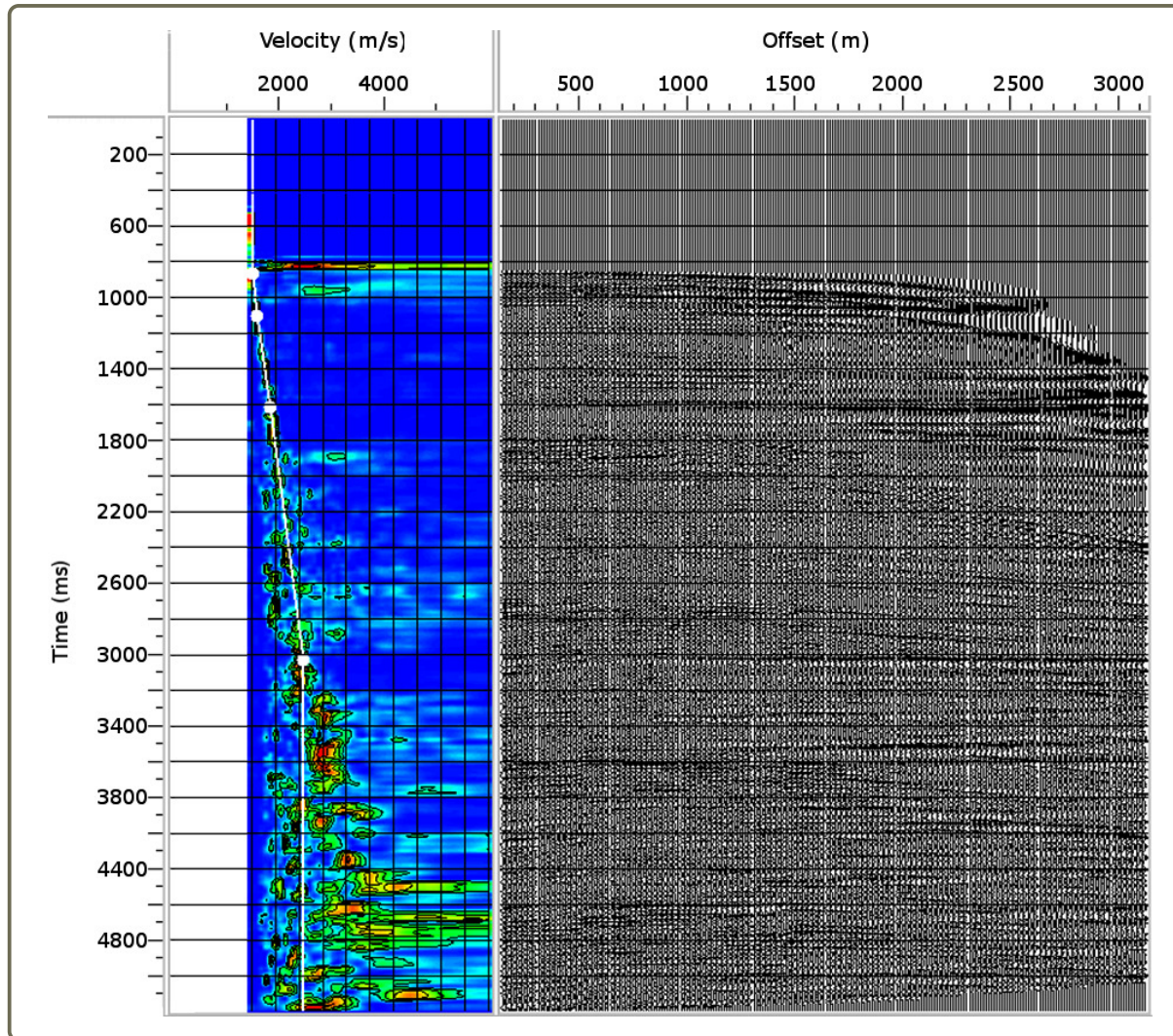


Figura 4.7: Para família CMP 977, espectro de velocidade e sua a respectiva correção de *NMO*, utilizando a velocidade estimada (pontos na curva branca) a partir da aproximação não hiperbólica de Al-Chalabi (1973).

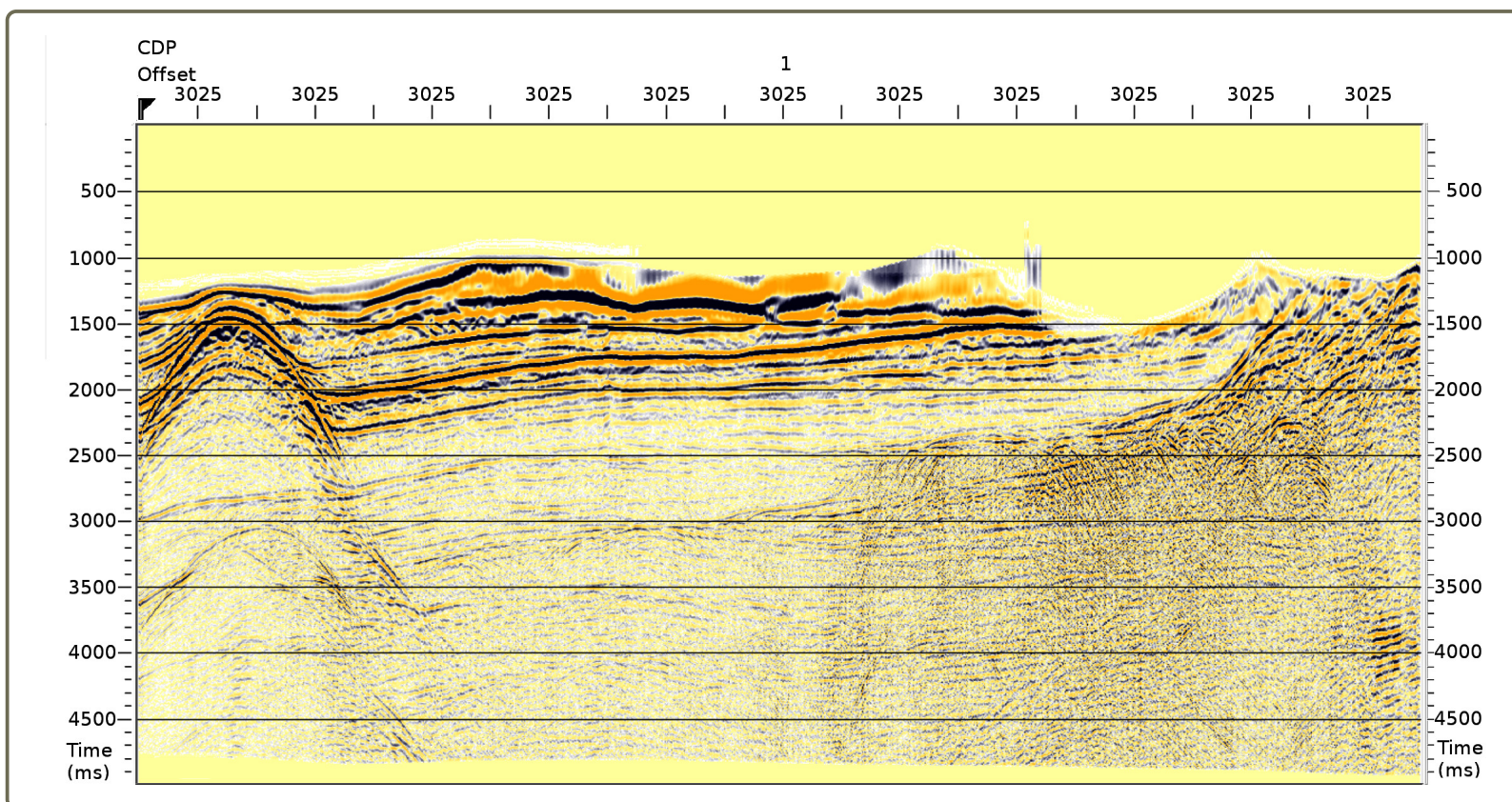


Figura 4.8: Seção sísmica empilhada. A velocidade *NMO* foi estimada através da análise de velocidade convencional.

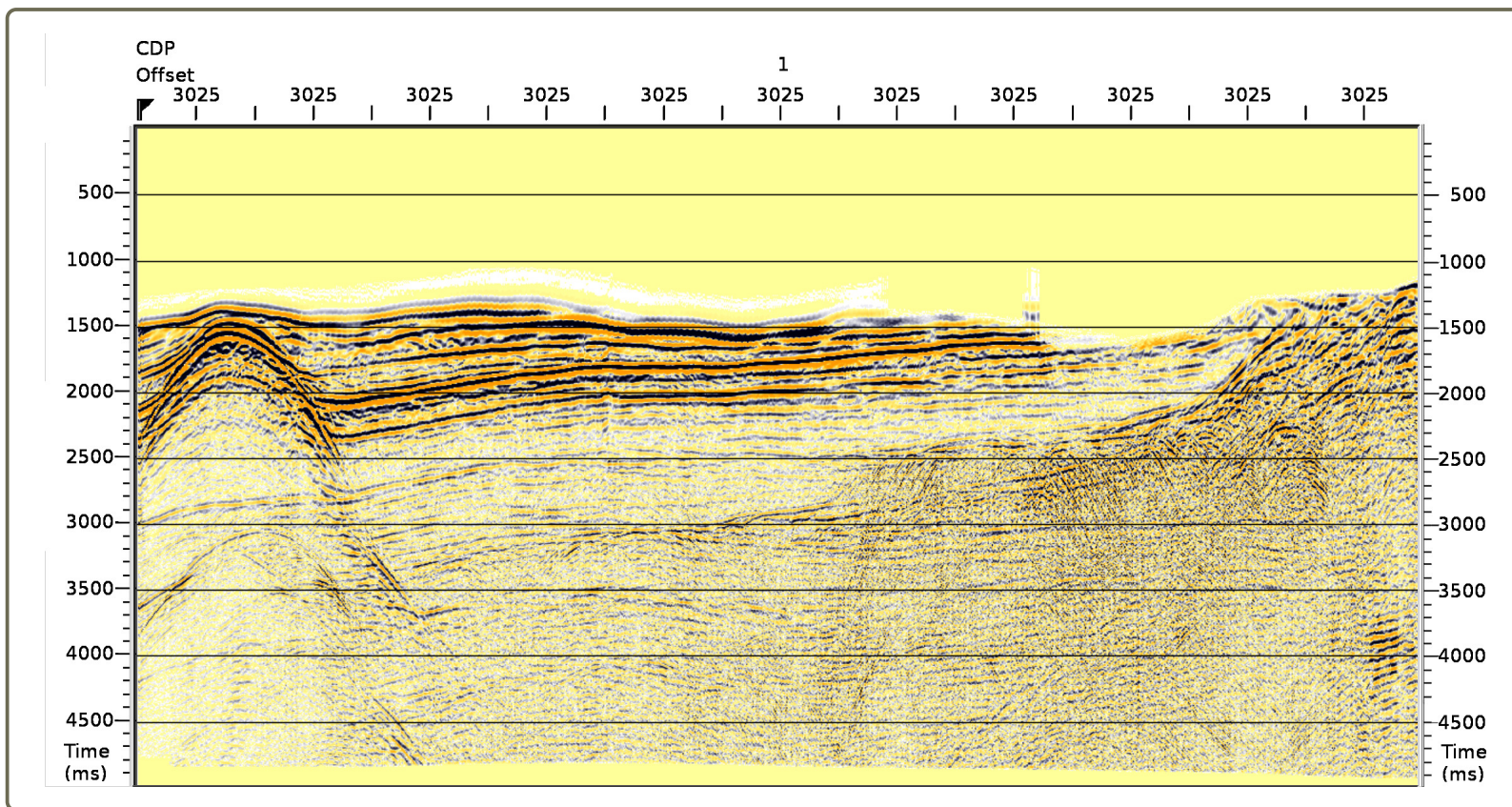


Figura 4.9: Seção sísmica empilhada. A velocidade *NMO* foi estimada através do método de Castle (1994). Note-se a melhor resolução e continuidade de refletores entre 1500 e 2000 ms.

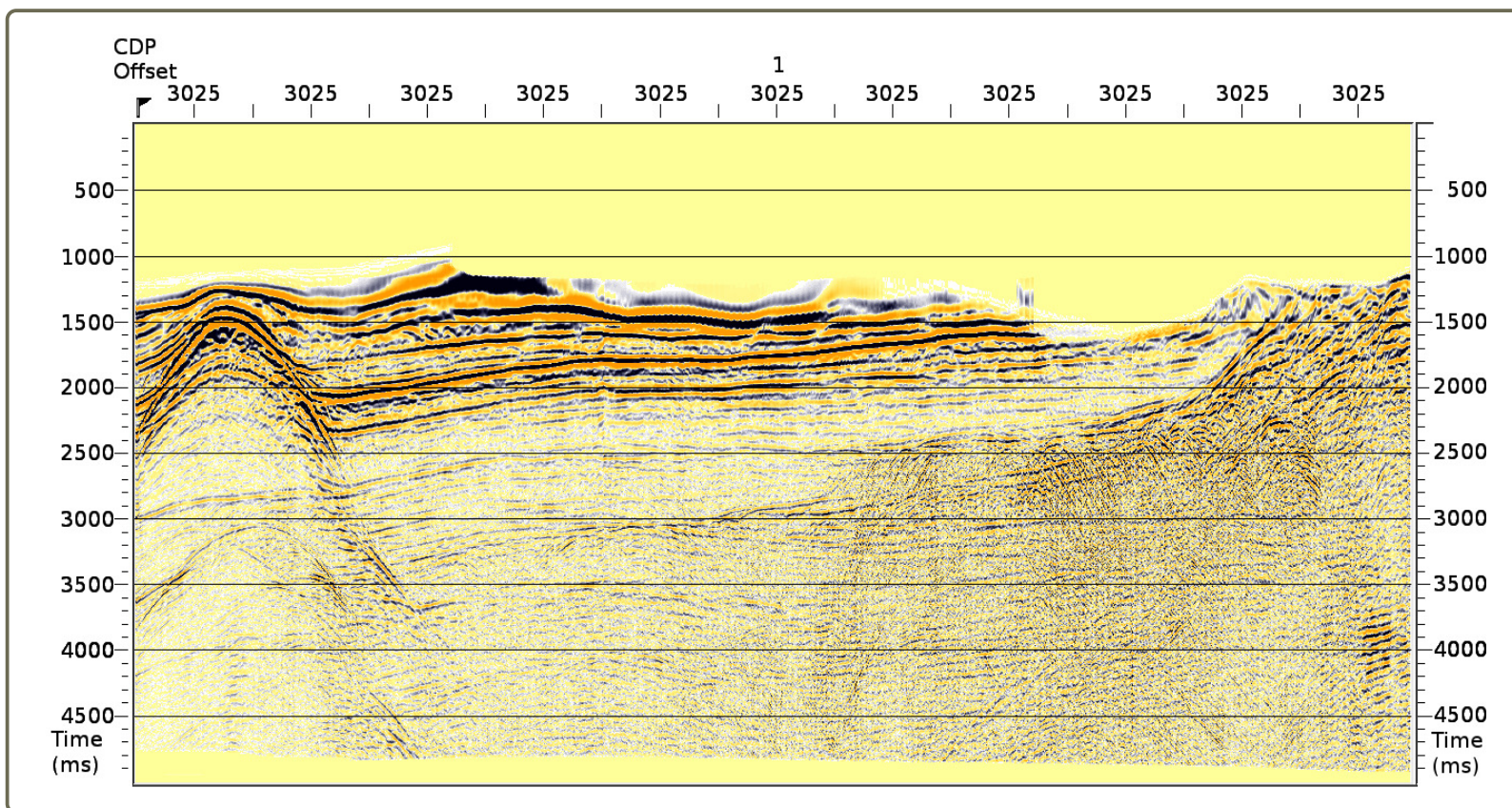


Figura 4.10: Seção sísmica utilizando a estimativa da velocidade NMO com uma análise de velocidade pelo método de Al-Chalabi.

5

Experimentos Numéricos

Neste capítulo mostramos a implementação da teoria estudada, começando, pela comparação das aproximações atuais e propostas do tempo de reflexão e das velocidades da onda (fase e grupo). A equação utilizada para esta comparação corresponde ao erro relativo:

$$e_r = \left| \frac{f_{obs}(\mathbf{m}, x) - f(\mathbf{m}, x)}{f_{obs}(\mathbf{m}, x)} \right| \times 100, \quad (5.1)$$

onde $f_{obs}(\mathbf{m}, x)$ representa a função exata estudada e $f(\mathbf{m}, x)$ é a aproximação correspondente para esta função. Utilizaremos a velocidade de grupo proposta no algoritmo de tomografia da seção 3.3.1. Verificaremos o comportamento do algoritmo de inversão desenvolvido, no Capítulo 2, utilizando as nossas aproximações do tempo de trânsito na reconstrução das distribuições bidimensionais da velocidade vertical da onda P e dos parâmetros de Thomsen, a partir da regularização do método, para inferir estruturas geológicas correspondentes. Faremos experimentos em amostras com vários graus de anisotropia e validaremos os resultados das estimativas. Utilizaremos a migração em profundidade de modelos sintético de várias camadas com anisotropia VTI para validar as estimativas.

5.1 Aproximações atuais para o tempo de reflexão em meios VTI

Comparamos as aproximações para o tempo de reflexão $t(\mathbf{m}, x)$ citadas na seção 1.3 com os tempos exatos de reflexão $t_{obs}(\mathbf{m}, x)$ a partir da equação de erro relativo 5.1. Os tempos exatos foram extraídos de um sismograma adquirido de uma camada, gerado por traçado de raios, utilizando o pacote de processamento sísmico SU . A camada está em uma profundidade

$z = 0.6 \text{ km}$ e o afastamento máximo no sismograma é de $x = 2.6 \text{ km}$. A relação afastamento-profundidade x/z nas comparações é apresentado nas Figuras do experimento. A velocidade vertical da onda P e os parâmetros de Thomsen das amostras para a modelagem dos tempos estão na Tabela 5.1. Note que as amostras *Dog Creek* de Thomsen (1986) e *Green Horn* apresentam uma das mais fortes anisotropias já encontradas em rochas. Note que a amostra *Mesaverde* de Thomsen (1986) é quase isotrópica.

Tabela 5.1: Velocidades verticais da onda P e parâmetros de anisotropia das amostras estudadas.

Parâmetro	Folhelho <i>Green Horn</i>	Arenito <i>Dog Creek</i>	Arenito imaturo <i>Mesaverde</i>
$v_{pz} \text{ (km/s)}$	3.094	1.875	4.476
ε	0.256	0.225	0.097
δ	-0.050	0.100	0.091
η	0.341	0.129	0.005

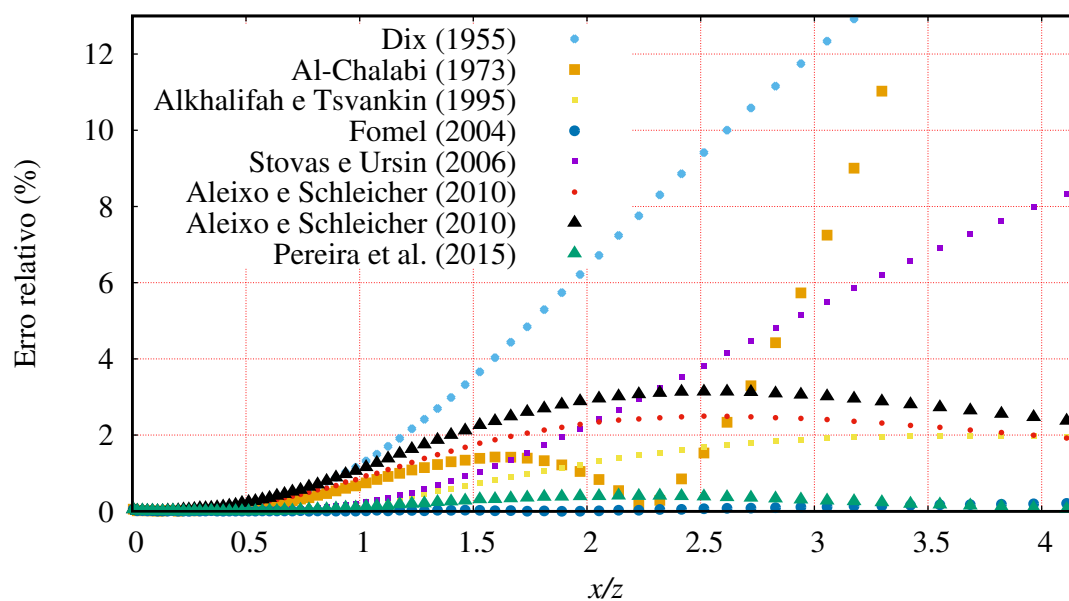


Figura 5.1: Erro relativo das aproximações do tempo de reflexão para a amostra *Green Horn*.

Observamos que, a aproximação (1.54) que usa $S = 1 + 8\eta$, apresenta um erro maior em comparação às aproximações propostas por Alkhalifah e Tsvankin (1995), Fomel (2004), Aleixo e Schleicher (2010) e Pereira et al. (2015). Nos três experimentos a precisão das aproximações de Fomel (2004) e Pereira et al. (2015) são semelhantes e boas para valores altos de anisotropia, como no caso de *Green Horn* e *Dog Creek*. Para valores baixos, como é apresentado na Figura 5.3 vemos que a aproximação Fomel (2004) é a melhor de todas,

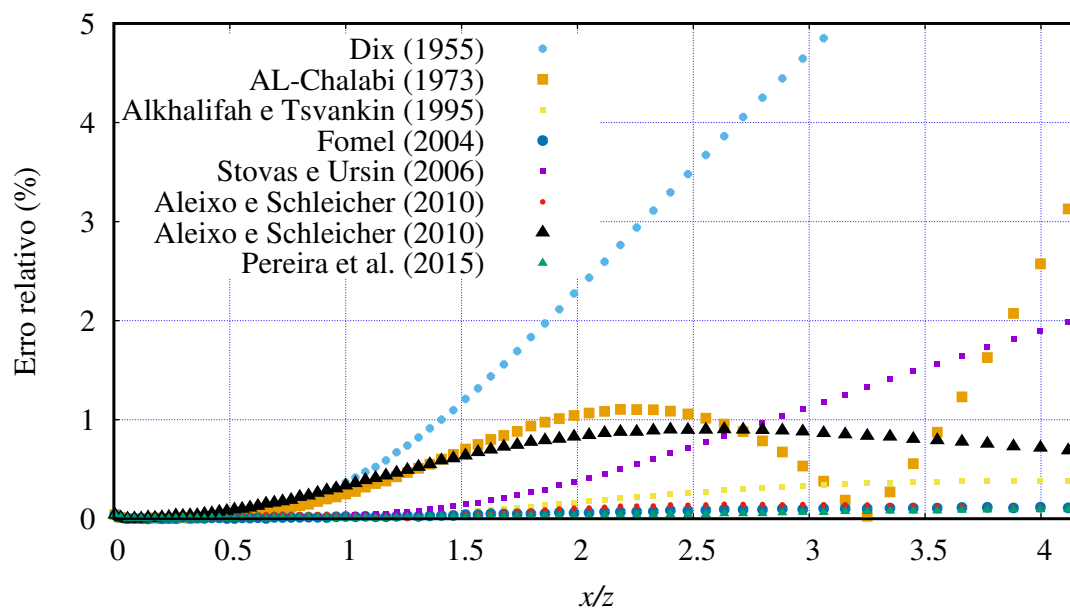


Figura 5.2: Erro relativo das aproximações do tempo de reflexão para a amostra *Dog Creek*.

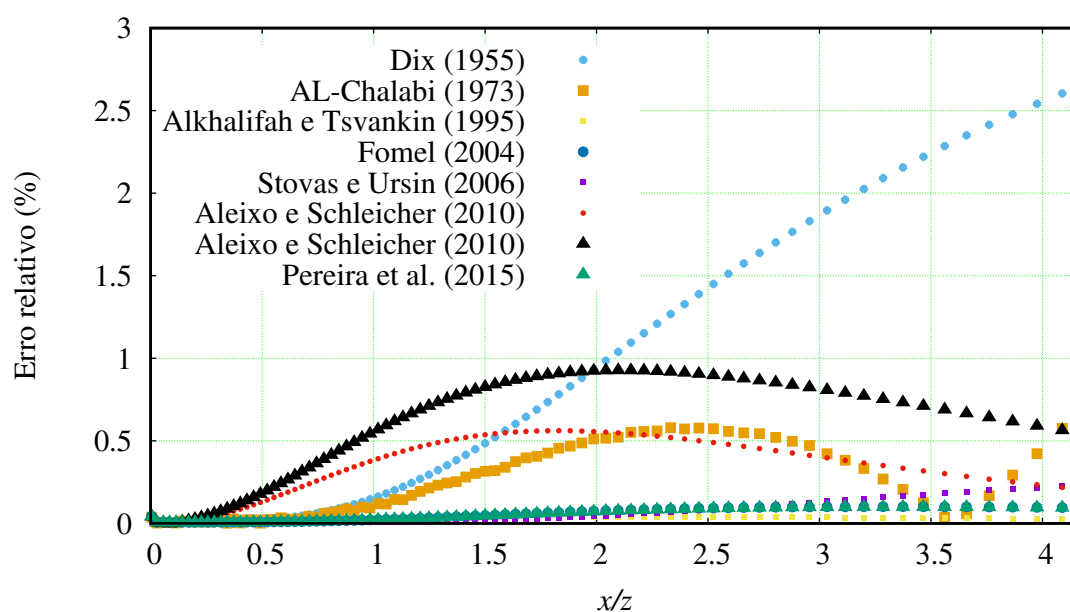


Figura 5.3: Erro relativo das aproximações do tempo de reflexão para a amostra *Mesaverde*.

com um erro nunca excedendo o 1% nos três modelos. Note na Figura 5.3, que todas as aproximações têm um comportamento similar ao tempo de reflexão exato em comparação com as Figuras 5.1 e 5.2. Este comportamento se dá devido aos valores próximos a zero dos parâmetros de Thomsen na amostra *Mesaverde*. Observe que as melhores aproximações são alcançadas com as aproximações de Pereira et al. (2015) e Fomel (2004), as quais tem uma

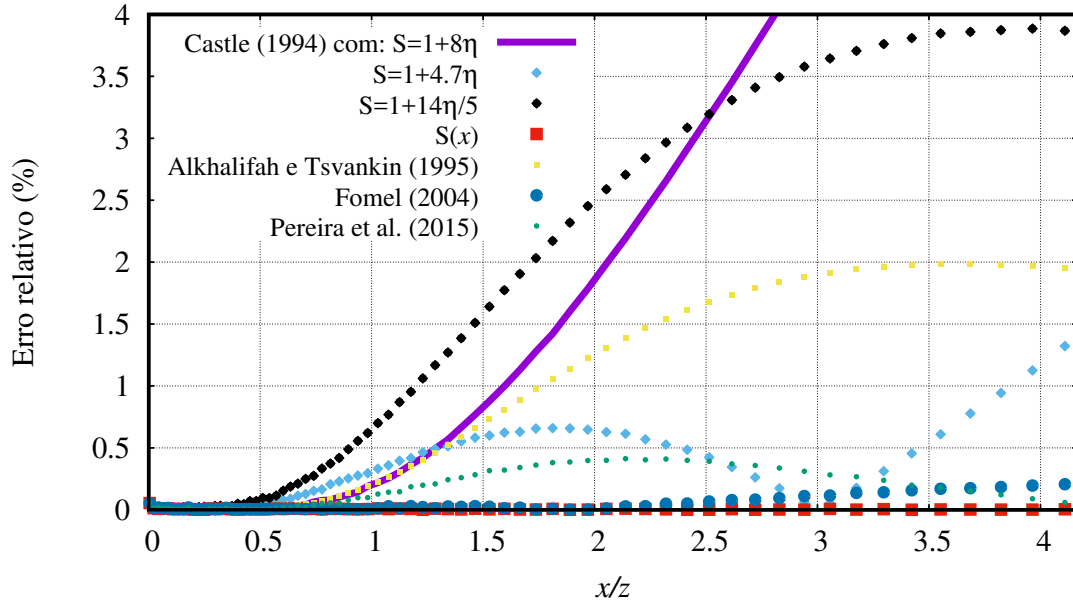


Figura 5.4: Erro relativo das aproximações do tempo de reflexão para a amostra *Green Horn* e o resultado da alteração do valor S na equação (1.54).

expressão pouco linear em relação aos parâmetros de anisotropia. Observamos que é possível reduzir o erro da aproximação da hipérbole deslocada de Malovichko (1978) alterando o valor de S , assim, a tornaremos mais precisa do que a clássica equação para meios anisotrópicos de Alkhalifah e Tsvankin (1995). A Figura 5.4 mostra o resultado da alteração do valor de 8 na equação (1.71), o qual é obtido mediante simulações de inversão. A aproximação que utiliza o termo $S(x)$, equação de Castle (1994), permite um melhor ajuste das curvas de tempo de trânsito, ela é difícil de aplicar na prática. Ainda mais, esta equação depende efetivamente de três parâmetros de não hiperbolicidade.

5.2 Comparação das aproximações propostas

Nesta seção, comparamos as aproximações encontradas na literatura das velocidades da onda sísmica (fase e grupo) e o tempo de reflexão com as aproximações propostas. Esta comparação é feita em um meio *VTI* homogêneo acima de um refletor plano com sua correspondente representação exata utilizando a expressão (5.1). Uma comparação do comportamento das aproximações em modelos homogêneos com diferentes graus de anisotropia também está incluída. Esta experiência mostra que o erro das aproximações é maior quando aumenta a anisotropia no meio.

5.2.1 Velocidades de fase e grupo

Foram comparadas as expressões exatas das velocidades de fase representada pela equação (1.17) e a velocidade de grupo expressada pela equação (1.50) com as aproximações propostas junto às aproximações mais recentes e precisas encontradas na literatura. Para esta comparação, utilizamos como modelo litológico a amostra conhecida como folhelho *Green Horn*. Conforme à Figura 5.5 a precisão das aproximações propostas (3.17) representada

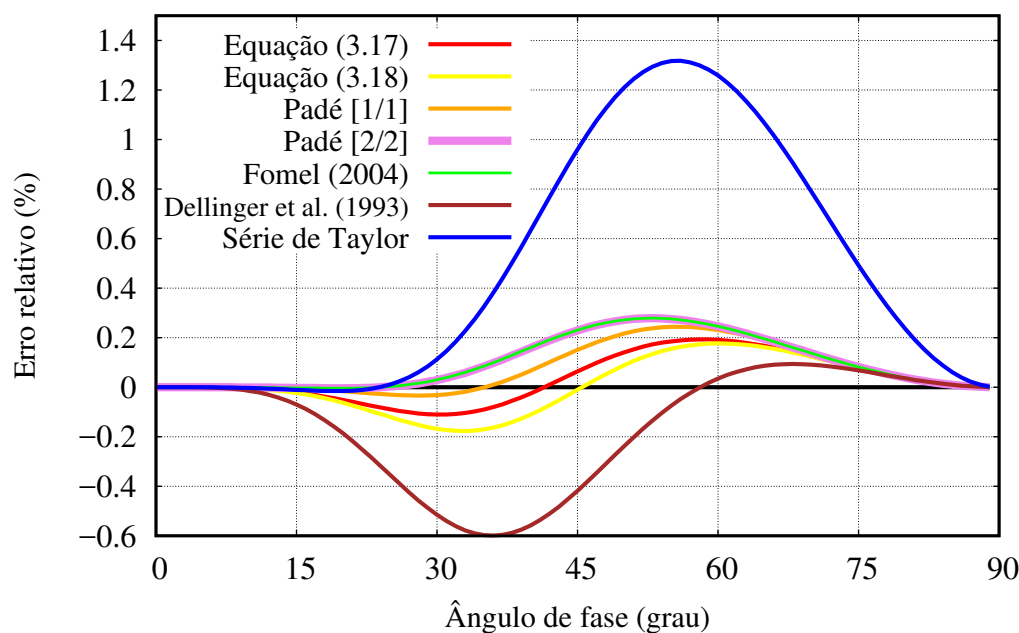


Figura 5.5: Erro relativo das aproximações da velocidade de fase, no folhelho *Green Horn*.

pela curva de cor vermelha e a equação (3.18) de cor amarelo são comparadas com a precisão das aproximações de Padé [1/1] ou equação (3.14) curva de cor laranja, Padé [2/2] (3.15) curva de cor rosa, Fomel (2004) curva cor verde, Dellinger et al. (1993) curva de cor marrom e a aproximação obtida da série de Taylor, ou equação (1.55) curva de cor azul. Neste experimento fica bem claro que as aproximações propostas são bem precisas, pois o erro relativo máximo não excede 0.4% para todos os ângulos de incidência.

Um tutorial sobre aproximações para a velocidade de fase em meios *VTI*, resumindo práticas aproximações, podem ser encontradas em Fowler (2003). A comparação destas aproximações com as expressões propostas (3.17) e (3.18) é apresentada na Figura 5.6.

Para as expressões da velocidade de grupos representadas pelas equações (3.30) e (3.31), o erro aumentou, mas com menos de 1.5% de erro relativo, como é apresentado na Figura 5.7. As Figuras 5.5 e 5.7 não apresentam valor absoluto para a representação do erro absoluto

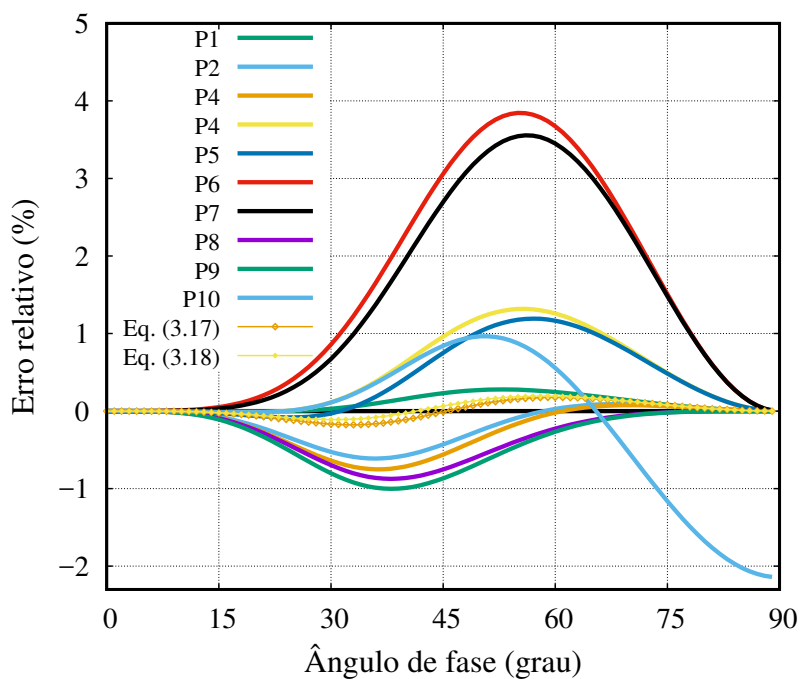


Figura 5.6: Erro relativo das aproximações da velocidade de fase do artigo de Fowler (2003) e as aproximações propostas (3.17) e (3.18), no folhelho *Green Horn*.

por razões de visualização.

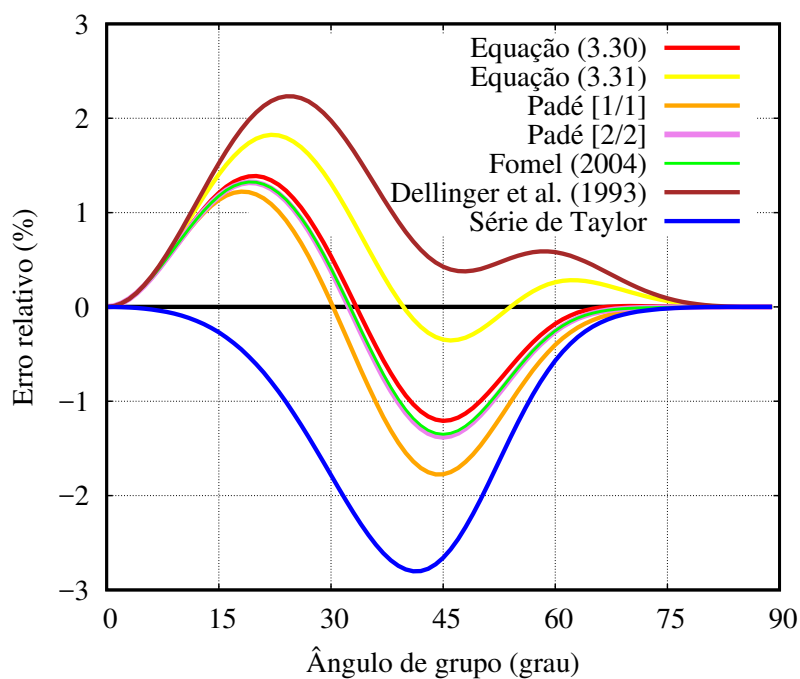


Figura 5.7: Erro relativo das aproximações da velocidade de grupo, no folhelho *Green Horn*.

Utilização da velocidade de grupo proposta no algoritmo de tomografia

Para testar o algoritmo de traçado de raios da seção, 3.3.1, propagamos uma onda sísmica em um meio homogêneo isotrópico na posição $x = 8 \text{ km}$, conforme à Figura 5.8a. Neste meio a equação (3.44) é constante e corresponde ao valor de $v_{pz}(x, z) = 1.785 \text{ km/s}$. Os parâmetros de Thomsen neste modelo são $\varepsilon = \delta = 0$. Os tempos de trânsito são obtidos com o algoritmo e comparados com o seu correspondente modelo no pacote de processamento sísmico *SU*. Os resultados são apresentados na Figura 5.8. Ainda nesta figura observamos o comportamento dos raios associados às reflexões (Figura 5.8a) e os tempo de reflexão extraídos na Figura 5.8b. Esses tempos são apresentados com os pontos de cor preta. Os tempos obtidos do pacote *SU* são apresentados com os pontos de cor roxa.

Seguidamente realizamos o mesmo experimento, mas agora propagando a onda sísmica num meio heterogêneo anisotrópico com valor da velocidade vertical da onda P de $v_{pz}(x, z) = 1.785 \text{ km/s}$ e parâmetros de Thomsen $\varepsilon = 0.225$ e $\delta = 0.098$, correspondente à amostra *Dog Creek*. Os resultados são apresentados na Figura 5.9. A velocidade de grupo V_g na expressão do tempo (3.40) utilizada neste experimento corresponde à velocidade de grupo proposta, equação (3.31). Observe que, nestes dois experimentos (Figuras 5.8b e 5.9b) os resultados do método de raios implementado é aproximadamente igual ao método usado pelo pacote de processamento sísmico *SU* (*elamodel* e *elaray*).

Posteriormente realizamos o mesmo experimento, da fonte em $x = 8 \text{ km}$, mas agora propagando a onda sísmica num meio heterogêneo anisotrópico com velocidade vertical da onda P variável. Para este experimento desenvolvendo a soma da equação (3.44) até o polinômio de grau três, obtendo a seguinte expressão para modelar o campo de velocidade:

$$v_{pz}(x, z) = C_{00} + C_{10}x + C_{01}z + C_{20}x^2 + C_{11}xz + C_{02}z^2 + C_{30}x^3 + C_{21}x^2z + C_{12}xz^2 + C_{03}z^3. \quad (5.2)$$

Os resultados desta experiência são apresentados na Figura (5.10)a. Na figura, observamos o comportamento dos raios associados à onda direta e às reflexões. Neste estágio, foi feita uma tentativa de mostrar o efeito da anisotropia nos cálculos do tempo de trânsito. Para este propósito é comparado o meio anisotrópico com um meio que assume os parâmetros de Thomsen iguais a $\varepsilon = \delta = 0$. A Figura 5.10b mostra a comparação entre as reflexões formadas pelos raios isotrópicos (pontos de cor preto) e as reflexões formadas pelos raios anisotrópicos (pontos de cor vermelha). A diferença entre as duas curvas é devido à presença de anisotropia. Como pode ser visto na Figura 5.10b, a diferença dos tempos de trânsito calculados entre o modelo isotrópico e anisotrópico aumenta com o afastamento. Isto demonstra que os parâmetros anisotrópicos causam efeitos significativos nos valores do tempo para

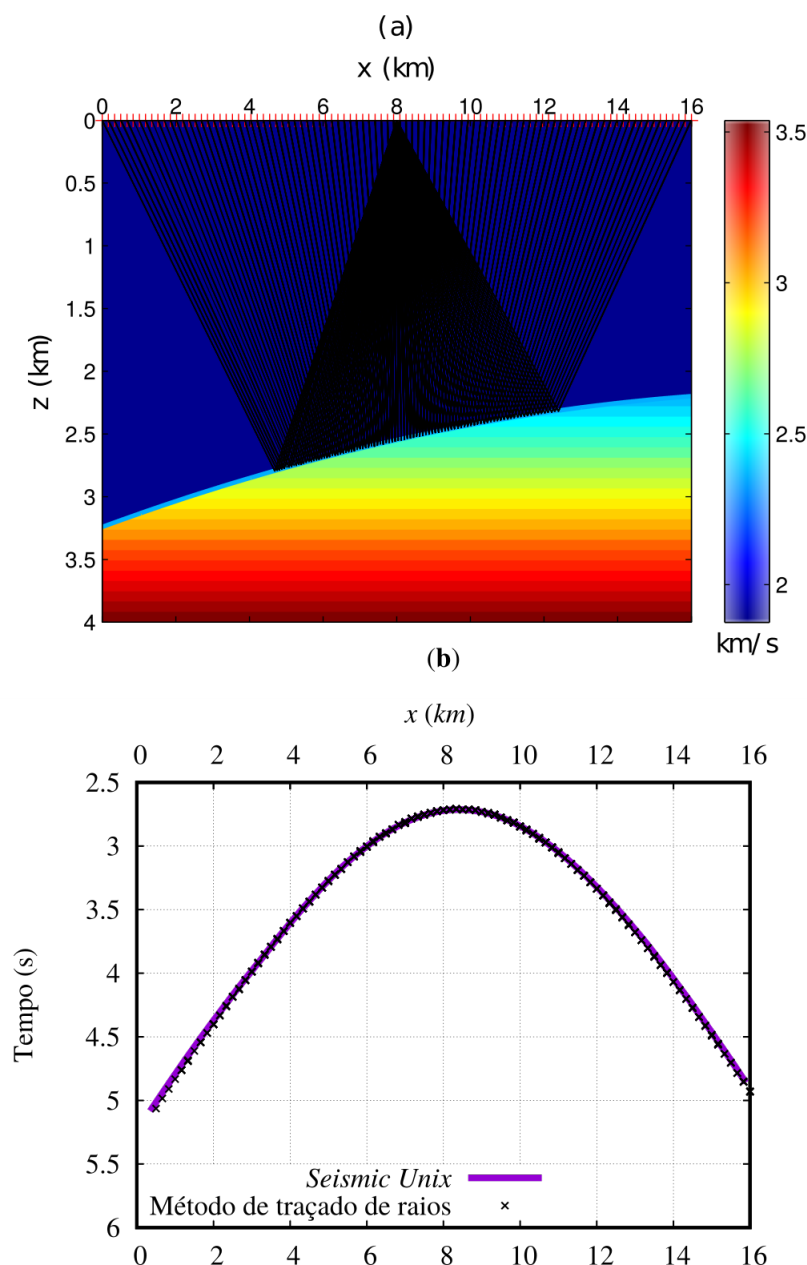


Figura 5.8: Tempo de trânsito calculado em uma camada homogênea isotrópica. O ponto fonte está localizado em $x = 8 \text{ km}$ no modelo. (a) Raios de onda P refletidos num meio com velocidade vertical constante de $v_{pz} = 1.785 \text{ km/s}$. (b) Comparação das curvas de tempo de reflexão entre nosso método de traçado de raios (pontos de cor preta) e o resultado de SU .

grandes afastamentos, especialmente quando a relação afastamento-profundidade excede a relação $x/z > 1.5$.

Testamos o algoritmo para observar o comportamento em grandes afastamentos, este experimento é reproduzido em um modelo anisotrópico heterogêneo VTI de quatro refletores, representada pelo polinômio da equação 5.2. A Figura 5.11 mostra o comportamento dos

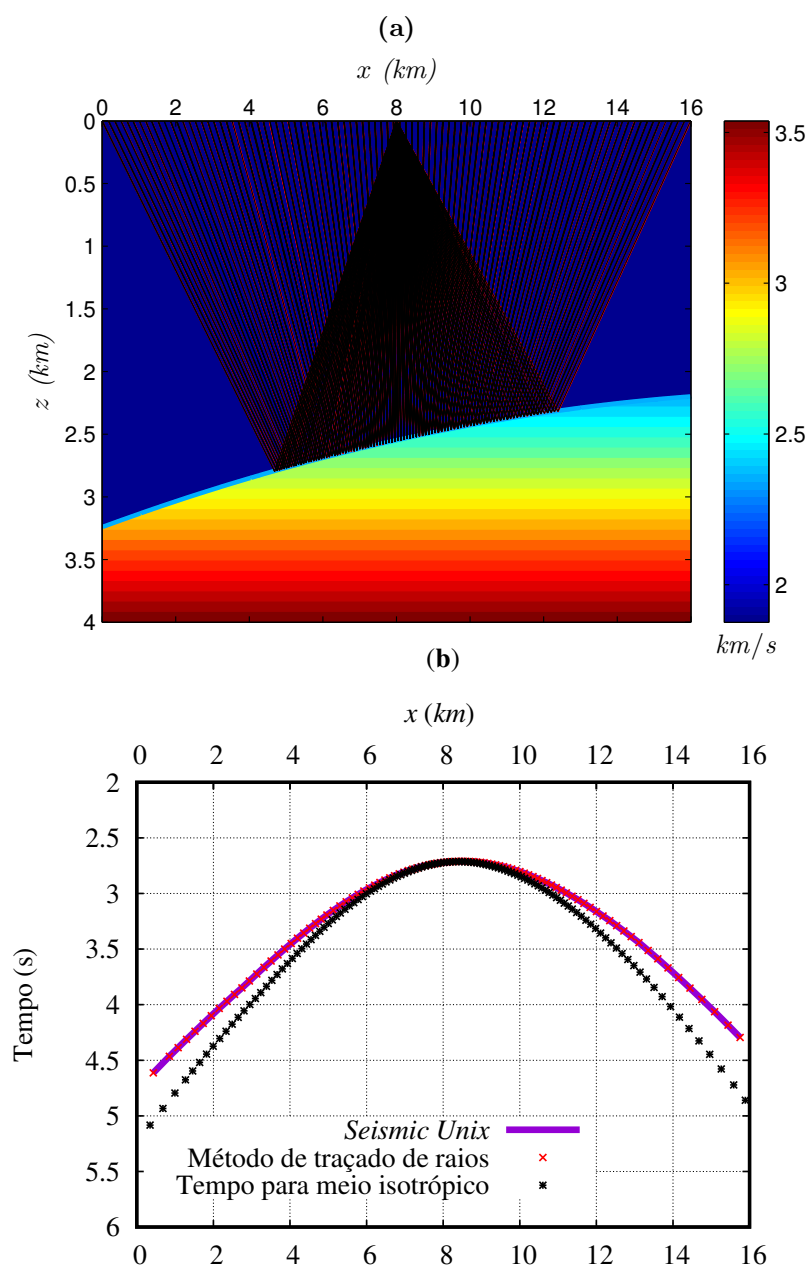


Figura 5.9: Tempo de trânsito calculado em uma camada homogênea anisotrópica. O ponto fonte está localizado em $x = 8 \text{ km}$ no modelo. (a) Raios de onda P refletidos num meio com velocidade vertical constante de $v_{pz}(x, z) = 1.785 \text{ km/s}$ e parâmetros de Thomsen $\varepsilon = 0.225$, $\delta = 0.098$ (amostra *Dog Creek*). (b) Comparação das curvas de tempo de reflexão entre nosso método de traçado de raios (pontos de cor preta) e o resultado de *SU*.

raios da onda direta e das reflexões provenientes das interfaces que recebem uma onda sísmica na posição de $x_s = 0$ quando os parâmetros Thomsen são iguais a zero (Figura 5.11a). Note que estes raios são afetados quando assumimos anisotropia nas camadas como é mostrado na Figura 5.11b

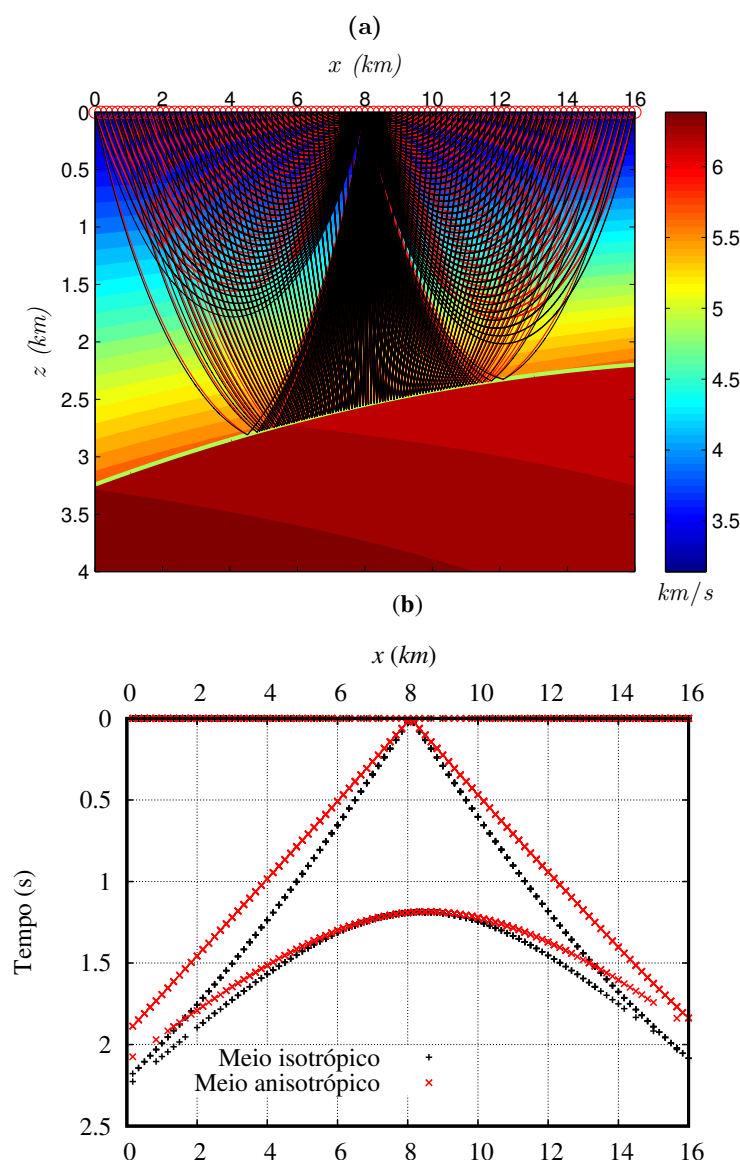


Figura 5.10: (a) Raios das ondas P refletida e direta num meio com velocidade vertical variável de $v_{pz}(x, z)$ e parâmetros de Thomsen. (b) Tempo de trânsito extraídos de (a) e efeito da anisotropia nos cálculos do tempo de trânsito.

5.2.2 Tempo de reflexão em meios TI

Analisamos a situação em que 1000 receptores igualmente espaçados em 10 m registram dados sísmicos provindo de um refletor plano (amostra *Green Horn* da Tabela 5.1) com diferentes ângulos de inclinação ϕ , sendo o caso VTI quando $\phi = 0$, a posição da fonte é $x_s = 0$. Para refletores com $\phi \neq 0$ utilizamos o ângulo de inclinação da camada como ângulo de simetria com a vertical, isto é chamado de anisotropia TTI ortogonal, para facilitar a comparação das aproximações.

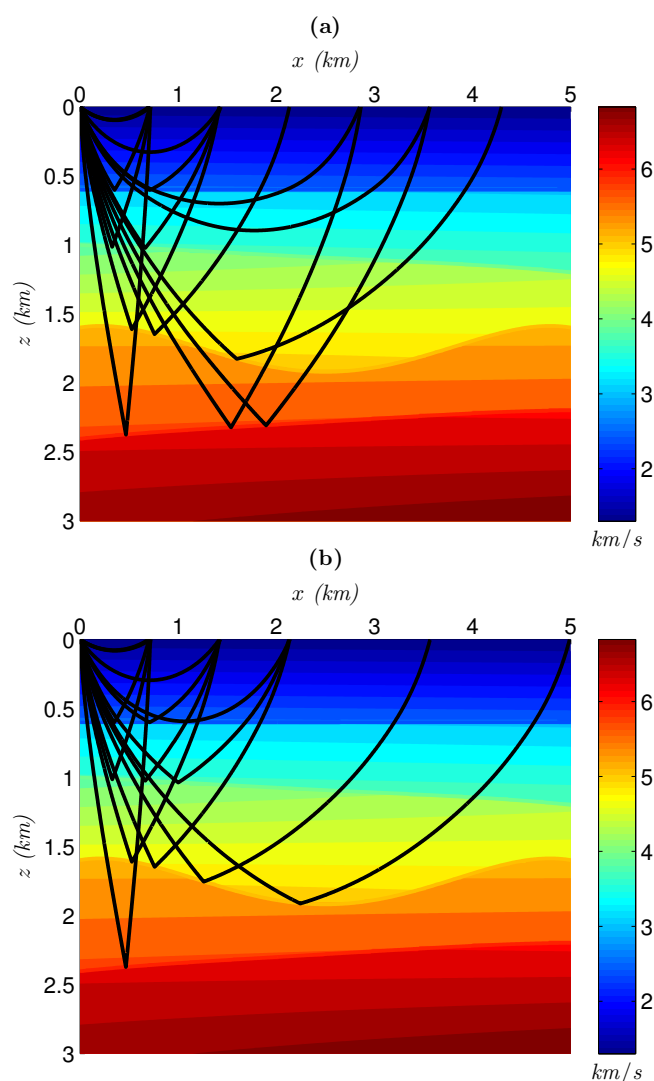


Figura 5.11: Comportamento dos raios provenientes dos refletores que recebem uma onda sísmica na posição de $x = 0$, em um modelo VTI heterogêneo. (a) Quando os parâmetros Thomsen são iguais a zero. (b) Com o efeito da anisotropia. Utilizando nos cálculos do tempo de reflexão a velocidade de grupo proposta (3.31).

Tendo em conta o supracitado comparamos as aproximações propostas $t(\mathbf{m}, x)$ com o tempo exato de reflexão $t_{obs}(\mathbf{m}, x)$, extraído de um sismograma, a partir da equação de erro relativo (5.1). Na Figura 5.12 estão apresentados os resultados das comparações num meio VTI para cada uma das aproximações: (3.51), (3.52), Padé [1/1], Pade[2/2], Fomel (2004), Dellinger et al. (1993) e a aproximação obtida da série de Taylor. No eixo horizontal, parte de baixo, afastamento e no topo, razão entre afastamento e profundidade do refletor. No eixo vertical, tempo de reflexão duplo. Como era de se esperar, devido aos resultados dos experimentos com as respectivas aproximações de velocidade de grupo, as aproximações racionais (3.51) e (3.52) têm nível de precisão na ordem dos mili-segundos, são relativamente

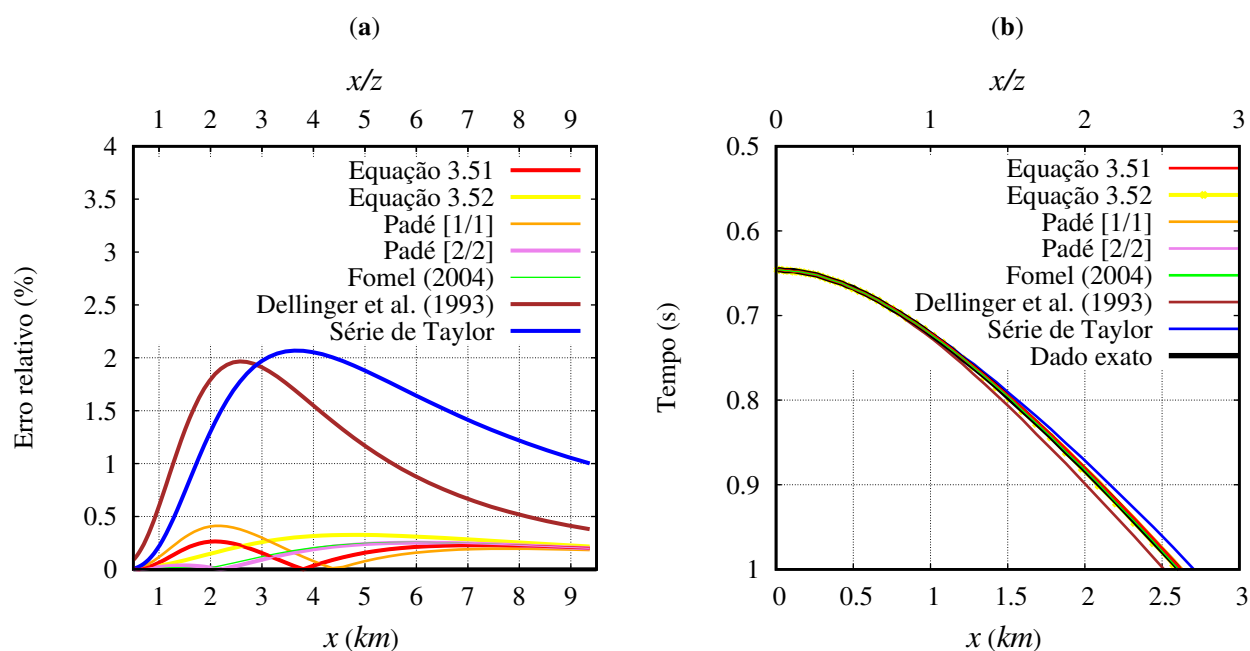


Figura 5.12: (a) Erro relativo das aproximações do tempo de trânsito. (b) Tempo de trânsito; das aproximações estudadas e propostas para um meio homogêneo *VTI* de uma camada plana na profundidade de 1 *km*, amostra *Green Horn*.

equivalentes à aproximação *shifted-hyperbola* de Fomel e possuem menor erro que as aproximações de Dellinger et al. (1993) e a aproximação obtida da série de Taylor para este modelo de subsuperfície.

Para a comparação no caso de *TTI* usamos as mesmas aproximações: (3.51), (3.52), Padé [1/1], Pade[2/2], Fomel (2004), Dellinger et al. (1993) e a aproximação obtida da série de Taylor, mas desta vez, em função das coordenadas x' e z' , equações (3.57) e (3.58), respectivamente, e a velocidade *NMO* expressa pela equação (3.59). O erro relativo para dois refletores com mergulhos de $\phi = 16$ e $\phi = 21$ é apresentado nas Figuras 5.13(a) e 5.14(a), respectivamente. Uma boa precisão também é alcançada para este experimento, observando que, o erro aumenta com o afastamento mas com uma pequena margem de erro relativo.

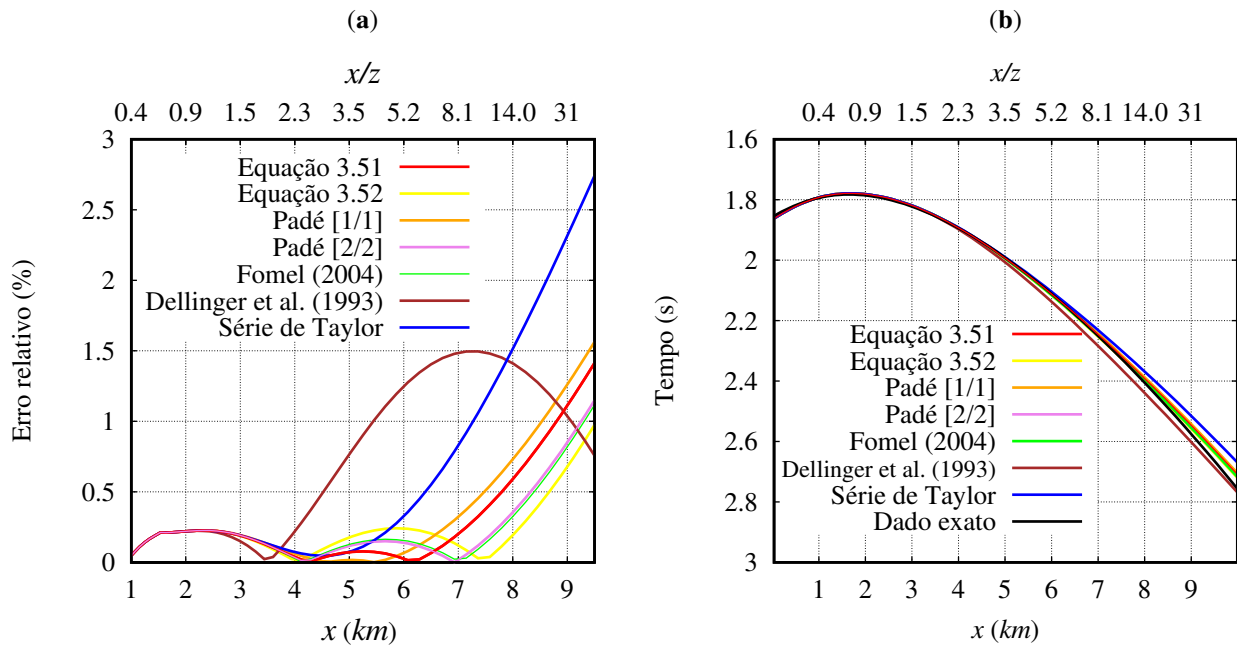


Figura 5.13: (a) Erro relativo das aproximações do tempo de trânsito. (b) Tempo de trânsito; das aproximações estudadas e propostas para um meio de uma camada homogênea TTI com um ângulo de inclinação de $\phi = 16^\circ$ e profundidade máxima de 3 km , amostra *Green Horn*.

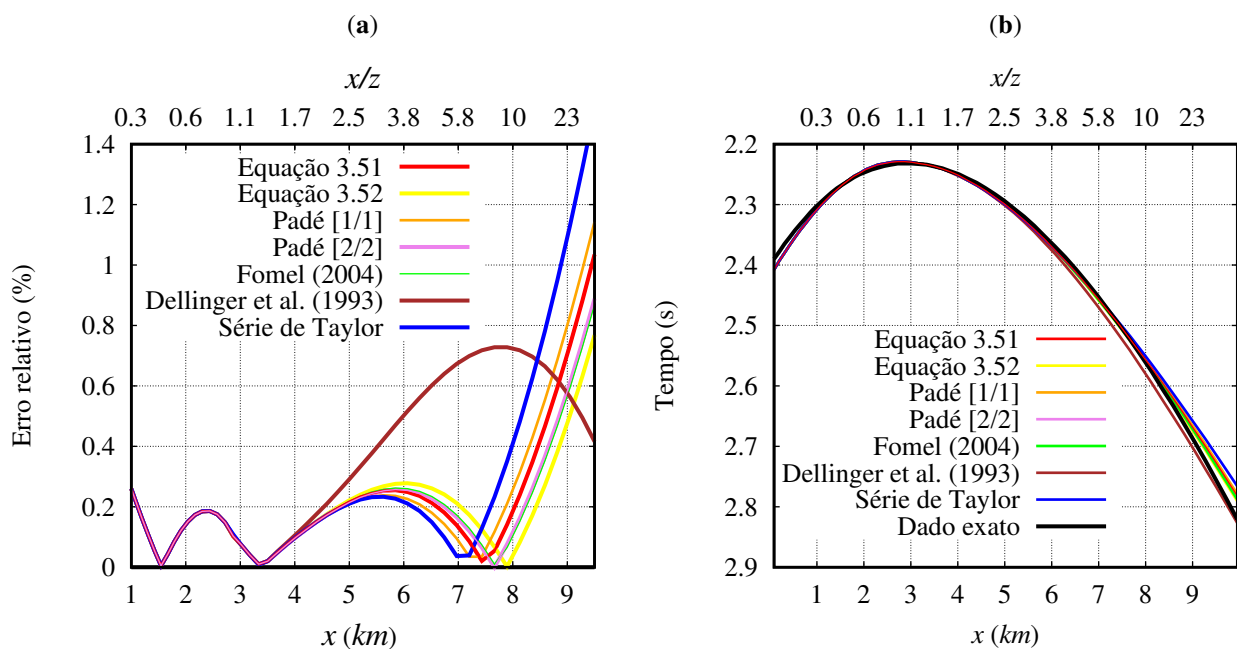


Figura 5.14: (a) Erro relativo das aproximações do tempo de trânsito. (b) Tempo de trânsito; das aproximações estudadas e propostas para um meio de uma camada homogênea TTI com um ângulo de inclinação de $\phi = 21^\circ$ e profundidade máxima de 4 km , amostra *Green Horn*.

5.2.3 Tempo de reflexão em meios quase-acústicos

As aproximações da velocidade de onda e do tempo de trânsito estudadas e propostas até aqui são chamadas de acústicas porque o termo C_{44} da matriz de elasticidade (1.10) é negligenciado. Nesta seção propomos aproximações para o tempo de reflexão que levam em conta este termo, para isso, utilizaremos a equação (3.51) e a expressão de Padé [2/2] de Pereira et al. (2015):

$$t(\mathbf{m}, x)^2 \approx t_e(x) \left[1 + \frac{4s^2 t_e^4(x) a x^2 + 4s a^2 x^4}{4s^2 t_e^8(x) + 6s t_e^4(x) a x^2 + a^2 x^4} \right], \quad (5.3)$$

em que $t_e(x)$ corresponde à equação (1.74), $s = 1/4(1 + \eta)$ e a corresponde a equação (3.53) (a equação (3.51) e a expressão de Padé [2/2] apresentaram os melhores resultados nos experimentos anteriores). Experimentamos valores de v_{p1} na equação (3.53) conforme à Tabela 5.2, ainda nesta equação o valor de v_{p2} é calculado com a equação (3.3). Para esta

Tabela 5.2: Valores de v_{p1}^2 na expressão a nas equações (3.51) e (5.3) .

v_{p1}^2	Equação (3.51)	Equação (5.3)
v_{pz}^2	1	7
v_{px}^2	2	8
$a_{13} + 2v_{sz}^2$	3	9
$v_{pz}v_{px}$	4	10
$(v_{pz}^2 + v_{px}^2)/2$	5	11
$2(v_{px}v_{pz})^2/(v_{px}^2 + v_{pz}^2)$	6	12

comparação utilizamos os cinco parâmetros elásticos do folhelho *Green Horn*: $a_{11} = 14.47 \text{ km}^2/\text{s}^2$, $a_{33} = 9.57 \text{ km}^2/\text{s}^2$, $a_{13} = 4.51 \text{ km}^2/\text{s}^2$, $a_{55} = 2.28 \text{ km}^2/\text{s}^2$ e $a_{44} = 2.28 \text{ km}^2/\text{s}^2$, lembrando que $a_{44} = C_{44}/\rho = v_{sz}^2$, para criar o dado exato no pacote *SU*. Analisamos a situação em que 1000 receptores igualmente espaçados em 10 *m* registram dados sísmicos provindo de um refletor plano em uma profundidade de 1 *km*. Os resultados das comparações são apresentados na Figura 5.15. A figura mostra o erro relativo desta comparação entre as aproximações propostas, da Tabela 5.2, com o dado exato. Ainda na mesma figura são apresentadas as aproximações, encontradas na literatura, que obtiveram o melhor resultado nos experimentos anteriores, que correspondem às equações de Fomel (2004) (pontos de cor vermelha) e Padé [1/1] de Pereira et al. (2015) (pontos de cor azul). Note que a inclusão da velocidade v_{sz} na equação (3.53) melhorou os resultados das aproximações proposta (3, 4, 5, 6, 7 8, 9 ,10 ,11 e 12) e alcançou maior precisão que a equação de Fomel (2004), particularmente para grandes afastamentos, no entanto, todas as aproximações na figura representam uma aproximação muito boa já que o erro relativo é menor que 0.9%.

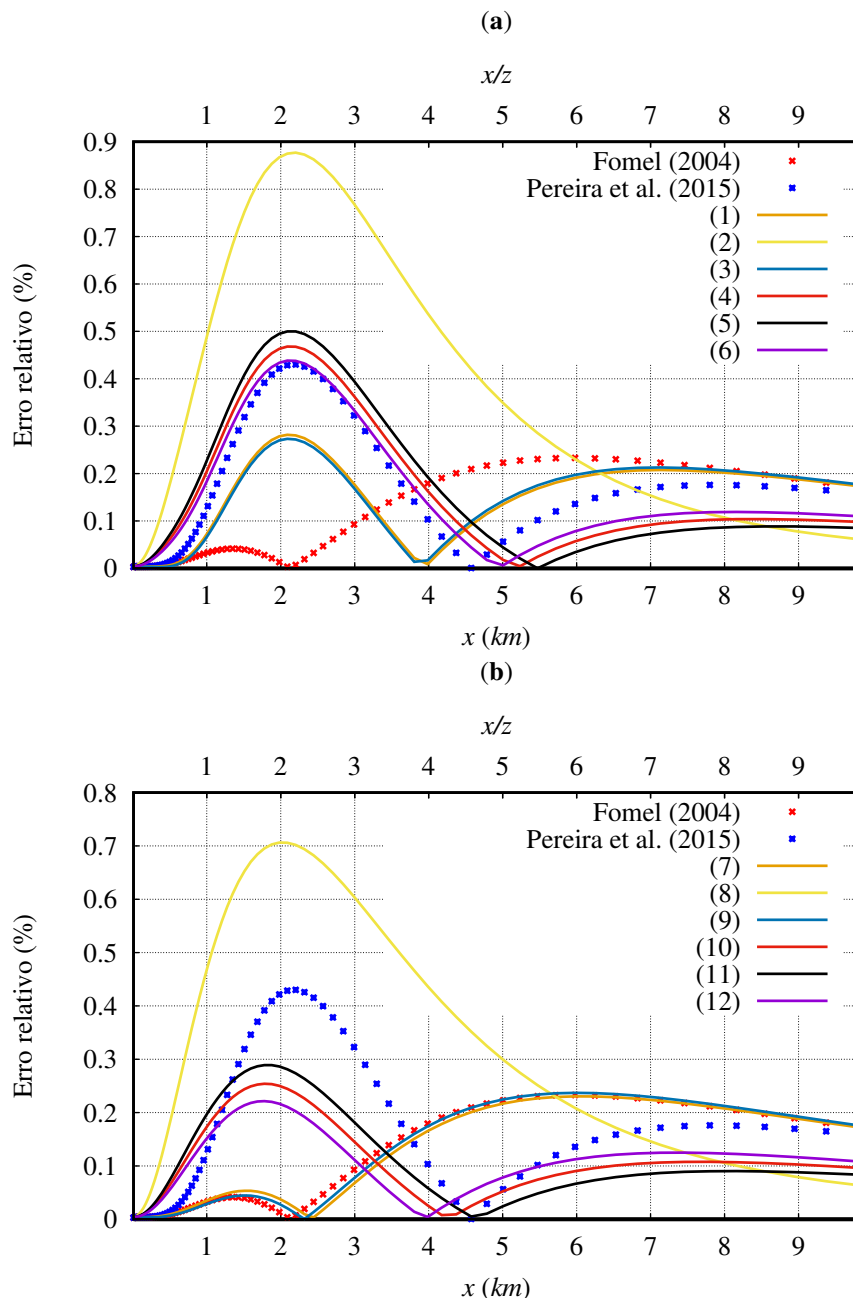


Figura 5.15: Erro relativo das aproximações: (a) equação (3.51) e (b) equação (5.3) para um meio de uma camada homogênea *VTI* de uma camada plana em uma profundidade de 1 *km* e diferentes valores de *a*, correspondente à Tabela 5.2.

5.2.4 Tempo de reflexão em meios ortorrômbicos

Testamos a precisão das aproximações sugeridas na seção, 3.6 com os tempos calculados no pacote de processamento sísmico *SU*. Consideramos dois modelos de uma camadas homogênea ortorrômbica com os parâmetros da Tabela 5.3 (modificados a partir de Ursin e Stovas, 2006; Tsvankin, 1997) cujas respectivas espessuras das camadas são de 1 *km*.

Tabela 5.3: Parâmetros dos modelos ortorrômbicos sob a notação de Tsvankin (1997). Os parâmetros do modelo 1 (anisotropia fraca) são extraídos e modificados a partir de Ursin e Stovas, 2006. O Modelo 2 (anisotropia forte) são modificados de Tsvankin (1997).

Amostra	v_{pz} (km/s)	v_{sz} (km/s)	ε_1	ε_2	δ_1	δ_2	δ_3
Modelo 1 (fraca)	1.74	0.39	0.14	0.08	0.10	0.05	0.10
Modelo 2 (forte)	2.985	1.265	0.329	0.258	0.082	-0.077	-0.106

Os valores correspondentes ao ângulo de azimute entre a fonte e o receptor com relação à configuração de aquisição (θ) e o azimute do plano de simetria (φ) nas equações propostas (3.60) e (3.61) correspondem a: $\theta = \pi/6$ e $\varphi = \pi/8$, respectivamente.

Novamente, as aproximações propostas são bastante precisas. Nenhuma delas excede um erro relativo de 0.5% comparadas com a aproximação calculada pelo pacote de processamento sísmico *SU*, no domínio do afastamento. Estas aproximações possuem expressões simples que podem ser vantajosas em considerações teóricas e também para estimativa de parâmetros nestes meios. A melhor destas aproximações com um erro relativo de aproximadamente 0.1% (modelo A) comparada com a aproximação de Fomel (2004) e Alkhalifah e Tsvankin (1995) é aquela dada por (3.60).

Note que as aproximações propostas para este tipo de meio apresentam uma boa precisão em relação aos dados extraídos do pacote *SU* e que existe um aumento dos erros no modelo com maior anisotropia, como é mostrado na Figura 5.16b, assim como foi apresentado nos experimentos anteriores.

5.3 Estimativa de parâmetros

Nesta seção apresentaremos os testes do código de inversão (fluxograma da Figura 2.3) desenvolvido para realizar estimativas dos parâmetros do tempo de reflexão em meios *TI*. Este algoritmo mostrou um bom desempenho na estimativa dos parâmetros *RMS* da velocidade *NMO* e do parâmetro de anelipticidade, em tempo e num meio *VTI* com baixa anisotropia, utilizando unicamente o tradicional MMQ. Verificamos que o MMQ é inútil para estimar parâmetros com um valor forte de anisotropia ($\eta > 0.2$) e para grandes afastamentos ($x/z > 1$).

Será mostrado que partir de nossas aproximações para o tempo de reflexão podemos desenvolver um algoritmo iterativo para melhorar a estimativa dos atributos do tempo de reflexão mediante uma correta regularização, permitindo estimar conjuntamente a velocidade vertical e os parâmetros de Thomsen. Os experimentos numéricos demonstram a validade e

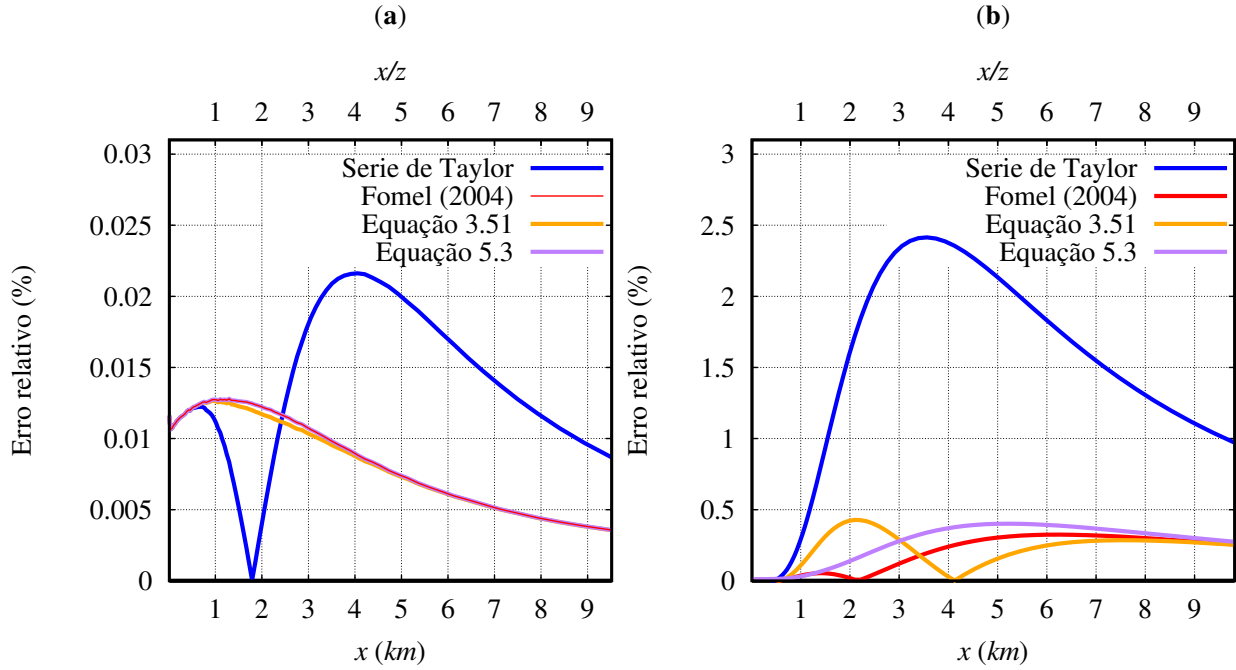


Figura 5.16: Erro relativo das aproximações do tempo de reflexão para um meio homogêneo ortorrômbico de uma camada plana na profundidade de 1 km, amostra *Green Horn*. (a) Modelo 1, (b) modelo 2, referentes à Tabela 5.3.

qualidade de nosso algoritmo.

5.3.1 Parâmetros *RMS* com anisotropia fraca

Com o propósito de testar a estimativa dos parâmetros *RMS* em tempo com o código de inversão desenvolvido, foi propagada uma onda sísmica na posição $x = 0$ no modelo de sete camadas homogêneas com anisotropia *VTI* da Figura 5.17. A função $t(\mathbf{m}, x)$ para a modelagem do tempo de reflexão neste teste é a aproximação (18) de Alkhalifah e Tsvankin (1995). O objetivo deste experimento é estudar o comportamento do algoritmo em amostras com baixa anisotropia quando não há regularização (MMQ), isto é, quando λ é zero na equação (2.16). A Tabela 5.4 apresenta os resultados deste experimento. Foram realizadas seis inversões, uma por reflexão, usando informação *a priori* de 50% do modelo verdadeiro, conforme a Figura 5.18 (pontos de cor verde). Note que as simulações de inversão extraem os valores *RMS* e não os valores intervalares.

O critério de parada das iterações do algoritmo utiliza a seguinte expressão:

$$e_d = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^M [t(\mathbf{m}^{verd}, x_j) - t(\mathbf{m}^{esti}, x_j)]^2}{\sum_{j=1}^M [t(\mathbf{m}^{verd}, x_j)]^2}} \times 100\% \approx 0, \quad (5.4)$$

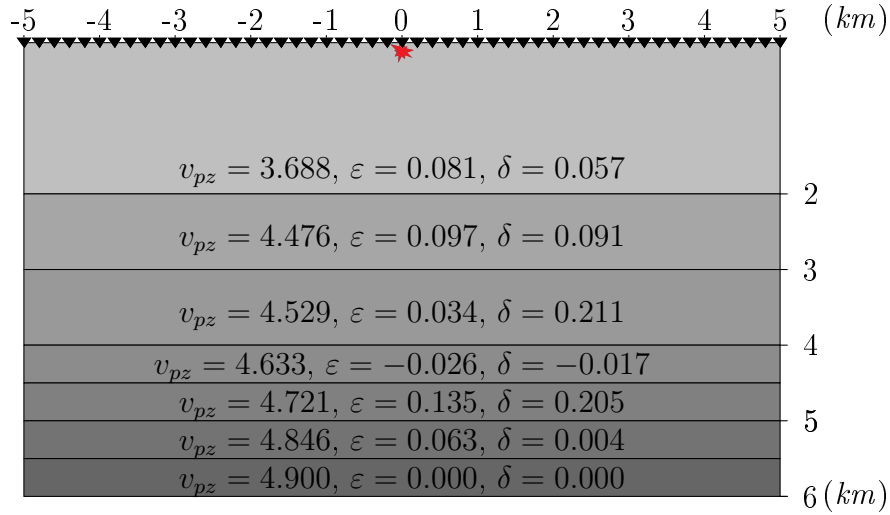


Figura 5.17: Modelo de sete camadas homogêneas com anisotropia *VTI* com seus correspondentes valores intervalares da velocidade vertical (v_{pz}) e parâmetros de Thomsen (ε , δ).

Tabela 5.4: Tempos zero afastamento (T_0) e parâmetros *RMS* do modelo da Figura 5.17, modelos iniciais e resultados das inversões pelo MMQ.

Camada	Parâmetro	Verdadeiro	Inicial	Estimado
<i>Arenito Mesaverde</i>	T_0 (s)	1.085	0.542	1.085
	V_{rms} (km/s)	3.893	1.946	3.893
	η_{eff}	0.021	0.011	0.021
<i>Arenito imaturo Mesaverde</i>	T_0 (s)	1.531	0.765	1.531
	V_{rms} (km/s)	4.200	2.100	4.200
	η_{eff}	0.020	0.010	0.020
<i>Lamito Mesaverde</i>	T_0 (s)	1.973	0.987	1.973
	V_{rms} (km/s)	4.497	2.248	4.497
	η_{eff}	-0.039	-0.019	-0.039
<i>Folhelho Cotton Valley</i>	T_0 (s)	2.189	1.095	2.189
	V_{rms} (km/s)	4.502	2.251	4.502
	η_{eff}	-0.036	-0.018	-0.036
<i>Arenito Mesaverde</i>	T_0 (s)	2.401	1.200	2.401
	V_{rms} (km/s)	4.610	2.305	4.610
	η_{eff}	-0.037	-0.018	-0.015
<i>Folhelho Mesaverde</i>	T_0 (s)	2.607	1.304	2.607
	V_{rms} (km/s)	4.631	2.316	4.631
	η_{eff}	-0.028	-0.014	-0.028

onde e_d corresponde ao percentagem de erro entre os parâmetros do tempo de reflexão observados $t(\mathbf{m}^{verd}, x_j)$ e calculados $t(\mathbf{m}^{esti}, x_j)$, conforme a Figura 5.19a. Ainda na equação (5.4), \mathbf{m}^{verd} corresponde ao vetor de parâmetros dos modelos verdadeiros, neste caso os

valores *RMS* da velocidade *NMO* e do termo anelítico da Figura 5.17. \mathbf{m}^{esti} é o vetor de parâmetros dos modelos estimados.

Para verificar a convergência dos parâmetros dos modelos estimados é implementada a expressão:

$$e_m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (m_i^{verd} - m_i^{esti})^2}{\sum_{i=1}^N (m_i^{verd})^2}} \times 100, \quad (5.5)$$

onde e_m corresponde ao percentagem de erro entre os parâmetros dos modelos, conforme a Figura 5.19b.

O percentual de erro dos dados e_d e dos modelos e_m apresentado na Figura 5.19 mostra que os parâmetros *RMS* foram bem estimados com erros menores de 1% em 6 iterações. A Figura 5.19a apresenta o critério de parada do algoritmo, o qual imprime os valores estimados do modelo calculado quando o erro relativo dos dados e_d é mínimo. Como conclusão deste experimento de inversão, preliminar, observamos que a estimativa *RMS* da velocidade e do parâmetro de anisotropia η , em tempo, é exata para um modelo de camadas planas homogêneas com anisotropia fraca em uma relação afastamento-profundidade menor de 2.5 ($x/z < 2.5$).

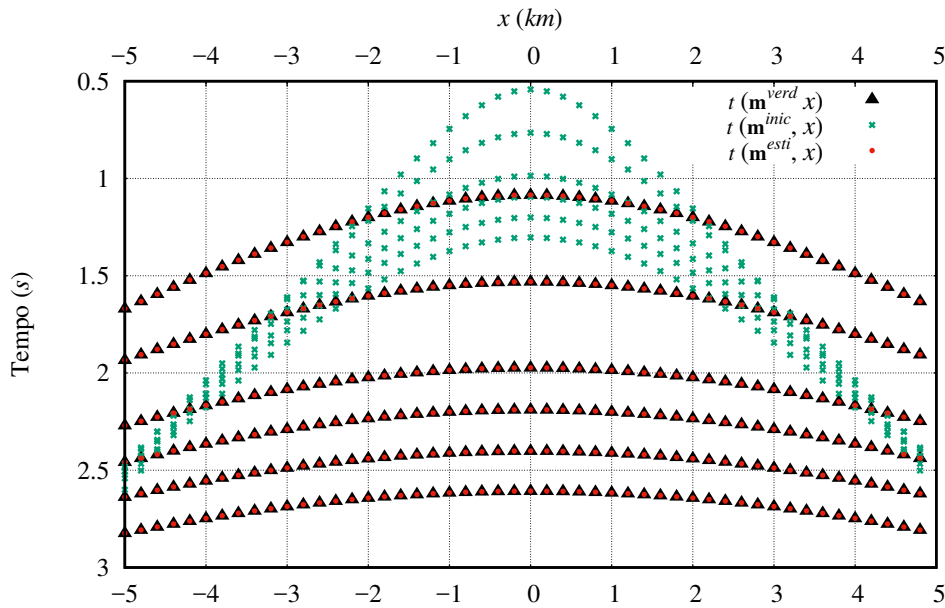


Figura 5.18: Tempo de trânsito da fonte ao receptor para um tiro em $x = 0$ no modelo da Figura 5.17. As curvas negras representam os tempos associados ao dado observado. As curvas vermelhas representam os tempos associados ao modelo calculado pelo MMQ. As curvas verdes representam os tempos associados ao modelo de inversão inicial.

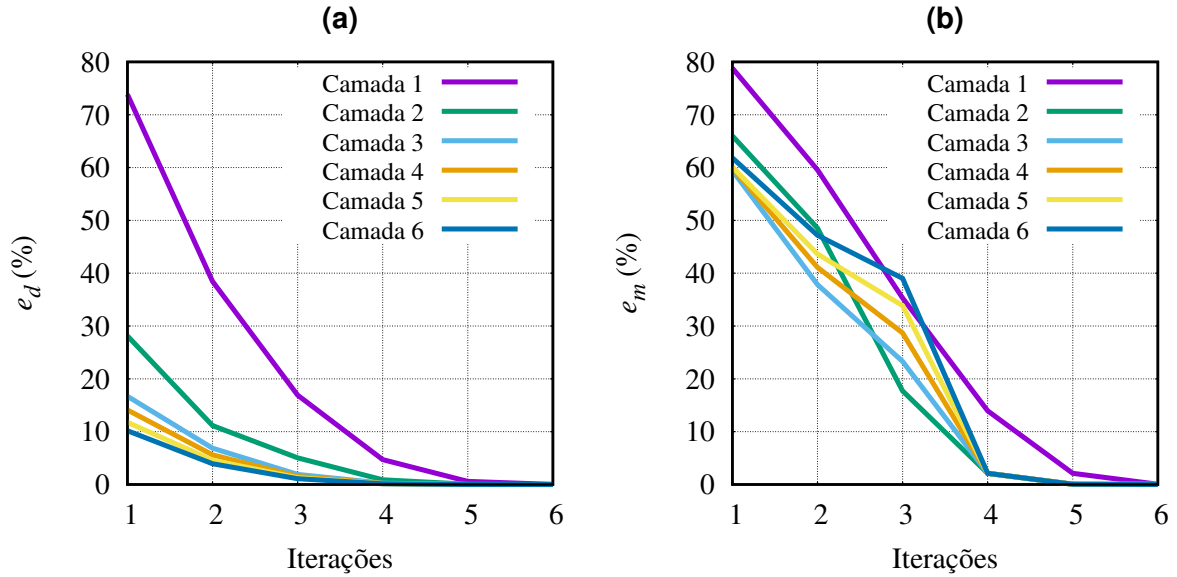


Figura 5.19: (a) Percentagem de erro entre os parâmetros dos dados (e_d). (b) Percentagem de erro entre os parâmetros dos modelos (e_m) a cada iteração.

5.3.2 Parâmetros intervalares com anisotropia forte

A fim de validar os processos de inversão com valores diferentes de η , são propostos dois modelos multicamadas, cujos parâmetros do modelo são apresentados na Figura 5.20. A única diferença entre os modelos A e B desta figura está no valor de $\epsilon - \delta$ para a segunda camada do modelo B, que neste caso é maior do que 0.2 (a anisotropia não é fraca).

Neste experimento os parâmetros do modelo verdadeiro (\mathbf{m}^{esti}) foram estimados considerando $\lambda \mathbf{D}_n^T \mathbf{D}_n = 0$ na equação (2.16), neste caso a técnica de inversão é reduzida ao MMQ. Com esta técnica básica de inversão são estimados os parâmetros de anisotropia intervalares a partir dos dados RMS (T_0 , V_{RMS} e η_{eff}) e do conhecimento da velocidade vertical da onda P v_{pz} . Como os dados são sintéticos (v_{pz} é conhecida), a qualidade da estimativa dos parâmetros ϵ e δ mede a precisão dos parâmetros encontrados pelo MMQ. Neste experimento, o parâmetro de anisotropia intervalar anelítico η é calculado com a equação (1.88) e os parâmetros de Thomsen ϵ e δ intervalares são calculados com as expressões (1.82) e (1.83) respectivamente. Os resultados das simulações de inversão dos modelos na Figura 5.20, mostram que, quanto menor é o valor de $(\epsilon - \delta)$ e ϵ , maior é a precisão na estimativa dos valores η e δ , como verificamos no experimento da Figura 5.21. A precisão na estimativa do parâmetro anisotrópico δ , não depende unicamente da estimativa da velocidade NMO na equação (1.83), também do valor $(\epsilon - \delta)$. A experiência mostra um erro máximo na estimativa dos parâmetros anisotrópicos intervalares quando é utilizada a equação de Malovichko (1978) que

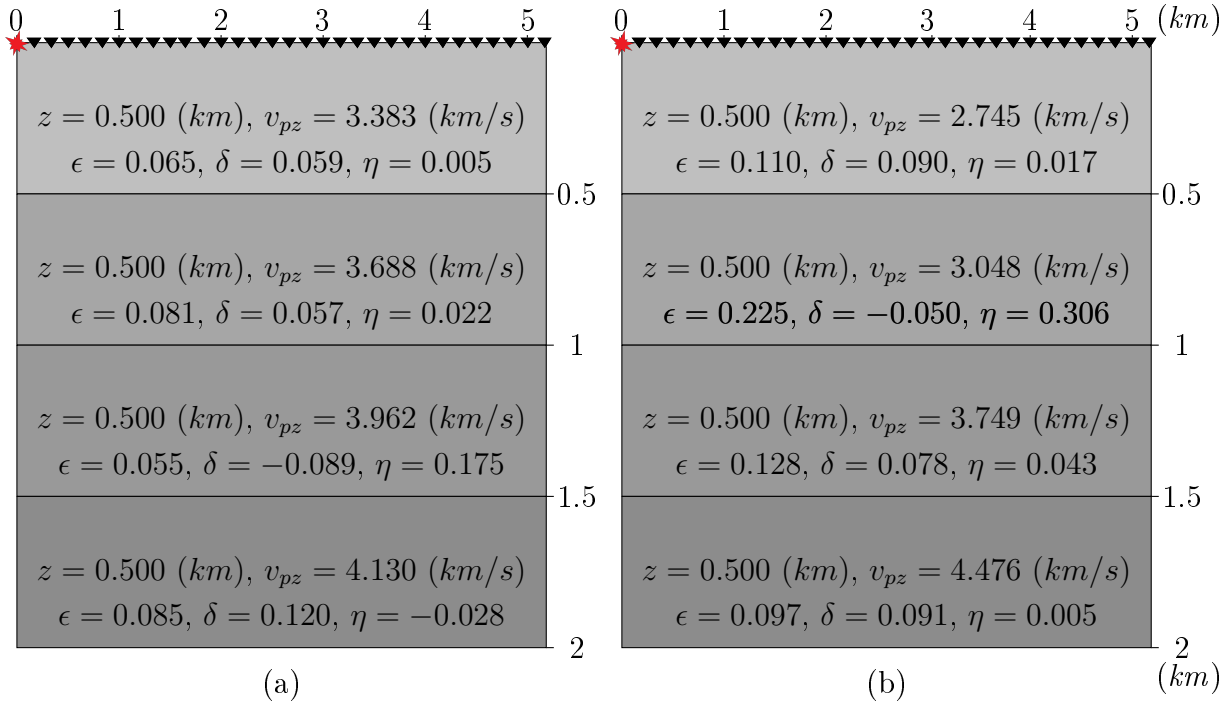


Figura 5.20: (a) Modelo A. (b) Modelo B. E seus correspondentes valores intervalares da velocidade vertical (v_{pz}), os parâmetros de Thomsen (ϵ , δ) e η .

utiliza o termo $S = 1 + 8\eta$ especialmente na terceira camada para o modelo A e na segunda camada para o modelo B. A experiencia mostra que podemos melhorar a acurácia na estimativa do MMQ utilizando a regularização de primeira ordem, que implementa a matriz (2.14) na equação (2.16). O resultado da regularização da aproximação (1.55) é apresentado nas Figuras 5.21, 5.22 e 5.23 com uma linha da cor vermelha. Observe que não necessariamente a melhor aproximação para o tempo de reflexão faz uma inversão mais precisa, por exemplo, esperava-se que a aproximação (1.57) de Fomel (2004) mostrasse um resultado melhor do que a equação (1.55) de Alkhalifah e Tsvankin (1995) mas, nas simulações de inversão com o MMQ, o melhor resultado foi o da equação de Alkhalifah e Tsvankin (1995), isso pode ser explicado devido à linearidade que os parâmetros v_{pm} e η apresentam na equação (1.55) em comparação à equação (1.57).

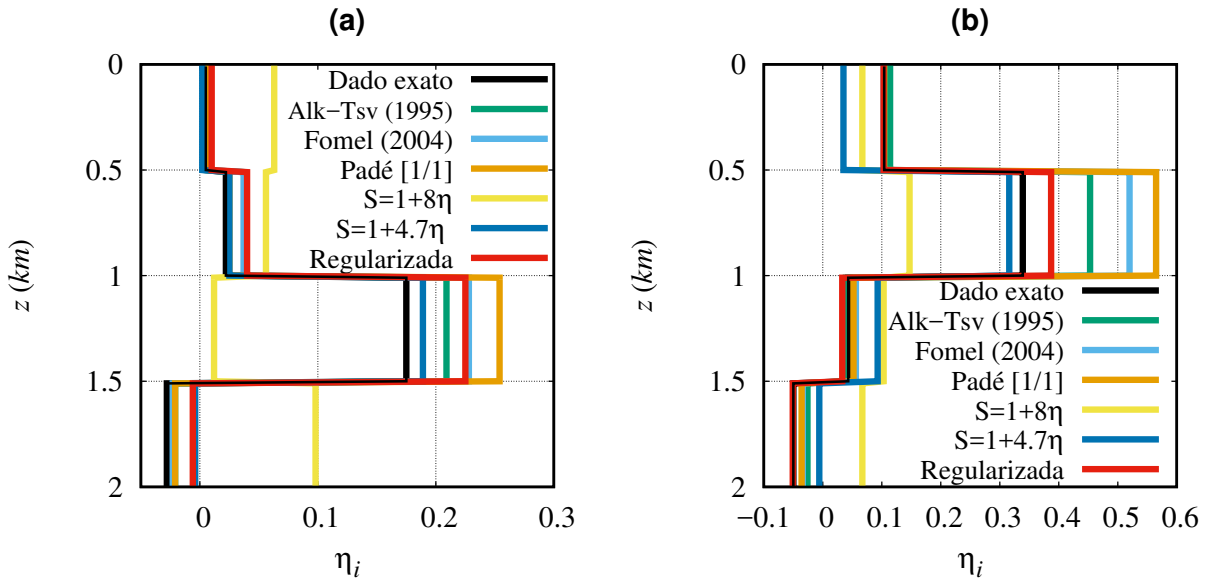


Figura 5.21: Estimativa do parâmetro de anisotropia intervalar η_i pelo MMQ para: (a) modelo A e (b) o modelo B, da Figura 5.20. Utilizando as aproximações do tempo: (1.55) [Alk-Tsv (1995)], (1.57) [Fomel (2004)], (1.54) com $S = 1 + 8\eta$ e $S = 1 + 4.7\eta$ e (1.60) [Padé [1/1]]. A linha de cor vermelha representa a regularização da aproximação (1.55).

5.3.3 Parâmetros em meios com anisotropia *TTI*

Analisamos a situação em que 2000 receptores espaçados igualmente de 10 *m* registram uma onda sísmica gerada por uma fonte na posição $x = 10, z = 0$. A superfície refletora tem um ângulo de mergulho de $\theta = 11.3^\circ$. Para este experimento utilizamos os parâmetros elásticos do folhelho *Green Horn* de Jones e Wang, 1981. Esta amostra é usada em muitos trabalhos sobre meios anisotrópicos, entre eles Fomel, 2004. A Figura 5.24 exibe o resultado do experimento utilizando-se o traçado de raios para gerar o dado observado. A figura mostra o tempo de reflexão exato da fonte ao receptor com uma curva em cor negra e o resultado da inversão com uma curva de cor vermelha. Esta curva é associada ao modelo calculado pelo método de MMQ utilizando o fluxograma da Figura 2.3; note que o resultado é próximo. A curva verde representa o modelo inicial com 50% do modelo verdadeiro. A tabela 5.5 apresenta os resultados da inversão utilizando a aproximação do tempo para um meio *TTI*. Neste experimento observamos que o aumento de parâmetros de três para cinco no vetor de parâmetros desconhecidos \mathbf{m} causou erros na estimativa dos parâmetros η e H .

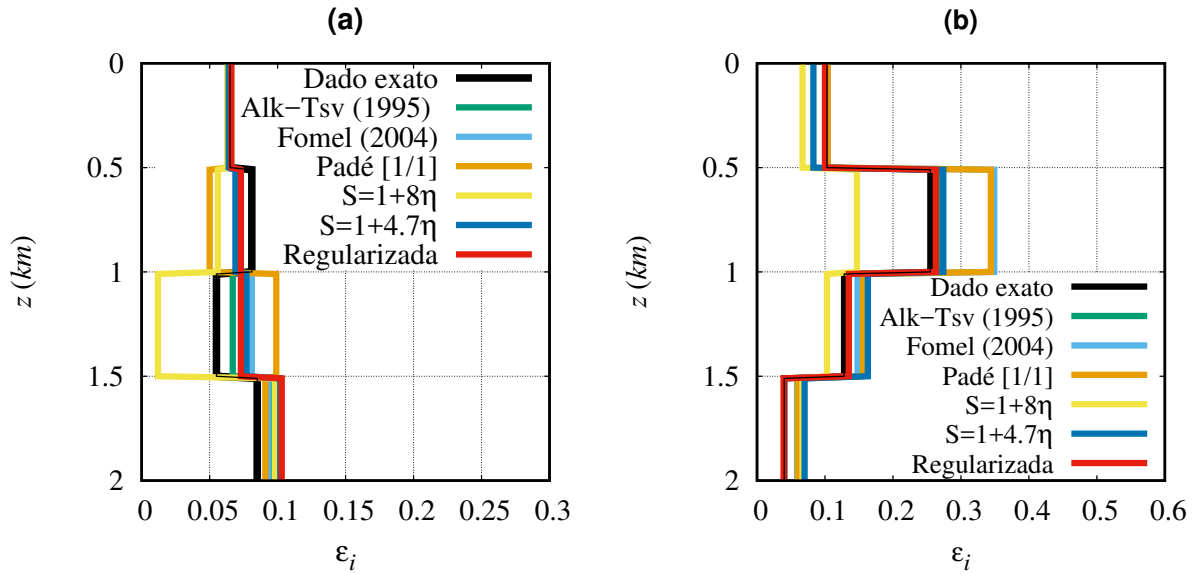


Figura 5.22: Estimativa do parâmetro de anisotropia intervalar ε_i pelo MMQ para: (a) modelo A e (b) o modelo B, da Figura 5.20. Utilizando as aproximações do tempo: (1.55) [Alk-Tsv (1995)], (1.57) [Fomel (2004)], (1.54) com $S = 1 + 8\eta$ e $S = 1 + 4.7$ e (1.60) [Padé [1/1]] . A linha de cor vermelha representa a regularização da aproximação (1.55).

Tabela 5.5: Parâmetros do exemplo numérico *TTI* e resultado da inversão MMQ para o dado $t(\mathbf{m}^{verd}, x)$ utilizando-se traçado de raios da Figura 5.24.

Parâmetro	Verdadeiro	Inicial	Estimado
t_0 (s)	1.292	0.646	1.270
v_{pm} (km/s)	3.094	1.508	3.091
η	0.340	0.161	0.274
H (km)	2.000	1.000	2.224
θ (grau)	11.310	5.655	11.349

5.3.4 Condições na estimativa dos parâmetros de anisotropia pelo MMQ

Nesta etapa dos experimentos, o objetivo é verificar em que condições a inversão determinística MMQ faz uma estimativa correta ou incorreta do parâmetro de anisotropia η utilizando a aproximação proposta. Para tanto foram realizadas simulações de inversão utilizando a velocidade vertical da onda P da amostra *Green Horn* com um valor fixo no parâmetro ε de $\varepsilon_1 = 0.2$ e valores de δ variáveis no intervalo de -0.2 a 0.2 com incremento de 0.02 . O ângulo de inclinação θ das camadas dos modelos varia de 0 a 20 graus (ver Figura 5.25). O experimento tem uma relação afastamento-profundidade $x/z > 4$. A partir do resultado das

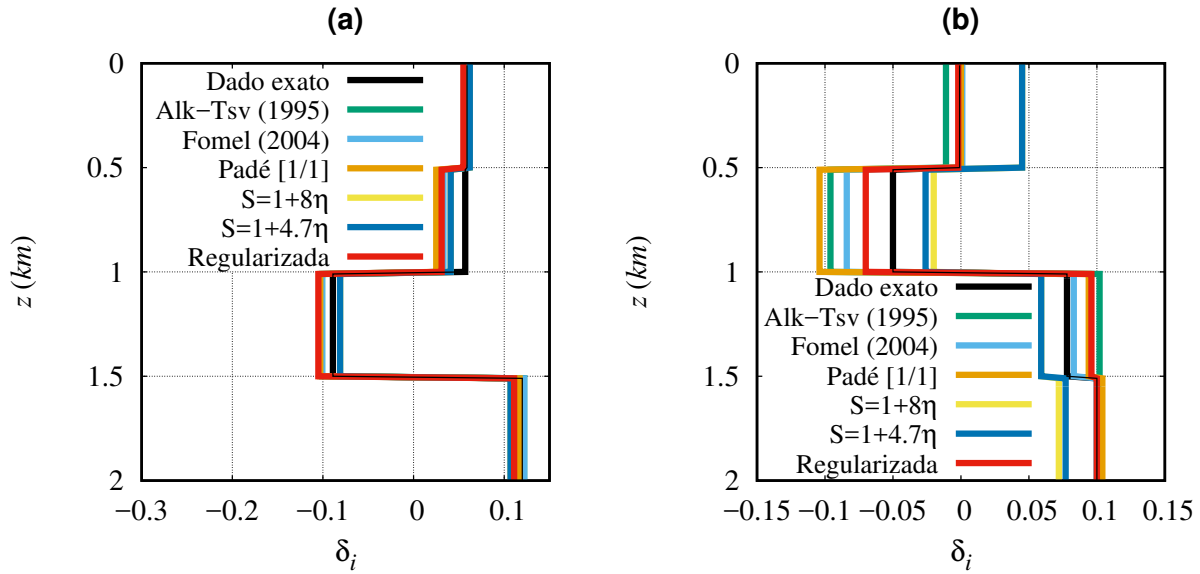


Figura 5.23: Estimativa do parâmetro de anisotropia intervalar δ_i pelo MMQ para: (a) modelo A e (b) o modelo B, da Figura 5.20. Utilizando as aproximações do tempo: (1.55) [Alk-Tsv (1995)], (1.57) [Fomel (2004)], (1.54) com $S = 1 + 8\eta$ e $S = 1 + 4.7\eta$ e (1.60) [Padé [1/1]] . A linha de cor vermelha representa a regularização da aproximação (1.55).

inversões na Figura 5.25 concluímos que:

- Quanto menor for o valor de $(\varepsilon - \delta)$ e o valor de θ , maior é a precisão da estimativa η .
- A precisão na estimativa do parâmetro de anisotropia não depende unicamente da correta extração dos tempos de trânsito dos dados, mas também, do valor de $(\varepsilon - \delta)$.

As condições acima na estimativa dos parâmetros de anisotropia obtidas com o código desenvolvido neste trabalho são consistentes com as condições apresentadas no trabalho de Xiao et al. (2004).

5.4 Aplicação para correções de *NMO*

Após testes de qualidade das aproximações e do algoritmo de extração dos parâmetros T_0 , V_{nmo} e η_{eff} , é apresentada a correção de *NMO* usando estes parâmetros estimados em dados sintéticos. A Figura 5.26 mostra um sismograma sintético para os modelos A e B da Figura 5.20 respectivamente, com ruído aleatório e uma razão de sinal-ruído de 10. O objetivo deste teste é executar uma correção de *NMO* para todos os afastamentos e deixar os eventos ou

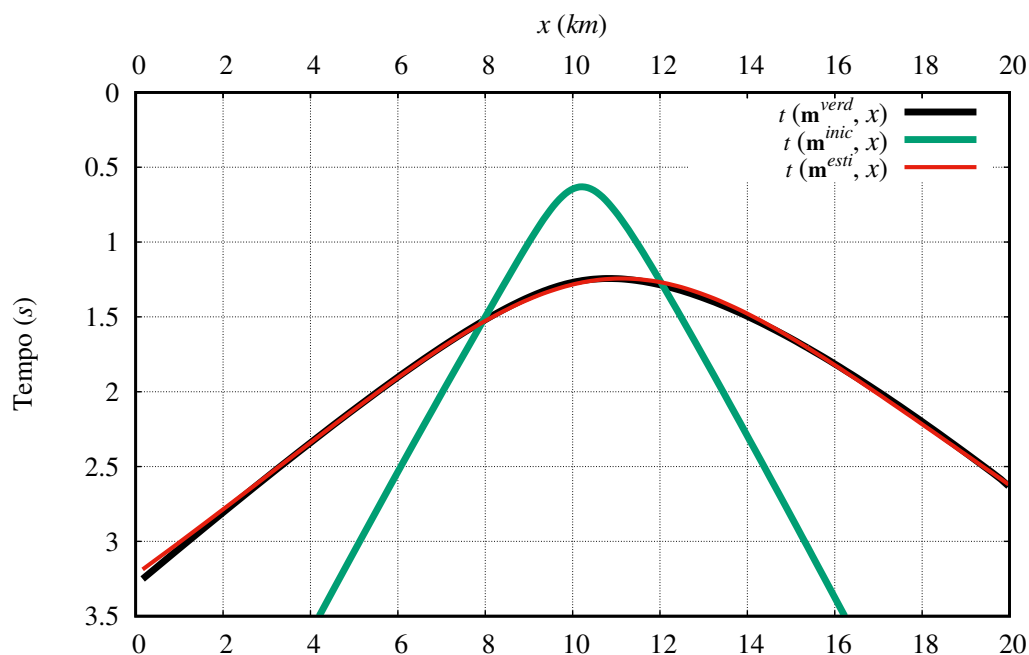


Figura 5.24: Tempo de trânsito para o modelo sintético de uma camada inclinada com anisotropia *TTI*. A curva em preto representa os tempos observados. A curva vermelha representa os tempos associados ao modelo calculado pelo método de MMQ. A curva verde representa os tempos associados ao modelo inicial.

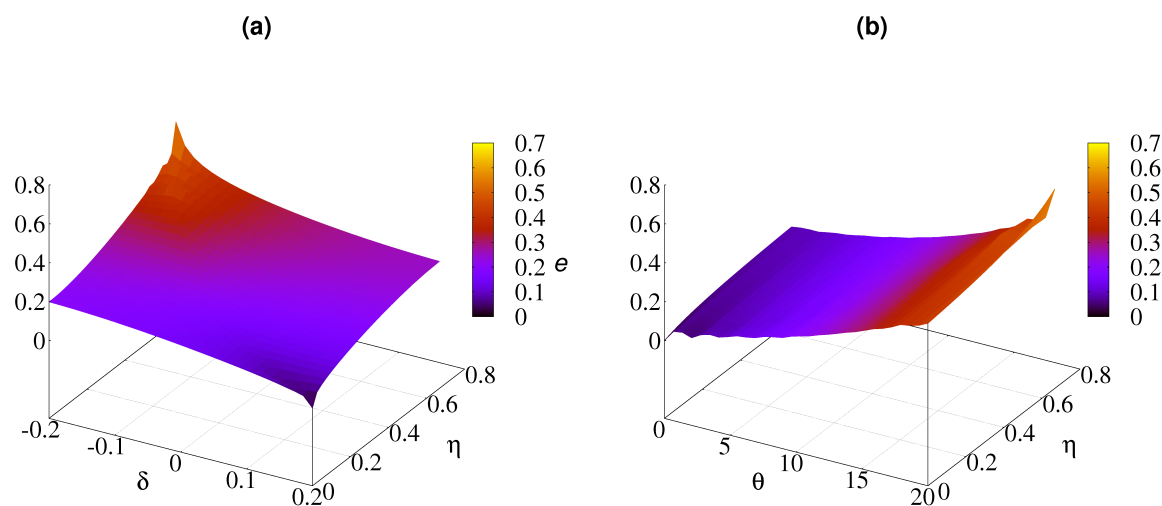


Figura 5.25: (a) Erro absoluto na estimativa do parâmetro de anisotropia η para diferentes valores de δ com $\varepsilon_1 = 0.2$, (b) erro absoluto na estimativa do parâmetro de anisotropia η para diferentes valores de θ .

reflexões horizontais utilizando as aproximações estudadas. A correção de *NMO* convencional assume um meio isotrópico, i.e., utiliza $\eta_{eff} = 0$ e a velocidade *NMO* exata. Como

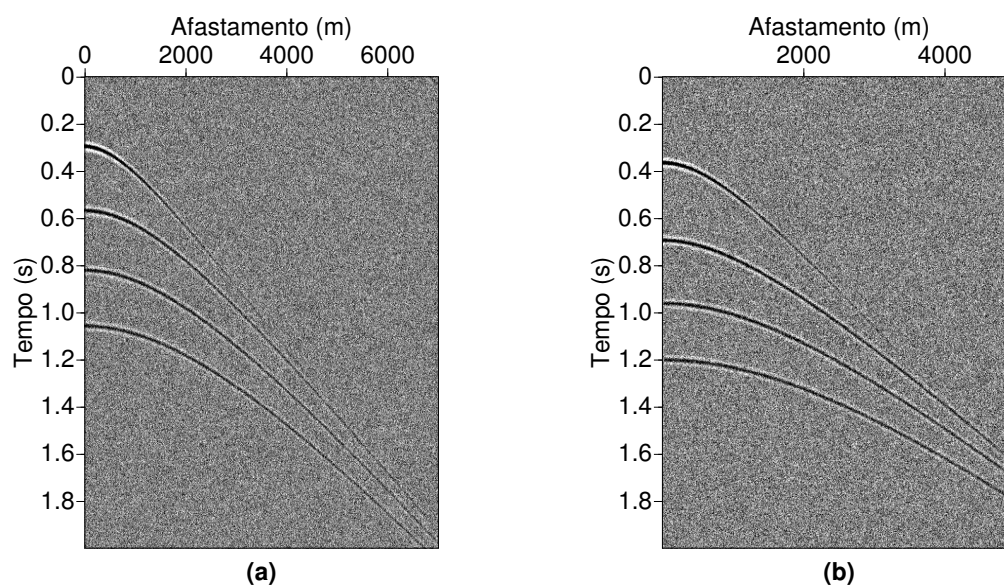


Figura 5.26: (a) *CDP* associado ao modelo da Figura 5.20a. (b) *CDP* associado ao modelo da Figura 5.20b. Razão de sinal e ruído de 10.

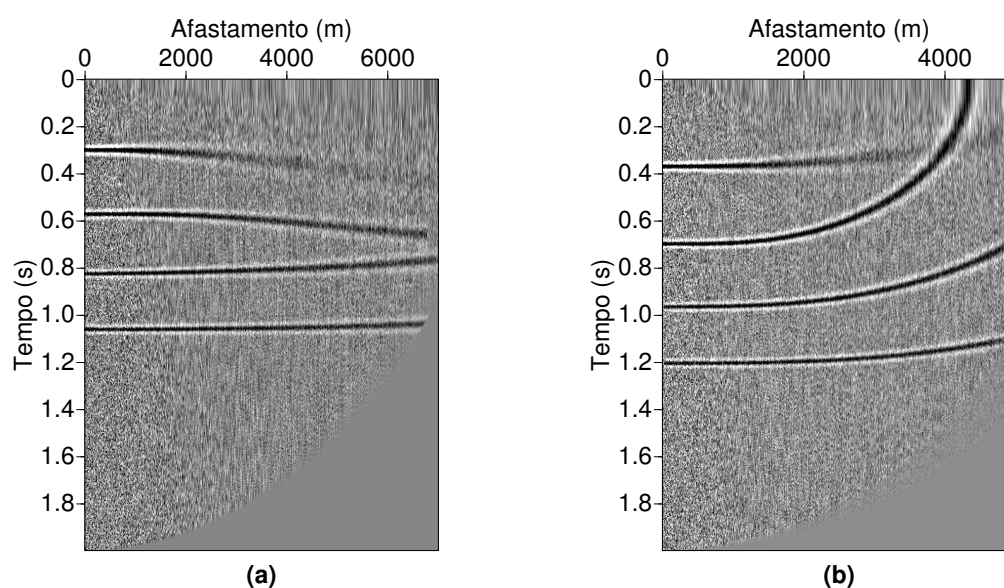


Figura 5.27: (a) Correção de *NMO* hiperbólica do *CDP* associado ao modelo da Figura 5.26a. (b) Correção de *NMO* hiperbólica do *CDP* associado ao modelo da Figura 5.26b, usando o valor exato da velocidade *NMO*.

vemos nas seções sísmicas da Figura 5.27, os eventos não ficam horizontais para grandes afastamentos (nem para afastamentos pequenos em camadas inclinadas). Além disso, aparecem distorções nas frequências ou estiramento (*NMO stretching*) nos eventos mais rasos e

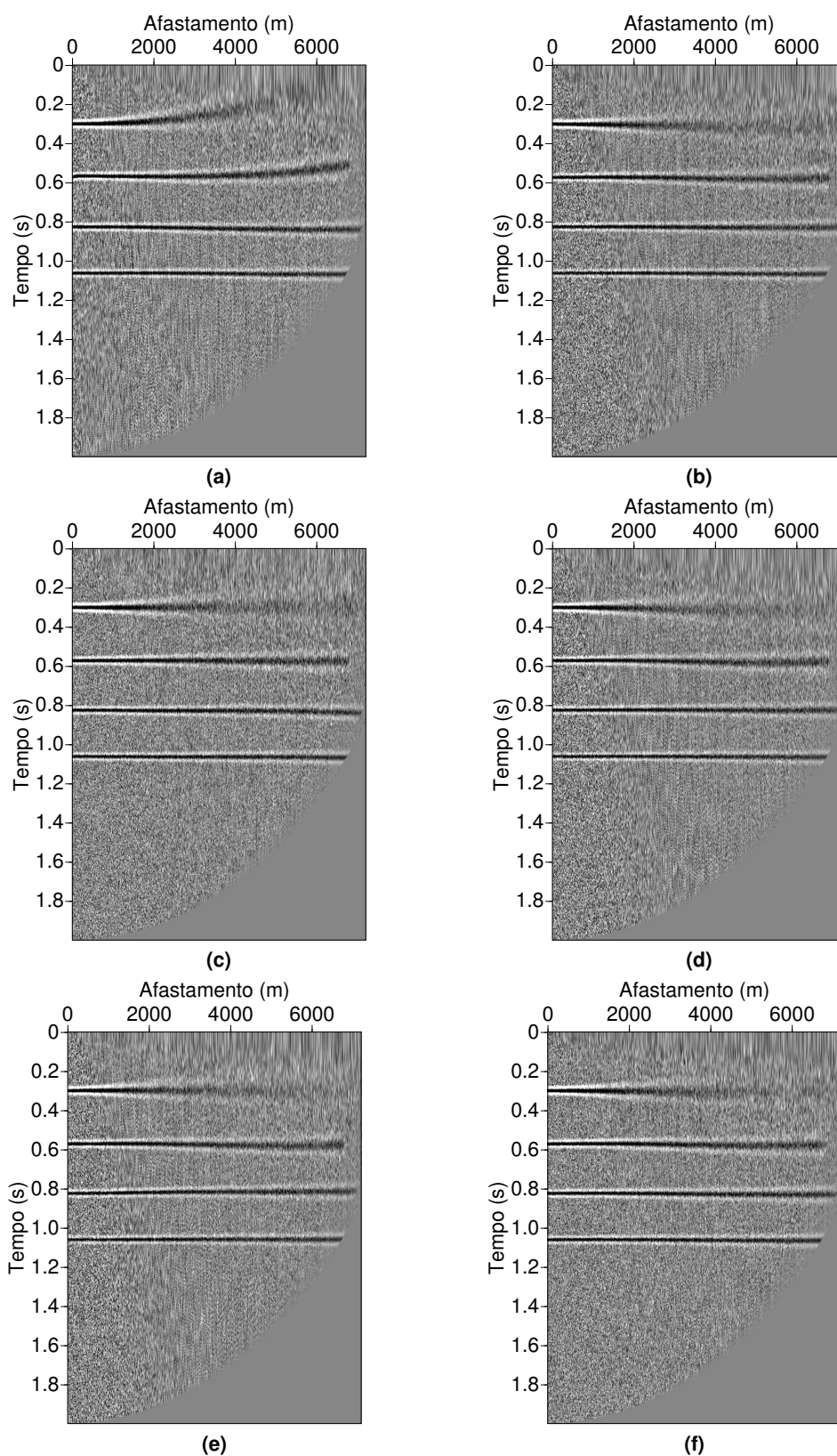


Figura 5.28: Seções sísmicas da Figura 5.26a depois da correção de *NMO* utilizando as aproximações (a) Alkhalifah e Tsvankin (1995), (b) Fomel (2004), (c) Stovas e Ursin (2004), (d) equação (1.58), (e) equação (1.59) e (f) Pereira et al. (2015).

de grande afastamento. Este fenômeno é quantificado por Yilmaz (1987), como:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta t_{NMO}}{t_0}, \quad (5.6)$$

em que Δf é a variação da frequência, f é a frequência predominante e Δt_{NMO} corresponde à equação (4.4). A utilização de mais termos na aproximação do tempo de trânsito melhora o problema de distorção quando diminui o valor de Δt_{NMO} na equação (5.6), o resultado é mostrado na Figura 5.28. No processamento convencional o efeito do estiramento é removido através do *muting* de um percentual da parte afetada. Isto não foi aplicado nas Figuras 5.27 e 5.28, a fim de observar a diferença entre as seções obtidas com a análise de velocidade convencional e o procedimento de inversão desenvolvido.

Observamos que a correção de *NMO* aplicada a um modelo com anisotropia fraca é efetiva quando estimamos os parâmetros *RMS* da velocidade *NMO* e do termo anelítico por meio do MMQ usando as equações de Alkhalifah e Tsvankin (1995), Fomel (2004), Ursin e Stovas (2006), Aleixo e Schleicher (2010), Pereira et al. (2015). Um resultado semelhante foi obtido no Capítulo 4 com a equação de Malovichko (1978), que não necessita fazer estimativas da anelipticidade. De acordo com os testes deste capítulo, mostrou-se que, para um meio anisotrópico fraco, é possível estimar a velocidade *NMO* sem o conhecimento dos parâmetros de anisotropia deste meio com resultados melhores que os obtidos na abordagem convencional.

5.5 Regularização

Analisamos a situação em que 2500 receptores igualmente espaçados em 10 *m* registram dados sísmicos, gerados por traçado de raios, provindo de um refletor plano num meio *VTI* numa profundidade de 0.6 *km*. Realizamos a estimativa das componentes do vetor \mathbf{m} utilizando a equação (2.16). A aproximação do tempo de reflexão utilizada para gerar a matriz sensibilidade \mathbf{G} nesta equação foi a aproximação (1.57) de Fomel (2004). Foram testadas seis amostras com diferentes graus de anisotropia, bem como é apresentado na Tabela 5.6 (Vernik e Liu, 1997). Em cada estimativa foi designado um fator de regularização λ na equação (2.16).

Três parâmetros com matriz \mathbf{D}_1 e I

A Figura 5.29 apresenta as percentagens dos erros dos dados (e_d), equação (5.4), e dos modelos (e_m), equação (5.5), na estimativa do vetor $\mathbf{m} = (t_0, v_{px}, Q)$, de três parâmetros, implementando a matriz de regularização da primeira derivada (\mathbf{D}_1) ou matriz (2.14) na

Tabela 5.6: Velocidades vertical, *NMO* e parâmetros de anisotropia para diferentes amostras *TI*: 1 é de Jones e Wang (1981), 2 e 3 são de Wang (2002), 4 e 5 são de Thomsen (1986), e 6 é de Vernik e Liu (1997).

Amostra	v_{pz}	ϵ	δ	v_{pn}	η
1. <i>Green Horn</i>	3.094	0.256	-0.0505	2.932	0.342
2. <i>Hard (brine)</i>	3.727	0.252	0.0347	3.854	0.203
3. <i>North Sea (brine)</i>	2.291	0.195	-0.0139	2.259	0.215
4. <i>Dog Creek</i>	1.875	0.225	0.0998	2.054	0.104
5. <i>Mesaverde</i>	3.749	0.128	0.0781	4.031	0.043
6. <i>North Sea (dry)</i>	3.860	0.240	0.0199	3.936	0.212

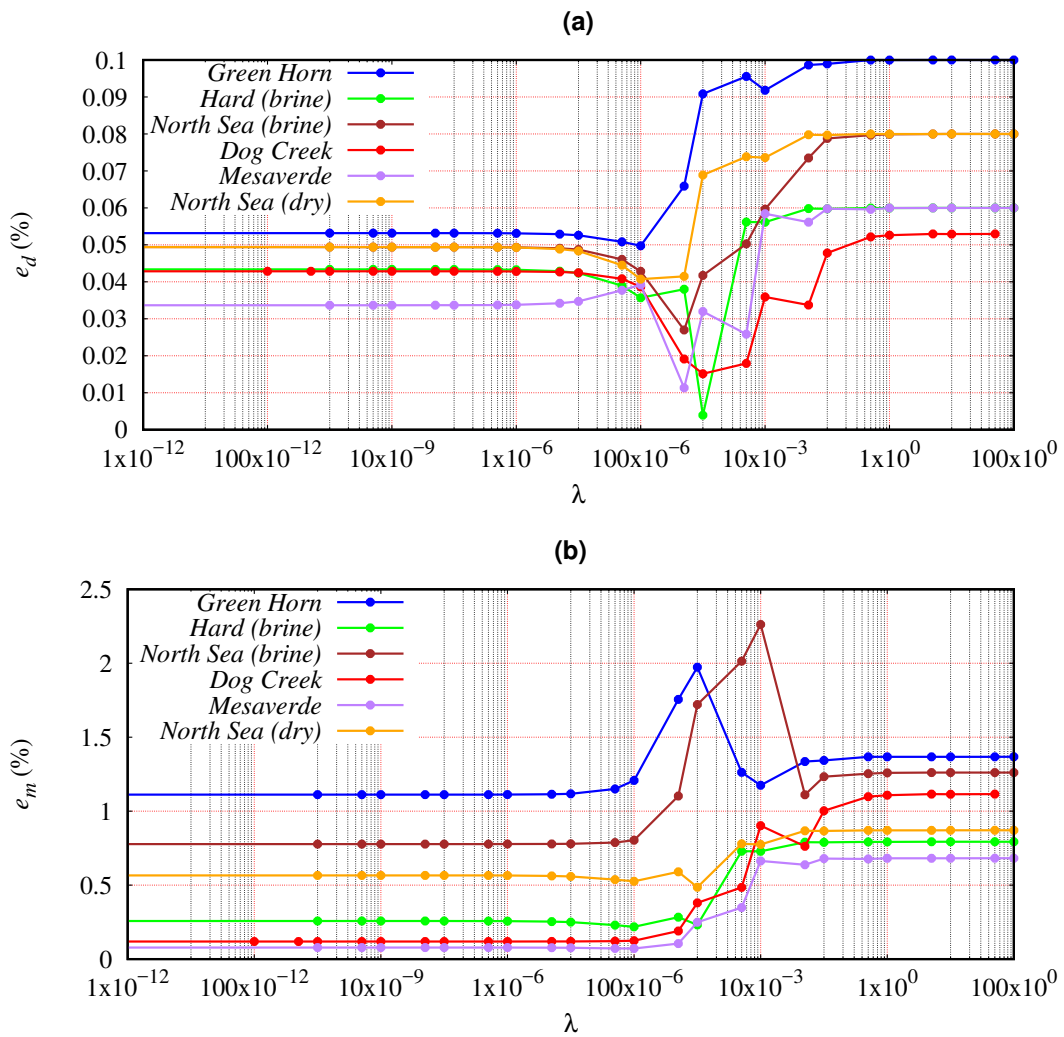


Figura 5.29: (a) Percentagem do erro dos dados (e_d). (b) Percentagem do erro dos modelos (e_m), para diferentes valores de λ na estimativa do vetor de parâmetros $\mathbf{m} = (t_0, v_{px}, Q)$ utilizando a matriz de regularização da primeira derivada (\mathbf{D}_1) na equação (2.16).

equação (2.16) e diferentes valores de λ . Este mesmo experimento é repetido utilizando a matriz identidade (I) em vez da matriz (2.14) na equação (2.16). Os resultados são apresentados na Figura 5.30. Note que a estimativa do vetor \mathbf{m} de três parâmetros para os dois

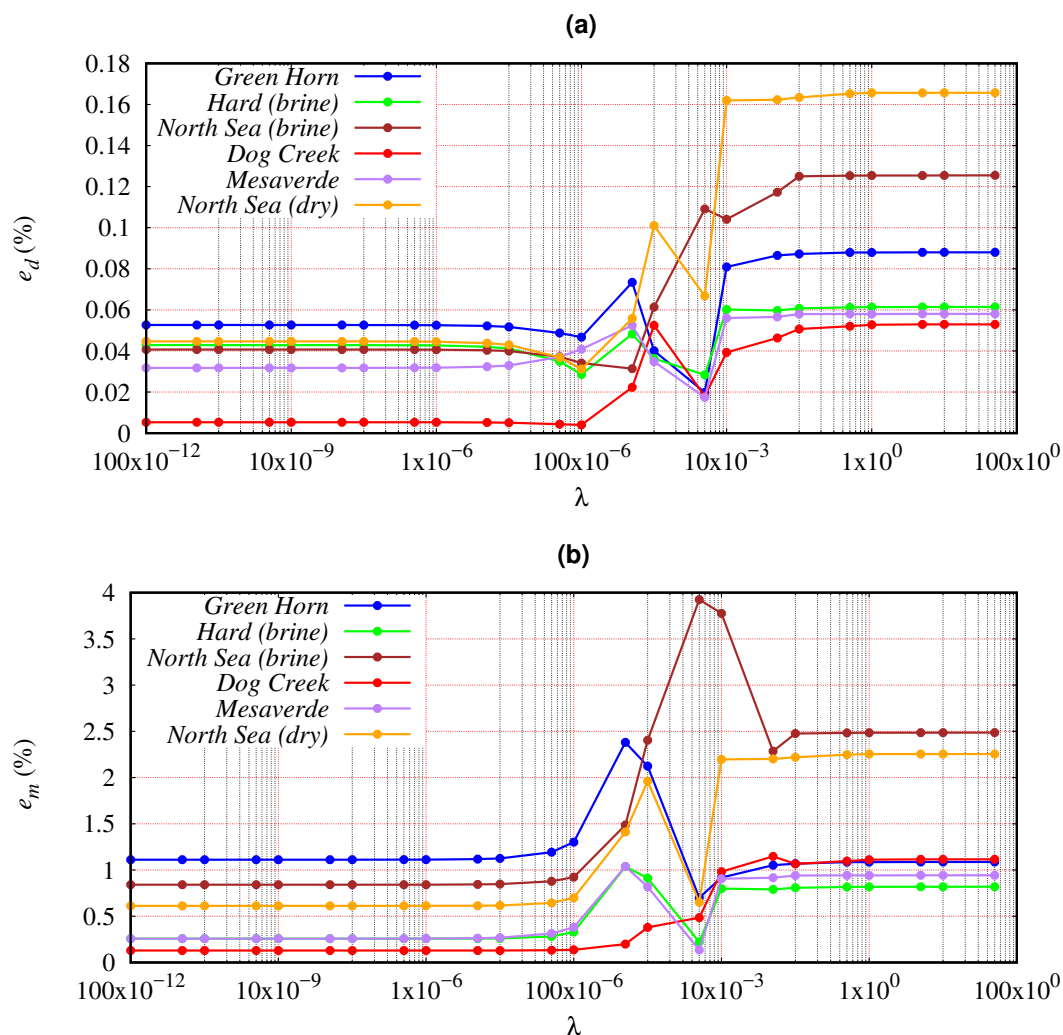


Figura 5.30: (a) Percentagem do erro dos dados (e_d). (b) Percentagem do erro dos modelos (e_m), para diferentes valores de λ na estimativa do vetor de parâmetros $\mathbf{m} = (t_0, v_{px}, Q)$ utilizando a matriz de regularização identidade (I ou método LM) na equação (2.16).

tipos de inversão regularizada, supracitados, são semelhantes para valores pequenos de λ , o que significa que a estimativa é igual ao MMQ e que a regularização neste caso é ambígua.

Quatro parâmetros com matriz D_1

A Figura 5.31 apresenta as percentagens e_d e e_m na estimativa do vetor $\mathbf{m} = (t_0, v_{px}, \epsilon, \delta)$, de quatro parâmetros, para as amostras estudadas implementando a matriz de regularização

da primeira derivada:

$$\mathbf{D}_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad (5.7)$$

na equação (2.16) e diferentes valores de λ .

Quatro parâmetros com matriz \mathbf{D}_2

O mesmo experimento supracitado é repetido utilizando a matriz:

$$\mathbf{D}_2 = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad (5.8)$$

em vez da matriz (5.7) na equação (2.16). Os resultados são apresentados na Figura 5.32.

Quatro parâmetros com matriz \mathbf{I}

A Figura 5.33 apresenta os resultados da estimativa do vetor de quatro parâmetros $\mathbf{m} = (t_0, v_{px}, \epsilon, \delta)$ para as amostras estudadas implementando a matriz de regularização identidade:

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (5.9)$$

na equação (2.16). Este tipo de inversão mostrou um valor mínimo único nas estimativas o que demonstra uma eficiência superior na estimativa do vetor de parâmetros, ao contrário dos métodos supracitados que utilizam as matrizes \mathbf{D}_1 e \mathbf{D}_2 .

Nos experimentos observamos que o λ ótimo nas Figuras 5.31b, 5.32b e 5.33b está associado ao mínimo da curva. Também é percebido que quando λ assume valores grandes as curvas apresentam erros dos modelos maiores. Observe que, a estimativa de quatro parâmetros com o método de inversão que utiliza a matriz identidade de regularização é mais eficiente. Este método mostrou um valor mínimo único nas curvas de percentagem do erro dos modelos, para todas as amostras na Tabela 5.6, reduzindo assim a ambiguidade mostrada pelos métodos de inversão que utilizam as matrizes de derivadas \mathbf{D}_1 e \mathbf{D}_2 . Nas simulações de inversão foi utilizado um modelo inicial de 50% do modelo verdadeiro. O algoritmo descrito pelo fluxograma na Figura 2.3 usou a equação (5.4) como critério de parada das iterações.

Observamos que estimativas razoáveis do vetor \mathbf{m} podem ser obtidas usando como matriz de regularização uma matriz de zeros $N \times N$ exceto na diagonal, cujos valores correspondem à diagonal de $\mathbf{G}^T \mathbf{G}$.

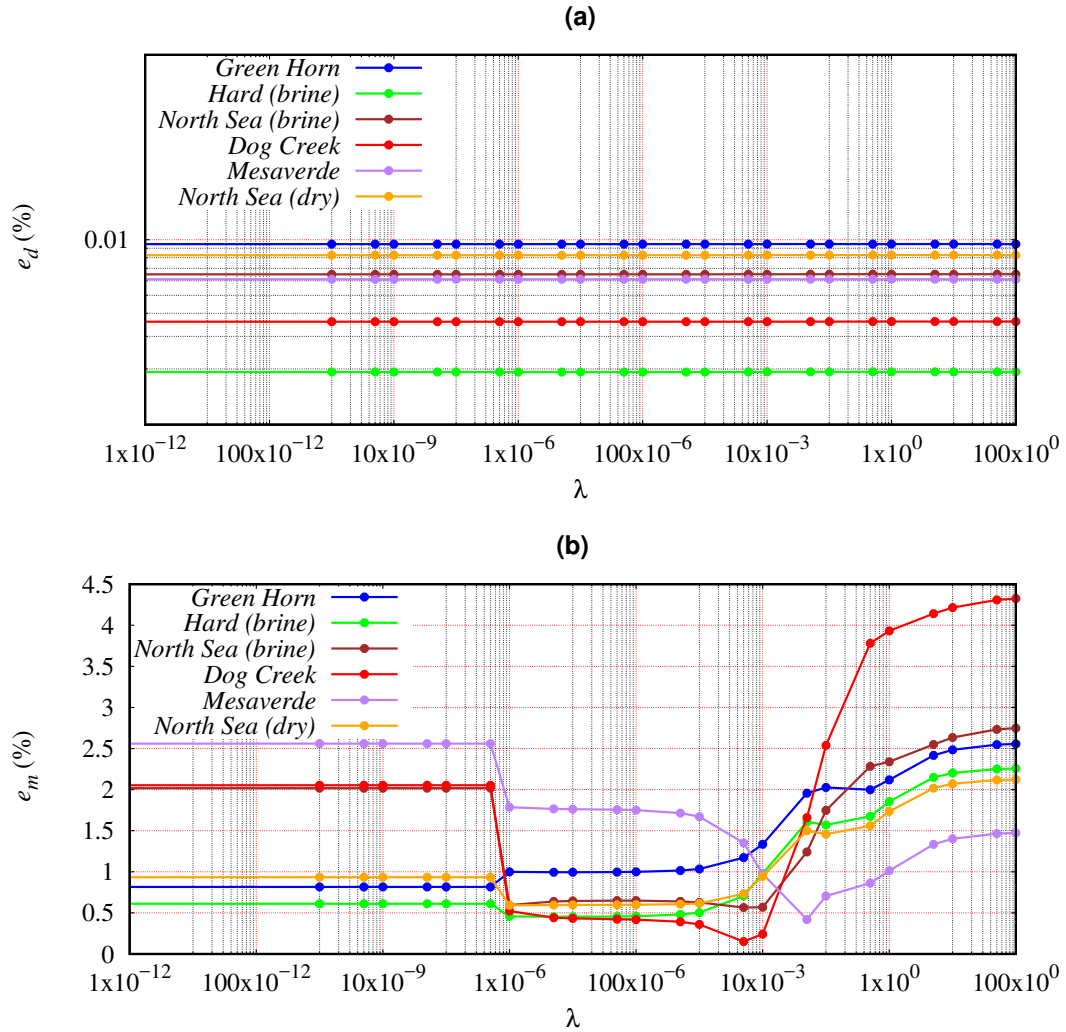


Figura 5.31: (a) Percentagem do erro dos dados (e_d). (b) Percentagem do erro dos modelos (e_m), para diferentes valores de λ na estimativa do vetor de parâmetros $\mathbf{m} = (t_0, v_{px}, \epsilon, \delta)$ utilizando a matriz de regularização (5.7) na equação (2.16).

5.5.1 Estimativa conjunta da profundidade e dos parâmetros de anisotropia

Como observamos no Capítulo 4, o método da análise de velocidade não pode estimar os valores da velocidade vertical v_{pz} e δ , separadamente, apenas prever uma combinação chamada velocidade *NMO*. Usar esta velocidade para calcular a profundidade z causaria um erro de tempo-profundidade porque a velocidade que precisamos é a velocidade vertical v_{pz} .

Neste trabalho propomos fazer uma estimativa conjunta das velocidades, v_{px} ou v_{pn} , e dos parâmetros de Thomsen, para deduzir através destes resultados, a velocidade vertical da onda *P* (v_{pz}) e a profundidade do refletor (z). Para essa finalidade utilizamos o vetor

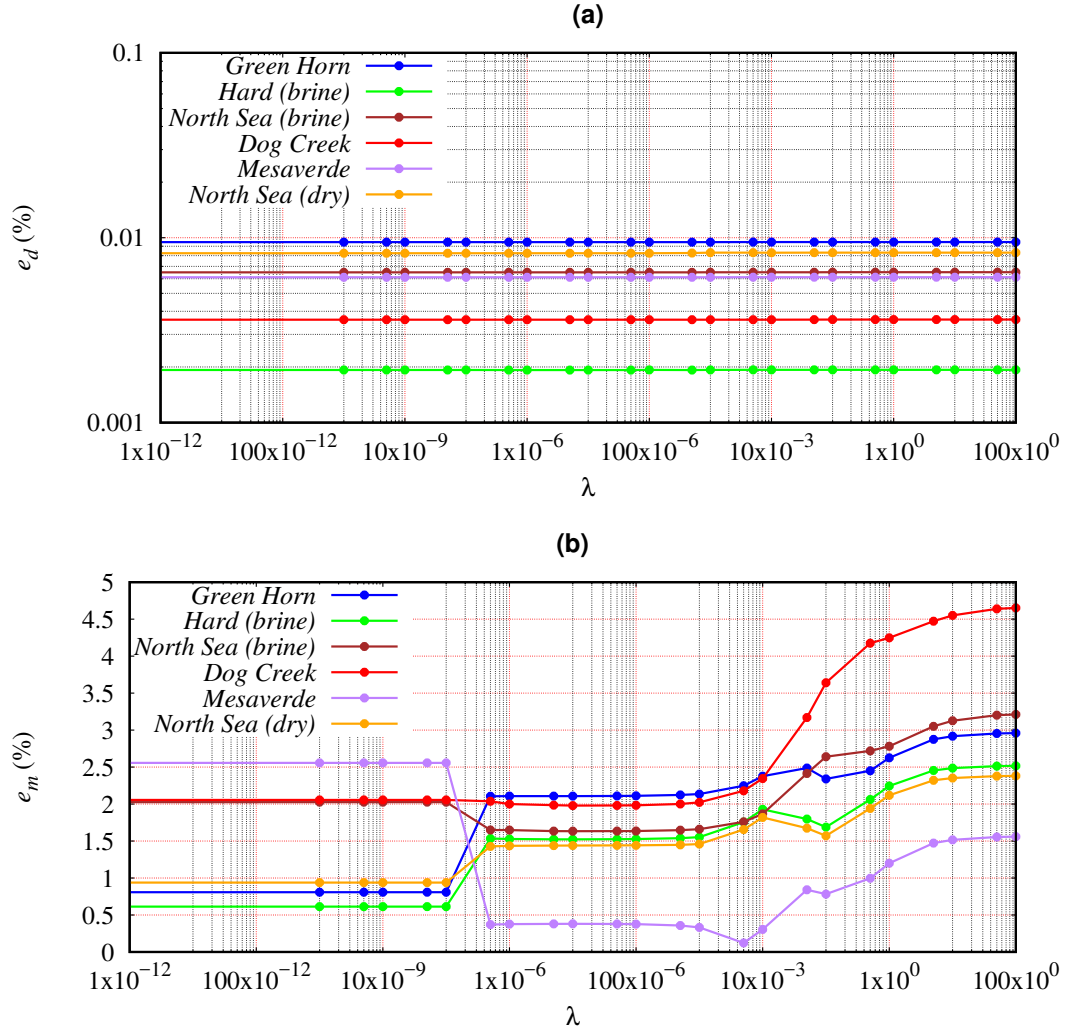


Figura 5.32: (a) Percentagem do erro dos dados (e_d). (b) Percentagem do erro dos modelos (e_m). Para diferentes valores de λ na estimativa do vetor de parâmetros $\mathbf{m} = (t_0, v_{px}, \epsilon, \delta)$ utilizando a matriz de regularização (5.8) na equação (2.16).

$\mathbf{m} = (t_0, v_{px}, \epsilon, \delta)^T$ nas simulações de inversão que implementam as aproximações propostas (3.51), (3.52) e a aproximação anelítica de (1.57). Isto nos permitiu deduzir a velocidade *NMO* da seguinte equação

$$v_{pn} = \frac{v_{px}}{\sqrt{1 + 2\eta}}, \quad (5.10)$$

necessária para a dedução da velocidade vertical da onda *P*:

$$v_{pz} = \frac{v_{pn}}{\sqrt{1 + 2\delta}}, \quad (5.11)$$

portanto, para o cálculo do valor da profundidade $z = 0.5v_{pz}t_0$. A utilização do vetor $\mathbf{m} = (t_0, v_{pn}, \epsilon, \delta)^T$, não apresenta bons resultados nas simulações de inversão que utilizam a parametrização das aproximações (3.51), (3.52) e (1.57). Já para as simulações que utilizam

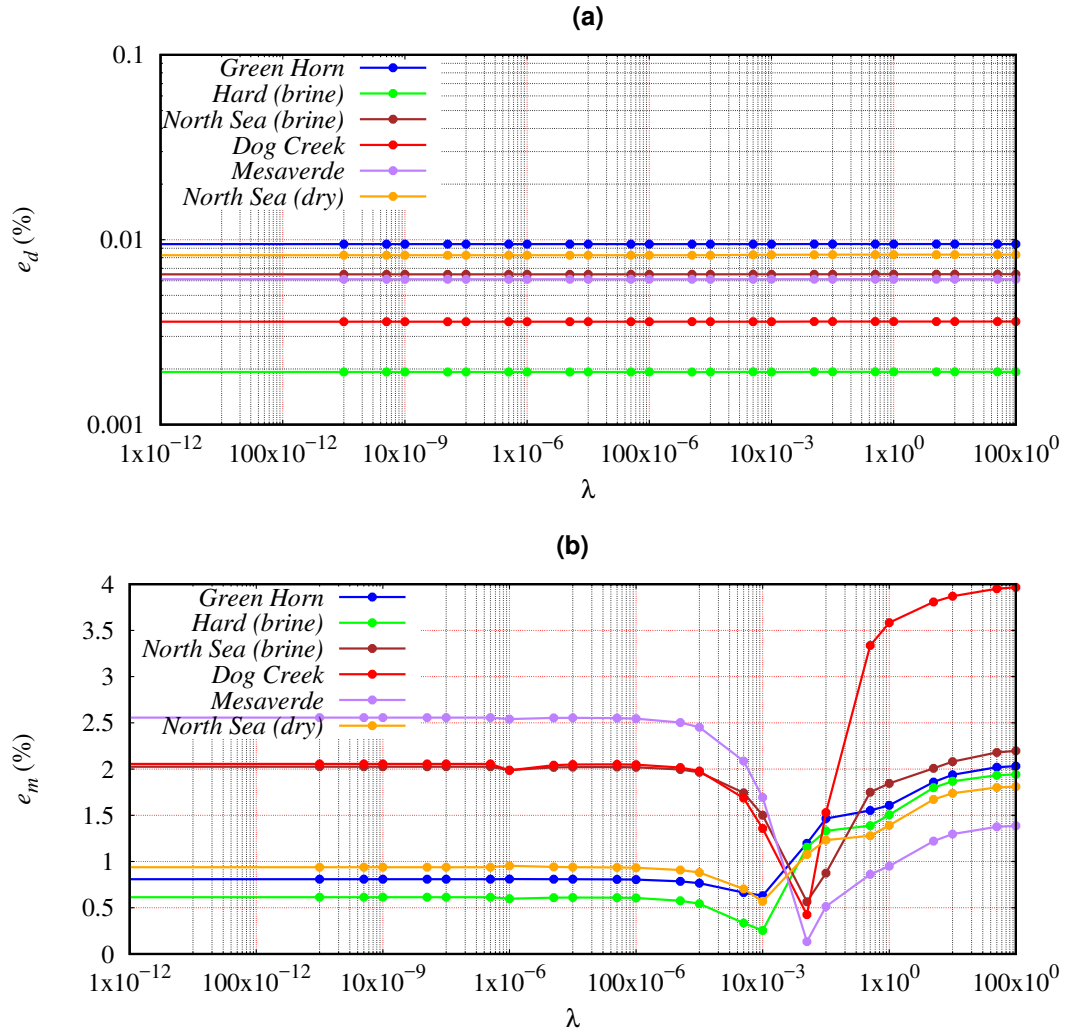


Figura 5.33: (a) Percentagem do erro dos dados (e_d). (b) Percentagem do erro dos modelos (e_m). Para diferentes valores de λ na estimativa do vetor de parâmetros $\mathbf{m} = (t_0, v_{px}, \epsilon, \delta)$ utilizando a matriz de regularização identidade na equação (2.16). Observe o valor mínimo único nas estimativas.

a parametrização da equação (1.55) esse vector apresentou resultados razoáveis nos experimentos numéricos. Os resultados são apresentados nas Tabelas 5.7 e 5.8. Nas simulações de inversão foi utilizado um modelo inicial *a priori* de 50% do modelo verdadeiro. O algoritmo de inversão usou como critério de parada das iterações, a equação (5.4) e a regularização com a matriz identidade. A estimativa conjunta da velocidade intervalar da onda P e dos parâmetros de Thomsen requer uma regularização específica para cada camada, sem essa regularização é impossível fazer uma estimativa. As simulações de inversão mostraram um melhor desempenho na amostra *Mesaverde*, que tem um pequeno valor de anisotropia.

Tabela 5.7: Erro relativo e_r (%) entre os parâmetros do modelo verdadeiro e os parâmetros do modelo estimado implementando as aproximações propostas e o vetor $\mathbf{m} = (t_0, v_{px}, \epsilon, \delta)$

Eq.	Equação proposta (3.51)						Equação proposta (3.52)					
	Sa.	t_0	v_{pn}	ϵ	δ	v_{pz}	z	t_0	v_{pn}	ϵ	δ	v_{pz}
1.	0.070	1.882	10.825	7.697	1.451	1.520	0.000	0.106	2.563	1.303	0.180	0.181
2.	0.075	1.123	11.271	8.018	1.387	1.464	0.006	0.286	1.926	11.671	0.092	0.086
3.	0.229	3.337	33.472	2.769	3.296	3.533	0.090	1.419	12.861	14.424	1.629	1.720
4.	0.006	0.054	4.184	5.944	0.437	0.443	0.003	0.196	4.751	8.798	0.700	0.697
5.	0.005	0.212	0.719	0.058	0.208	0.213	0.006	0.217	1.060	0.420	0.245	0.251
6.	0.067	1.005	9.402	22.548	1.444	1.512	0.010	0.347	0.251	0.025	0.158	0.148

Tabela 5.8: Erro relativo e_r (%) entre os parâmetros do modelo verdadeiro e os parâmetros do modelo estimado usando o vetor $\mathbf{m} = (t_0, v_{px}, \epsilon, \delta)$ para a aproximação de Fomel (2004) e o vetor $\mathbf{m} = (t_0, v_{pn}, \epsilon, \delta)$ para a aproximação de Alkhalifah e Tsvankin (1995).

Eq.	Fomel (2004)						Alkhalifah e Tsvankin (1995)					
	Sa.	t_0	v_{pn}	ϵ	δ	v_{pz}	z	t_0	v_{pn}	ϵ	δ	v_{pz}
1.	0.020	0.569	8.220	3.887	0.787	0.807	0.217	3.532	20.728	67.314	0.382	0.164
2.	0.004	0.019	5.973	22.716	0.748	0.752	0.083	0.933	22.920	40.000	0.379	0.295
3.	0.065	0.921	6.886	4.708	0.853	0.918	0.027	0.345	0.490	40.000	0.910	0.937
4.	0.000	0.098	8.447	15.010	1.129	1.129	0.136	1.368	46.157	40.000	2.087	1.948
5.	0.005	0.199	0.336	0.448	0.168	0.173	0.083	0.412	40.000	40.000	3.240	2.790
6.	0.001	0.577	10.256	17.340	0.906	0.856	0.149	1.722	8.920	40.000	0.961	1.109

5.6 Utilização dos parâmetros estimados na etapa da migração

Enquanto a migração de meios anisotrópicos em tempo precisa das distribuições bidimensionais *RMS* da velocidade *NMO* e do parâmetro η para ser realizada, a migração anisotrópica em profundidade requer das distribuições bidimensionais intervalares da velocidade vertical da onda *P* e dos parâmetros de Thomsen ϵ e δ .

Propomos obter estas distribuições bidimensionais utilizando o algoritmo desenvolvido na Seção 5.5, onde foi utilizada a regularização que obteve o melhor desempenho (regularização coma matriz identidade) para estimar conjuntamente os valores de v_{pz} , ϵ e δ , por tiro, em um meio com multi-camadas *VTI*. O experimento destas estimativas, proposto, é resumido nas etapas a seguir:

1. Estimativa dos vetores:

$$\mathbf{m} = (T_{0,n}, V_{RMS,n}, \eta_{eff,n}), \tag{5.12}$$

e

$$\mathbf{m} = (T_{0,n}, V_{RMS,n}, \epsilon_n, \delta_n), \quad (5.13)$$

a partir do dado observado, $t(\mathbf{m}^{verd}, x)$. Em que $T_{0,n}$ é o tempo duplo de trânsito considerando-se afastamento nulo entre fonte e receptor, $V_{RMS,n}$ e $\eta_{eff,n}$ são a velocidade e o parâmetro anelítico RMS até a interface n , ϵ_n e δ_n são variáveis auxiliares. A estimativa do vetor (5.13) utiliza a regularização com a matriz identidade na equação (2.16) (método LM). Nesta etapa é feita uma inversão para cada reflexão obtendo o seguinte número de inversões por vetor:

$$nr \times nshots,$$

onde nr corresponde ao número de refletores do meio e $nshots$ é o número de tiros.

2. Utilizando os parâmetros estimados do vetor (5.12) do passo (1) calculamos para cada camada e por tiro:

- o tempo de zero afastamento intervalar:

$$t_i = T_{0,n} - T_{0,n-1}, \quad (5.14)$$

onde n representa a n -ésima camada;

- a velocidade NMO intervalar, $v_{pn,i}$, usando a equação (1.81);
- o parâmetro de aneliticidade intervalar, η_i usando a equação (1.90);

3. Baseados no vetor (5.13) do passo (1) deduzimos o valor:

$$v_{pz-RMS,n} = \frac{V_{RMS,n}}{\sqrt{1 + 2\delta_n}}, \quad (5.15)$$

e utilizando a equação (4.2) calculamos o valor intervalar $v_{pz,i}$ da equação (5.15). Posteriormente obtemos a espessura de cada camada com:

$$z_i = \frac{v_{pz,i} t_i}{2}, \quad (5.16)$$

onde t_i corresponde ao tempo de zero afastamento intervalar da equação (5.14) do passo (2).

4. Deduzimos o parâmetro de Thomsen intervalar, δ_i , com os valores intervalares obtidos nas etapas (2) e (3)

$$\delta_i = \frac{1}{2} \left[\frac{v_{pn,i}^2}{v_{pz,i}^2} - 1 \right]. \quad (5.17)$$

5. Deduzimos o parâmetro de Thomsen intervalar, ε_i , com os valores intervalares obtidos nas etapas (2) e (4)

$$\varepsilon_i = (1 + 2\delta_i)\eta_i + \delta_i. \quad (5.18)$$

6. Criamos as distribuições bidimensionais da velocidade e dos parâmetros de Thomsen, localizando os valores intervalares correspondentes, acima da posição de profundidade

$$Z_n = \sum_{i=1}^n z_i. \quad (5.19)$$

Nesta parte final do experimento é feita uma extrapolação que conecta os resultados de um tiro com o resultado do próximo disparo, fazendo uma média das velocidades e dos parâmetros de Thomsen, para formar três distribuições homogêneas (v_{pz} , ε e δ) das camadas.

7. Realizamos a migração em profundidade descrita na seção 3.2.1 utilizando as distribuições intervalares: da velocidade v_{pz} e dos parâmetros de Thomsen, deduzidos na etapa (6).

5.6.1 Migração em um modelo sintético de camadas homogêneas VTI

Implementamos as etapas supracitadas usando um modelo sintético de 5 camadas homogêneas cujos valores correspondem às amostras *Dog Creek* para a camada 1, *Green Horn* para a camada 2, *Mesaverde* para a camada 3 e *North sea (dry)* para a camada 4 (veja Tabela, 5.6), a camada 5 corresponde a uma camada isotrópica com velocidade $v_{pz} = 4.721$ (km/s). A etapa (1) extrai o vetor de parâmetros, \mathbf{m}^{calc} , a partir dos tempos observados, $t(\mathbf{m}^{verd}, x)$, utilizando modelos iniciais, $t(\mathbf{m}^{inic}, x)$, *a priori* de 50% do modelo verdadeiro, conforme à Figura 5.34. Esta figura apresenta os tempos de trânsito refletidos gerados por 5 tiros para 4 refletores separadamente.

Após obter os valores intervalares com suas respectivas posições em profundidade, etapas da (2) até a etapa (5), obtemos as respectivas distribuições bidimensionais, etapa (6), conforme às Figuras 5.35b, 5.35d e 5.35f, obtidas a partir dos 5 tiros da Figura 5.34. Ainda nesta figura apresentamos as distribuições bidimensionais verdadeiras à esquerda.

Finalmente, realizamos a migração em profundidade usando as distribuições bidimensionais estimadas, a partir dos 5 tiros para o imageamento os dados, a fim, de observar o seu comportamento de estes após sua respectiva migração. Comparamos estes resultados com uma migração isotrópica que utiliza apenas a distribuição de velocidade obtida a partir da análises de velocidade convencional, conforme à Figura 5.36.

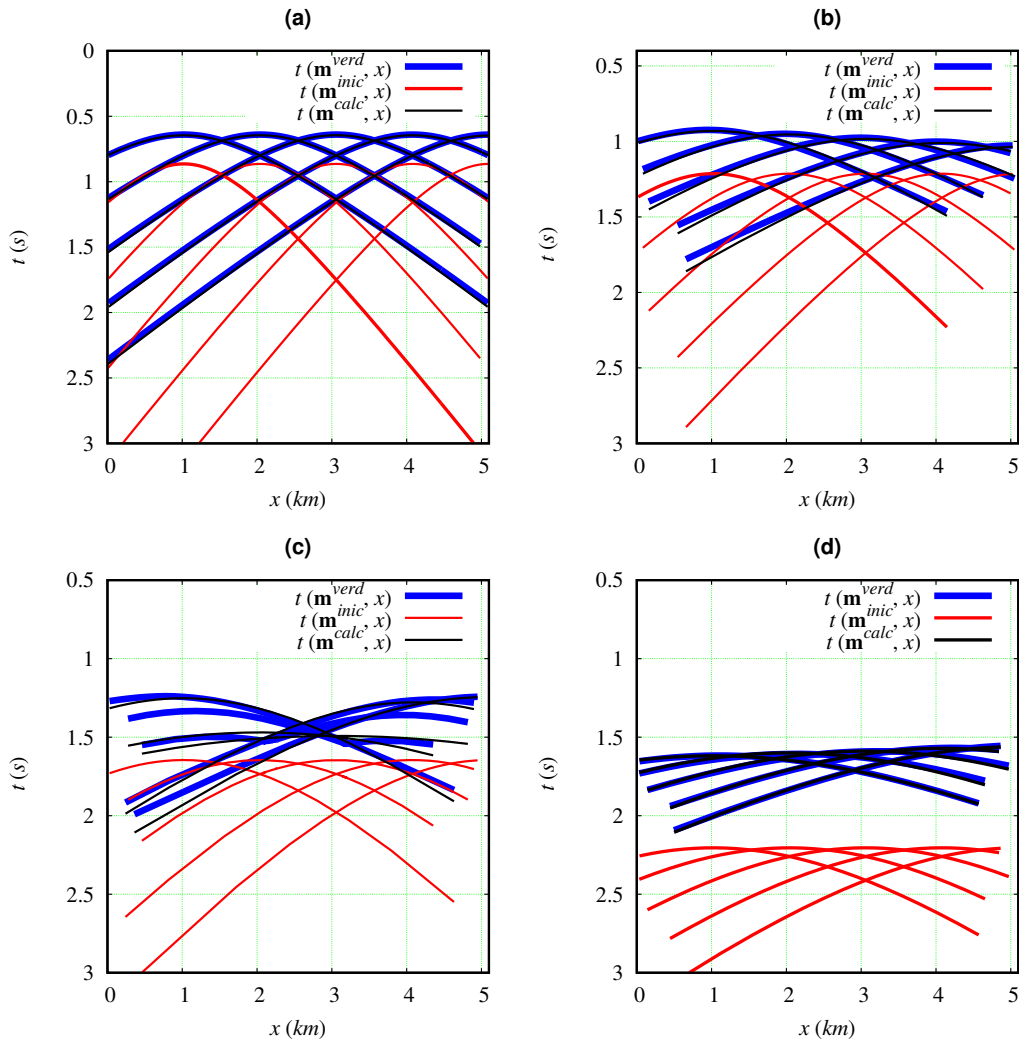


Figura 5.34: Tempo de reflexão observado $t(\mathbf{m}^{verd}, x)$, inicial $t(\mathbf{m}^{inic}, x)$ e calculado $t(\mathbf{m}^{calc}, x)$. Utilizando 5 tiros para imaginar a seção sísmica. (a) Camada 1 (*Dog Creek*), (b) camada 2 (*Green Horn*), (c) camada 3 (*Mesaverde*) e (d) camada 4 (*North sea (dry)*).

Observe que a migração isotrópica, correspondente à Figura 5.36a, não corrige a dispersão causada por grandes afastamentos principalmente na primeira camada. Esta camada corresponde à amostra *Dog Creek*. Já para a migração anisotrópica, ou Figura 5.36b, que inclui as distribuições bidimensionais estimadas da velocidade e os parâmetros de Thomsen, o efeito de sobretempo de grandes afastamentos é corrigido, mas dificilmente é possível para o imageamento do canal da terceira camada. Esta camada corresponde à amostra *Mesaverde*. Mas o mais relevante nesta figura é a posição em que as interfaces estão localizadas. Note que na migração isotrópica, a posição dos refletores está errada e este erro aumenta com a profundidade. Isso é causado porque foi utilizada a velocidade *NMO* intervalar (velocidade comumente usada no processamento sísmico) em vez da velocidade vertical da onda *P*.

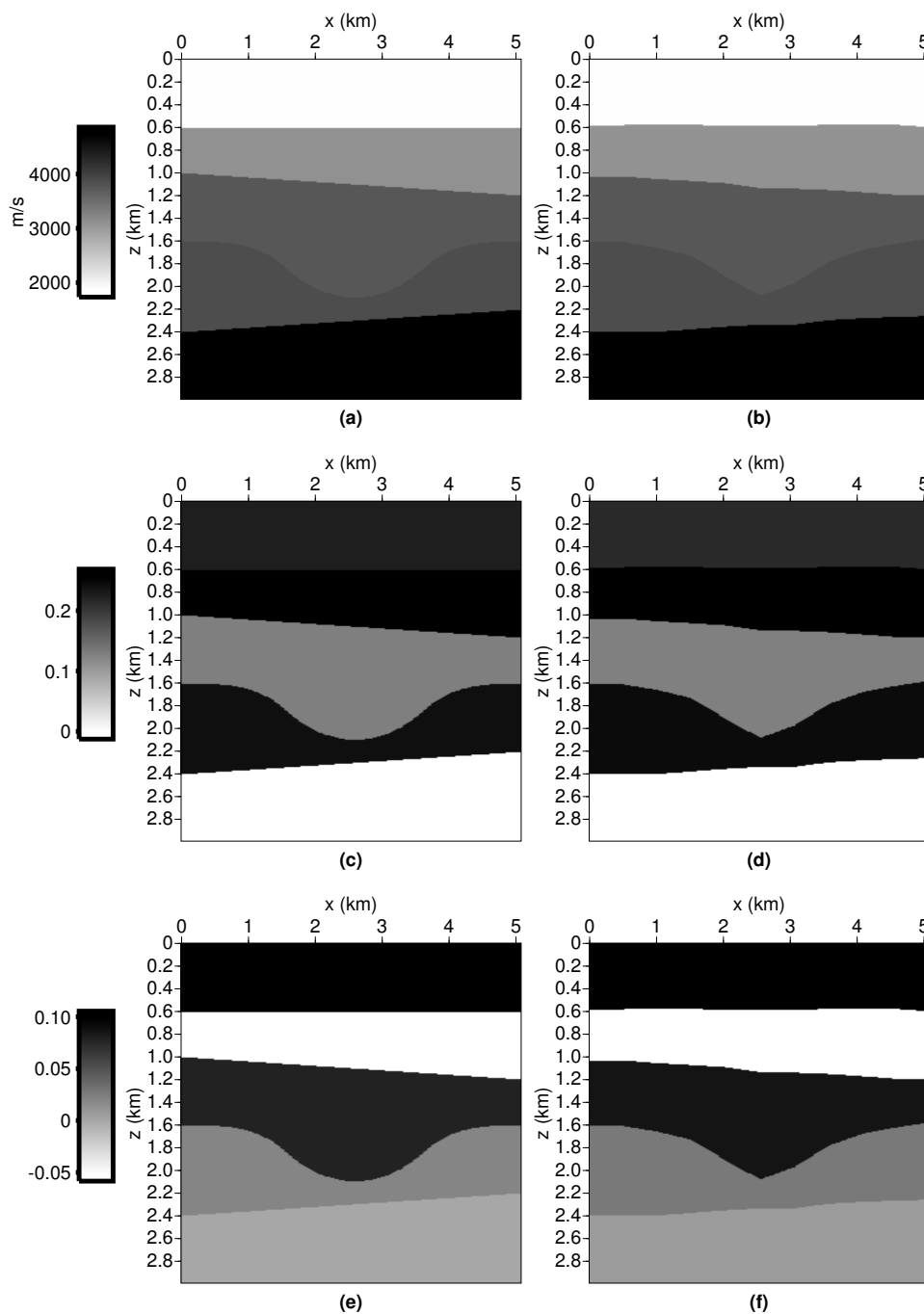


Figura 5.35: Distribuições bidimensionais: verdadeiras da (a) v_{pz} e dos parâmetros (c) ε e (e) δ ; estimadas da: (b) v_{pz} e dos parâmetros (d) ε e (f) δ .

5.6.2 Distribuições bidimensionais heterogêneas

As duas seções acima permitem construir as distribuições bidimensionais necessárias para a migração *PSPI* de um meio com várias camadas homogêneas. Nesta seção, propomos representar essas distribuições de maneira heterogênea, por meio de polinômios, através

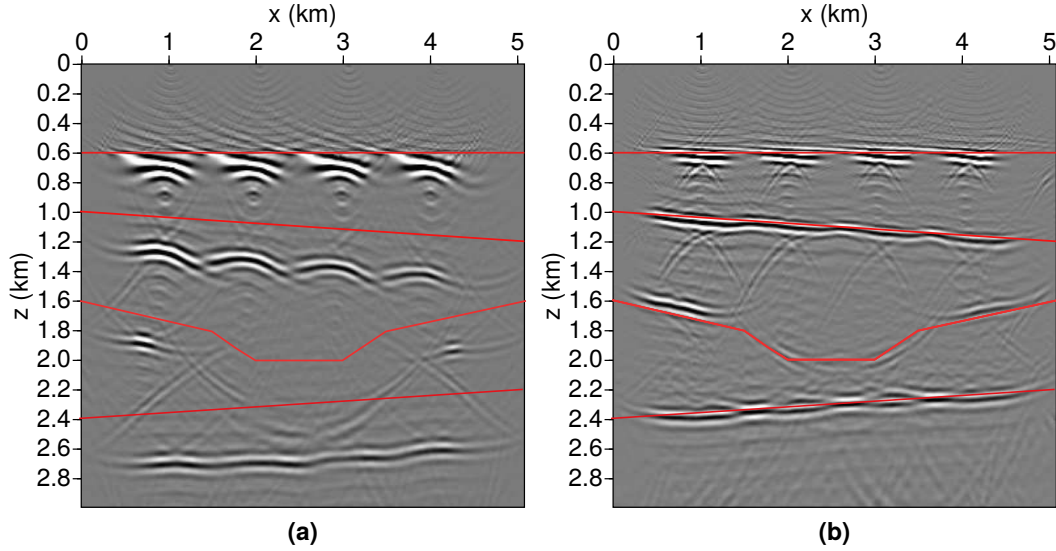


Figura 5.36: Migração em profundidade, usando 5 tiros para o imageamento, (a) isotrópica usando a velocidade estimada de maneira convencional, (b) anisotrópica usando as distribuições bidimensionais estimadas. A seção sísmica corresponde ao modelo anisotrópico *VTI* das Figuras 5.35a, 5.35c e 5.35e, as linhas de cor vermelha indicam a posição exata dos refletores.

da equação (3.44). Assim uma vez que as distribuições bidimensionais das velocidades v_{pz} e v_{pn} , são representadas por esta equação, obtemos uma matriz para caracterizar a distribuição bidimensional do parâmetro δ de forma heterogênea da seguinte forma:

$$\delta(x, z) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{v_{pn}(x, z)}{v_{pz}(x, z)} \right)^2 - I \right], \quad (5.20)$$

em que I é a matriz identidade com as dimensões do modelo ($n_x \times n_z$). Da mesma forma, uma vez representada a distribuição bidimensional do parâmetro anelítico, η , pelo polinômio da equação (3.44) e tendo em conta a equação acima, propomos representar ε como:

$$\varepsilon(x, z) = \eta(x, z) [I + 2\delta(x, z)] + \delta(x, z). \quad (5.21)$$

Estas duas equações são exatas, em tempo, com o conhecimento da velocidade v_{pz} e quando obtemos a estimativa das velocidades *RMS* e dos η_{eff} em meios com anisotropia fraca, como mostramos na seção, 5.3.1. Veja que, aumentar o grau do polinômio (3.44) nas velocidades da equação (5.20) força um armazenamento maior de informação. Isto melhora a representação da distribuição, $\delta(x, z)$, conforme às Figuras 5.37, 5.38 e 5.39.

Realizamos a migração pré-empilhada em profundidade do modelo das Figuras 5.35a, 5.35c e 5.35e, novamente. Desta vez, utilizando os dados sísmicos de 50 tiros e as distribuições bidimensionais heterogêneas calculadas pelos polinômios de grau 3 e 7 de acordo com

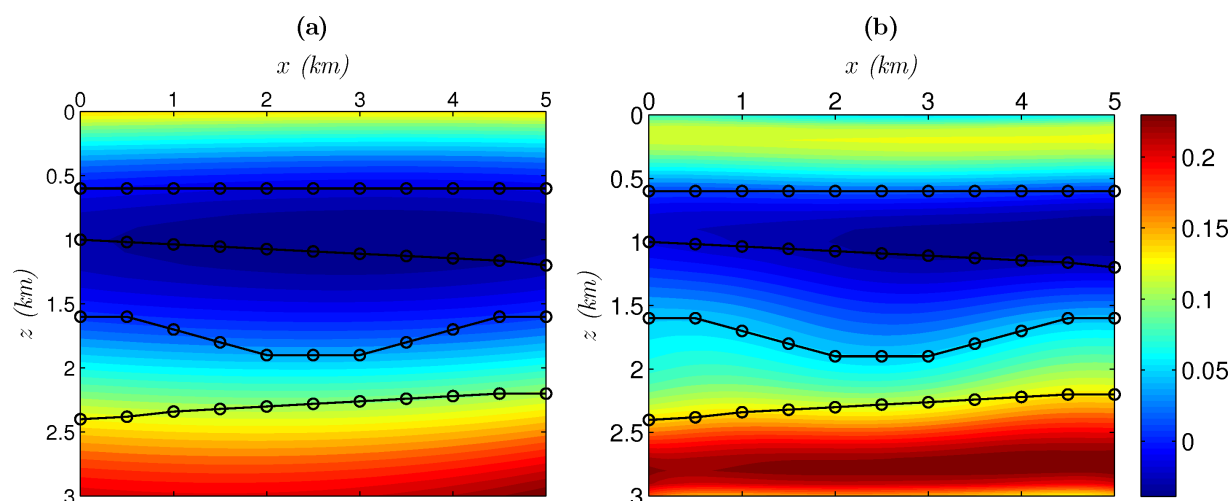


Figura 5.37: Distribuição bidimensional heterogênea do parâmetro $\delta(x, z)$. (a) Associado a um polinômio de grau 3. (b) Associado a um polinômio de grau 7. As linhas de cor negro com círculos indicam a posição das interfaces do modelo da Figura 5.35e.

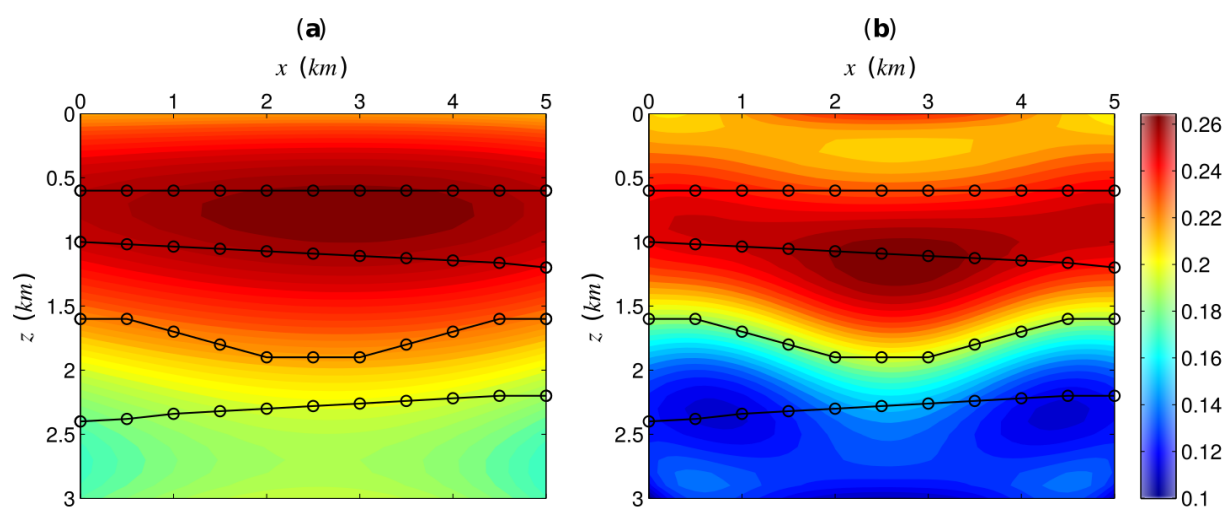


Figura 5.38: Distribuição bidimensional heterogênea do parâmetro $\varepsilon(x, z)$. (a) Associado a um polinômio de grau 3. (b) Associado a um polinômio de grau 7. As linhas de cor negro com círculos indicam a posição das interfaces do modelo da Figura 5.35c.

as Figuras 5.37, 5.38 e 5.39. Os resultados desta migração são apresentados na Figura 5.40. Na Figura 5.40b observamos mais uma vez o erro em profundidade causado pela velocidade estimada de forma convencional. O ruído observado nas seções sísmicas 5.40c e 5.40d está

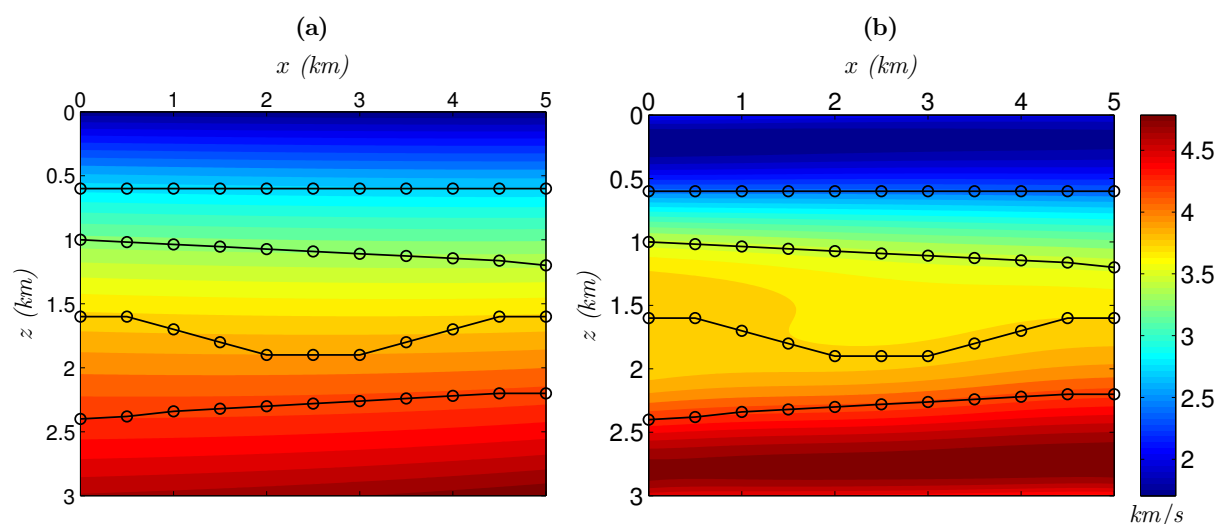


Figura 5.39: Distribuição bidimensional heterogênea da velocidade $v_{pz}(x, z)$. (a) Associado a um polinômio de grau 3. (b) Associado a um polinômio de grau 7. As linhas de cor negro com círculos indicam a posição das interfaces do modelo da Figura 5.35a.

associado ao grau do polinômio. O fato de não poder imagear o anticlinal está relacionado à dificuldade do método de migração *PSPI* quando existe uma grande variação lateral, isto é, quando ocorre uma mudança superior a 5% no valor da velocidade para uma distância de 1000 *m*. A técnica de migração *RTM* (*Reverse Time Migration*), neste caso, obteria melhores resultados já que permite obter imagens ótimas do subsolo, onde são apresentados modelos geológicos complexos com variações laterais de velocidade e falhas. No entanto, a principal restrição do *RTM* está associada a seu alto custo computacional, tanto em tempo de execução quanto no espaço de armazenamento de informações. Portanto, o desenvolvimento de estratégias viáveis na prática é necessário para reduzir as restrições da técnica *RTM*. Considerando que atualmente existe uma demanda crescente por computação de alto desempenho e velocidade de processamento (*HPC High Performance Computing*), o *HPC* foi adotado como uma solução para solucionar problemas avançados e realizar atividades de pesquisa por meio da modelagem, simulação e análise, como a migração *RTM*. Uma das principais ferramentas usadas no *HPC* é o *MPI* (*Message Passing Interface*).

Otimização global

Podemos utilizar um sistema híbrido de otimização combinado um algoritmo estocástico com o método *LM*. O objetivo dessa combinação é conjugar a atuação dos dois métodos, extraindo a melhor solução que cada um pode oferecer. A saída do algoritmo estocástico

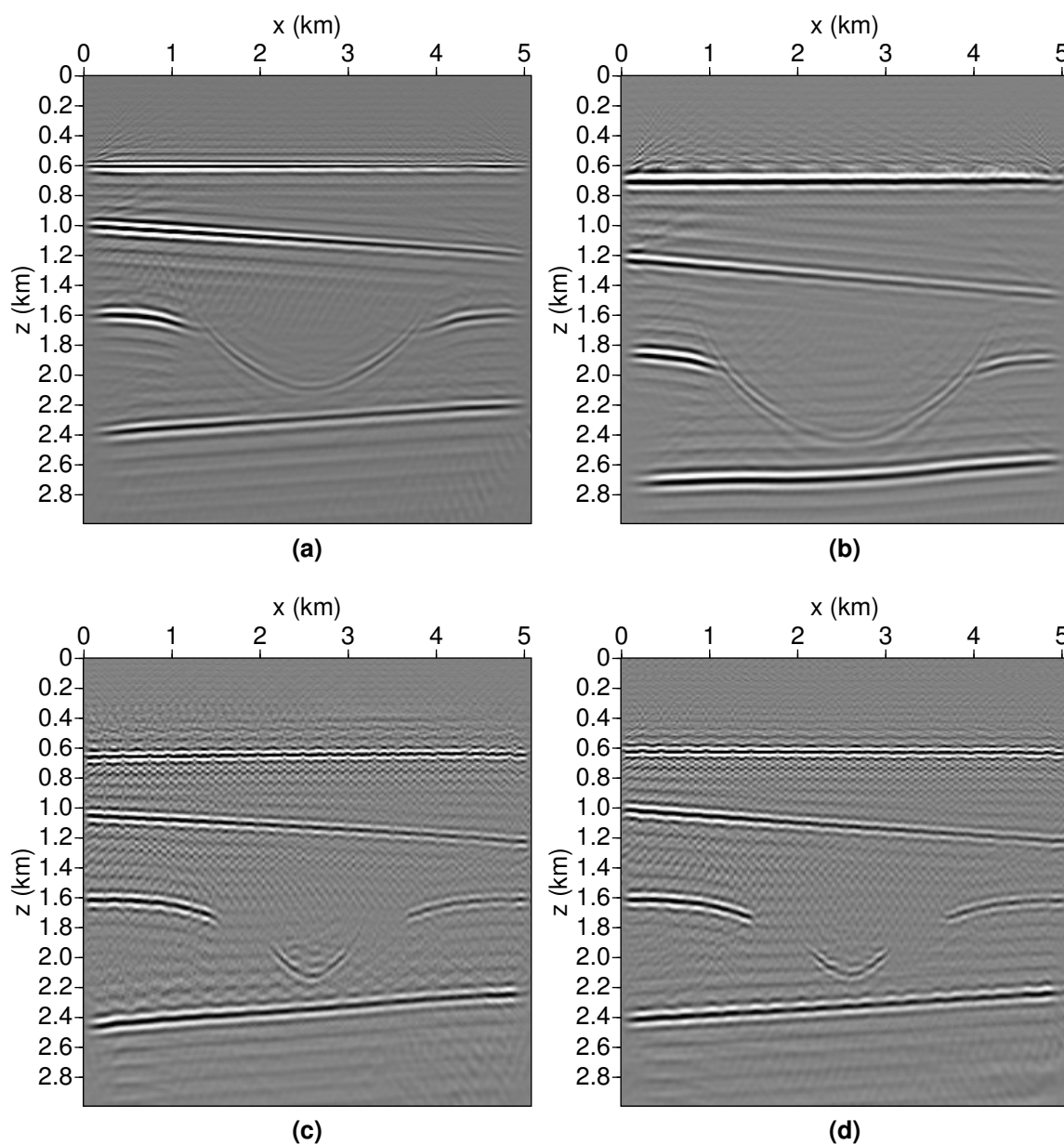


Figura 5.40: Migração em profundidade, usando 50 tiros, (a) anisotrópica utilizando as distribuições bidimensionais estimadas, (b) isotrópica usando a velocidade estimada de maneira convencional, (c) anisotrópica associado a polinômios de grau 3 e (d) anisotrópica associada a polinômios de grau 7. A seção sísmica real corresponde ao modelo das Figuras 5.35a, 5.35c e 5.35e.

é utilizada como estimativa inicial da inversão na inversão LM conforme é apresentado no trabalho de Ortega e Bassrei (2015).

6

Conclusões

No processamento sísmico de um dado real marinho 2D, o procedimento natural consistiria em estimar conjuntamente a velocidade NMO e os parâmetros de anisotropia. Isto implica um aumento de complexidade na estimativa da velocidade NMO , pois a aproximação do tempo de reflexão deve levar em consideração os parâmetros anisotrópicos do meio. Como alternativa, foram testadas três abordagens para a estimativa da velocidade, a primeira convencional onde, a estimativa é feita considerando a curva de tempo de trânsito hiperbólica, e duas outras abordagens que consideram curvas não hiperbólicas para o tempo de reflexão. Os melhores resultados foram obtidos com a abordagem que utiliza o fator de heterogeneidade S . Assim, de acordo com os testes mostrou-se que, para uma meio anisotrópico, é possível estimar a velocidade NMO , em tempo, sem o conhecimento dos parâmetros de anisotropia deste meio com resultados melhores que os obtidos na abordagem convencional.

Experimentos numéricos verificaram que as aproximações analíticas racionais de velocidade de fase e grupo, são validadas. Um método de traçamento de raios, usando as aproximações da velocidade de grupo propostas, foi realizado e sugerem que estas têm boa precisão e robustez na modelagem do tempo de trânsito do caminho do raio em meios anisotrópicos. Além disso, experimentos verificaram que estas aproximações permanecem válidas, precisas e robustas, para o caso de meios VTI verticalmente heterogêneos.

Diferentes formulas para aproximar o tempo de reflexão para grandes afastamentos foram propostas na literatura. A maioria destas tem expressões algébricas bastante complicadas que são difíceis de usar. Nossas comparações numéricas mostram que é possível encontrar fórmulas para o tempo de reflexão muito mais simples que proporcionam igual ou até melhor precisão para aproximações do verdadeiro tempo de reflexão do que as encontradas na

literatura. Além disso, permitem ser generalizadas de meios acústicos com anisotropia *VTI* para meios quase-acústicos com anisotropias dos tipos *TTI* (*Tilted Transverse Isotropic*) e ortorrômbicos.

A precisão na estimativa dos parâmetros de anisotropia não depende unicamente da correta extração dos tempos de trânsito dos dados, mas também, do valor de $\varepsilon - \delta$. Quanto menor for este valor, maior é a precisão da estimativa com o método de MMQ regularizado.

A estimativa conjunta da velocidade intervalar da onda *P* e os parâmetros de Thomsen requer uma regularização específica para cada camada, pois sem essa regularização é impossível fazer uma estimativa com o método determinístico MMQ. Desta forma, será também impossível construir distribuições bidimensionais da velocidade da onda *P* e dos parâmetros de Thomsen que permitem migrar dados sísmicos anisotrópicos em profundidade.

Do ponto de vista computacional, o algoritmo de inversão desenvolvido não é custoso na medida em que as matrizes envolvidas são de pequeno porte. Os desafios principais da técnica de inversão estudada, no entanto, são: a sua sensibilidade aos erros na estimativa dos parâmetros de Thomsen comprometendo a etapa de migração em profundidade; e a extração dos tempos de reflexão dos sismogramas no domínio do tiro.

Como perspectiva de trabalhos futuros sugerimos o uso do método Monte Carlo para resolver o problema não linear inverso e determinar a distribuição bidimensional 2-D da velocidade v_{pz} sobre meios anisotrópicos através dos tempos de trânsito considerando um modelo de velocidade 2-D e uma estrutura de interfaces.

Agradecimentos

À CAPES pela bolsa de doutorado e pelo apoio financeiro para a realização deste trabalho nestes quatro anos de doutorado.

Ao meu orientador, Prof. Amin Bassrei, pela paciência, dedicação e por me guiar a cada passo deste projeto.

A minha mãe que sempre acreditou em mim e esteve, em todos os momentos, ao meu lado (no Skype) me incentivando e em memória do meu falecido pai.

A minha esposa Carol pelo amor e incentivo dispensado em todos os momentos.

Aos meus colegas da CPGG, de pós-graduação, que estiveram ao meu lado nos momentos bons e ruins e nas inúmeras confraternizações realizadas nestes longos seis anos e meio de CPGG.

Às pessoas que diretamente ou indiretamente contribuíram para a realização deste projeto. Prefiro não citar nomes para não ser injusto.

À UFBA por terem me acolhido e oferecido toda a infraestrutura que necessitei.

A todos estes meus profundos agradecimentos.

Referências Bibliográficas

- Al-Chalabi, M. (1974) - An analysis of stacking, RMS, average, and interval velocities of horizontally layered ground, *Geophysical Prospecting*, **22**(3): 458–475, doi: [10.1111/j.1365-2478.1974.tb00099.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.1974.tb00099.x).
- Aleixo, R. e Schleicher, J. (2010) - Traveltime approximations for q-p waves in vertical transversely isotropy media, *Geophysical Prospecting*, **58**: 191–201, doi: [10.1111/j.1365-2478.2009.00815.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.2009.00815.x).
- Alkhalifah, T. (1997) - Velocity analysis using nonhyperbolic moveout in transversely isotropic media, *Geophysics*, **62**(6): 1839–1854, doi: [10.1190/1.1444285](https://doi.org/10.1190/1.1444285).
- Alkhalifah, T. (2000) - An acoustic wave equation for anisotropic media, *Geophysics*, **65**(4): 1239–1250, doi: [10.1190/1.1444815](https://doi.org/10.1190/1.1444815).
- Alkhalifah, T. e Tsvankin, I. (1995) - Velocity analysis for transversely isotropic media, *Geophysics*, **60**: 1550–1566, doi: [10.1190/1.1443888](https://doi.org/10.1190/1.1443888).
- Alkhalifah, T. e Tsvankin, I. (1998) - Acoustic approximations for processing in transversely isotropic media, *Geophysics*, **63**(2): 623–631, doi: [10.1190/1.1444361](https://doi.org/10.1190/1.1444361).
- ANP (2018) - Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis Projeto 0214. Recuperado com modificações realizadas em 4 de março de 2018, p. <http://webmaps.anp.gov.br/mapas/Lists/DSPAppPages/MapasBrasil.aspx>.
- Backus, G. (1962) - Long wave elastic anisotropy produce by horizontal layering, *Journal of Geophysical Research*, **57**: 4427–4440, doi: [10.1029/JZ067i011p04427](https://doi.org/10.1029/JZ067i011p04427).
- Bassrei, A. e Rodi (1993) - Regularization and inversion of linear geophysical data, In: *Resumos Expandidos, 3o. Congr. Intern. da SBGf*, vol. 1, pp. 1358–1362, Rio de Janeiro, SBGf.
- Berryman, J. G. (1979) - Long-wave elastic anisotropy in transversely isotropic media, *Geophysics*, **44**: 896–917, doi: [10.1190/1.1440984](https://doi.org/10.1190/1.1440984).
- Castle, R. (1994) - A theory of normal moveout, *Geophysics*, **59**:983–999, doi: [10.1190/1.1443658](https://doi.org/10.1190/1.1443658).

- Cohen, J. K. e Stockwell, J. W. (2010) - CWP/SU: Seismic Un*x Release No. 42: an open source software package for seismic research and processing, Center for Wave Phenomena, Colorado School of Mines.
- Crampin, S. (1988) - Suggestions for a consistent terminology for seismic anisotropy, *Geophysical Prospecting*, **37**: 753–770, doi: [10.1111/j.1365-2478.1989.tb02232.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.1989.tb02232.x) .
- Dellinger, J.; Muir, F. e Karrenbach, M. (1993) - Anelliptic approximations for TI media, *Journal of Seismic Exploration*, **2**: 23–40.
- Dix, C. H. (1955) - Seismic velocities from surface measurements, *Geophysics*, **20**: 68–86, doi: [10.1190/1.1438126](https://doi.org/10.1190/1.1438126).
- Fomel, S. (2004) - On anelliptic approximations for velocities in vti media, *Geophysics*, **52**: 247–259, doi: [10.1111/j.1365-2478.2004.00413.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.2004.00413.x).
- Fowler, P. (2003) - Practical VTI approximations: a systematic anatomy, *Journal of Applied Geophysics*, **54**: 347–367, doi: [10.1016/j.jappgeo.2002.12.002](https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2002.12.002).
- Gazdag, J. (1978) - Wave equation migration with the phase-shift method, *Geophysics*, **43**: 1342–1351, doi: [10.1190/10.1190/1.1440899](https://doi.org/10.1190/10.1190/1.1440899).
- Jones, L. E. e Wang, H. F. (1981) - Ultrasonic velocities in cretaceous shales from the williston basing, *Geophysics*, **46**(3): 288–297 doi: [10.1190/1.1441199](https://doi.org/10.1190/1.1441199).
- Malovichko, A. A. (1978) - A new presentation of the traveltime curve of reflected waves in horizontally layered media, *Applied Geophysics (in Russian)*, **91**(1): 47–53.
- Muir, F. e Dellinger, J. (1985) - A practical anisotropic system, *Stanford Exploration Project*, **44**: 55–58.
- Nye, J. F. (1959) - *Physical Properties of Crystals*, Oxford University Press, London.
- Oliveira, A. G. e Gomes, E. N. S. (2013) - Determination of an optimal processing flow for suppression of free-surface multiples in real 2d marine data, *Brazilian Journal of Geophysics*, **31**(1): 137–149, doi: [10.22564/rbgf.v31i1.252](https://doi.org/10.22564/rbgf.v31i1.252).
- Ortega, F. G. e Bassrei, A. (2015) - Estimaco da anelipsidade por inversão determinista, probabilística e híbrida, In: *International Congress of the Brazilian Geophysical Society*, vol. 14, pp. 373–378, Rio de Janeiro, SBGf, doi: [10.1190/sbgf2015-073](https://doi.org/10.1190/sbgf2015-073).
- Ortega, F. G.; Bassrei, A.; Gomes, E. N. S.; Silva, M. G. e Oliveira, A. G. (2018) - Processing of large offset data: experimental seismic line from Tenerife field, Colombia, *Brazilian Journal of Geology*, **48**: 147–159, doi: [10.1590/2317-4889201820170072](https://doi.org/10.1590/2317-4889201820170072).
- Pereira, R.; Cruz, J. C. e Protazio, J. (2015) - Anelliptic rational approximations of traveltime P-wave reflections in VTI media, In: *Resumos Expandidos, 14o. Congr. Intern. da SBGf*, vol. 14, pp. 945–949, Rio de Janeiro, SBGf, doi: [10.1190/sbgf2015-187](https://doi.org/10.1190/sbgf2015-187).

- Regińska, T. (1996) - A regularization parameter in discrete ill-posed problems, *SIAM Journal on Scientific Computing*, **17**(3): 740–749, doi: [10.1137/S1064827593252672](https://doi.org/10.1137/S1064827593252672).
- Santos, C.; Gontijo, R.; Araújo, M. e Feijó, F. (1994) - Bacias de Cumuruxatiba e Jequitinhonha, *Boletim de Geociências da PETROBRAS*, Rio de Janeiro, **8**(1): 185–190.
- Santos, V. G. B. e Figueiró, W. M. (2011) - Seismic ray tomography using L1 integral norm, *Revista Brasileira de Geofísica*, **29**: 347–358, doi: [10.1590/S0102-261X2011000200010](https://doi.org/10.1590/S0102-261X2011000200010).
- Siliqi, R. e Bousquié, N. (2000) - Anelliptic time processing based on a shifted hyperbola approach, In: *Resumos Expandidos, SEG Technical Program*, pp. 2245–2248, CGG, Paris, Francia, Society of Exploration Geophysicists, doi: [10.1190/1.1815902](https://doi.org/10.1190/1.1815902).
- Slawinski, M. (2003) - *Waves and Rays in Elastic Continua*, Memorial University, Canada.
- Stovas, A. e Alkhalifan, T. (2012) - A new traveltime approximation for TI media, *Geophysics*, **77**(4): 623–631, doi: [10.1190/geo2011-0158.1](https://doi.org/10.1190/geo2011-0158.1).
- Stovas, A. e Ursin, B. (2003) - Reflection and transmission response of layered transversely isotropic visco-elastic media, *Geophysical Prospecting*, **51**(1): 447–477, doi: [10.1190/1.1442919](https://doi.org/10.1190/1.1442919).
- Taner, M. T. e Koehler, F. (1969) - Velocity spectra-digital computer derivation and applications of velocity functions, *Geophysics*, **34**(6): 859–881, doi: [10.1190/1.1440058](https://doi.org/10.1190/1.1440058).
- Thomsen, L. (1986) - Weak elastic anisotropy, *Geophysics*, **51**(10): 1954–1966, doi: [10.1190/1.1442051](https://doi.org/10.1190/1.1442051).
- Thomsen, L. (2002) - *Understanding Seismic Anisotropy in Exploration and Exploitation*, 2002 Distinguished Instructor Short Course Distinguished Instructor Series, SEG/EAGE.
- Torres, A. J. (2010) - *Modelado acústico y migración PSPI en medios con anisotropía polar*, Dissertação de Mestrado em Geofísica, Departamento de Geología da Universidad EAFIT, Colombia.
- Tsvankin, I. (1995) - Normal moveout from dipping reflectors in anisotropic media, *Geophysics*, **60**(1): 268–284, doi: [10.1190/1.1443755](https://doi.org/10.1190/1.1443755).
- Tsvankin, I. (1996) - P waves signatures and notation for transversely isotropic media: An overview, *Geophysics*, **61**(2): 467–483, doi: [10.1190/1.1443974](https://doi.org/10.1190/1.1443974).
- Tsvankin, I. (1997) - Anisotropic parameters and P-wave velocity for orthorhombic media, *Geophysics*, **62**(4): 1292–1309, doi: [10.1190/1.1444231](https://doi.org/10.1190/1.1444231).
- Tsvankin, I. e Thomsen, L. (1994) - Nonhyperbolic reflection moveout in anisotropic media, *Geophysics*, **59**: 1290–1304, doi: [10.1190/1.1443686](https://doi.org/10.1190/1.1443686).

- Ursin, B. e Stovas, A. (2006) - Traveltime approximations for a layered transversely isotropic medium, *Geophysics*, **71**: D23–D33, doi: [10.1190/1.2187716](https://doi.org/10.1190/1.2187716).
- Vernik, L. e Liu, X. (1997) - Velocity anisotropy in shales: A petrophysical study, *Geophysics*, **62**: 521–532, doi: [10.1190/1.1444162](https://doi.org/10.1190/1.1444162).
- Winterstein, D. F. (1990) - Velocity anisotropy terminology for geophysicists, *Geophysics*, **55**: 1070–1088, doi: [10.1190/1.1442919](https://doi.org/10.1190/1.1442919).
- Xiao, C. M.; Bancroft, J. C. e Brown, J. R. (2004) - Estimation of Thomsen's anisotropy parameters by moveout velocity analysis, In: *SEG Annual Meeting*, p. 0119, Denver, Colorado, Society of Exploration Geophysicists.
- Xu, X.; Tsvankin, I. e Pech, A. (2005) - Geometrical spreading of P-waves in azimuthally anisotropic media, *Geophysics*, **70**(5): 801–804, doi: [10.1190/1.2052467](https://doi.org/10.1190/1.2052467).
- Yilmaz, O. (1987) - *Seismic Data Processing*, Society of Exploration Geophysicists, Tulsa - Oklahoma.
- Zelt, C. e Smith, R. (1992) - Seismic traveltime inversion for 2-D crustal velocity structure, *Geophysical Journal International*, **108**(1): 16–34, doi: [10.1111/j.1365-246X.1992.tb00836.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1992.tb00836.x).

Apêndice **A**

Aproximantes de Padé [1/1] e [2/2] para a velocidade de fase em um meio *VTI*

Note que a equação (3.1) tem a forma

$$f(\alpha) = xs + s\sqrt{x^2 + \frac{2\alpha}{s}}, \quad (\text{A.1})$$

onde $x = v_e^2(\theta)$, $s = 1/2$ e $\alpha = (v_{p1}^2 v_{p2}^2 - v_{pz}^2 v_{px}^2) \sin^2 \theta \cos^2 \theta$. Expandindo esta função em serie de Taylor:

$$f(\alpha) \approx c_0 + c_1\alpha + c_2\alpha^2 + c_3\alpha^3 + c_4\alpha^4, \quad (\text{A.2})$$

em que

$$\begin{aligned} c_0 &= f(0) = x; \\ c_1 &= \left. \frac{f^{(1)}(\alpha)}{1!} \right|_{\alpha=0} = \frac{1}{x}; \\ c_2 &= \left. \frac{f^{(2)}(\alpha)}{2!} \right|_{\alpha=0} = -\frac{1}{sx^3}; \\ c_3 &= \left. \frac{f^{(3)}(\alpha)}{3!} \right|_{\alpha=0} = \frac{1}{2s^2x^5}; \\ c_4 &= \left. \frac{f^{(4)}(\alpha)}{4!} \right|_{\alpha=0} = -\frac{5}{8s^3x^7}. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Os coeficientes p_0 , p_1 e q_1 para o aproximante (3.11) são obtidos do seguinte sistema equações

$$\begin{aligned} c_0 &= p_0 \\ c_0q_1 + c_1 &= p_1 \\ c_2q_1 + c_3 &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Resolvendo o sistema de equações (A.4): $q_1 = \frac{1}{sx^2}$ e $p_1 = \frac{s+1}{sx}$. Substituindo esses valores na expressão de Padé [1/1] obtemos:

$$f(\alpha)[1/1] \approx \frac{p_0 + p_1\alpha}{1 + q_1\alpha} = \frac{x + \frac{s+1}{sx}\alpha}{1 + \frac{1}{sx^2}\alpha} = x \left[1 + \frac{s\alpha}{sx^2 + \alpha} \right]. \quad (\text{A.5})$$

Os coeficientes p_0 , p_1 , p_2 , q_1 e q_2 para o aproximante (3.12) são obtidos do seguinte sistema equações

$$\begin{aligned} c_0 &= p_0 \\ c_0q_1 + c_1 &= p_1 \\ c_0q_2 + c_1q_1 + c_2 &= p_2 \\ c_1q_2 + c_2q_1 + c_3 &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Resolvendo o sistema de equações (A.6): $q_1 = \frac{3}{2sx^2}$, $q_2 = \frac{1}{4s^2x^4}$, $p_1 = \frac{3+2s}{2sx^2}$ e $p_2 = \frac{1+4s}{4s^2x^3}$. Substituindo estes valores na expressão de Padé [2/2] obtemos:

$$f(\alpha)[2/2] \approx \frac{p_0 + p_1\alpha + p_2\alpha^2}{1 + q_1\alpha + q_2\alpha^2} = \frac{x + \frac{3+2s}{2sx^2}\alpha + \frac{1+4s}{4s^2x^3}\alpha^2}{1 + \frac{3}{2sx^2}\alpha + \frac{1}{4s^2x^4}\alpha^2} = x \left[1 + \frac{4s^2x^2\alpha + 4s\alpha^2}{4s^2x^4 + 6sx^2\alpha + \alpha^2} \right]. \quad (\text{A.7})$$