

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**APLICAÇÃO DO MÉTODO AB
SEMBLANCE PONDERADO E
DETERMINAÇÃO DE
PARÂMETROS
ANISOTRÓPICOS EM MEIOS
VTI**

MARCELO SANTANA DE SOUZA

SALVADOR – BAHIA
JULHO – 2018

Aplicação do método AB semblance ponderado e determinação de parâmetros anisotrópicos em meios VTI

por

MARCELO SANTANA DE SOUZA

Geofísico (Universidade Federal da Bahia, 2014)

Orientador: Prof. Dr. Milton J. Porsani

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Submetida em satisfação parcial dos requisitos ao grau de

MESTRE EM CIÊNCIAS

EM

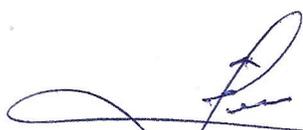
GEOFÍSICA

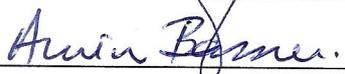
ao

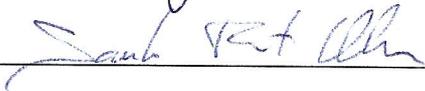
Conselho Acadêmico de Ensino

da

Universidade Federal da Bahia







Comissão Examinadora

Dr. Milton J. Porsani (Orientador)

Dr. Amin Bassrei

Dr. Saulo Pomponet Oliveira

Aprovada em 26 de julho de 2018

A presente pesquisa foi desenvolvida no Centro de Pesquisa em Geofísica e Geologia da UFBA, com recursos próprios e da Fapesb.

S729 Souza, Marcelo Santana de,

Aplicação do método AB semblance ponderado e determinação de parâmetros anisotrópicos em meios VTI / Marcelo Santana de Souza. — Salvador, 2018.

110 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Milton J. Porsani

Dissertação (Mestrado) - Pós-Graduação em Geofísica. Instituto de Geociências da Universidade Federal da Bahia, 2018.

1. Análise de velocidades. 2. Espectro de velocidades de alta resolução 3. VTI. 4. Estimativa de parâmetros anisotrópicos.

550.834

Ó profundidade das riquezas, tanto da
sabedoria, como da ciência de Deus!
Quão insondáveis são os Seus juízos, e quão
inescrutáveis os Seus caminhos!
Por que quem compreendeu a mente do
Senhor? Ou quem foi seu conselheiro?
Ou quem lhe deu primeiro a Ele,
para que lhe seja recompensado?
Porque Dele e por Ele, e para Ele, são todas
as coisas; glória, pois, a Ele eternamente.
Amém.

Romanos 11.33-36.

Resumo

A análise de velocidades convencional não leva em consideração os efeitos de AVO e da anisotropia em dados sísmicos de reflexão. Estas condições têm como consequência, a obtenção de campo de velocidades errôneos, dificultando a execução de outras etapas no processamento sísmico, como a migração de dados sísmicos e a conversão tempo-profundidade. Este trabalho apresenta duas abordagens principais: a primeira é a aplicação do método AB *semblance* ponderado, que lida com os efeitos de AVO, mais especificamente, a inversão de polaridade no espectro de velocidades; a segunda abordagem é a determinação de parâmetros anisotrópicos em meios VTI. O AB *semblance* ponderado é baseado na multiplicação de duas funções peso sigmoidais à AB *semblance*, as quais são dependentes de quatro coeficientes ao total. Neste trabalho, é aplicada uma nova abordagem na obtenção destes coeficientes, utilizando o algoritmo de inversão *Very Fast Simulated Annealing (VFSA)*. Os resultados obtidos através de experimentos numéricos, utilizando dados sintéticos e reais evidenciam a eficácia do método AB *semblance* ponderado e mostram que a aplicação do *VFSA* é ótima para obtenção dos valores corretos dos coeficientes de maneira eficiente, permitindo a geração de espectros de velocidades que são insensíveis aos efeitos do AVO, e que apresentam resolução consideravelmente melhor do que a *semblance* convencional. Em dados com anisotropia VTI, é realizada a estimativa dos parâmetros anisotrópicos, por meio do espectro de velocidades, onde são testadas e comparadas as aproximações de tempo de trânsito não-hiperbólicas, aqui denominadas de Alkhalifah-Tsvankin, *Shifted – hyperbola* e $\tau - p$. Os experimentos numéricos mostraram que o espectro de velocidades é uma ferramenta bastante útil para estimativa dos parâmetros anisotrópicos, tanto para meios homogêneos quanto para meios heterogêneos.

Palavras-chave: Espectro de velocidades de alta resolução, VTI, estimativa de parâmetros anisotrópicos.

Abstract

The conventional velocity analysis does not take into consideration both AVO and anisotropy effects in reflection seismic data. Such conditions result in the obtaining of wrongful velocity fields, which makes difficult the performance of other stages in seismic data processing run as in the seismic migration and in the time-to-depth conversion. The current work presents two main approaches: firstly is the application of the Weighted AB semblance method, which deals with the AVO effects, in particular, the reversal polarity in the velocity spectrum; secondly, the estimation of anisotropic parameters in VTI media. The Weighted AB semblance is based on the multiplication of two sigmoid weighting functions to the AB semblance that are dependent of a total of four coefficients. In the study, a new approach is applied to obtain these coefficients, using the Very Fast Simulated annealing (VFSA) inversion algorithm. Through numerical experiments, the acquired results confirm the Weighted AB semblance method effectiveness, using both synthetic and real data and proves that the VFSA application is optimal for the obtaining of the correct coefficient values in an efficient manner. Furthermore, it allows the generation of velocity spectra that are insensitive to the AVO effects and that exhibits a considerably greater resolution than the conventional semblance. In data which presents VTI anisotropy, the estimation of the parameters is performed through velocity spectrum, where the non-hyperbolic traveltime approximations are tested and compared, here termed as Alkhalifah-Tsvankin, Shifted-hyperbola and $\tau - p$. The numerical experiments showed that the velocity spectrum is a very useful tool to estimate anisotropic parameters, for both homogeneous and heterogeneous media.

Key words: High-resolution velocity spectrum, VTI, anisotropic parameters estimation.

Sumário

Resumo	4
Abstract	5
Sumário	6
Lista de Tabelas	8
Lista de Figuras	9
Introdução	13
1 O método sísmico e a análise de velocidades	16
1.1 O método sísmico de reflexão	16
1.1.1 Aquisição de dados sísmicos	16
1.2 A técnica CDP e a organização CMP	18
1.3 Análise de AVO	20
1.4 Correção de sobretempo normal	22
1.4.1 NMO em um meio horizontalmente estratificado	24
1.4.2 NMO para refletores inclinados	26
1.5 Velocidade de empilhamento	28
1.6 Empilhamento CMP	29
1.7 O espectro de velocidades	30
1.7.1 AB semblance	34
2 AB semblance ponderado	37
2.1 Espectro de velocidades de alta resolução	37
2.1.1 AB semblance ponderado	37
2.1.2 AB semblance ponderado usando very fast simulated annealing	44
2.1.3 Aplicação em dados sintéticos	46
2.1.4 Aplicação em dados reais	47

3	Anisotropia	53
3.1	Introdução	53
3.2	Sistemas de simetria anisotrópicos	54
3.3	Velocidades em meios TI	58
3.3.1	Velocidades de fase e de grupo em meios TI	59
3.3.2	Velocidade NMO para meios TI	63
3.4	Aproximações de tempo de trânsito para meios VTI	65
3.4.1	Aproximações de tempo de trânsito para ondas qP no domínio τ -p	68
4	Estimativa de parâmetros anisotrópicos em meios VTI	79
4.1	Estimativa de parâmetros anisotrópicos em meios VTI homogêneos	79
4.2	Estimativa de parâmetros anisotrópicos em meios VTI heterogêneos	82
5	Conclusões e recomendações	92
5.1	Conclusões	92
5.2	Recomendações	93
	Agradecimentos	95
	Referências	96
	Apêndice A Decomposição SVD	101
	Anexo I Shell script para geração de sismogramas sintéticos anisotrópicos utilizando traçamento de raios	103

Lista de Tabelas

3.1	Parâmetros do modelo de uma camada homogênea do Folhelho Greenhorn.	72
3.2	Parâmetros do modelo composto de várias camadas VTI.	73
4.1	Parâmetros de modelagem da família CMP sintética de uma camada homogênea VTI do Folhelho Greenhorn.	80
4.2	Estimativa dos parâmetros efetivos e seus respectivos erros para um modelo de uma família CMP sintética de uma camada homogênea VTI do Folhelho Greenhorn com razão $x_{max}/z = 1,5$	82
4.3	Estimativa dos parâmetros efetivos e seus respectivos erros para um modelo de uma família CMP sintética de uma camada homogênea VTI do Folhelho Greenhorn com razão $x_{max}/z = 4,0$	82
4.4	Parâmetros do modelo composto de várias camadas VTI (Grechka e Tsvankin, 1998).	83
4.5	Parâmetros de modelagem da família CMP sintética do modelo formado por camadas VTI plano-paralelas.	84
4.6	Estimativa de parâmetros efetivos e seus respectivos erros para o modelo com quatro camadas VTI utilizando a equação Alkhalifah-Tsvankin.	85
4.7	Estimativa de parâmetros intervalares e seus respectivos erros para o modelo com quatro camadas VTI utilizando a equação Alkhalifah-Tsvankin.	85
4.8	Estimativa de parâmetros efetivos e seus respectivos erros para o modelo com quatro camadas VTI utilizando a equação <i>Shifted – hyperbola</i>	85
4.9	Estimativa de parâmetros intervalares e seus respectivos erros para o modelo com quatro camadas VTI utilizando a equação <i>Shifted – hyperbola</i>	85

Lista de Figuras

1.1	Geometria de aquisição sísmica com o arranjo End-on em (a) e com arranjo Split-spread em (b).	17
1.2	Modelo convolucional do traço sísmico.	18
1.3	Família CMP de um dado sísmico real.	19
1.4	Trajectoria do raio para um CMP. Extraída de Souza (2014).	19
1.5	Trajectoria dos raios para uma família de ponto médio comum. Para um refletor plano em (a) e para um refletor inclinado em (b). Souza (2014).	20
1.6	Comportamento do coeficiente de reflexão em função do ângulo de incidência das classes de arenitos com anomalia de AVO.	21
1.7	Família CMP contendo um evento de reflexão com inversão de polaridade.	22
1.8	Equema de aplicação da correção NMO. Adaptado de Yilmaz (2001).	23
1.9	Aplicação da correção NMO: em (a), a velocidade de tentativa é menor que a velocidade do evento, ocasionando uma sobrecorreção em (b). Em (c), a velocidade de tentativa é maior do que a velocidade do evento, de modo que o evento em (d) apresenta-se subcorrigido.	24
1.10	Trajectoria do raio para um meio horizontalmente estratificado. Extraída de Souza (2014).	25
1.11	Discrepância entre a curva de tempo de trânsito gerada usando v_{RMS} e a curva de tempo de trânsito real.	27
1.12	Geometria da trajetória de um raio para um modelo com uma camada inclinada.	27
1.13	Geometria do raio para várias camadas inclinadas. Adaptada de Santos (2017).	28
1.14	Traço empilhado após a correção NMO. Adaptado de Evans e Dragoset (1997).	30
1.15	Esquema de geração do espectro de velocidades para uma família CMP sintética composta de cinco eventos: a família CMP em (a), o cubo contendo CMPs corrigidos de NMO para cada velocidade constante em (b), cálculo da medida de coerência <i>semblance</i> em (c), e o espectro de velocidades e suas respectiva função velocidade (linha amarela) em (d).	33

1.16	Família CMP sintética contendo um evento com inversão de polaridade em (a) e seu respectivo espectro de velocidades utilizando a <i>semblance</i> como medida de coerência em (b).	34
1.17	Espectros de velocidades para uma família CMP sintética contendo um evento com inversão de polaridade: utilizando <i>semblance</i> convencional (a), e utilizando a AB <i>semblance</i> em (b).	36
2.1	Comparação entre a <i>semblance</i> normalizada e a razão entre o primeiro e o segundo valor singular, calculados numa janela de tempo deslizante, cujo evento é horizontalizado para diferentes velocidades.	38
2.2	Janela de tempo contendo um evento horizontalizado. Em (a) e (c) o centro de massa da janela não coincide com o centro da janela, diferentemente, em (b), o centro de massa e o centro da janela coincidem.	40
2.3	Comparação entre as medidas de coerência <i>semblance</i> , AB <i>semblance</i> e AB <i>semblance</i> ponderada, calculadas numa janela de tempo, cujo evento foi horizontalizado para várias velocidades.	41
2.4	Comportamento da função W_{SVD} para um valor constante $a = 5.0$ e vários valores diferentes do coeficiente b , modificando o ponto de inflexão da função.	42
2.5	Comportamento da função W_{SVD} para um valor constante $b = 2.0$ e vários valores diferentes do coeficiente a , modificando a inclinação da função.	42
2.6	Matriz com medidas do ECM para análise dos pares de coeficientes a e b em (a), sendo $c=d=1$; e para análise dos pares de coeficientes c e d em (b), sendo $a=b=1$	43
2.7	Família CMP sintética em (a) e seus espectros de velocidades usando a <i>semblance</i> convencional em (b), Ab <i>semblance</i> em (c) e o AB <i>semblance</i> ponderado em (d).	49
2.8	Família CMP sintética com ruído aleatório de 80% em (a) e seus espectros de velocidades usando a <i>semblance</i> convencional em (b), Ab <i>semblance</i> em (c) e o AB <i>semblance</i> ponderado em (d).	50
2.9	Família CMP real da Bacia do Jequitinhonha em (a) e seus respectivos espectros de velocidades usando a <i>semblance</i> convencional em (b), AB <i>semblance</i> em (c) e o AB <i>semblance</i> ponderado em (d).	51
2.10	Família CMP real do Golfo do México em (a) e seus respectivos espectros de velocidades usando a <i>semblance</i> convencional em (b), AB <i>semblance</i> em (c) e o AB <i>semblance</i> ponderado em (d).	52

3.1	Propagação do pulso sísmico em meio heterogêneo quando o comprimento de onda incidente é muito maior do que a espessura das camadas em (a), e quando o comprimento de onda é da ordem da espessura das camadas. . . .	54
3.2	Meios transversalmente anisotrópicos: VTI em (a), HTI em (b) e TTI em (c). Adaptado de Pacheco (2012).	58
3.3	Trajectoria do raio e frente de onda em meio homogêneo anisotrópico. Adaptada de Thomsen (2002)	59
3.4	Trajectoria do raio e frente de onda em meio homogêneo isotrópico. Adaptada de Pacheco (2012).	59
3.5	Polarizações das ondas qP, qSV e qSH. Modificada de Thomsen (2002). . . .	61
3.6	Representação de eventos lineares no domínio tempo-espaco em (a) e a sua respectiva transformação para o domínio τ - p em (b). Modificado de Fernandes (2014).	69
3.7	Representação de um evento hiperbólico no domínio tempo-espaco em (a) e a sua correspondente elipse no domínio τ - p em (b). Modificado de Fernandes (2014).	69
3.8	Tempo de trânsito no domínio $\tau - p$ para um modelo de uma camada homogênea do Folhelho Greenhorn.	72
3.9	Tempo de trânsito no domínio $t - x$ para um modelo de uma camada homogênea do Folhelho Greenhorn.	73
3.10	Tempo de trânsito no domínio $\tau - p$ para um modelo VTI estratificado. . . .	74
3.11	Tempo de trânsito no domínio $t - x$ para um modelo VTI estratificado. . . .	74
3.12	Comparação entre curvas de tempo de trânsito para um modelo de uma camada homogênea do Folhelho Greenhorn.	77
3.13	Erro absoluto das aproximações de tempo de trânsito em relação ao tempo de trânsito modelado para um modelo de uma camada homogênea do Folhelho Greenhorn.	78
4.1	Família CMP modelada via traçamento de raios para uma camada homogênea do Folhelho Greenhorn.	81
4.2	Espectro de velocidades e estimativas dos parâmetros anisotrópicos para um modelo de uma camada homogênea do Folhelho Greenhorn com razão $x_{max}/z = 1, 5$: utilizando a equação Alkhalifah-Tsvankin em (a), <i>Shifted - hyperbola</i> em (b), <i>Shifted - hyperbola aproximada</i> em (c) e $\tau - p$ em (d). Em cada espectro, os valores verdadeiros e estimados de v_h e v_{NMO} estão representados pelos círculos amarelo e branco, respectivamente.	86

4.3	Espectro de velocidades e estimativas dos parâmetros anisotrópicos para um modelo de uma camada homogênea do Folhelho Greenhorn com razão $x_{max}/z = 4,0$: utilizando a equação Alkhalifah-Tsvankin em (a), <i>Shifted – hyperbola</i> em (b), <i>Shifted – hyperbola aproximada</i> em (c) e $\tau - p$ em (d). Em cada espectro, os valores verdadeiros e estimados de v_h e v_{NMO} estão representados pelos círculos amarelo e branco, respectivamente.	87
4.4	Família CMP modelada via traçamento de raios para um modelo formado com quatro camadas VTI plano-paralelas.	88
4.5	Velocidade NMO intervalar em função do tempo para o modelo de quatro camadas: valores analíticos (preto) e estimados (vermelho) utilizando a equação Alkhalifah-Tsvankin.	88
4.6	Velocidade horizontal intervalar em função do tempo para o modelo de quatro camadas: valores analíticos (preto) e estimados (vermelho) utilizando a equação Alkhalifah-Tsvankin.	89
4.7	Parâmetro η intervalar em função do tempo para o modelo de quatro camadas: valores analíticos (preto) e estimados (vermelho) utilizando a equação Alkhalifah-Tsvankin.	89
4.8	Velocidade NMO intervalar em função do tempo para o modelo de quatro camadas: valores analíticos (preto) e estimados (vermelho) utilizando a equação <i>Shifted – hyperbola</i>	90
4.9	Velocidade horizontal intervalar em função do tempo para o modelo de quatro camadas: valores analíticos (preto) e estimados (vermelho) utilizando a equação <i>Shifted – hyperbola</i>	90
4.10	Velocidade NMO intervalar em função do tempo para o modelo de quatro camadas: valores analíticos (preto) e estimados (vermelho) utilizando a equação <i>Shifted – hyperbola</i>	91

Introdução

A determinação das velocidades sísmicas é uma etapa essencial no processamento sísmico CMP, já que o produto desta, o campo de velocidades, está diretamente relacionado com a qualidade da imagem do interior da Terra. No domínio do tempo, a forma mais convencional de obtenção das velocidades é pelo uso do espectro de velocidades, em que o intérprete lança mão de uma medida de coerência, para detectar os eventos de reflexão primária e determinar uma função velocidade de empilhamento que caracteriza todos os eventos da família CMP. Na etapa de análise de velocidades, geralmente são empregadas duas considerações, que embora sejam bastante práticas, não descrevem o que realmente ocorre em subsuperfície e são ineficazes em meios em onde há condições desfavoráveis. A primeira consideração é a uniformidade das amplitudes dos eventos ao longo dos traços sísmicos, desconsiderando os efeitos de AVO (Amplitude Variation with Offset).

A medida de coerência convencional utilizada nos espectros de velocidades é a *semblance* (Taner e Koehler, 1969), considerada robusta para as situações mais práticas, mas que não funciona bem em dados com forte efeito de AVO, principalmente, quando ocorre o fenômeno da inversão de polaridade. Com o objetivo de sanar esses problemas, diversos autores tentaram desenvolver outras medidas de coerência que, além de serem insensíveis ao efeito da inversão de polaridade, superam a *semblance* convencional no quesito resolução, por exemplo, Sarkar et al. (2001) e Sarkar et al. (2002) desenvolveram as medidas de coerência AB *semblance* e AK *semblance*, respectivamente, que são insensíveis ao efeito da inversão de polaridade.

Com o avanço dos estudos, surgiram os chamados espectros de velocidades de alta resolução (Sacchi, 1998; Abbad e Ursin, 2012). Uma das categorias desses espectros de velocidades é aquela baseada na modificação da autoestrutura da janela de dados (Biondi e Kostov, 1989; Barros, 2012; Ursin et al., 2014). Estes métodos são menos sensíveis ao ruído e apresentam resolução melhor do que a *semblance* convencional, embora sejam mais custosos computacionalmente. Outra categoria é aquela baseada na multiplicação de funções-peso aos valores da *semblance* convencional ou outra medida de coerência, como a AB *semblance*. Essas funções-peso são aplicadas com o objetivo de realçar os valores de coerência, quando

são utilizadas velocidades corretas e os eventos de reflexão são corretamente horizontalizados, e diminuir esses valores quando as velocidades utilizadas estão incorretas e os eventos não são corretamente horizontalizados (Luo e Hale, 2012; Chen et al., 2015).

Recentemente, Ebrahimi et al. (2016) e Ebrahimi et al. (2017) desenvolveram o método AB *semblance* ponderado, baseado na multiplicação de duas funções peso sigmoidais à AB *semblance*. Uma das funções, denominada W_{SVD} , é baseada na razão entre o primeiro e o segundo valor singular, σ_1/σ_2 , da janela deslizante no tempo, enquanto que a outra, W_{POW} , é baseada na posição do evento dentro desta janela. Estas funções são dependentes de quatro coeficientes, que controlam a inclinação e o ponto de inflexão da curva. Neste trabalho, é apresentada uma nova alternativa para o cálculo dos coeficientes por meio do algoritmo de inversão *Very Fast Simulated Annealing (VFSA)* (Sen e Stoffa, 1995; Soares, 2009; Santos, 2017). O método foi testado em dados sintéticos e reais, e os resultados numéricos mostram que o *VFSA* fornece os valores corretos dos coeficientes, permitindo a geração de espectros de velocidades que são insensíveis aos efeitos de AVO e que apresentam resolução consideravelmente melhor do que a *semblance* convencional.

A segunda consideração, e não menos importante, é a não variação da velocidade sísmica com a direção de propagação, chamada de isotropia. É bem verdade que esta consideração permite uma formulação matemática mais simples para o processamento CMP, mas não é eficaz para se obter com exatidão o campo de velocidades sísmicas. Na realidade, a velocidade das camadas em subsuperfície variam tanto com a posição, o que caracteriza a heterogeneidade, quanto com a direção de propagação, o que caracteriza a anisotropia. Nas bacias sedimentares, o efeito da anisotropia é notado principalmente em intercalações verticais de camadas finas de folhelho, o caracteriza uma anisotropia VTI, que é o tipo mais comum de anisotropia. Em meios VTI, a velocidade de fase difere da velocidade de grupo, e a velocidade NMO difere da velocidade RMS, dificultando a obtenção da velocidade vertical diretamente dos dados. Dessa forma, o efeito da anisotropia interfere em diversas etapas do processamento sísmico como a correção NMO e DMO, a análise de velocidades, a análise de AVO, a migração, a conversão tempo-profundidade, dentre outras.

No sismograma, a principal implicação do efeito da anisotropia está no fato de que as curvas de tempo de trânsito são não-hiperbólicas, principalmente, em dados com longos afastamentos. Dessa maneira, a equação de tempo de trânsito hiperbólica não consegue descrever as reflexões para todos os afastamentos, impossibilitando a obtenção de campos de velocidade exatos. Utilizando uma equação não-hiperbólica e lançando mão do espectro de velocidades, é possível estimar parâmetros anisotrópicos efetivos e intervalares de dados sísmicos de reflexão, sendo que a precisão na estimativa destes parâmetros está diretamente

relacionada com a aproximação de tempo de trânsito utilizada. Com a finalidade de descrever as reflexões, diversos autores desenvolveram várias aproximações de tempo de trânsito para meios VTI, inicialmente baseados na expansão por série de Taylor (Al-Chalabi, 1973; Hake et al., 1984; Castle, 1994). Tsvankin e Thomsen (1994), baseados na aproximação desenvolvida por Hake et al. (1984), geraram uma aproximação dependente dos parâmetros de Thomsen (1986), a qual posteriormente foi colocada em função do parâmetro de anelipsidade η e da velocidade horizontal (Alkhalifah e Tsvankin, 1995; Grechka e Tsvankin, 1998). Estas equações mostram que os eventos de reflexão em meios VTI homogêneos podem ser escritas em função de apenas dois parâmetros, v_{NMO} e η ou v_{NMO} e v_h .

Posteriormente, a partir de formulações no domínio $\tau - p$, Baan e Kendall (2002) desenvolveram uma fórmula que descreve as curvas exatas quase-elípticas de sobretempo em meios TI, dando margem para desenvolvimentos de outras aproximações neste domínio (Douma e Calvert, 2006; Douma e Baan, 2008). Fomel (2004) propôs uma aproximação conhecida como *Shifted - hyperbola* à velocidade de grupo e desenvolveu uma nova equação de tempo de trânsito de reflexão para uma camada homogênea em meios VTI, a qual é muito precisa, mesmo para grandes razões afastamento-profundidade.

Neste trabalho é realizada a estimativa de parâmetros efetivos e intervalares em meios VTI por meio do espectro de velocidades. Para isso, foram testadas e comparadas as equações de tempo de trânsito, aqui denominadas de Alkhalifah-Tsvankin, *Shifted - hyperbola* e a aproximação desenvolvida no domínio $\tau - p$. Para realizarmos o trabalho, foram utilizados dados sintéticos, que simulam dados VTI homogêneos e heterogêneos.

O trabalho está dividido em cinco capítulos. No primeiro capítulo é apresentada a teoria básica do método sísmico para o entendimento da análise de velocidades por meio do espectro de velocidades. O capítulo dois mostra a teoria e a aplicação do método AB *semblance* ponderado em dados sísmicos sintéticos e reais, bem como a aplicação do *VFSA* no cálculo dos coeficientes necessários para a aplicação do método. O capítulo três mostra toda a teoria sobre anisotropia sísmica em meios VTI, assim como, as aproximações de tempo de trânsito para meios VTI homogêneos e heterogêneos no domínio tempo-afastamento e no domínio $\tau - p$. No capítulo quatro é realizada a estimativa dos parâmetros anisotrópicos em dados sintéticos que simulam meios VTI homogêneos e heterogêneos. Finalmente, as conclusões e recomendações são apresentadas no capítulo cinco.

1

O método sísmico e a análise de velocidades

1.1 O método sísmico de reflexão

Na exploração de hidrocarbonetos, o método sísmico de reflexão é de longe o mais empregado na atualidade. Diferente de outros métodos, a sísmica permite a obtenção de imagens (seção sísmica) do interior da Terra, de modo que podemos mapear as estruturas e interfaces geológicas e, conseqüentemente, identificar as zonas onde há possíveis acúmulos de hidrocarbonetos. Segundo Telford et al. (1976), a predominância deste método na indústria é devido a sua grande acurácia, alta resolução e profundidade de investigação. A partir do dado observado, chamado sismograma, adquirido após a aquisição sísmica, o objetivo do método sísmico de reflexão é extrair informações sobre as propriedades elásticas das rochas do meio em subsuperfície, dentre as quais, podemos citar a velocidade das rochas do meio a ser estudado.

1.1.1 Aquisição de dados sísmicos

Atualmente, existem basicamente três tipos de aquisição sísmica: terrestre, marinha, ou uma composição desses métodos, chamada de aquisição híbrida, realizada em zonas de transição terra/mar.

Um levantamento sísmico, geralmente, é realizado utilizando uma fonte de energia, localizada próximo à superfície, a qual emite uma onda de choque que permeia as camadas em profundidade. Parte da energia transmitida pela onda sofre reflexão nas interfaces entre

camadas, retorna para a superfície, são detectadas através de sensores (receptores) dispostos em linha ou em área e registrados por um sísmógrafo. A Figura 1.1 mostra um esquema de uma aquisição sísmica e os dois tipos de arranjos entre fonte e receptores mais utilizados. Em (a) temos o arranjo *end-on*, em que os receptores ficam distribuídos em linha e igualmente espaçados em apenas um lado da posição da fonte sísmica. Em (b) podemos observar o arranjo *split-spread*, em que os receptores são distribuídos igualmente espaçados em ambos lados da fonte. Em uma aquisição sísmica, o arranjo é deslocado de modo a cobrir a área de interesse, sendo que a posição da fonte é denominada de ponto de tiro. Na Figura 1.1 também podemos observar os afastamento mínimo e máximo entre fonte e receptor, x_{min} e x_{max} , respectivamente. O afastamento fonte-receptor também é chamado de *offset*.

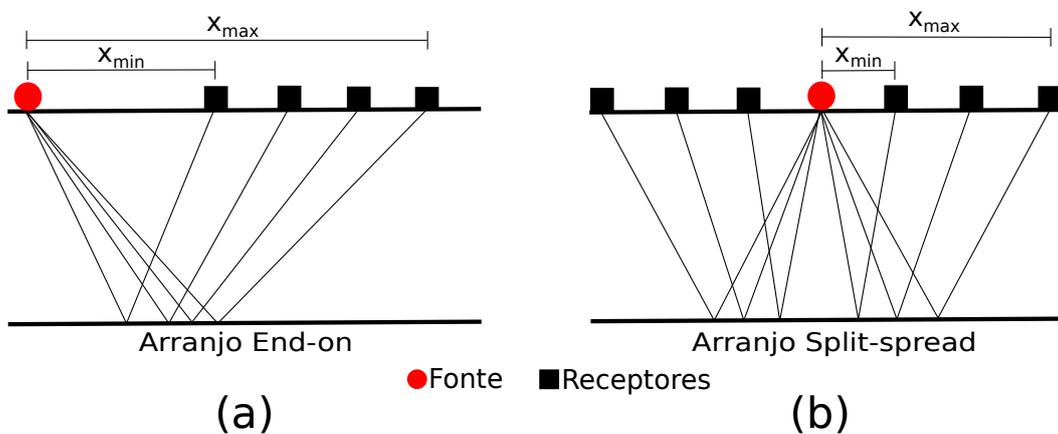


Figura 1.1: Geometria de aquisição sísmica com o arranjo End-on em (a) e com arranjo Split-spread em (b).

Há uma variedade de fontes sísmicas, caracterizadas por diferentes níveis de energia e por características de frequência (Kearey et al., 2009). Por outro lado, os receptores são transdutores, ou seja, convertem as oscilações do terreno causadas pela onda refletida. A maioria dos receptores medem apenas a componente vertical das oscilações. Entretanto, é cada vez maior o uso de receptores multicomponentes, que medem também as componentes horizontais (Tarantola, 2004). Nos levantamentos terrestres, os receptores são denominados geofones, já para o caso de uma aquisição marinha, denominamos de hidrofones. Kearey et al. (2009) e Evans e Dragoset (1997) dão uma melhor descrição dos tipos de fontes e receptores de um levantamento sísmico.

A representação gráfica da saída de um único geofone é uma representação visual do padrão local do movimento vertical do solo (em terra) ou da variação de pressão (no mar), num curto intervalo de tempo, após o disparo de uma fonte sísmica próxima (Kearey et al., 2009). Essa representação gráfica é denominada de traço sísmico, função do tempo, e pode ser definido como a resposta combinada do meio estratificado e o pulso sísmico. Matemati-

camente, o traço sísmico real $x(t)$ pode ser definido como a convolução do pulso sísmico $p(t)$ com a função refletividade $e(t)$ (resposta impulsiva do meio estratificado), mais um ruído associado $n(t)$, conforme podemos ver na equação (1.1).

$$x(t) = p(t) * e(t) + n(t). \quad (1.1)$$

A Figura 1.2 exemplifica a geração do traço sísmico, desconsiderando o ruído. Ao conjunto

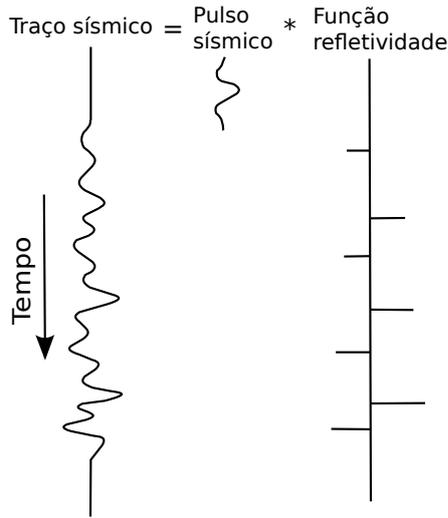


Figura 1.2: Modelo convolucional do traço sísmico.

de traços sísmicos denominamos de sismograma, como podemos ver na Figura 1.3, onde é mostrado um dado sísmico real. Neste sismograma, cada traço sísmico está associado a um único tiro, caracterizando uma família de ponto de tiro comum.

1.2 A técnica CDP e a organização CMP

A Figura 1.4 mostra a trajetória do raio de uma onda que sai da fonte S , percorre uma camada horizontal de velocidade v , reflete na interface no ponto O e é detectado no receptor R a uma distância x da fonte. O ponto M é o ponto médio da distância entre a fonte e o receptor.

Após a aquisição e a etapa da geometria, onde as coordenadas geográficas do local de aquisição são assinaladas a cada traço sísmico, podemos organizar os sismogramas de forma que cada traço sísmico tenha em comum o mesmo ponto médio. Este tipo de organização é denominado família de ponto médio comum ou família CMP, do inglês *Common MidPoint gather*. Percebe-se na Figura 1.5(a) que, para o caso em que as camadas são plano-paralelas, a projeção do ponto médio comum da distância fonte-receptor coincide com o mesmo ponto

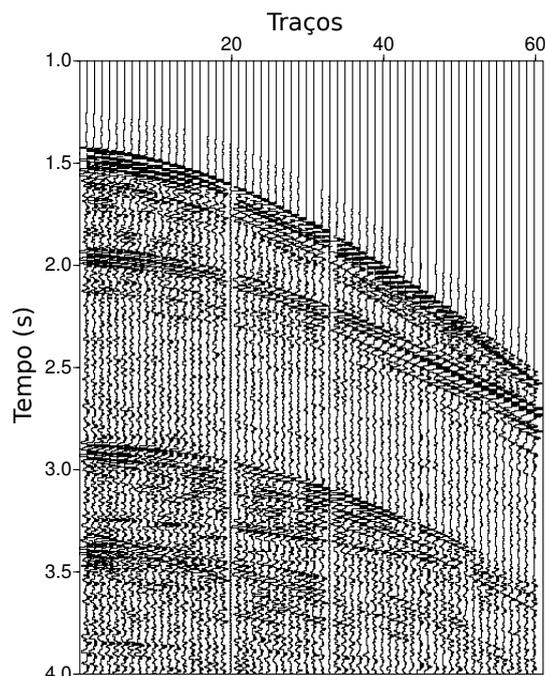


Figura 1.3: Família CMP de um dado sísmico real.

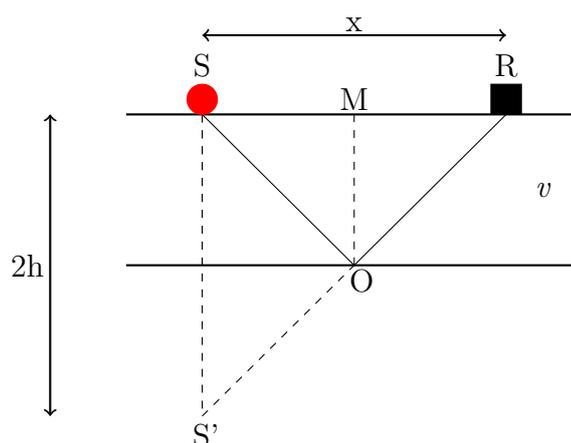


Figura 1.4: Trajetória do raio para um CMP. Extraída de Souza (2014).

em profundidade, ou seja, o mesmo ponto em profundidade é iluminado diversas vezes. Neste caso, temos uma família de ponto em profundidade comum, ou CDP (*Common Depth Point*), essa é a base da técnica CDP. O número de traços numa família CMP é chamado de cobertura CMP. Esse valor dá a ideia da multiplicidade do CMP, ou seja, quantas vezes o ponto em profundidade é iluminado para diferentes afastamentos. Entretanto, podemos observar na Figura 1.5(b) que a organização CMP é falha no caso de camadas inclinadas, pois o agrupamento não implicará no imageamento do mesmo ponto em profundidade. Porém, segundo Rosa (2010), os contextos geológicos mais comuns favorecem a aplicabilidade da técnica CDP, uma vez que mergulhos estruturais próximos de zero são muito mais comuns

do que os mergulhos acima de 30 ou 40 graus. Outro quesito fundamental na aplicação da técnica CDP é que a mesma assume que as camadas são isotrópicas, ou seja, a velocidade das camadas não varia com a direção de propagação, algo que não condiz com a realidade em subsuperfície. Esse quesito será abordado de forma melhor na segunda parte dessa dissertação, mais precisamente no capítulo 3.

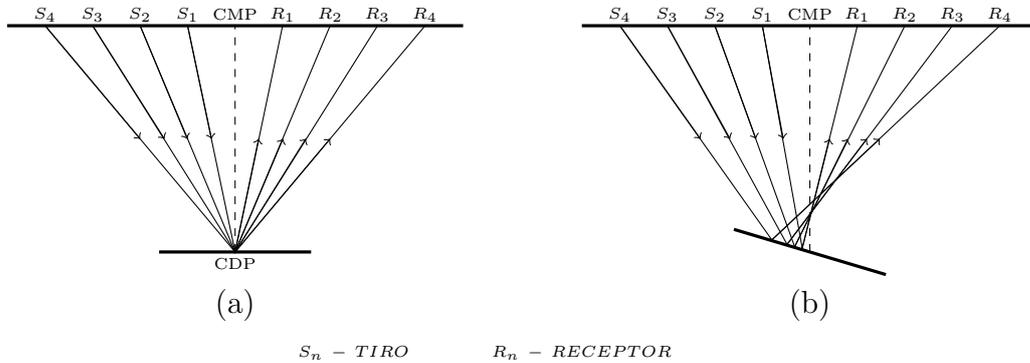


Figura 1.5: Trajetória dos raios para uma família de ponto médio comum. Para um refletor plano em (a) e para um refletor inclinado em (b). Souza (2014).

Apesar das restrições, a organização CMP é conhecida universalmente como uma organização ótima para obtenção de imagens do interior da Terra (Evans e Dragoset, 1997), isso se deve à alta multiplicidade, característica da aquisição sísmica moderna, e inerente à técnica CDP, que faz com que as reflexões sejam reforçadas (Rosa, 2010) e se sobressaiam em relação a outros eventos presentes num sismograma.

1.3 Análise de AVO

Os eventos de reflexão nos sismogramas reais apresentam variação de amplitude ao longo do afastamento. Esse efeito está diretamente relacionado com a geologia em subsuperfície e está presente mais fortemente nas reflexões de interfaces em reservatórios com presença de gás. Os dois fatores que mais influenciam na variação da amplitude num sismograma são o coeficiente de reflexão e o contraste da razão de Poisson no refletor (Ostrander, 1984). Rutherford e Williams (1989) classificaram as anomalias de AVO em três classes, cujo critério foi do contraste de impedância com o meio envolvente:

- Classe 1: arenitos com alto contraste de impedância;
- Classe 2: arenitos com contraste de impedância próximos de zero;
- Classe 3: arenitos com baixo contraste de impedância.

Para as classes 1 e 2, a variação de amplitude pode causar a inversão de polaridade dos traços sísmicos (Yan e Tsvankin, 2008). Nestes tipos de anomalias, o coeficiente de reflexão inicialmente é positivo quando o afastamento é nulo e vai decrescendo o seu valor conforme o aumento do afastamento e do ângulo de incidência. A inversão de polaridade ocorre quando o coeficiente de reflexão da onda P torna-se negativo com a variação do ângulo de incidência, e é caracterizada por uma mudança em 180 graus na fase do traço sísmico (Keys, 1989). A inversão de polaridade pode causar o cancelamento das amplitudes no empilhamento CMP ou fazer com que as seções empilhadas apresentem refletores com amplitudes opostas. A Figura 1.6 mostra o comportamento do coeficiente de reflexão em função do ângulo de incidência das classes de anomalia de AVO. Nota-se que, para as classes 1 e 2, inicialmente o coeficiente de reflexão é positivo nos afastamentos curtos, mas sofre um decréscimo em afastamentos intermediários até tornar-se negativo nos longos afastamentos. O mesmo comportamento se refletirá na amplitude dos eventos de reflexão característicos dessa classe, como podemos ver na Figura 1.7, que mostra uma família CMP sintética contendo um evento de reflexão com inversão de polaridade.

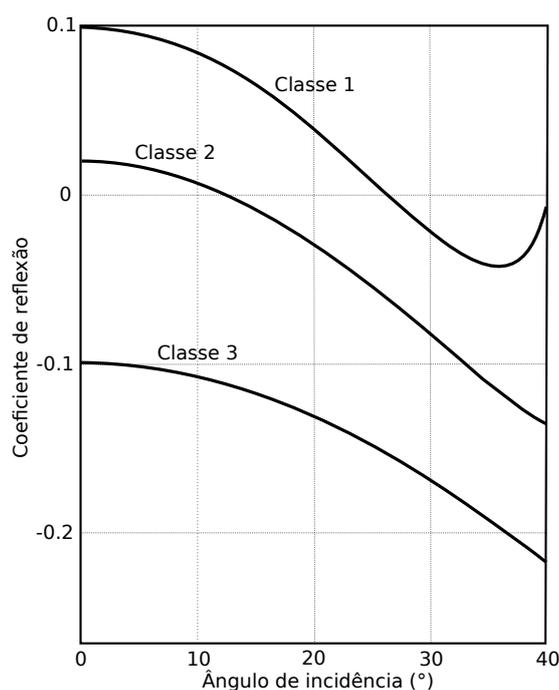


Figura 1.6: Comportamento do coeficiente de reflexão em função do ângulo de incidência das classes de arenitos com anomalia de AVO.

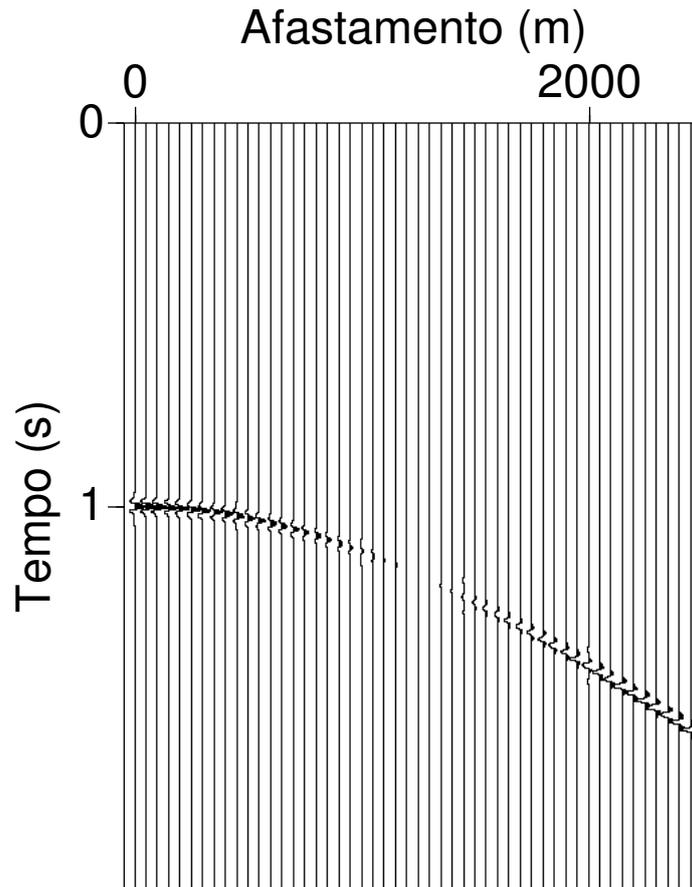


Figura 1.7: Família CMP contendo um evento de reflexão com inversão de polaridade.

1.4 Correção de sobretempo normal

Observando novamente a Figura 1.4, temos que a distância percorrida pelo raio refletido é dada por:

$$\overline{SOR}^2 = \overline{SR}^2 + (2h)^2, \quad (1.2)$$

sendo $SR = x$. Dividindo a equação (1.2) pela velocidade v da camada, o tempo de trânsito para um único refletor é:

$$t^2(x) = \left(\frac{2h}{v}\right)^2 + \left(\frac{x}{v}\right)^2,$$

$$t^2(x) = t^2(0) + \frac{x^2}{v^2}, \quad (1.3)$$

sendo $t(0) = 2h/v$ o tempo duplo de trânsito ao longo da trajetória vertical \overline{MO} , chamado de tempo duplo de afastamento nulo.

A equação (1.3) descreve uma hipérbole no plano tempo duplo versus distância, $t(x) \times x$. Para uma família CMP, os traços correspondem ao mesmo ponto em profundidade, dessa forma, o caráter hiperbólico no plano é devido aos diferentes afastamentos fonte-receptor, ou seja, quanto maior o afastamento, maior o tempo duplo de reflexão (Souza, 2014).

A Figura 1.8 mostra o desenho de uma família CMP contendo apenas um evento hiperbólico. Para um certo afastamento, o tempo de reflexão é $t(x)$, e a diferença Δt entre o tempo duplo em um dado valor de afastamento e o tempo duplo de afastamento nulo é chamado de sobretempo normal, ou do inglês, Normal Moveout (NMO), e é dada por:

$$\Delta t = t(x) - t(0). \quad (1.4)$$

O ajuste dessa diferença de tempo é chamado de correção de Normal Moveout (NMO).

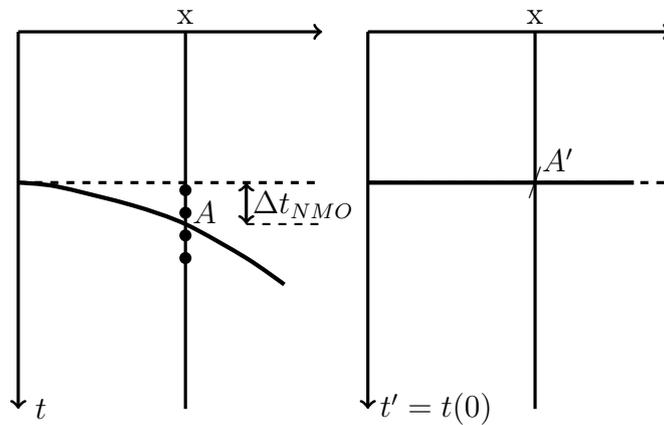


Figura 1.8: Equema de aplicação da correção NMO. Adaptado de Yilmaz (2001).

A correção NMO é realizada da seguinte forma: para um determinado tempo duplo de afastamento nulo $t(0)$, gera-se uma curva hiperbólica em função do afastamento x e de uma velocidade de tentativa v dada pela equação (1.3). Então, calcula-se o tempo $t(x)$ para cada afastamento, coleta-se a amostra referente a esse tempo e transporta para o tempo de afastamento nulo $t(0)$. Como a amplitude A em $t(x)$ não fica necessariamente localizada em um ponto de amostragem, interpola-se os valores de amplitude entre amostras vizinhas para calcular o valor da amplitude em $t(x)$. Quando a velocidade é estimada corretamente, o efeito do sobretempo normal é corrigido para cada afastamento e a hipérbole é horizontalizada. A velocidade que melhor horizontaliza as hipérboles de reflexão é a velocidade NMO, v_{NMO} , a qual, para um meio homogêneo e isotrópico, é a velocidade da camada acima do refletor, considerando uma interface plana. Dessa forma, o tempo de trânsito é obtido por:

$$t^2(x) = t^2(0) + \frac{x^2}{v_{NMO}^2}, \quad (1.5)$$

substituindo a equação (1.5) na equação (1.4) temos que a correção NMO será dada por:

$$\Delta t_{NMO} = t(x) - t(0) = t(0) \left\{ \left[1 + \left(\frac{x}{v_{NMO} t(0)} \right)^2 \right]^{1/2} - 1 \right\}. \quad (1.6)$$

Na Figura 1.9 são apresentados os casos em que utiliza-se uma velocidade de tentativa incorreta para a correção de NMO. Em (a), temos um evento hiperbólico (linha cheia) e uma tentativa de correção NMO usando uma velocidade menor do que v_{NMO} . A curva gerada (linha tracejada) apresenta sobretempo maior do que o evento de reflexão, de modo que, ao aplicar a correção NMO, o evento ficará sobrecorrigido (Fig. 1.9b). Por outro lado, quando a velocidade de tentativa é maior do que a velocidade do evento (Fig. 1.9c), o sobretempo da curva gerada é menor do que a curva verdadeira, e, conseqüentemente, o evento fica subcorrigido (Fig. 1.9d), uma vez que a correção de NMO será menor do que a necessária para horizontalizar o evento.

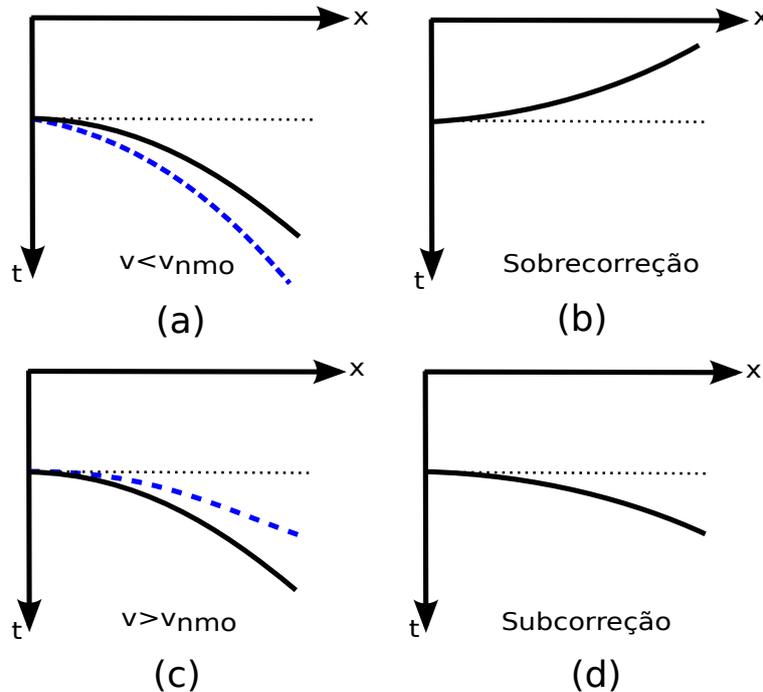


Figura 1.9: Aplicação da correção NMO: em (a), a velocidade de tentativa é menor que a velocidade do evento, ocasionando uma sobrecorreção em (b). Em (c), a velocidade de tentativa é maior do que a velocidade do evento, de modo que o evento em (d) apresenta-se subcorrigido.

1.4.1 NMO em um meio horizontalmente estratificado

Consideremos um meio composto por n camadas horizontais, cada uma com velocidade $v_i (i = 1, n)$ e com respectivas espessuras $d_i (i = 1, n)$, como podemos ver na Figura 1.10.

Cada velocidade v_i é a velocidade intervalar da camada i , definida por Kearey et al. (2009) como a velocidade uniforme dentro de uma unidade geológica homogênea ou a velocidade média de um intervalo em profundidade contendo mais de uma unidade.

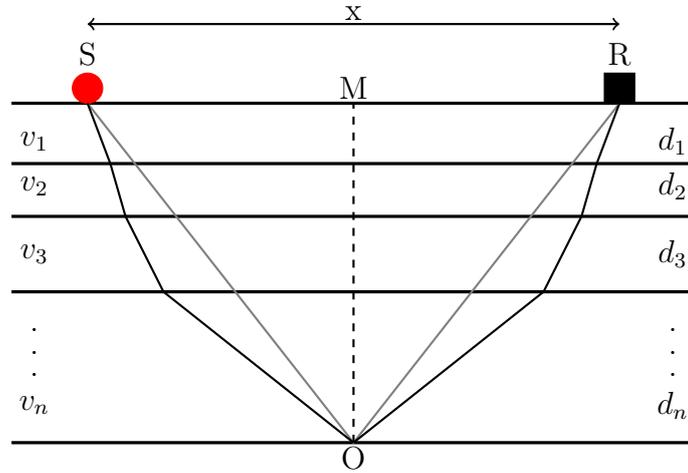


Figura 1.10: Trajetória do raio para um meio horizontalmente estratificado. Extraída de Souza (2014).

Se supormos a trajetória de um raio (em cinza) saindo da fonte, refletindo na base da n -ésima camada e chegando em um receptor no ponto R em um *offset* x , considerando afastamentos x pequenos comparados com a profundidade z dos refletores, ou seja, para uma razão $x/z \ll 1$, a equação do tempo de trânsito será:

$$t_n^2(x) = t_n^2(0) + \frac{x^2}{\bar{v}^2}, \quad (1.7)$$

de forma que $\bar{v} = \sum_{i=1}^n v_i t_i / t_n(0)$ é a velocidade média até a base da n -ésima camada e $t_n(0)$ é o tempo de trajetória vertical até esta base. A equação (1.7) equivale ao tempo de trânsito para uma camada homogênea cuja velocidade é \bar{v} .

Entretanto, sabemos que a trajetória do raio é aquela em que o seu tempo é mínimo, de acordo com o princípio de Fermat. Dessa forma o tempo de chegada será dado pela seguinte soma infinita, derivada por Taner e Koehler (1969):

$$t_n^2(x) = C_1 + C_2 x^2 + C_3 x^4 + C_4 x^6 + \dots, \quad (1.8)$$

onde os coeficientes C_1, C_2, \dots dependem das espessuras e das velocidades das camadas.

Para pequenos afastamentos, os dois primeiros termos da equação (1.8) dão uma precisão de cerca de dois por cento, de forma que podemos desconsiderar todos os termos de ordem maiores que dois, truncar a expressão e obter:

$$t_n^2(x) = C_1 + C_2 x^2, \quad (1.9)$$

onde $C_1 = t_n^2(0)$ e $C_2 = 1/v_{RMS}^2$, em que v_{RMS} é a velocidade quadrática média (Dix, 1955), que descreve melhor a velocidade das camadas sobrepostas, sendo:

$$v_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2 t_i}{t_n(0)}}, \quad (1.10)$$

e a equação (1.9) torna-se

$$t_n^2(x) = t_n^2(0) + \frac{x^2}{v_{RMS}^2}. \quad (1.11)$$

Da expressão (1.11), podemos deduzir que a correção de NMO para o modelo horizontalmente estratificado é dada por

$$\Delta t_n = t_n(x) - t_n(0) = \left[t_n^2(0) + \frac{x^2}{v_{RMS}^2} \right]^{1/2} - t_n(0). \quad (1.12)$$

Valores de v_{RMS} para profundidades de diferentes refletores podem então ser utilizados para calcular as velocidades intervalares usando a fórmula de Dix (Dix, 1955). Para o cálculo da velocidade intervalar v_n para o n -ésimo intervalo temos:

$$v_n = \left[\frac{v_{RMS,n}^2 t_n - v_{RMS,n-1}^2 t_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} \right]^{1/2}, \quad (1.13)$$

onde $v_{RMS,n-1}$, t_{n-1} , $v_{RMS,n}$, t_n são, respectivamente, a velocidade quadrática média e os tempos de percurso do raio refletido para os refletores $n-1$ e n (Dix, 1955; Kearey et al., 2009).

Torna-se importante salientar que devido à aproximação $x \ll z$, o uso da velocidade v_{RMS} para caracterizar a velocidade das camadas sobrepostas ao refletor na equação faz com que haja uma discrepância entre a curva de tempo de trânsito gerada usando v_{RMS} e a curva de tempo de trânsito real, como podemos ver na Figura 1.11, onde percebemos que, quanto maior o afastamento, maior a diferença no tempo de trânsito entre as curvas. Se compararmos as equações (1.5) e (1.11), podemos concluir que, para pequenos afastamentos, a velocidade NMO v_{NMO} será igual a velocidade média quadrática v_{RMS} .

1.4.2 NMO para refletores inclinados

Para o caso de um refletor inclinado, em que o raio sai do ponto da fonte em S , reflete num ponto O em profundidade e chega em um receptor no ponto R (Figura 1.12), o ponto médio M permanece comum a todos os pares fonte-receptor dentro da família CMP, todavia, o ponto de reflexão em profundidade é diferente para cada par (Yilmaz, 2001). Podemos observar na Figura 1.12 que o ponto médio M não coincide com a projeção do ponto de reflexão em profundidade O à superfície.

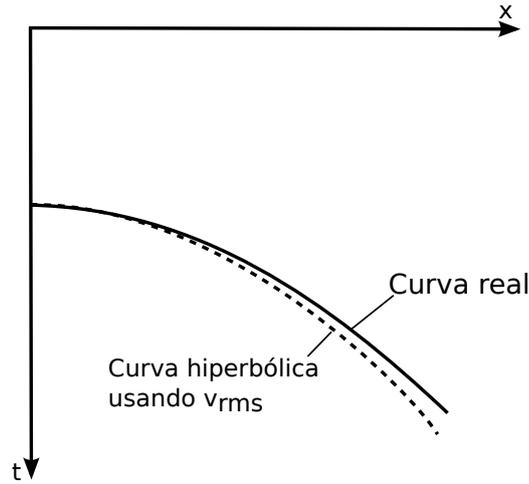


Figura 1.11: Discrepância entre a curva de tempo de trânsito gerada usando v_{RMS} e a curva de tempo de trânsito real.

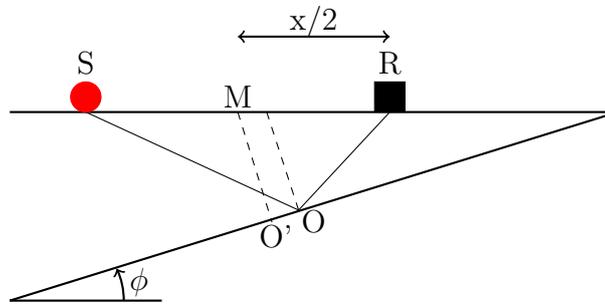


Figura 1.12: Geometria da trajetória de um raio para um modelo com uma camada inclinada.

Levin (1971) derivou uma expressão para o caso de um refletor inclinado dada por:

$$t^2(x) = t^2(0) + \frac{x^2 \cos^2 \phi}{v^2}. \tag{1.14}$$

Nesse caso, a velocidade NMO será dada pela velocidade do meio acima do refletor dividida pelo cosseno do ângulo ϕ de inclinação, ou seja:

$$v_{NMO} = \frac{v}{\cos \phi}. \tag{1.15}$$

Como podemos deduzir da equação (1.15), v_{NMO} para um refletor inclinado é maior do que a velocidade da camada acima do refletor.

Para um modelo composto de várias camadas, cada uma com uma inclinação arbitrária (Figura 1.13), Hubral et al. (1980) derivaram a expressão para o tempo de trânsito dada por

$$t^2(x) = t^2(0) + \frac{x^2}{v_{NMO}^2} + \text{ordens mais altas}, \tag{1.16}$$

sendo a velocidade NMO dada por

$$v_{NMO}^2 = \frac{1}{t(0) \cos^2 \beta_0} \sum_{i=1}^N v_i^2 \Delta t_i(0) \prod_{k=1}^{i-1} \left(\frac{\cos^2 \alpha_k}{\cos^2 \beta_k} \right). \quad (1.17)$$

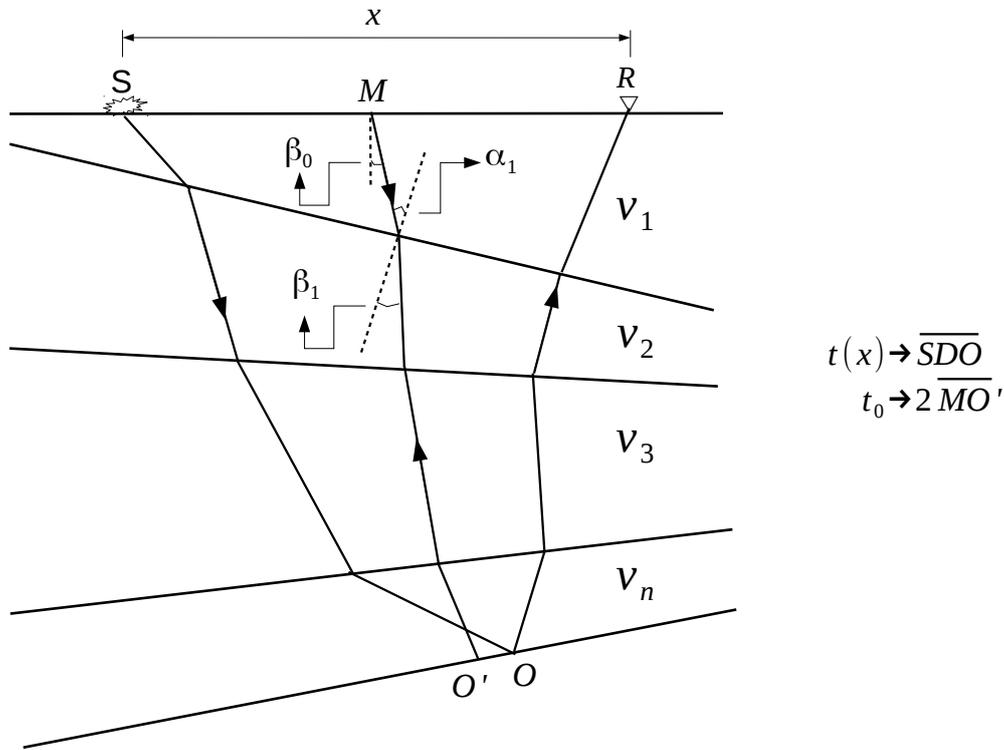


Figura 1.13: Geometria do raio para várias camadas inclinadas. Adaptada de Santos (2017).

Para um modelo com apenas um refletor inclinado, a equação (1.17) torna-se a equação (1.15), e, se considerarmos vários refletores plano-paralelos, obteremos v_{RMS} . Se considerarmos pequenos afastamentos em comparação com a profundidade de investigação e o ângulo de inclinação das camadas pequeno, a equação de tempo de trânsito torna-se a equação (1.5).

1.5 Velocidade de empilhamento

Como vimos anteriormente, o uso das velocidades v_{NMO} e v_{RMS} nas equações de tempo de trânsito não permite representar as hipérbolas de reflexão de forma exata devidos às aproximações em suas definições, sendo válidas apenas para pequenos afastamentos. A velocidade que melhor caracteriza a hipérbole de reflexão é chamada de velocidade de empilhamento (v_{st}) e é válida para todos os *offsets*. Duarte (2010) define a velocidade de empilhamento como

aquela que melhor horizontaliza uma reflexão sísmica presente em uma família CMP para efeito da correção NMO e Kearey et al. (2009) definem v_{st} como a velocidade que produz, no empilhamento de traços (seção 1.6), a máxima amplitude dos eventos de reflexão. Ao saber dessas definições, podemos concluir que, para determinar com exatidão a velocidade de empilhamento, deve-se levar em conta o ângulo de mergulho das camadas. Segundo Rosa (2010), se dois eventos apresentarem o mesmo tempo de reflexão, sendo um deles associado a um refletor horizontal e o outro a um refletor mergulhante, o empilhamento bem-sucedido de um deles é feito, em detrimento do outro, por causa das diferenças na velocidade de empilhamento, introduzida pelo mergulho. Adicionalmente, também deve se considerar os efeitos do acamamento e da anisotropia, ou seja, a variação da velocidade com a direção de propagação. A velocidade de empilhamento se aproxima muito de v_{RMS} se o afastamento máximo for pequeno, em relação à profundidade de investigação. A equação da hipérbole considerando a velocidade de empilhamento é:

$$t^2(x) = t^2(0) + \frac{x^2}{v_{st}^2}. \quad (1.18)$$

1.6 Empilhamento CMP

A etapa que sucede a correção NMO é o empilhamento CMP, que consiste na soma aritmética horizontal dos traços da família CMP. O resultado dessa etapa é chamado de traço empilhado, também chamado de pseudotraço de afastamento nulo e equivale a um traço registrado com uma trajetória de raio vertical (Kearey et al., 2009). A equação que representa o empilhamento CMP normalizado é:

$$A(t) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N a_j(t), \quad (1.19)$$

em que $A(t)$ é a amplitude do traço empilhado no tempo t , N é o número de traços da família CMP, j é o índice indicador do traço e $a_j(t)$ é o valor da amplitude do traço j no tempo t . Podemos entender pela equação (1.19) que $A(t)$ representa a média aritmética das amplitudes entre os traços no tempo t .

O empilhamento CMP é uma etapa muito útil no processamento sísmico. Rosa (2010) enumera as principais vantagens do empilhamento CMP, favorecidas pela multiplicidade, que são, resumidamente:

1. Atenuação de eventos múltiplos;
2. Atenuação de ruídos aleatórios;

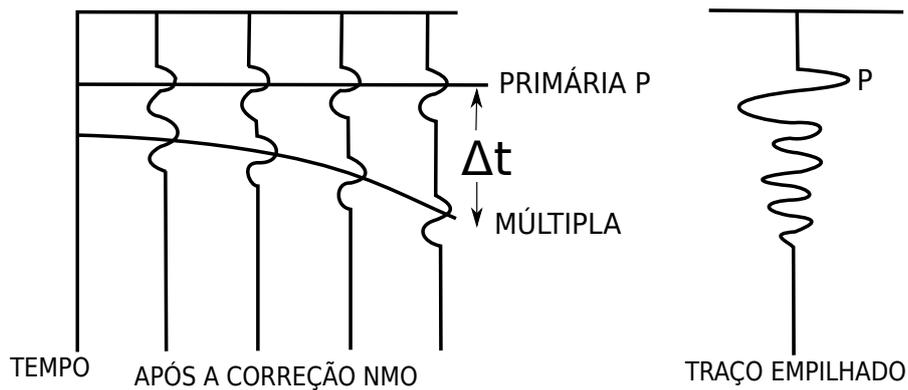


Figura 1.14: Traço empilhado após a correção NMO. Adaptado de Evans e Dragoset (1997).

3. Obtenção das velocidades sísmicas.

Os ruídos aleatórios geralmente são aqueles gerados em decorrência da aquisição no campo. No empilhamento, os eventos de reflexão, que estão em fase, são somados coerentemente, enquanto que os ruídos aleatórios são somados de forma incoerente. Dessa forma, a energia das reflexões são realçadas em detrimento do ruído. Por outro lado, as múltiplas estão na classe dos ruídos coerentes e dificultam a interpretação dos dados. A energia das múltiplas são atenuadas no empilhamento CMP, pois as mesmas ficam subcorrigidas após a correção NMO com a correta função velocidade (Figura 1.14). Portanto, os pontos 1 e 2 mostram que no empilhamento CMP a razão sinal/ruído é aumentada. Por sua vez, o ponto 3 está intrinsecamente relacionado à definição da velocidade de empilhamento e à geração do espectro de velocidades, que veremos mais adiante.

A reunião dos traços empilhados gera a seção empilhada ou seção de afastamento nulo. Se considerarmos refletores planos e as camadas uniformes, os traços empilhados após a correção NMO serão ótimos para formar a seção empilhada, entretanto, as camadas em subsuperfície geralmente apresentam inclinações, de forma que apenas a correção NMO não é suficiente, sendo necessária a aplicação da correção Dip Moveout (Evans e Dragoset, 1997).

1.7 O espectro de velocidades

Ao observar um sismograma CMP para um modelo de uma única camada, temos que as energias refletidas aparecerão em cada traço sísmico, descrevendo uma trajetória hiperbólica no domínio *tempo duplo* \times *afastamento*, em que a energia refletida para $x = 0$ corresponde ao tempo $t(0)$. Se considerarmos o refletor plano e horizontal, a camada apresentará uma

velocidade aparente v_{RMS} dada pela equação (1.10). Podemos então passar a analisar as energias das reflexões em um domínio *tempo de incidência normal* \times *velocidade RMS*, gerando um espectro em que a energia de reflexão é colocada em função do tempo e da velocidade, chamado de espectro de velocidades.

A geração do espectro de velocidades pode ser exemplificada na Figura 1.15 da seguinte forma: Dada uma família CMP com cinco eventos com velocidades $v_{NMO} = 1500$ m/s, 1750 m/s, 2000 m/s, 2250 m/s e 2500 m/s (Fig.1.15 a), primeiramente define-se um intervalo de velocidades variando de um valor constante mínimo v_{min} até um valor constante máximo v_{max} , depois para cada valor de velocidade, faz-se a correção NMO da família CMP (Fig. 1.15 b). Ao organizarmos os dados, obtemos um cubo de dimensão $NS \times NX \times NV$, em que NS é o número de amostras no tempo, NX o número de traços da família CMP e NV é o número de velocidades. Para cada valor de velocidade v , temos uma fatia deste cubo, que é a família CMP corrigida de NMO. Percebe-se que para o painel corrigido com v_{min} os eventos encontram-se sobrecorrigidos, enquanto que, para o painel corrigido com v_{max} , os eventos estão subcorrigidos. Se, para cada painel corrigido de NMO fizermos a soma horizontal dos traços (empilhamento) e associarmos com a sua respectiva velocidade obteremos o espectro de velocidades, onde as energias relacionadas com as reflexões estarão num domínio *tempo de incidência normal* \times *velocidade RMS*. Dessa maneira, o valor apresentado no espectro de velocidades será a amplitude empilhada, representada pela equação (1.19). Os maiores picos que aparecem no espectro de velocidades são os que correspondem às energias das reflexões em um particular t_0 , significando que para aquela velocidade associada o evento hiperbólico foi corretamente horizontalizado, de modo que esta velocidade pode ser tomada como a velocidade de empilhamento v_{st} .

A amplitude empilhada não é uma medida ideal para ser representada em um espectro de velocidades, principalmente em dados com uma baixa razão sinal/ruído (Yilmaz, 2001), por isso, geralmente aplica-se uma medida de coerência para facilitar o reconhecimento dos eventos de reflexão. A medida de coerência mais utilizada é a *semblance*, definida por Neidell e Taner (1971) como a razão normalizada entre a energia de saída e a energia de entrada. Para gerar um espectro de velocidades tendo a *semblance* como medida de coerência procede-se da seguinte forma: dado um painel corrigido de NMO a uma velocidade constante v , gera-se uma janela de dimensão $L \times NX$, cujo centro da janela está associado a um t_0 no painel corrigido de NMO. Então, calcula-se o valor da *semblance*, atribuindo-o ao t_0 . Depois a janela é deslocada na dimensão do tempo, calcula-se um novo valor de *semblance* e atribui-se a um novo t_0 , de modo que esta janela percorre todo o painel. Os valores de coerência calculados para cada t_0 são associados com a velocidade v no espectro de velocidades. Depois, repete-se o mesmo procedimento para outro painel corrigido de NMO a uma velocidade v diferente.

Na Figura 1.15 c é exemplificado o cálculo dos valores de *semblance* para o painel corrigido de NMO com velocidade constante $v_{NMO} = 2000\text{m/s}$. Percebe-se que ocorre um máximo de coerência quando a janela está centralizada em $t_0 = 1.0\text{s}$, uma vez que existe um evento com esta velocidade e tempo duplo de afastamento nulo corretamente horizontalizado.

Podemos definir a *semblance* por

$$S = \frac{1}{NX} \frac{\sum_{i=t_0-L/2}^{i=t_0+L/2} (\sum_{j=1}^{NX} a_{ij})^2}{\sum_{i=t_0-L/2}^{i=t_0+L/2} (\sum_{j=1}^{NX} a_{ij}^2)}, \quad (1.20)$$

em que a_{ij} representa o valor da amplitude associada a amostra i e ao traço j . Temos que a *semblance* mede o grau de coerência da energia da amplitude empilhada dentro de uma janela deslizante num tempo t_0 , de comprimento L . Essa é a forma mais convencional de definição da *semblance*, como a medida é normalizada, podemos perceber que seu valor está situado entre $0 \leq S \leq 1$.

Os valores de *semblance* estão diretamente relacionados com a coerência dos eventos, de modo que os eventos mais coerentes terão um valor próximo de 1 e corresponderão aos picos do espectro, enquanto que os eventos menos coerentes, ou seja, aqueles eventos relacionados aos ruídos apresentarão valores mais baixos, próximos de zero. Torna-se importante salientar que a *semblance* convencional considera que não ocorre efeitos de AVO ao longo dos eventos de reflexão.

A análise de velocidades realizada através do painel de *semblance* busca extrair as velocidades correspondentes aos valores de maior coerência e que estejam relacionados com as reflexões primárias (Souza, 2014). A determinação da velocidade de empilhamento por meio do espectro de velocidades, geralmente, é realizada por meio de um *picking* manual, onde são extraídos os valores de velocidade associados com a energia das reflexões. Esses valores são interpolados, de modo que, ao final dessa etapa, obtemos uma função velocidade $v(t_0)$, como podemos ver na Figura 1.15 d, a qual, teoricamente, permite uma correta correção NMO de todos os eventos da família CMP, bem como o empilhamento dos traços.

Limitações da *semblance* em dados com efeitos de AVO

Embora a *semblance* seja uma medida de coerência robusta e computacionalmente eficiente, em alguns casos ela perde a sua resolução, dificultando a estimativa das velocidades pelo intérprete. Como citado anteriormente, a *semblance* é idealizada sob a condição de que as amplitudes de um evento permanecem constantes ao longo dos afastamentos, o que não ocorre na realidade. Devido a isto, a estimativa de velocidades por meio da *semblance* torna-se imprecisa em dados que sofrem com o efeito de AVO, principalmente, em casos

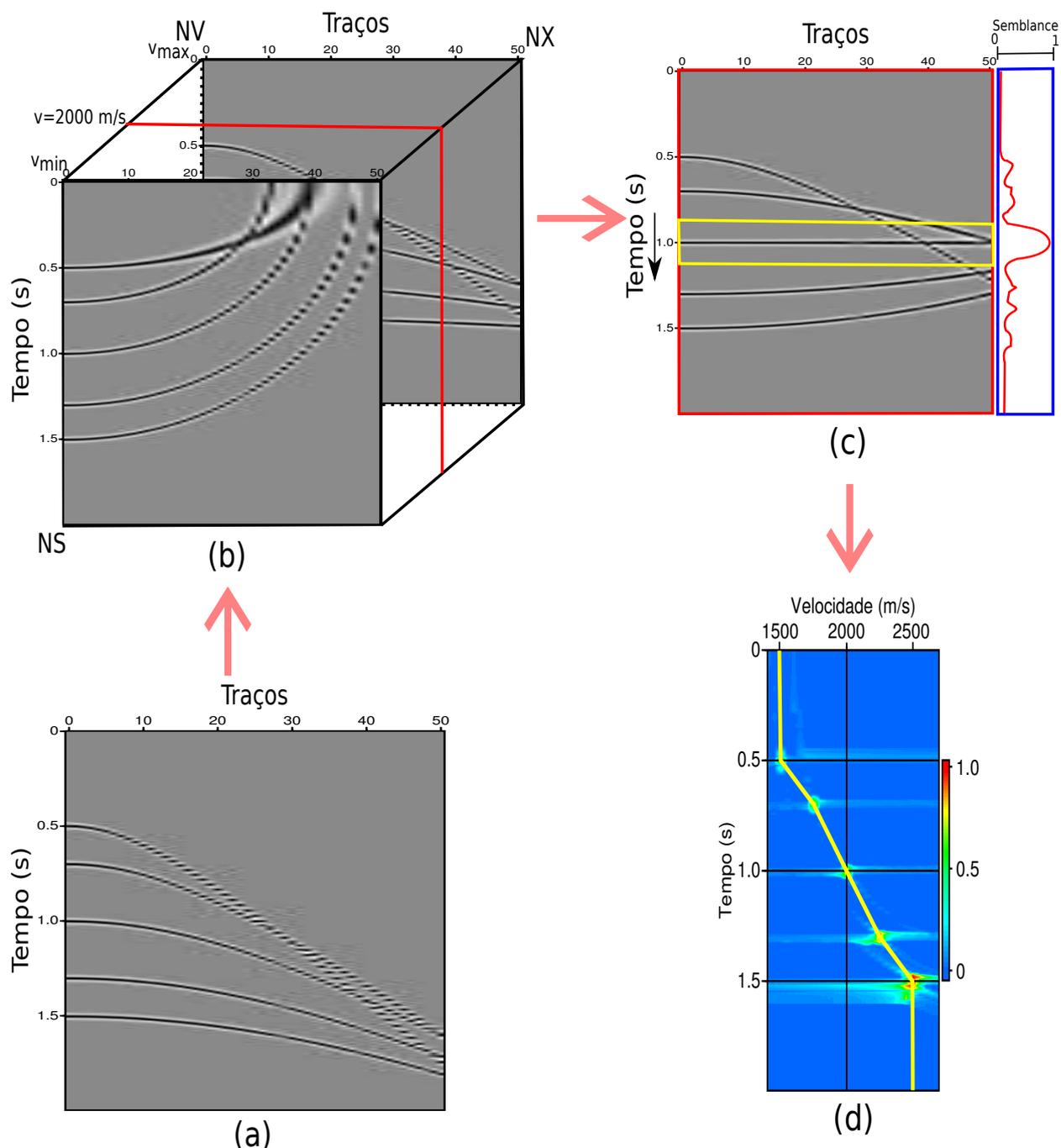


Figura 1.15: Esquema de geração do espectro de velocidades para uma família CMP sintética composta de cinco eventos: a família CMP em (a), o cubo contendo CMPs corrigidos de NMO para cada velocidade constante em (b), cálculo da medida de coerência *semblance* em (c), e o espectro de velocidades e suas respectiva função velocidade (linha amarela) em (d).

extremos, quando há inversão de polaridade (Sarkar et al., 2001; Sarkar et al., 2002; Yan e Tsvankin, 2008). A Figura 1.16 mostra uma família CMP com um evento hiperbólico com

velocidade de 2000 m/s, apresentando inversão de polaridade em (a). Seu respectivo espectro de velocidades encontra-se na Figura 1.16b. Percebe-se que utilizando a *semblance* como medida de coerência torna-se impossível a determinação da velocidade correta do evento de reflexão.

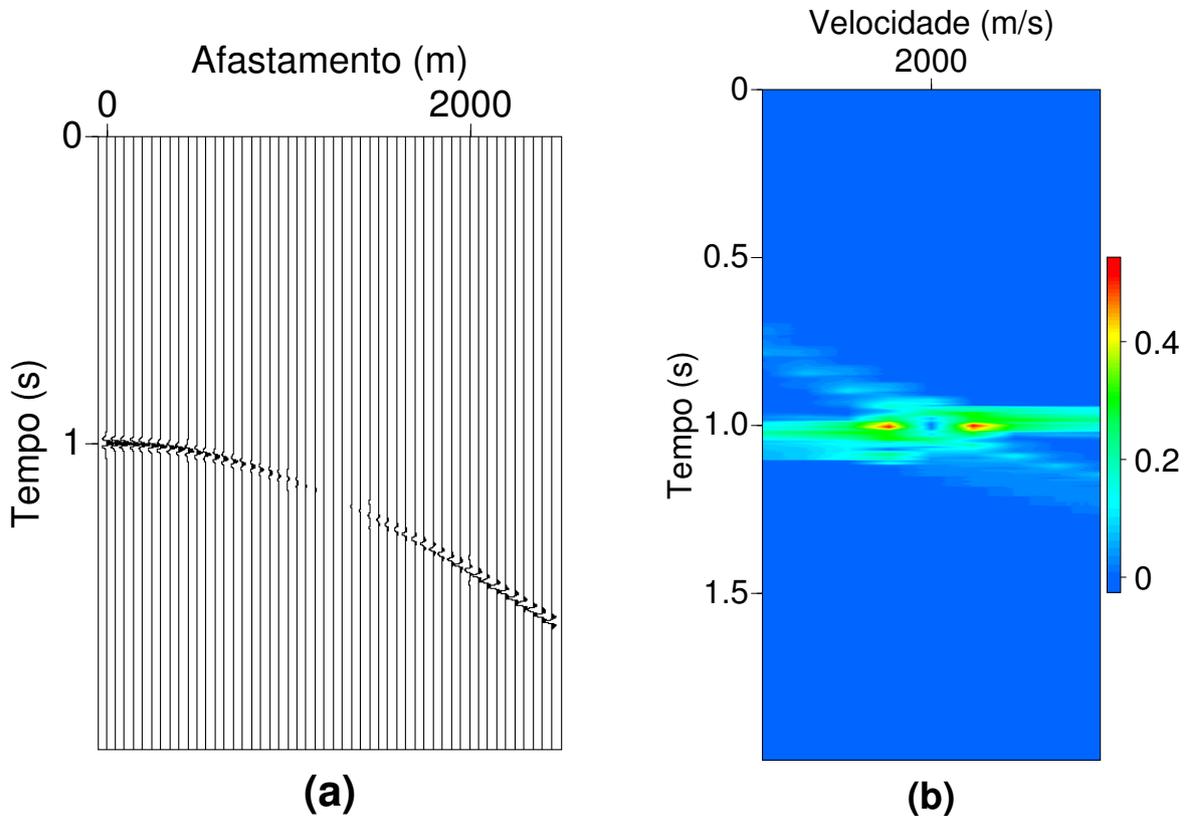


Figura 1.16: Família CMP sintética contendo um evento com inversão de polaridade em (a) e seu respectivo espectro de velocidades utilizando a *semblance* como medida de coerência em (b).

1.7.1 AB semblance

Para lidar com o efeito indesejável de AVO, principalmente quando há inversão de polaridade, Sarkar et al. (2001) desenvolveram uma nova medida de coerência, a qual foi denominada de *AB semblance*.

Fomel (2009) definiu *AB semblance* como a correlação quadrada com um *trend* b_{ij} , que para uma amostra i é dado por

$$b_{ij} = A + Bx_j, \quad (1.21)$$

onde x_j é um vetor que contém os afastamentos para cada traço j . De modo que temos:

$$S_{AB} = \frac{1}{NX} \frac{\sum_{i=t_0-L/2}^{i=t_0+L/2} (\sum_{j=1}^{NX} a_{ij} b_{ij})^2}{\sum_{i=t_0-L/2}^{i=t_0+L/2} (\sum_{j=1}^{NX} a_{ij}^2 \sum_{j=1}^{NX} b_{ij}^2)}. \quad (1.22)$$

Para o caso em que o *trend* b_{ij} é substituído por um valor constante C temos a *semblance* convencional, que pode ser interpretada como a correlação quadrada entre uma matriz com uma constante.

Os valores de A e B na equação (1.21) podem ser encontrados através do ajuste por mínimos quadrados da função objetivo

$$Q_i(A, B) = \sum_{j=1}^{NX} (a_{ij} - A - Bx_j)^2. \quad (1.23)$$

Se substituirmos b_{ij} na equação (1.22), usando A e B obtidos pelo mínimos quadrados da equação (1.23) nós temos a medida de coerência AB *semblance*.

Fomel (2009) realizou uma análise estatística da AB *semblance*, bem como experimentos numéricos, que mostrou que a AB *semblance* não é muito afetada pelo efeito do AVO, por outro lado, esta é duas vezes mais sensível ao ruído e apresenta uma resolução duas vezes pior do que a resolução da *semblance* convencional. A Figura 1.17 mostra uma comparação entre as medidas de coerência *semblance* convencional e AB *semblance* para uma família CMP sintética contendo um evento com inversão de polaridade. Nessa, percebemos que a *semblance* convencional não consegue lidar com o efeito da inversão de polaridade (Fig. 1.17a), dificultando a determinação da velocidade de empilhamento do evento, por outro lado, a AB *semblance* mostra-se insensível ao efeito do AVO, mas a sua resolução é pior do que a *semblance* convencional.

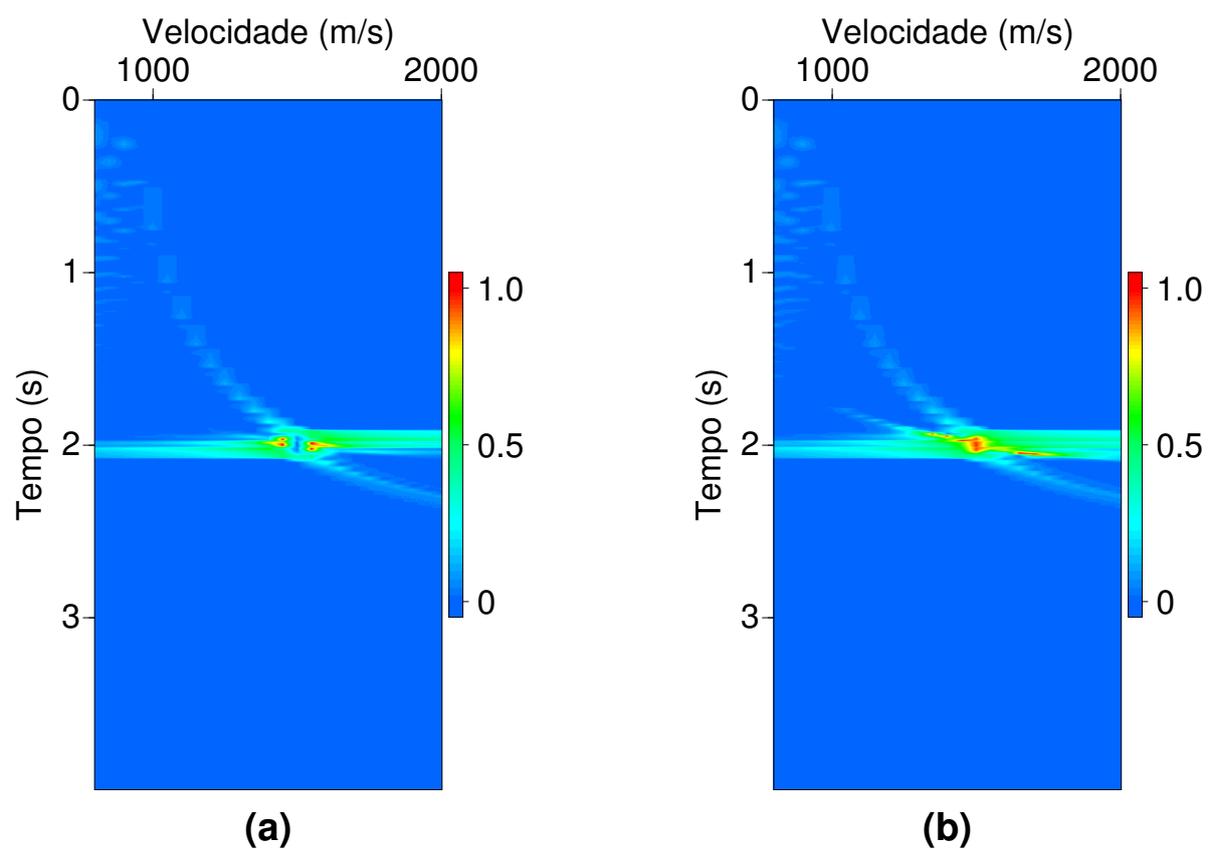


Figura 1.17: Espectros de velocidades para uma família CMP sintética contendo um evento com inversão de polaridade: utilizando *semblance* convencional (a), e utilizando a AB *semblance* em (b).

2

AB semblance ponderado

2.1 Espectro de velocidades de alta resolução

Devido às dificuldades de se obter um espectro de velocidades com uma boa resolução, nos casos em que a eficácia da *semblance* convencional é limitada, diversos autores desenvolveram métodos de espectros de velocidades de alta resolução. Uma das categorias desses métodos, é aquela baseada na multiplicação de funções-peso aos valores da *semblance* convencional ou outra medida de coerência como a AB *semblance*. Essas funções-peso são aplicadas com o objetivo de: a) realçar os valores de coerência quando utilizadas velocidades corretas e os eventos de reflexão são corretamente horizontalizados; e b) de diminuir os valores de coerência, quando são utilizados valores incorretos de velocidade, e os eventos não são corretamente horizontalizados. Neste capítulo é apresentada a teoria, bem como a aplicação do método AB *semblance* ponderado em dados sintéticos e dados reais.

2.1.1 AB semblance ponderado

Com o objetivo de melhorar a resolução da *semblance*, Ebrahimi et al. (2016) desenvolveram um novo método de espectro de alta resolução, baseado na aplicação de duas funções-peso sigmóides aos valores de *semblance*. Posteriormente, a aplicação deste método foi estendida e aplicada à medida de coerência AB *semblance* (Ebrahimi et al., 2017), com o objetivo de gerar uma medida que apresente ótima resolução e consegue lidar com os efeitos do AVO. Podemos definir essa medida de coerência como:

$$S_{wAB} = W_{SVD} \times W_{POW} \times S_{AB}. \quad (2.1)$$

W_{SVD}

A função sigmoide W_{SVD} é baseada na razão entre o primeiro e o segundo maior valor singular obtido após aplicação da decomposição SVD (Apêndice A) no painel corrigido de NMO. Temos que, se um evento de reflexão for corretamente horizontalizado para uma certa velocidade, o mesmo possuirá uma alta correlação espacial, de forma que o primeiro valor singular σ_1 será muito maior do que o segundo valor singular σ_2 . Dessa forma, a razão σ_1/σ_2 é um fator que torna a função W_{SVD} muito sensível às variações de velocidade, melhorando a resolução do espectro nessa direção. A Figura 2.1 mostra a comparação entre os valores normalizados de *semblance* e da razão σ_1/σ_2 em função da velocidade. Ambos valores foram calculados no painel corrigido de NMO de uma família CMP, cujo evento está centrado em $t_0 = 1.0s$ e tem velocidade $v_{RMS} = 2000 m/s$. Podemos perceber que para pequenas variações de velocidade em torno de $2000 m/s$, a razão σ_1/σ_2 sofre uma grande variação, de modo que a velocidade correta distingue-se, claramente, diferente do que ocorre com a medida de *semblance*.

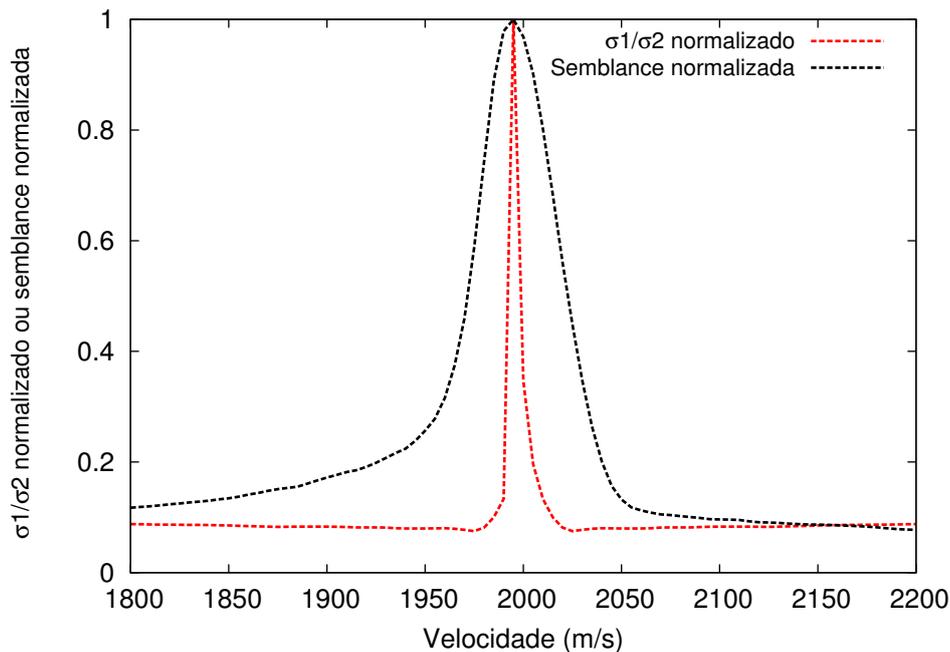


Figura 2.1: Comparação entre a *semblance* normalizada e a razão entre o primeiro e o segundo valor singular, calculados numa janela de tempo deslizante, cujo evento é horizontalizado para diferentes velocidades.

W_{SVD} é definida como:

$$W_{SVD} = \frac{10}{1 + e^{-a(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} - b)}}, \quad (2.2)$$

onde a e b são constantes empíricas. W_{SVD} aplicará um maior peso, quando valores corretos de velocidade forem utilizados, realçando os valores de coerência. Em contrapartida, para

velocidades incorretas, W_{SVD} terá um peso pequeno, de modo que os valores de coerência serão ainda mais diminuídos.

W_{POW}

A função sigmoide W_{POW} é baseada na posição da *wavelet* na janela de tempo. Ela é definida como:

$$W_{pow} = \frac{100}{1 + e^{-c(POW-d)}}, \quad (2.3)$$

onde c e d são constantes empíricas. POW (*Position of Wavelet*) é dado por

$$POW = \frac{1}{|t_{cm} - t_{center}| + \epsilon}, \quad (2.4)$$

sendo t_{center} o centro da janela de dados, ϵ uma pequena constante positiva e t_{cm} é o centro de massa da janela dado por

$$t_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^M \left(i \times \sum_{j=1}^N |a_{ij}| \right)}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |a_{ij}|}. \quad (2.5)$$

Segundo Ebrahimi et al. (2017), para uma *wavelet* de fase zero, o valor de $|t_{cm} - t_{center}|$ na Equação (2.4) será igual a zero se a amostra central do painel corrigido de NMO coincidir com a amostra do tempo duplo de afastamento nulo t_0 , referente ao evento horizontalizado, considerando que foram utilizados corretos valores de velocidade. Dessa forma, POW atingirá seu valor máximo e será atribuído um maior peso pela função W_{POW} . Por outro lado, se a amostra central do painel corrigido de NMO não coincidir com a amostra referente ao t_0 , ou for utilizado um valor incorreto de velocidade para horizontalizar o evento, o denominador da Equação (2.4) terá valor aumentado e, consequentemente, o valor de POW será reduzido, de modo que será atribuído um menor peso pela função W_{POW} . A Figura 2.2 exemplifica o que acontece no painel corrigido de NMO na geração do espectro de velocidades para um único evento: em (a) e (c), o evento não está centralizado na janela, de modo que a medida de POW será pequena neste caso, de outra parte, em (b) o evento encontra-se exatamente no centro do painel, de modo que $t_{cm} - t_{center} = 0$ e será atribuído valor máximo a POW , portanto, W_{POW} é muito sensível às variações do tempo duplo de afastamento nulo dos eventos, de modo que a mesma atua de forma a melhorar a resolução do espectro de velocidades no sentido do tempo.

A Figura 2.3 apresenta valores de coerência dos métodos *semblance*, *AB semblance* e *AB semblance ponderado* em função da velocidade de empilhamento. Essas medidas foram calculadas numa janela deslizante no tempo, contendo um evento hiperbólico cujo t_0 coincide com a amostra central da janela. Este evento tem $v_{RMS} = 1500 \text{ m/s}$, apresenta inversão de

polaridade, e foi horizontalizado para várias velocidades. Percebe-se que a *semblance* convencional sofre com o efeito da inversão de polaridade, apresentando dois picos de coerência que não coincidem com a velocidade do evento e associando a velocidade correta do evento ao mínimo de coerência. Em contrapartida, a AB *semblance* não sofre com o efeito da inversão de polaridade, mas é ineficaz para realçar a coerência associada ao evento. Quanto ao método AB *semblance* ponderado, a velocidade do evento é melhor pronunciada, sendo que somente são atribuídos altos valores de coerência para velocidades muito próximas de $v = 1500 \text{ m/s}$, enquanto que, para as velocidades muito incorretas, a coerência atribuída é praticamente zero.

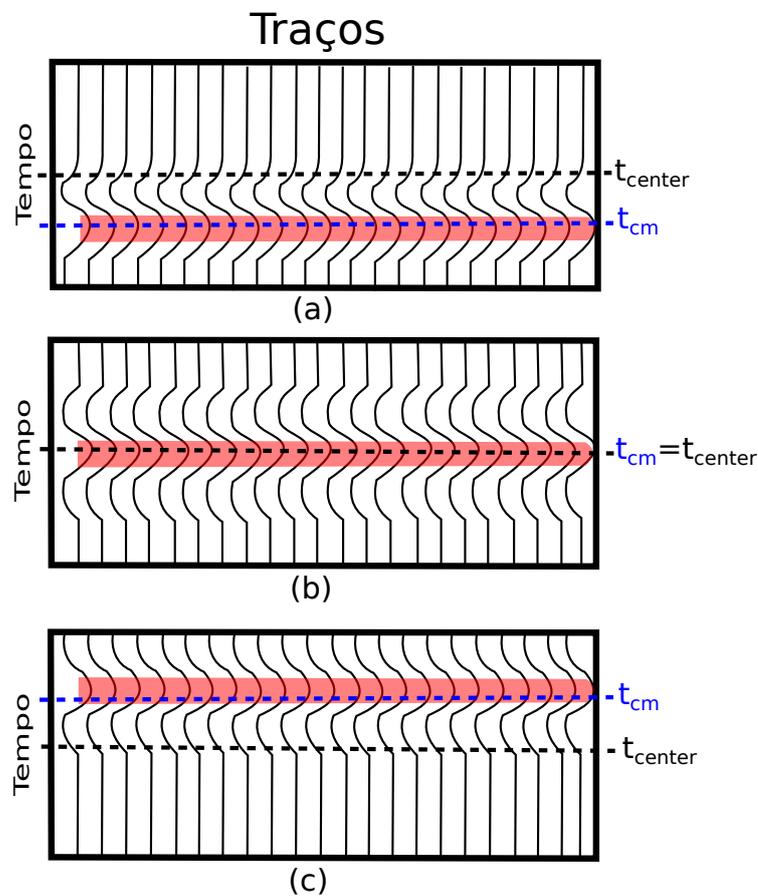


Figura 2.2: Janela de tempo contendo um evento horizontalizado. Em (a) e (c) o centro de massa da janela não coincide com o centro da janela, diferentemente, em (b), o centro de massa e o centro da janela coincidem.

Obtenção dos coeficientes

Ambos pares de coeficientes nas funções-peso W_{SVD} e W_{POW} controlam a inclinação e o ponto de inflexão das funções sigmóides. As Figuras 2.4 e 2.5 mostram como esses

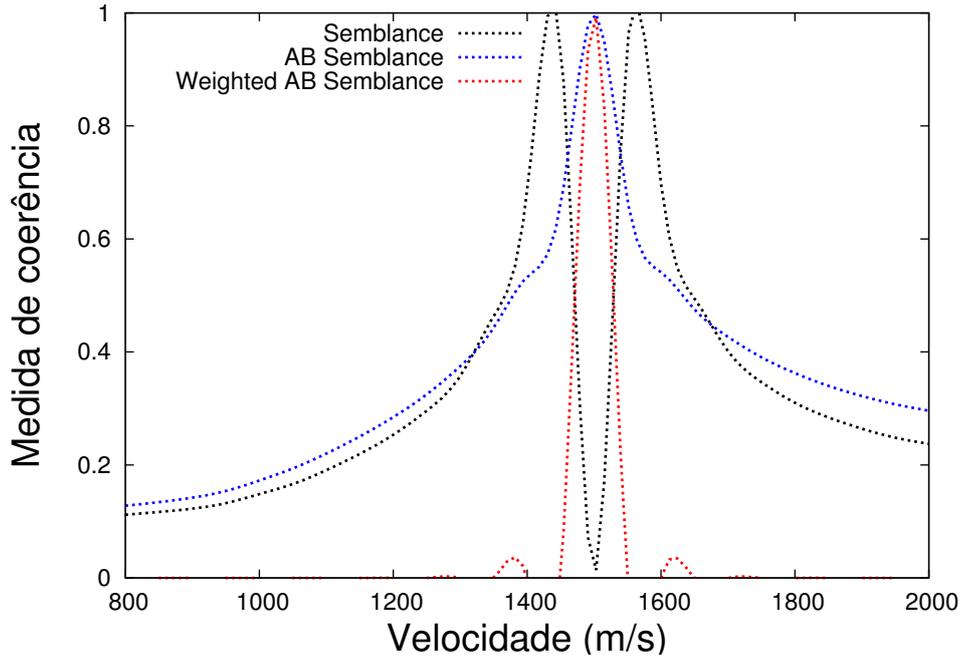


Figura 2.3: Comparação entre as medidas de coerência *semblance*, *AB semblance* e *AB semblance* ponderada, calculadas numa janela de tempo, cujo evento foi horizontalizado para várias velocidades.

coeficientes afetam o comportamento das funções. Na Figura 2.4 é apresentado a função W_{SVD} em função da razão σ_1/σ_2 para vários valores do coeficiente b , considerando um valor constante $a = 5.0$. Percebe-se que variando o valor de b , o ponto de inflexão é deslocado no gráfico. Na Figura 2.5, podemos observar a mesma função para vários valores do coeficiente a e um valor constante $b = 2.0$, neste caso, observa-se que variando os valores de a ocorre uma mudança na inclinação da curva que representa a função. O mesmo comportamento será observado se utilizada a função W_{POW} em função da medida POW .

De acordo com Ebrahimi et al. (2017), os valores dos coeficientes estão relacionados com a esparsidade do espectro de velocidades. Para dados com um único refletor, observa-se que, aumentando o valor dos coeficientes em ambas funções-peso, o espectro de velocidades se torna mais esparsa e com uma melhor resolução, entretanto, para modelos complexos, esta relação não é da mesma forma observada, pois aumentando os valores dos coeficientes melhora a resolução do espectro, mas, em contrapartida, há uma diminuição da energia dos refletores no espectro de velocidades.

A determinação dos valores dos coeficientes é realizada através da análise de uma matriz que contém valores de uma medida chamada de *ECM* (*Energy Concentration of a Matrix*), que mede a concentração de energia de uma matriz. Como a ECM é uma medida cujo valor é proporcional à esparsidade de uma matriz, observa-se que, quanto maior a resolução do espectro mais esparsa se torna o mesmo, dessa forma, podemos concluir que a

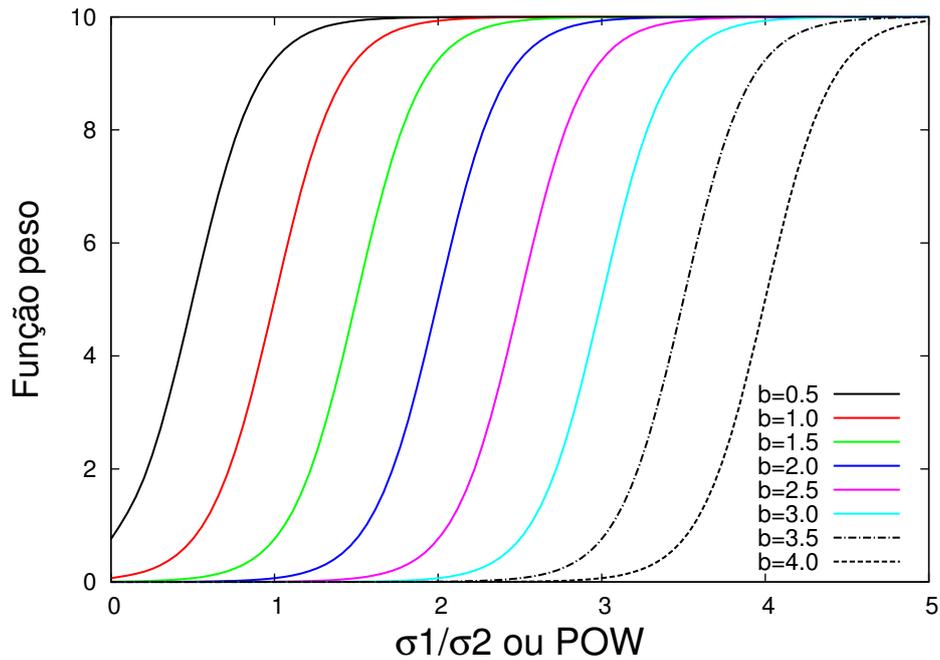


Figura 2.4: Comportamento da função W_{SVD} para um valor constante $a = 5.0$ e vários valores diferentes do coeficiente b , modificando o ponto de inflexão da função.

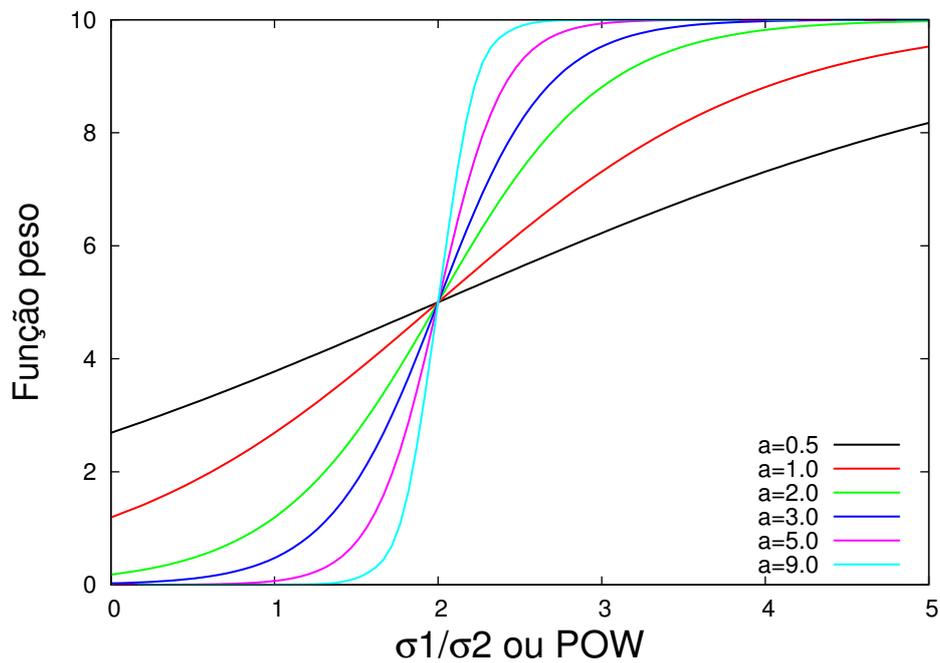


Figura 2.5: Comportamento da função W_{SVD} para um valor constante $b = 2.0$ e vários valores diferentes do coeficiente a , modificando a inclinação da função.

resolução do espectro de velocidades é proporcional ao valor de ECM.

A medida ECM é calculada por

$$ECM = \frac{1}{\sum_i \sum_j |x_{ij}|^{0,01}}, \quad (2.6)$$

onde x_{ij} , neste caso, são as amplitudes do espectro de velocidade. Os passos para geração dessa matriz são:

1. Fixa os valores dos coeficientes de uma das funções-peso, por exemplo, para analisar W_{SVD} , fazemos $c = 1$ e $d=1$;
2. Gera espectro de velocidades usando vários valores dos outros dois parâmetros;
3. Calcula a medida ECM dos espectros de velocidades para cada par de coeficientes.

Na Figura 2.6 nós vemos matrizes contendo valores de ECM para determinação dos pares de coeficientes a e b (Fig. 2.6a) e c e d (Fig. 2.6b) de para uma família CMP sintética contendo apenas um evento com inversão de polaridade. Os coeficientes são determinados empiricamente, após análise dessa matriz. Essa etapa costuma ser trabalhosa, primeiramente devido ao custo computacional para a geração da matriz de ECM, segundo, o processo de obtenção dos valores corretos dos coeficientes não é trivial, o que aumenta ainda mais a dificuldade na geração de um espectro de velocidades com ótima resolução.

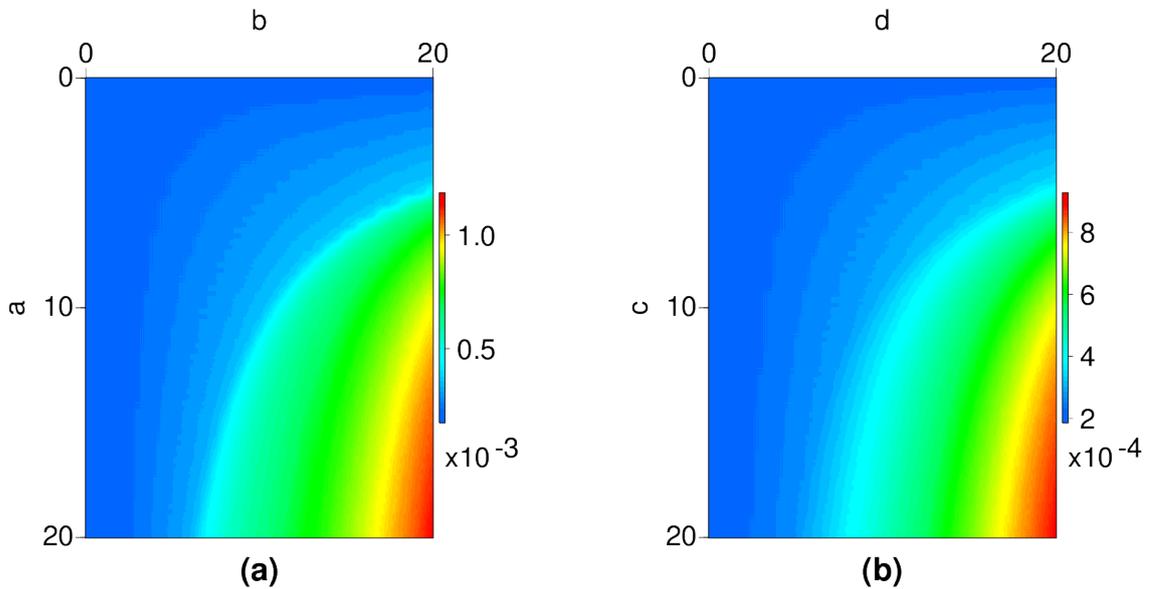


Figura 2.6: Matriz com medidas do ECM para análise dos pares de coeficientes a e b em (a), sendo $c=d=1$; e para análise dos pares de coeficientes c e d em (b), sendo $a=b=1$.

2.1.2 AB semblance ponderado usando very fast simulated annealing

O *Very Fast Simulated Annealing* (*VFSA*), implementado primeiramente por Ingber (1989), é um método de inversão baseado em modificações dos métodos *Simulated Annealing* (*SA*) e *Fast Simulated Annealing* (*FSA*). A ideia central desses métodos provém da termodinâmica, que envolve simular a evolução do esfriamento de um sistema físico, e analisar o estado global de energia mínima deste sistema (Santos, 2017). Uma das características do método *VFSA* é que o mesmo permite que se tenha diferentes resultados em diferentes execuções do jogo, uma vez que as atualizações são feitas com base em números aleatórios, de modo que podemos caracterizá-lo como método estocástico. Outra vantagem deste método é o fato de não ficar aprisionado em mínimos locais.

Aplicando o método *VFSA* para determinar os pares de coeficientes que resultam em um espectro de velocidades com a melhor resolução, temos que o vetor \mathbf{m} dos parâmetros do modelo será composto pelos coeficientes utilizados nas funções W_{SVD} e W_{POW} , dessa forma temos $\mathbf{m} = (a, b, c, d)$. A medida equivalente à função objetivo é a $ECM(\mathbf{m})$, que é dependente dos parâmetros do modelo. Como a resolução do espectro de velocidades é proporcional ao valor de ECM , o algoritmo *VFSA* é implementado de modo a convergir para o máximo, fornecendo um conjunto de valores de coeficientes que resultam num valor próximo ao máximo de ECM .

O método *VFSA* está descrito abaixo (Sen e Stoffa, 1995; Soares, 2009):

Suponha que o parâmetro do modelo m^i na iteração é representado por m_k^i com

$$m_{min}^i \leq m_k^i \leq m_{max}^i, \quad (2.7)$$

onde m_{min}^i e m_{max}^i são os valores mínimo e máximo do parâmetro do modelo m_k^i . O valor desse parâmetro é perturbado na iteração $k + 1$ usando a seguinte relação

$$m_{k+1}^i = m_k^i + y^i (m_{max}^i - m_{min}^i), \quad (2.8)$$

sendo $y^i \in [-1, 1]$, que é gerado pela seguinte distribuição

$$g_T(y) = \prod_{i=1}^{NM} \frac{1}{2(|y_i| + T_i) \ln\left(1 + \frac{1}{T_i}\right)} = \prod_{i=1}^{NM} g_{T_i}(y_i). \quad (2.9)$$

Nesse contexto, um número aleatório u^i obtido por uma distribuição uniforme $U[0,1]$ pode ser mapeado na distribuição acima com a seguinte fórmula

$$y^i = \text{sgn}\left(u_i - \frac{1}{2}\right) T_i \left[\left(1 + \frac{1}{T_i}\right)^{|2u_i - 1|} - 1 \right]. \quad (2.10)$$

Para essa distribuição, podemos estatisticamente obter um mínimo global pelo uso do seguinte esquema de resfriamento.

$$T^i(k) = T^{0i} \exp(-c^i k^{1/NM}), \quad (2.11)$$

onde NM é o número de modelos, T^{0i} é o valor da temperatura inicial para o parâmetro i , c^i é um atributo usado para o controle da temperatura. O critério de aceitação dos modelos é dado pelo algoritmo de Metropolis et al. (1953) dado por:

1. Calcula $\Delta ECM^i = ECM(\mathbf{m}_{k+1}^i) - ECM(\mathbf{m}_k^i)$;
2. Se $\Delta ECM^i \geq 0$, o novo modelo é aceito;
3. Se $\Delta ECM^i < 0$, o novo modelo é aceito com a probabilidade $P = \exp\left(\frac{\Delta ECM^i}{T}\right)$.

Segundo Sen e Stoffa (1995), as principais características do algoritmo *VFSA* são:

- Gera as perturbações para os parâmetros do modelo de acordo com a distribuição dada pela Equação (2.9);
- Requer uma temperatura para cada parâmetro do modelo, que podem ser iguais para todos os parâmetros ou ter um valor diferente para cada parâmetro;
- Requer uma temperatura para ser usada no critério de aceite que pode ser diferente da temperatura do parâmetro do modelo.

Abaixo estão descritos os passos do algoritmo *VFSA*:

Algorithm 1 : Pseudo-código em Fortran do algoritmo *VFSA* (Adaptado Sen e Stoffa (1995) e Santos (2017))

```

1: Dado  $\mathbf{m}_0$  com  $ECM(\mathbf{m}_0)$ 
2: while ( $l \leq N_{temp}$ ) do
3:   Loop que atualiza a temperatura
4:   while ( $k \leq N_{mod}$ ) do
5:     Loop relacionado aos movimentos aleatórios para cada temperatura
6:     while ( $i \leq N_{param}$ ) do
7:        $u_i \in [0, 1]$ 
8:        $y_i = \text{sgn}(u_i - \frac{1}{2}) T_i^{mod} \left[ \left(1 + \frac{1}{T_i^{mod}}\right)^{|2u_i - 1|} - 1 \right]$ 
9:        $m_i^{novo} = m_i^{velho} + y_i(m_i^{max} - m_i^{min})$ 
10:       $m_i^{min} \leq m_i^{novo} \leq m_i^{max}$ 
11:     end while
12:     Novo modelo gerado  $\mathbf{m}^{novo}$ , avalia-se  $ECM(\mathbf{m}^{novo})$ 
13:      $\Delta ECM = ECM(\mathbf{m}^{novo}) - ECM(\mathbf{m}_0)$ 
14:      $P = \exp\left(-\frac{\Delta E}{T}\right)$ 
15:     if ( $\Delta ECM \geq 0$ ) then
16:        $\mathbf{m}_0 = \mathbf{m}^{novo}$ 
17:        $ECM(\mathbf{m}_0) = ECM(\mathbf{m}^{novo})$ 
18:     else
19:       Calcula um número aleatório  $r = U[0, 1]$ 
20:       if ( $P > r$ ) then
21:          $\mathbf{m}_0 = \mathbf{m}^{novo}$ 
22:          $ECM(\mathbf{m}_0) = ECM(\mathbf{m}^{novo})$ 
23:       end if
24:     end if
25:      $k = k + 1$ 
26:   end while
27:    $l = l + 1$ 
28: end while

```

2.1.3 Aplicação em dados sintéticos

Usando o *Very Fast Simulated Annealing*, foi aplicado o método de *AB semblance* em uma família CMP sintética contendo 50 traços, 1000 amostras no tempo, intervalo de amostragem de 4 milissegundos. Este dado contém um evento que apresenta inversão de

polaridade, com tempo duplo de afastamento nulo igual a 2,0s e $v_{RMS} = 1500m/s$. Após a aplicação do método, obtivemos os coeficientes $a = 2,8$, $b = 7,5$, $c = 3,0$ e $d = 2,8$. A Figura 2.7 mostra o CMP sintético em (a) e seus espectros de velocidade, normalizados entre zero e um (Figs. 2.7b - 2.7e). O comprimento da janela deslizante no tempo utilizada na geração dos espectros foi de 20 milissegundos. Se compararmos os resultados, podemos ver que a *semblance* convencional sofreu com o efeito de polaridade reversa, de outra forma, a AB *semblance* pôde lidar com esse efeito, mas sua resolução é pior do que a *semblance* convencional. O método AB *semblance* ponderado conseguiu lidar com o fenômeno AVO e resolveu o problema de baixa resolução da AB *semblance*, validando a eficácia no uso do *VFSA* na obtenção dos coeficientes das funções-peso.

Para testificar a eficácia do método em dados ruidosos, aplicamos um ruído aleatório de 80% à família CMP contendo um evento, como podemos observar na Figura 2.8. Podemos notar que tanto a *semblance* quanto a AB *semblance* sofreram com o presença do ruído, mas a AB *semblance* foi muito mais afetada, comprovando o que é observado na literatura. Em contrapartida, o AB *semblance* ponderado se mostrou insensível para um dado muito ruidoso, de forma que pode-se determinar facilmente a velocidade de empilhamento do evento.

2.1.4 Aplicação em dados reais

Em dados reais, o método foi testado em uma família CMP da Bacia do Jequitinhonha. Os parâmetros de aquisição são 1001 amostras no tempo, 60 traços e intervalo de amostragem de 4 milissegundos. Esse dado não apresenta considerável efeito de AVO. A Figura 2.9 mostra a família CMP em (a), e seus respectivos espectros de velocidades usando *semblance*, AB *semblance* e o AB *semblance* ponderado (Fig.2.9b - Fig. 2.9d). Em todos os espectros, o comprimento da janela deslizante no tempo é de 44 milissegundos. Novamente, a medida de coerência AB *semblance* apresentou resolução pior do que a *semblance* convencional, o que nos leva a confirmar que não há vantagem no uso da AB *semblance* em dados onde não há efeito de AVO. Após utilização do *VFSA*, foi obtido valores $a = 3,2$, $b = 1,8$, $c = 4,0$ e $d = 1,5$. Ao observamos os espectros, percebemos que o *VFSA* permitiu a obtenção dos valores corretos dos coeficientes, pois o seu espectro apresenta a melhor resolução, em comparação com as outras medidas. Esse resultado mostra que o AB *semblance* ponderado é também aplicado em dados sem AVO.

O método também foi testado em uma família CMP real do Golfo do México. Os parâmetros de aquisição são 24 traços, 1000 amostras no tempo, intervalo de amostragem de 4 milissegundos. Neste CMP, podemos ver uma anomalia de AVO nos tempos $t = 0,7s$ a $1,1s$. Ebrahimi et al. (2017) utilizaram o mesmo CMP em seu trabalho. Após o uso do

método *VFSA*, obtivemos os valores dos coeficientes $a = 11,4$, $b = 2,0$, $c = 17,0$ e $d = 3,5$. A Figura 2.10 mostra o CMP em (Fig. 2.10a) e seus respectivos espectros de velocidade, normalizados entre zero e um (Figs.b-e). Ao compararmos os resultados, podemos ver que a *semblance* convencional não detecta a presença de eventos na área da anomalia de AVO, por outro lado, *AB semblance* consegue detectar esses eventos, mas a sua resolução é pior do que *semblance* convencional. No entanto, *AB semblance* ponderado lida com o fenômeno AVO em dados reais e melhora o problema de baixa resolução da *AB semblance*. A Figura 2.10d mostra que os valores de coeficientes, obtidos pelo uso de *VFSA*, forneceram um espectro de velocidade com uma excelente resolução facilitando a determinação da função velocidade da família CMP.

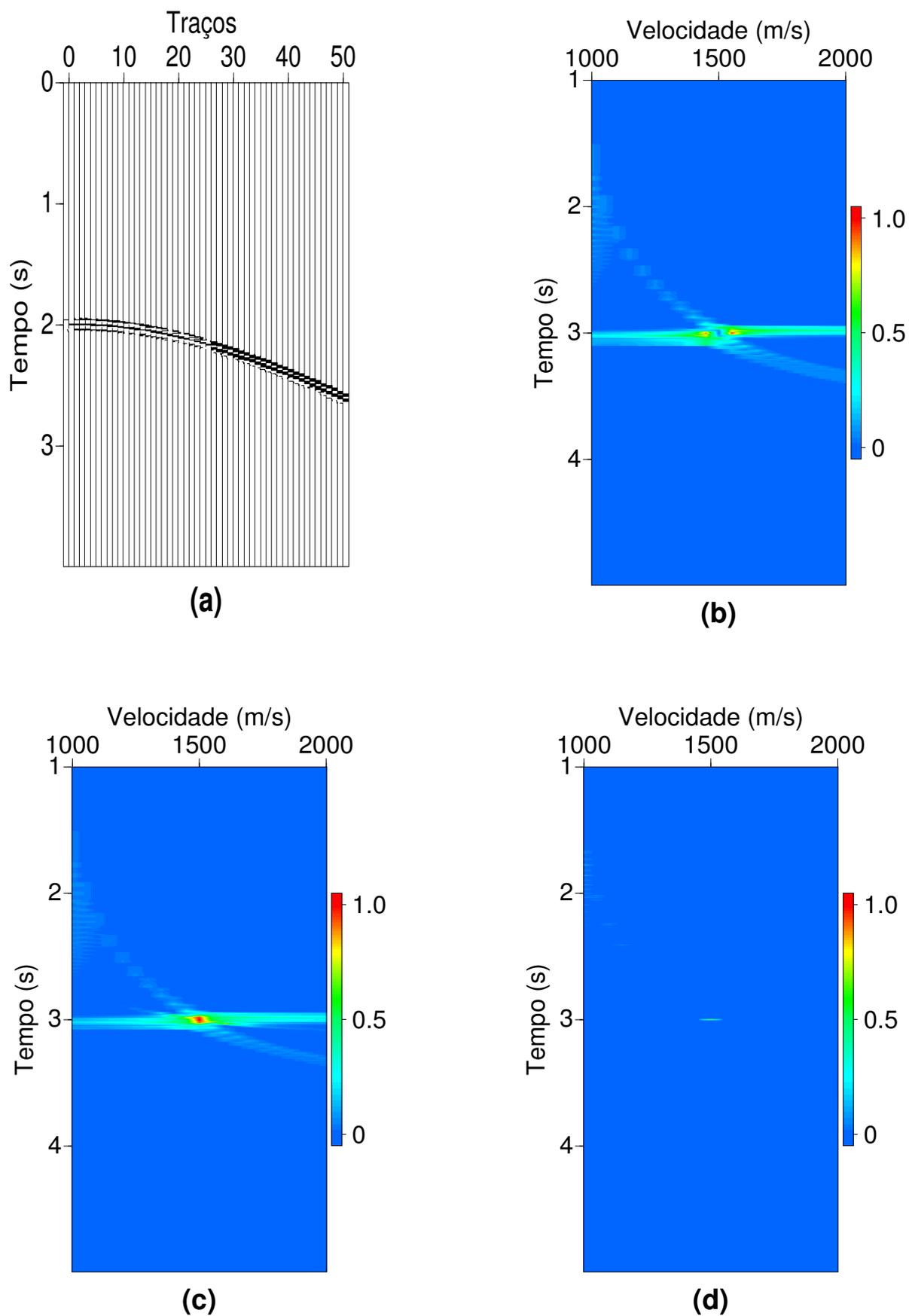


Figura 2.7: Família CMP sintética em (a) e seus espectros de velocidades usando a *semblance* convencional em (b), *Ab semblance* em (c) e o *AB semblance* ponderado em (d).

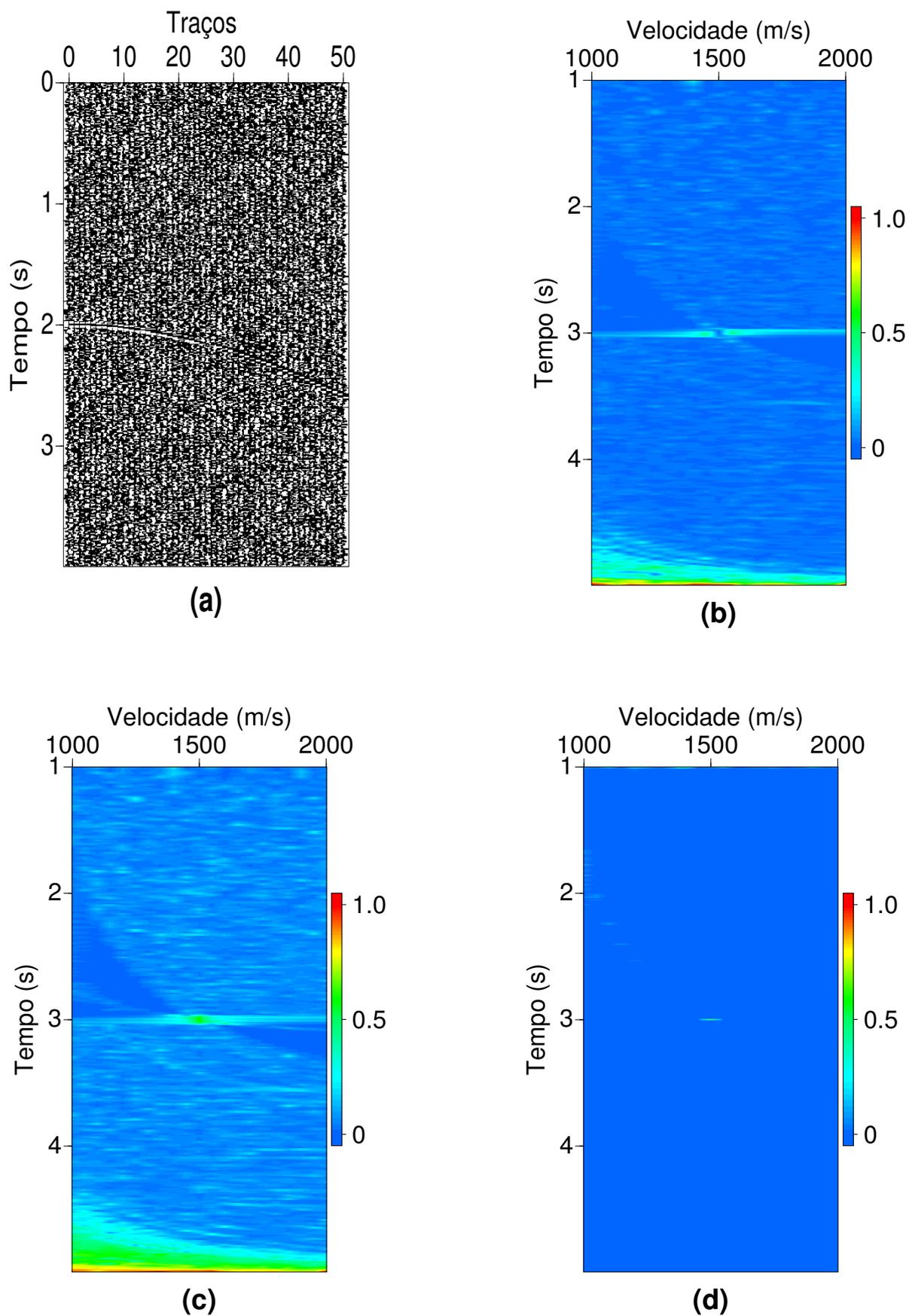


Figura 2.8: Família CMP sintética com ruído aleatório de 80% em (a) e seus espectros de velocidades usando a *semblance* convencional em (b), *Ab semblance* em (c) e o *AB semblance* ponderado em (d).

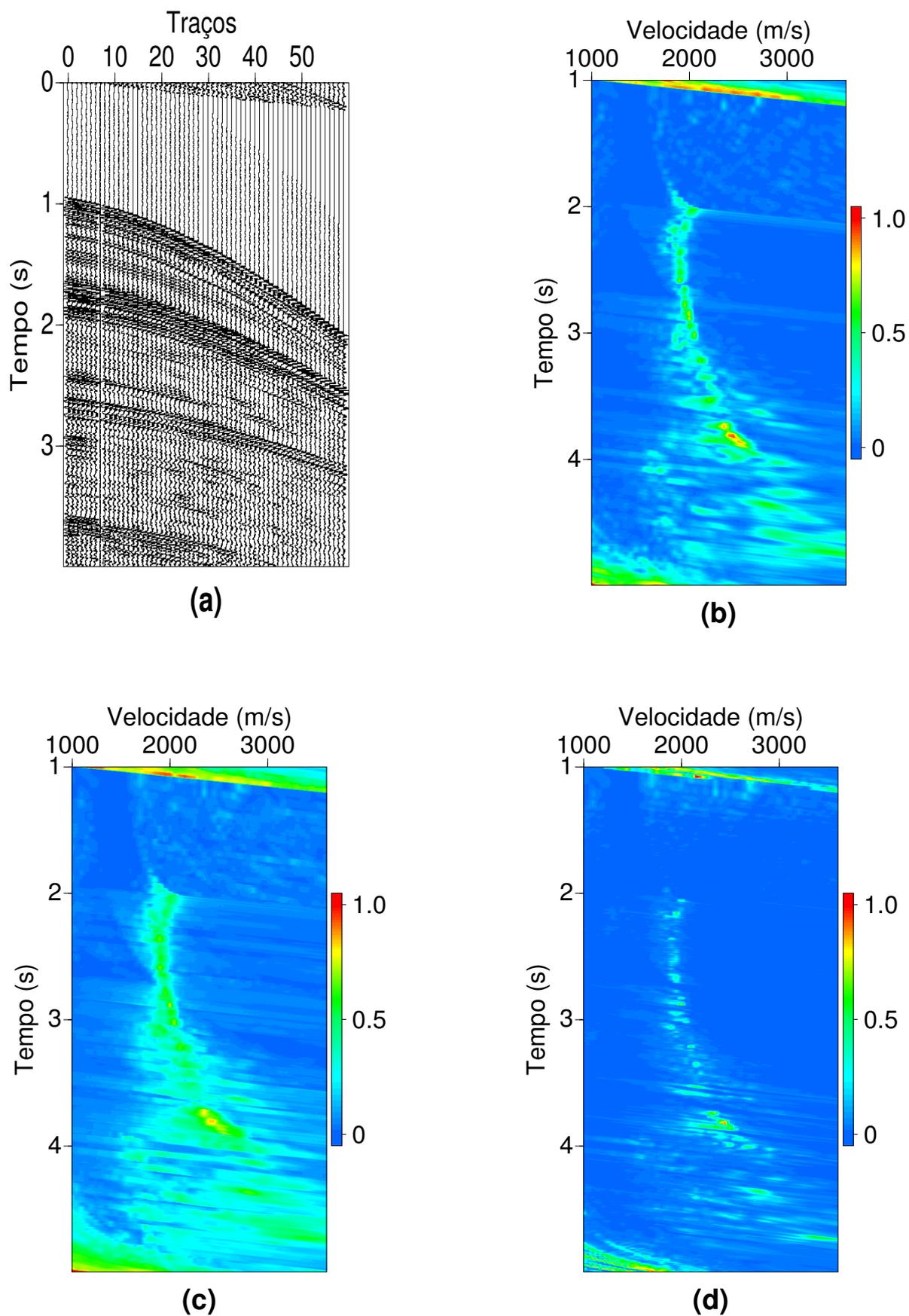


Figura 2.9: Família CMP real da Bacia do Jequitinhonha em (a) e seus respectivos espectros de velocidades usando a *semblance* convencional em (b), *AB semblance* em (c) e o *AB semblance* ponderado em (d).

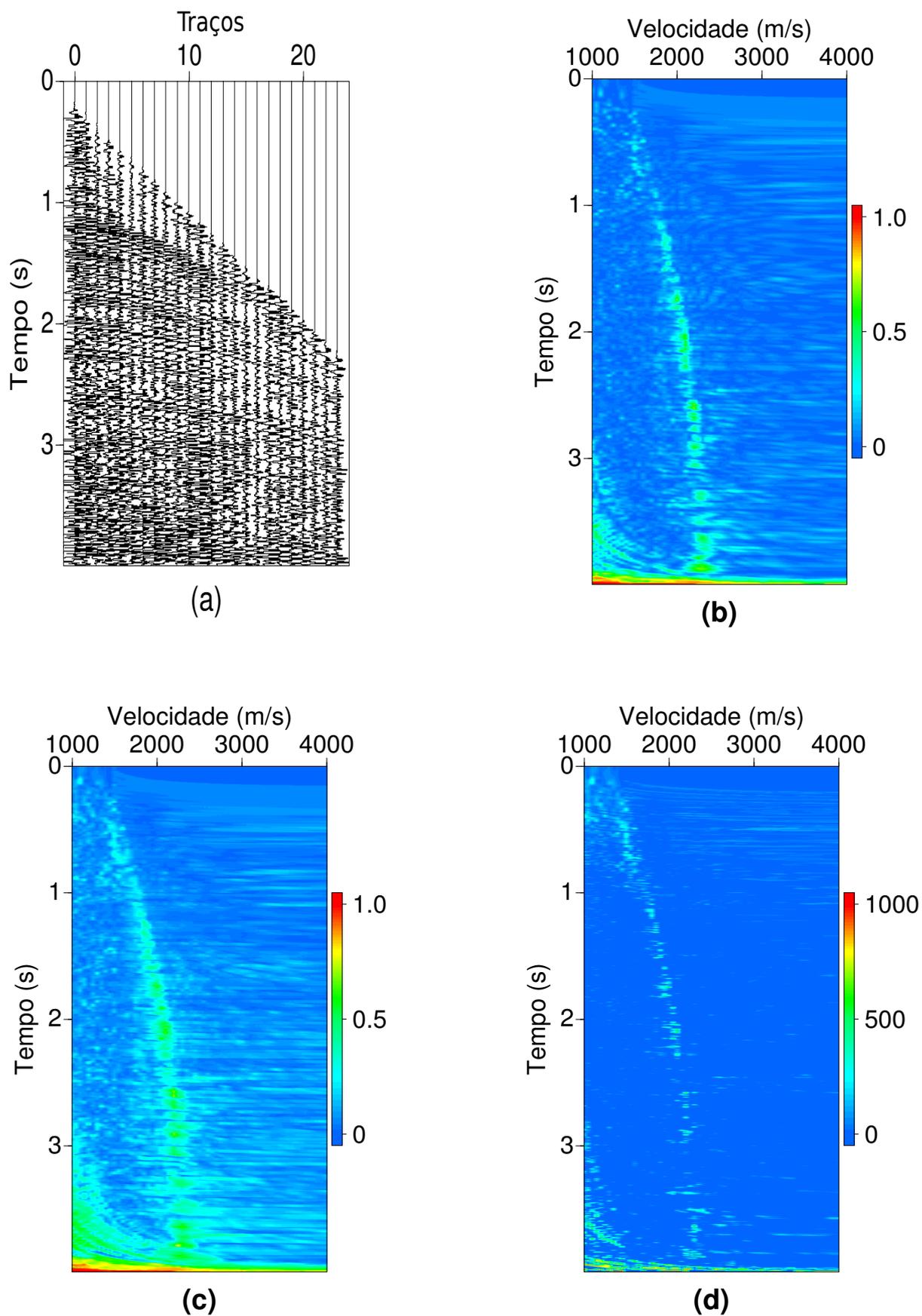


Figura 2.10: Família CMP real do Golfo do México em (a) e seus respectivos espectros de velocidades usando a *semblance* convencional em (b), *AB semblance* em (c) e o *AB semblance* ponderado em (d).

3

Anisotropia

3.1 Introdução

Nos capítulos anteriores, toda teoria foi abordada sob a consideração de que as velocidades das camadas em subsuperfície são isotrópicas, ou seja, são independentes da direção de propagação da onda sísmica, de modo que a velocidade variava apenas quando a onda atravessa uma interface entre duas camadas. Essas considerações levaram a uma formulação matemática mais simples e que é bastante útil, permitindo a descoberta de vários reservatórios de hidrocarbonetos em todo o mundo, mas é limitada para se definir o comportamento real das propriedades físicas das rochas. Na realidade, as propriedades dos meios geológicos variam tanto com a posição, que os caracterizam como heterogêneos, bem como com o ângulo de propagação, sendo definidos como anisotrópicos. Quando tratamos de anisotropia sísmica, a propriedade relacionada é a velocidade, de modo que podemos defini-la como a dependência da velocidade sísmica com o ângulo de propagação (Thomsen, 2002). Neste capítulo será abordado os fundamentos da anisotropia sísmica, as velocidades sísmicas em meios anisotrópicos e as aproximações de tempo de trânsito.

Segundo Thomsen (1986), as principais causas da anisotropia nas rochas são:

- Orientação preferencial dos minerais anisotrópicos;
- Orientação preferencial das formas dos minerais isotrópicos;
- Fraturas presentes nas rochas;
- Sequência de finas camadas isotrópicas ou anisotrópicas.

Geralmente, a anisotropia é causada por uma combinação desses fatores itemizados acima. Por exemplo, sistemas de fraturas verticais podem se desenvolver em uma sequência de finas camadas de sedimentos (Tsvankin, 1998).

Torna-se importante salientar que o comportamento anisotrópico de um meio geológico depende da razão entre o comprimento de onda da onda incidente λ e a espessura das camadas L (Thomsen, 1986). Temos que, para uma sequência de n camadas formadas por materiais isotrópicos distintos e de espessura L , se o comprimento de onda λ for muito maior do que a espessura das camadas (Fig. 3.1a), o meio se comportará como homogêneo e anisotrópico, apresentando uma velocidade de valor intermediário entre as velocidades do meio, porém, se o comprimento de onda for da ordem da espessura das camadas (Fig. 3.1b), a onda atravessará cada camada de forma quase independente, e o meio se comportará como heterogêneo e isotrópico, apresentando n velocidades intervalares diferentes (v_i, v_2, \dots, v_n).

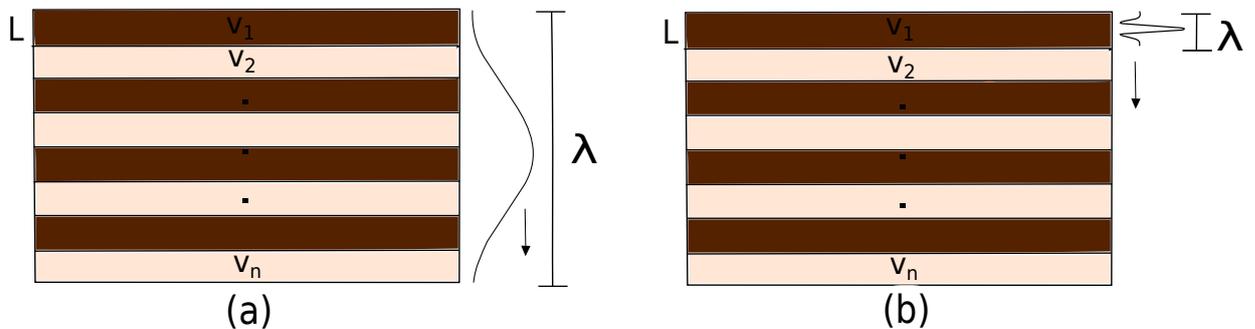


Figura 3.1: Propagação do pulso sísmico em meio heterogêneo quando o comprimento de onda incidente é muito maior do que a espessura das camadas em (a), e quando o comprimento de onda é da ordem da espessura das camadas.

3.2 Sistemas de simetria anisotrópicos

Ao considerarmos os meios linearmente elásticos e anisotrópicos, existe uma equação constitutiva que relaciona a tensão e a deformação de um material, conhecida universalmente como a Lei de Hooke. Esta assume que cada componente da tensão é linearmente proporcional a cada componente da deformação e é dada por (Thomsen, 2002):

$$\tau_{ij} = \sum_m \sum_n C_{ijmn} \mathbf{E}_{mn} = C_{ijmn} \mathbf{E}_{mn}, \quad (3.1)$$

em que C_{ijmn} é um tensor de rigidez de quarta ordem com $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$ componentes que caracteriza completamente a elasticidade do meio. Dentre os quatro índices

deste tensor, dois correspondem aos índices da tensão, e os outros dois aos da deformação, e devido às simetrias ($\tau_{ij} = \tau_{ji}$) e ($E_{mn} = E_{nm}$), existentes no tensor de tensão e deformação, respectivamente, podemos representar o tensor \mathbf{C}_{ijmn} , de forma simplificada, por uma matriz quadrada e simétrica $C_{\alpha\beta}$ de ordem 6.

A correspondência dos índices ij e mn com α e β , respectivamente, é dada por:

$$ij \text{ ou } mn = 11 \rightarrow 1, 22 \rightarrow 2, 33 \rightarrow 3, 32 = 23 \rightarrow 4, 31 = 13 \rightarrow 5, 12 = 21 \rightarrow 6.$$

Dessa forma, podemos reescrever a equação (3.1) como:

$$\tau_\alpha = \mathbf{C}_{\alpha\beta} \mathbf{E}_\beta. \quad (3.2)$$

Os meios anisotrópicos possuem diferentes graus de simetria. Segundo Pereira (2015), entende-se por simetria material o fato de que após transformação do sistema de coordenadas no qual o tensor $C_{\alpha\beta}$ está especificado, suas propriedades permanecem as mesmas. Nos materiais anisotrópicos, os sistemas de simetria geralmente estão relacionados com as operações de rotações em torno de um eixo e reflexões por um plano (Florida, 1995). A principal consequência da simetria material é a redução na quantidade de parâmetros elásticos independentes.

Abaixo será apresentado os principais sistemas de simetria, começando do mais complexo (sistema triclinico) até o mais simples (sistema isotrópico). Apenas os sistemas mais comuns, característicos de alguns contextos geológicos serão discutidos, sendo que o sistema hexagonal ou transversalmente isotrópico será visto com mais detalhes, uma vez que será o sistema utilizado neste trabalho.

- Sistema triclinico: caracterizado por 21 parâmetros elásticos independentes e apresenta simetria apenas à reflexão em torno da origem, não possuindo plano de simetria. Sua matriz de rigidez elástica na forma reduzida é:

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{pmatrix}$$

- Sistema monoclinico:

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}$$

- Sistema ortorrômbico: caracterizado por 9 parâmetros independentes e possui três planos de simetria ortogonais. Este tipo de sistema anisotrópico é característico de seqüência de camadas rochosas finas ou de folhelho, ambos associados com fraturas verticais.

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}$$

- Sistema tetragonal:

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{13} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{11} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}$$

- Sistema cúbico:

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{13} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{pmatrix}$$

- Sistema hexagonal ou transversalmente isotrópico (TI): este sistema possui cinco parâmetros independentes, totalizando doze elementos com valores diferentes de zero. Sua nomenclatura, está relacionada ao fato de que, cada plano de simetria perpendicular ao eixo de simetria se comporta isotropicamente. A anisotropia TI também é chamada de anisotropia polar (Thomsen, 2002). A matriz deste sistema é dada por:

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}$$

A classificação dos meios TI é dada de acordo com a orientação do eixo de simetria, que é perpendicular às camadas, podendo ser:

- VTI (*Vertical Transverse Isotropy*), que é o caso mais usual, com eixo de simetria vertical (Fig. 3.2a), característico das bacias sedimentares, pois descreve adequadamente a simetria das formações de folhelho e das sequências de finas camadas sedimentares plano-paralelas de arenito ou folhelho. Nesse sistema, cada plano horizontal se comporta de forma isotrópica;
- HTI (*Horizontal Transverse Isotropy*), com eixo de simetria horizontal, de modo que cada plano de simetria vertical se comporta isotropicamente (Fig. 3.2b);
- TTI (*Tilted Transverse Isotropy*), com eixo de simetria inclinado, típico das sequências de camadas finas com algum grau de inclinação (Fig. 3.2c).

Os estudos realizados neste trabalho estarão restringidos aos meios VTI, considerado como um meio semi-realístico e que contém um tratamento simples.

- Sistema isotrópico: é o sistema de simetria mais simples, com a maioria dos seus elementos iguais a zero, possuindo apenas dois parâmetros independentes e apresenta simetria por qualquer rotação arbitrária. Esse sistema é útil devido às formulações matemáticas mais simples, bem como, possibilita o entendimento da propagação de onda na terra, em contrapartida, é ineficaz quando tentamos descrever um comportamento mais próximo da realidade das propriedades físicas do meio. Suas componentes estão relacionadas com a constante de Lamé. Abaixo a matriz que representa este sistema:

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{pmatrix}$$

onde $C_{11} = \lambda + 2\mu = \rho V_p^2$, $C_{12} = \lambda$ e $C_{44} = \mu = \rho V_s^2$, sendo ρ a densidade do meio.

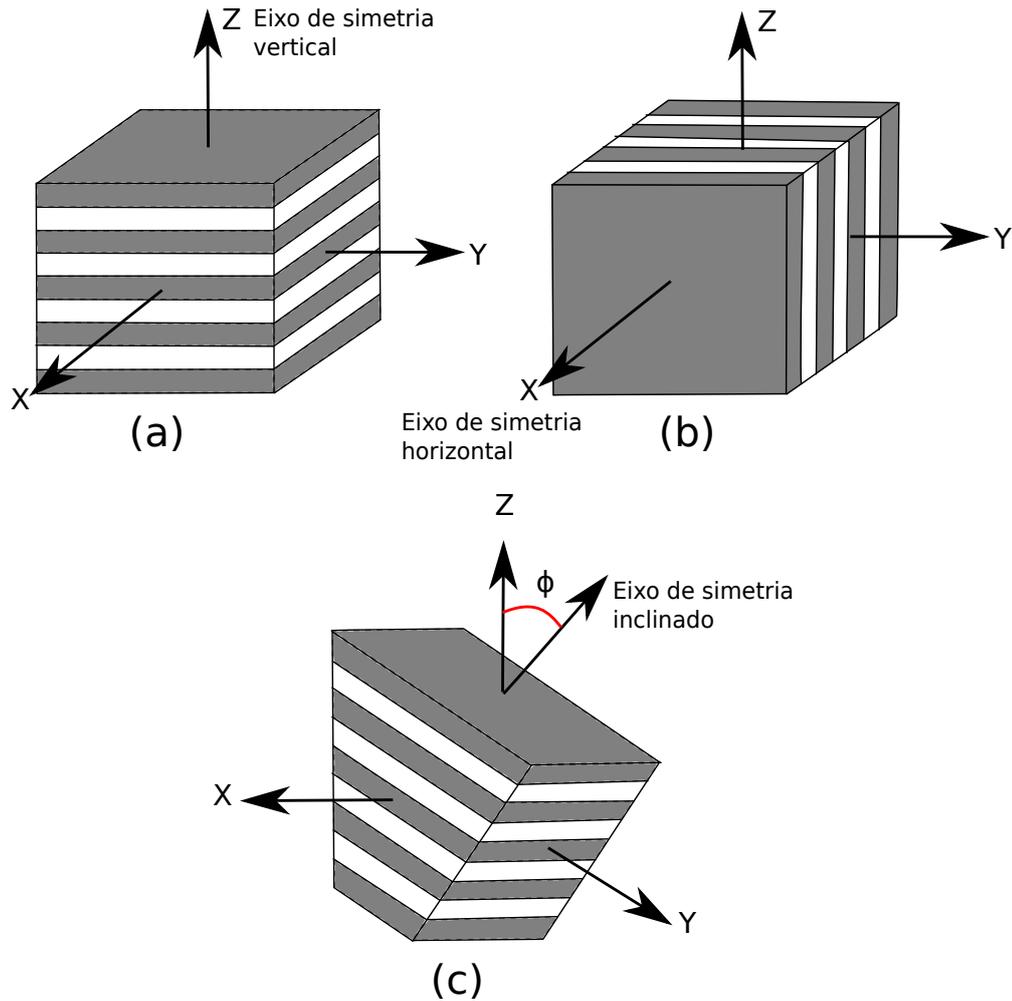


Figura 3.2: Meios transversalmente anisotrópicos: VTI em (a), HTI em (b) e TTI em (c). Adaptado de Pacheco (2012).

3.3 Velocidades em meios TI

Antes de definirmos as velocidades, é preciso ressaltar alguns conceitos relacionados com a propagação das ondas sísmicas em subsuperfície. A Figura 3.3 mostra uma frente de onda em um meio anisotrópico, definida como o lugar geométrico dos pontos com igual tempo de percurso (Duarte, 2010). O ângulo θ , observado na Figura, é chamado de ângulo de fase, definido como o ângulo formado entre o vetor de propagação de onda \mathbf{k} e o eixo de simetria. A frente de onda é perpendicular ao vetor de propagação de onda, cuja direção está apontada para a máxima taxa de aumento de fase, enquanto que a velocidade de fase $v(\theta)$ é a velocidade de avanço da frente de onda ao longo de $\mathbf{k}(\theta)$ (Thomsen, 1986). Por sua vez, o ângulo ϕ , denominado ângulo do raio ou ângulo de grupo, é definido como ângulo formado entre a trajetória do raio de onda e o eixo de simetria. A energia da onda propaga-se ao

longo do ângulo ϕ , e a velocidade do fluxo dessa energia é denominada de velocidade de grupo $V(\phi)$. Podemos observar que em meios anisotrópicos, a velocidade de fase e de grupo se diferem, isso não ocorre no caso de isotropia, como podemos ver na Figura 3.4. Em meios isotrópicos, a frente de onda tem forma esférica, de modo que os ângulos θ e ϕ coincidem e a velocidade de fase é igual a velocidade de grupo.

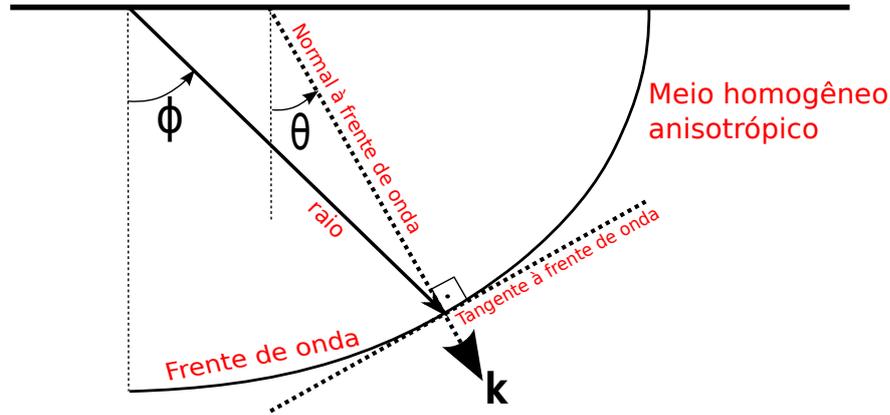


Figura 3.3: Trajetória do raio e frente de onda em meio homogêneo anisotrópico. Adaptada de Thomsen (2002)

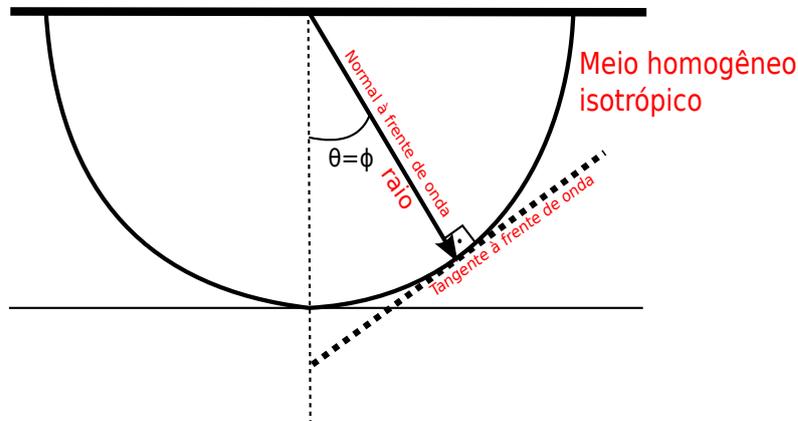


Figura 3.4: Trajetória do raio e frente de onda em meio homogêneo isotrópico. Adaptada de Pacheco (2012).

3.3.1 Velocidades de fase e de grupo em meios TI

Partindo da expressão da equação geral da onda em um meio perfeitamente elástico, linear, homogêneo e anisotrópico (Pereira, 2015) temos:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = f_i, \quad i, j \in 1, 2, 3, \quad (3.3)$$

sendo ρ a densidade do meio, u_i o campo de onde, τ_{ij} a tensão e f_i uma fonte externa.

Na equação (3.1), temos que a deformação do meio é definida pela equação:

$$\epsilon_{mn} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_m}{\partial x_n} + \frac{\partial u_n}{\partial x_m} \right). \quad (3.4)$$

Se substituirmos as equações (3.1) e (3.4) na equação da onda (3.3), e considerando o tensor dos coeficientes elásticos constante, temos:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - c_{ijmn} \frac{\partial^2 u_m}{\partial x_j \partial x_n} = f_i. \quad (3.5)$$

Uma onda harmônica plana, representada pela equação (3.6), é solução da equação (3.5) (Aki e Richards, 1980) :

$$u_i = A n_i \exp[-i\omega(t - x_m s_m)], \quad (3.6)$$

sendo A a amplitude da onda, n_i sua polarização unitária, t o tempo, ω a frequência angular, s_m o vetor de vagarosidade, que tem a mesma direção do vetor de propagação de onda \mathbf{k} e x_m a coordenada espacial (Pereira, 2015).

Ao substituir a equação (3.6) na equação (3.5), obtemos a equação de Christoffel:

$$(\Gamma_{im} - \rho \delta_{im}) n_m = 0, \quad (3.7)$$

de modo que

$$\Gamma_{im} = c_{ijmn} s_n s_j, \quad (3.8)$$

é conhecida como a matriz de Christoffel, que depende das propriedades elásticas do meio e da direção de propagação (Pacheco, 2012), e δ_{im} é o delta de Kronecker.

Para uma certa velocidade de fase v , temos que a equação (3.7) é definida como (Pereira, 2015):

$$\left(\tilde{\Gamma}_{im} - v^2 \delta_{im} \right) l_m = 0, \quad (3.9)$$

e a matriz de Christoffel fica definida como:

$$\tilde{\Gamma}_{im} = a_{ijmn} l_n l_j, \quad (3.10)$$

com $a_{ijmn} = c_{ijmn}/\rho$ e $l_m = s_m v$.

Segundo (Pereira, 2015), para meios sem atenuação, os coeficientes da matriz de Christoffel são reais, de modo que o sistema da equação (3.9) constitui um problema de autovalor real, cujas soluções são dadas pela equação polinomial de Christoffel, dada por:

$$\det \left(\tilde{\Gamma}_{im} - v^2 \delta_{im} \right) = 0, \quad (3.11)$$

Os três autovalores da matriz de Christoffel estão associados aos três tipos de onda que podem se propagar em um meio anisotrópico, por sua vez, os três autovetores, denominados vetores de polarização, são aqueles que determinam a direção de polarização do vetor deslocamento. Estes são reais e mutuamente ortogonais (Boechat, 1997). A partir dos autovalores, podemos determinar três velocidades de fase, cada uma associada a uma direção de polarização, determinada pelo vetor normal à frente de onda. Estas velocidades são: quasi-compressional (qP), que é a mais veloz, e as outras duas são chamadas de quasi-transversais, denominadas qSV e qSH. Para o caso de um meio VTI, a velocidade qSH apresenta vetor de polarização paralelo ao plano de simetria, por isso, é denominada de velocidade qS horizontal, enquanto que qSV tem direção perpendicular ao plano de simetria, sendo chamada de velocidade qS vertical (Thomsen, 2002). A Figura 3.5 exemplifica as polarizações para os três tipos de onda que se propagam em meios anisotrópicos. Segundo Boechat (1997) e Thomsen (2002), a designação quasi-P significa que o deslocamento da partícula não é perfeitamente paralelo à frente de onda, mas tem uma pequena componente transversal. Da mesma forma, as ondas qSV e qSH não possuem um deslocamento das partículas perfeitamente transversal à frente de onda, mas tem uma pequena componente longitudinal.

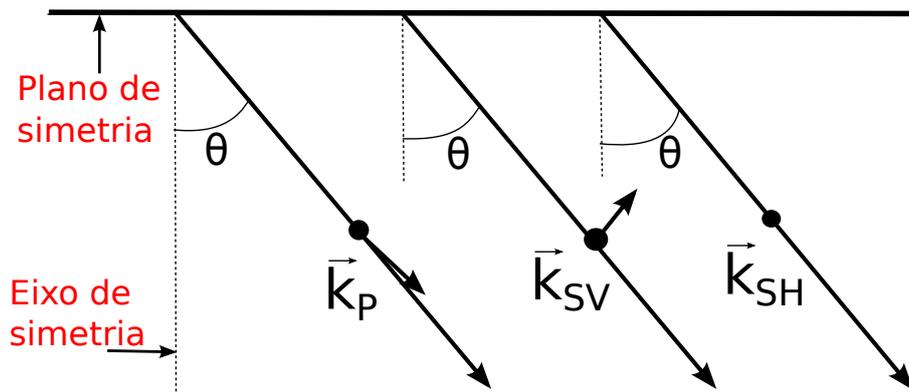


Figura 3.5: Polarizações das ondas qP, qSV e qSH. Modificada de Thomsen (2002).

Daley e Hron (1977) derivaram as expressões para as velocidades de fase, que são:

$$\rho v_P^2(\theta) = \frac{1}{2} [C_{33} + C_{44} + (C_{11} - C_{33})\text{sen}^2\theta + D(\theta)], \quad (3.12)$$

$$\rho v_{SV}^2(\theta) = \frac{1}{2} [C_{33} + C_{44} + (C_{11} - C_{33})\text{sen}^2\theta - D(\theta)], \quad (3.13)$$

$$\rho v_{SH}^2(\theta) = C_{66}\text{sen}^2\theta + C_{44}\cos^2\theta, \quad (3.14)$$

sendo

$$D(\theta) = \{(C_{33} - C_{44})^2 + 2[2(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})(C_{11} + C_{33} - 2C_{44})] \text{sen}^2\theta + [(C_{11} + C_{33} - 2C_{44})^2 - 4(C_{13} + C_{44})^2] \text{sen}^4\theta\}^{1/2}, \quad (3.15)$$

Thomsen (1986) analisou diversos valores de anisotropia em rochas sedimentares e confirmou que a maioria apresenta anisotropia de moderada a fraca, isto é, $\epsilon \ll 1$ e $\delta \ll 1$. Com base nessas observações, foram introduzidos novos parâmetros, chamados de parâmetros de Thomsen, que reformulam as equações das velocidades de fase e que se adequam bem ao caso de anisotropia fraca. Esses parâmetros simplificam as expressões para as velocidades de fase das ondas qP, qSV e qSH. Os mesmos são adimensionais e reduzem seus valores para zero para o caso de isotropia. Os parâmetros de Thomsen são definidos por:

$$\epsilon = \frac{C_{11} - C_{33}}{2C_{33}} \approx \frac{v_{P90} - v_{P0}}{v_{P0}}, \quad (3.16)$$

$$\gamma = \frac{C_{66} - C_{44}}{2C_{44}} \approx \frac{v_{SH90} - v_{S0}}{v_{S0}}, \quad (3.17)$$

$$\delta = \frac{(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})^2}{2C_{33}(C_{33} - C_{44})}, \quad (3.18)$$

em que v_{P0} e v_{S0} são as velocidades das ondas qP e qS na direção vertical ($\theta = 0$), v_{P90} e v_{SH} são as velocidades das ondas qP e qSH na direção horizontal ($\theta = 90^\circ$). Dessa forma, podemos definir os parâmetros ϵ e γ como a diferença fracional entre as velocidades vertical e horizontal, que é o conceito convencional de anisotropia. Introduzindo esses parâmetros nas equações das velocidades de fase, temos para o caso de anisotropia fraca:

$$v_P(\theta) = v_{P0} [1 + \delta \text{sen}^2\theta + (\epsilon - \delta) \text{sen}^4\theta], \quad (3.19)$$

$$v_{SV}(\theta) = v_{S0} \left[1 + \frac{v_{P0}^2}{v_{S0}^2} (\epsilon - \delta) \text{sen}^2\theta \cos^2\theta \right], \quad (3.20)$$

$$v_{SH}(\theta) = v_{S0}(1 + \gamma \text{sen}^2\theta), \quad (3.21)$$

As velocidades verticais são definidas por:

$$v_{P0} = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}}, \quad (3.22)$$

$$v_{S0} = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}}. \quad (3.23)$$

A velocidade horizontal da onda qP pode ser expressada como:

$$v_{Ph} = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}}. \quad (3.24)$$

Ao analisar as equações (3.19) - (3.21), podemos observar o caso em que $\epsilon = \delta$, denominado como anisotropia elíptica. A frente de onda que sai de uma fonte propaga-se em subsuperfície descrevendo uma elipse. Adicionalmente, para a onda qSV, a frente de onda é caracterizada por uma esfera quando temos anisotropia elíptica, ou seja, a onda qSV não tem dependência com o ângulo, se comportando de forma isotrópica (Thomsen, 1986).

Podemos definir a magnitude da velocidade de grupo, em função da velocidade de fase como:

$$V^2(\phi) = v^2(\theta) + \left(\frac{\partial v}{\partial \theta}\right)^2. \quad (3.25)$$

Para o caso de anisotropia fraca, a velocidade de grupo para onda qP, em função dos parâmetros de Thomsen, será dada por:

$$V_P(\phi) = V_{P0} [1 + \delta \text{sen}^2 \phi + (\epsilon - \delta) \text{sen}^4 \phi], \quad (3.26)$$

sendo V_{P0} a velocidade de grupo vertical da onda qP.

3.3.2 Velocidade NMO para meios TI

Para um modelo de uma camada plana horizontal, em um meio transversalmente isotrópico, Thomsen (1986) derivou as expressões para a velocidade NMO para a onda qP, dada por:

$$v_{NMO} = v_{P0} \sqrt{1 + 2\delta}, \quad (3.27)$$

onde v_{P0} é a velocidade vertical da onda qP no meio. Dessa expressão podemos perceber que em meios TI a velocidade NMO é diferente da velocidade verdadeira da camada, e depende também do valor do parâmetro δ . Isso impossibilita obtermos v_{P0} diretamente do dado sísmico e também dificulta a conversão tempo-profundidade dos dados.

Hake et al. (1984) derivaram uma expressão de v_{NMO} para afastamentos curtos em meios heterogêneos, compostos por n camadas planas horizontais e anisotrópicas. A velocidade NMO para uma reflexão na base da camada n é dada por:

$$v_{NMO} = v_{RMS} \sqrt{1 + 2\xi}, \quad (3.28)$$

onde v_{RMS} é a velocidade média quadrática e ξ é dado por:

$$\xi = \frac{1}{v_{RMS}^2 t(0)} \sum_{i=1}^n v_{P0i}^2 \delta_i \Delta t_i. \quad (3.29)$$

Da equação (3.28) podemos ver que em meios anisotrópicos a velocidade NMO e a velocidade RMS vertical se diferem, mesmo para afastamentos curtos, o que é ignorado pelo método da análise de velocidade convencional, e que pode levar a erros consideráveis na obtenção das velocidades intervalares, bem como na conversão tempo-profundidade, mesmo para o caso de anisotropia fraca (Tsvankin e Thomsen, 1994).

Para o modelo de uma camada com uma inclinação α em um meio transversalmente isotrópico, Tsvankin (1995) obteve a expressão para $v_{NMO}(\alpha)$:

$$v_{NMO}(\alpha) = \frac{v(\alpha)}{\cos\alpha} \sqrt{1 + \frac{1}{v(\alpha)} \frac{d^2v}{d\theta^2}} \frac{1}{1 - \frac{\tan\alpha}{v(\alpha)} \frac{dv}{d\theta}}, \quad (3.30)$$

onde α é o ângulo de mergulho da camada e θ é a direção de propagação $v(\theta)$ é a velocidade de fase. A equação (3.30) reduz-se à equação (3.27) para o caso de uma camada horizontal.

Ao considerarmos a anisotropia fraca, podemos escrever a equação (3.30) por (Boechat, 1997):

$$v_{NMO}(\alpha) = \frac{v_{P0}(\alpha)}{\cos\alpha} [1 + \delta + 2(\epsilon - \delta) \text{sen}^2\alpha (1 + \cos^2\alpha)], \quad (3.31)$$

onde

$$v_{P0}(\alpha) = v_{P0} [1 + \delta \text{sen}^2\alpha \cos^2\alpha + \epsilon \text{sen}^4\alpha], \quad (3.32)$$

é a velocidade de fase no ângulo α .

A velocidade horizontal para ondas qP, v_h , é dependente do parâmetro ϵ e apresenta forma semelhante à equação (3.27):

$$v_h = v_{P0} \sqrt{1 + 2\epsilon}. \quad (3.33)$$

Alkhalifah e Tsvankin (1995) combinaram as equações (3.27) e (3.33) e definiram um novo parâmetro que relaciona as velocidades v_{NMO} e v_h , chamado de parâmetro de anelipsidade expressado por:

$$\eta = \frac{1}{2} \left(\frac{v_h^2}{v_{NMO}^2} - 1 \right) = \frac{\epsilon - \delta}{1 + 2\delta}. \quad (3.34)$$

O parâmetro η é uma medida de quanto o modelo isotrópico afasta-se da condição de anisotropia elíptica, de modo que seu valor é zero para os casos de isotropia e para os meios elípticamente anisotrópicos. Quanto maior o valor de η , maior o grau da anisotropia.

Para o caso de anisotropia fraca, podemos aproximar este parâmetro por $\eta = \epsilon - \delta$. A velocidades v_h e v_{NMO} se relacionam por:

$$v_h = v_{NMO} \sqrt{1 + 2\eta}. \quad (3.35)$$

3.4 Aproximações de tempo de trânsito para meios VTI

Uma das influências da anisotropia nos dados sísmicos é que, conforme a razão entre o afastamento máximo do receptor e a profundidade do refletor aumenta, a curva de tempo de trânsito se afasta do caráter hiperbólico. Os eventos de reflexão em meios TI só apresentam sob a forma de uma hipérbole se o meio tiver uma anisotropia elíptica ($\epsilon = \delta$). Vários autores desenvolveram inúmeras aproximações de tempo de trânsito, com o objeto de caracterizar com precisão os eventos não hiperbólicos, como podemos ver no trabalho de Fowler (2003), que além das aproximações de tempo de trânsito, também apresenta várias aproximações para a velocidade de fase e de grupo. O principal motivo da existência de diversas expressões que buscam representar o tempo de trânsito de reflexão em meios anisotrópicos está no fato de que, quanto mais precisa a equação de tempo de trânsito, melhor será a estimativa das velocidades e dos outros parâmetros anisotrópicos. Nesse trabalho, selecionamos algumas equações de tempo de trânsito, as quais serão abordadas com mais detalhes nas próximas seções.

Tsvankin e Thomsen (1994) derivaram aproximações de tempo de trânsito não hiperbólicas para lanços curtos, intermediários e longos, baseadas na expansão por série de Taylor até a quarta ordem da equação (1.3). A expressão para lanços longos, cujo afastamento máximo fonte-receptor é da ordem de $x > 2z$ é dada pela seguinte aproximação:

$$t^2(x) = t^2(0) + A_2 x^2 + \frac{A_4 x^4}{1 + A^* x^2}, \quad (3.36)$$

sendo

$$A_2 = \frac{1}{v_{P0}^2 (1 + 2\delta)} = \frac{1}{v_{NMO}^2},$$

$$A_4 = -\frac{2(\epsilon - \delta)}{t^2(0)v_{P0}^4} \frac{1 + \frac{2\delta}{1 - v_{S0}^2/v_{P0}^2}}{(1 + 2\delta)^4},$$

e

$$A = \frac{A_4}{\frac{1}{v_h^2} - A_2},$$

onde v_h é a velocidade horizontal.

Ao analisar a equação (3.36), podemos perceber que os dois primeiros termos compõem a parte hiperbólica, dependente de v_{NMO} , enquanto que o último compõe a parte não hiperbólica, referente aos afastamentos mais longos. Alkhalifah e Tsvankin (1995) reformularam a equação (3.36), ignorando a contribuição da onda S vertical ($v_{S0} = 0$) no termo A_4 , chamada de aproximação acústica, e reescrevendo-a em função do parâmetro de anelip-sidade η e v_{NMO} , de modo que temos:

$$t^2(x) = t_0^2 + \frac{x^2}{v_{NMO}^2} - \frac{2\eta x^4}{v_{NMO}^2 [t_0^2 v_{NMO}^2 + (1 + 2\eta) x^2]}, \quad (3.37)$$

em que t_0 é o tempo duplo de afastamento nulo. A equação (3.37) mostra que os eventos de reflexão em meios VTI homogêneos dependem apenas de dois parâmetros, que são: v_{NMO} , que influencia principalmente o sobretempo em afastamentos curtos; e η , que é o fator responsável pela parte não hiperbólica, de modo que não é necessário conhecer os individualmente os valores dos demais parâmetros de Thomsen para realizar a etapa da análise de velocidades. O parâmetro η descreve o quanto que o evento se afasta do comportamento hiperbólico, de modo que, se $\eta = 0$, referente aos casos de isotropia ou anisotropia elíptica, o sobretempo é puramente hiperbólico (Alkhalifah e Tsvankin, 1995).

Para meios com várias camadas, o parâmetro η é substituído por um valor efetivo η_{eff} (Alkhalifah, 1997), e a equação de tempo de trânsito tem a mesma forma da equação (3.37), logo:

$$t^2(x) = t_0^2 + \frac{x^2}{v_{NMO}^2} - \frac{2\eta_{eff} x^4}{v_{NMO}^2 [t_0^2 v_{NMO}^2 + (1 + 2\eta_{eff}) x^2]}, \quad (3.38)$$

sendo

$$\eta_{eff}(t_0) = \frac{1}{8} \left\{ \frac{1}{t_0 v_{NMO}^4(t_0)} \int_0^{t_0} v_{NMO,int}^4(\tau) [1 + 8\eta(\tau)] d\tau - 1 \right\}, \quad (3.39)$$

sendo t_0 o tempo duplo de afastamento nulo do evento não hiperbólico, v_{NMO} a velocidade NMO, $v_{NMO,int}(\tau)$ a velocidade NMO intervalar no instante de tempo τ e $\eta(\tau)$ o valor instantâneo do parâmetro anisotrópico η . O parâmetro η_{eff} pode ser definido o valor de η que caracteriza todo o pacote de camadas acima situado acima do refletor.

Grechka e Tsvankin (1998) reescreveram a equação (3.37), introduzindo a velocidade horizontal v_h e um fator de correção C no denominador que aumenta a precisão da equação tempo de trânsito em afastamentos intermediários, de modo que temos:

$$t^2(x) = t_0^2 + \frac{x^2}{v_{NMO}^2} - \frac{(v_h^2 - v_{NMO}^2) x^4}{v_{NMO}^2 (t_0^2 v_{NMO}^4 + C v_h^2 x^2)}, \quad (3.40)$$

com $C = 1, 2$. Posteriormente, Douma e Calvert (2006) determinaram o parâmetro C como $C = \frac{2x}{t_0 v_{NMO}}$, definido como a razão afastamento-profundidade, sendo x o afastamento.

Para meios verticalmente estratificados com $i = 1, \dots, n$ interfaces, a equação de tempo de trânsito apresenta a mesma forma da equação (3.40):

$$t^2(x) = t_0^2 + \frac{x^2}{v_{NMO}^2(i)} - \frac{[v_h^2(i) - v_{NMO}^2(i)] x^4}{v_{NMO}^2(i) [t_0^2(i) v_{NMO}^4(i) + C v_h^2(i) x^2]}, \quad (3.41)$$

em que $v_{NMO}(i)$ e $v_h(i)$ representam os valores efetivos das velocidades NMO e horizontal, respectivamente, sendo que $v_{NMO}(i)$ pode ser determinado pela fórmula de Dix:

$$v_{NMO}^2(i) = \frac{1}{t_0(i)} \sum_{i=1}^n v_{NMO,i}^2 t_{0,i}, \quad (3.42)$$

sendo $v_{NMO,i}$ e $t_{0,i}$ a velocidade NMO intervalar e o tempo vertical da camada i , respectivamente. O valor efetivo da velocidade horizontal é definido como:

$$v_h(i) = v_{NMO}(i) \sqrt{1 + 2\eta(i)}, \quad (3.43)$$

onde $\eta(i)$ representa o valor efetivo do parâmetro η na interface i e é dado por (Grechka e Tsvankin, 1998):

$$\eta(i) = \frac{1}{8} \left\{ \frac{1}{t_0(i) v_{NMO}^4(i)} \left[\sum_{i=1}^n v_{NMO,i}^2 [4v_{h,i}^2 - 3v_{NMO,i}^2] t_{0,i} \right] - 1 \right\}, \quad (3.44)$$

sendo $v_{h,i}$ a velocidade horizontal intervalar da camada i .

As equações (3.41)-(3.44) permitem a obtenção dos valores intervalares das velocidades e do parâmetro η de cada camada, a partir dos valores efetivos para cada interface.

Fomel (2004) propôs uma aproximação conhecida como *shifted-hyperbola* à velocidade de grupo e desenvolveu uma nova equação de tempo de trânsito de reflexão para uma camada homogênea em meios VTI, a qual é muito precisa, mesmo para grandes razões afastamento-profundidade, e é definida por:

$$t^2(x) = \frac{3 + 4\eta}{4(1 + \eta)} H(x) + \frac{1}{4(1 + \eta)} \sqrt{H^2(x) + 16\eta(1 + \eta) \frac{t_0^2 x^2}{(1 + 2\eta) v_{NMO}^2}}, \quad (3.45)$$

onde $H(x)$ representa a parte hiperbólica:

$$H(x) = t_0^2 + \frac{x^2}{(1 + 2\eta) v_{NMO}^2}. \quad (3.46)$$

Fomel (2004) mostrou que a aproximação dada pela equação (3.45) é, de forma significativa, mais precisa do que a equação apresentada por Alkhalifah e Tsvankin (1995). Para pequenos afastamentos, Fomel (2004) aplicou uma expansão em série de Taylor até a sexta ordem da equação (3.45) dada por:

$$t^2(x) = t_0^2 + \frac{x^2}{v_{NMO}^2} - 2\eta \frac{x^4}{t_0^2 v_{NMO}^4} + 2\eta (1 + 8\eta + 8\eta^2) \frac{x^6}{(1 + 2\eta) t_0^4 v_{NMO}^6}. \quad (3.47)$$

Para meios VTI horizontalmente estratificados, Pereira (2015) mostra que, seguindo a mesma metodologia de Grechka e Tsvankin (1998), é possível reescrever a aproximação *shifted – hyperbola* para meios heterogêneos, de modo que a equação de tempo de trânsito é escrita em função dos valores efetivos da velocidade NMO, v_{NMO} , e do parâmetro de anelipsidade, η_{eff} . Nesse contexto temos:

$$t^2(x) = \frac{3 + 4\eta_{eff}}{4(1 + \eta_{eff})} H(x) + \frac{1}{4(1 + \eta_{eff})} \sqrt{H^2(x) + 16\eta_{eff}(1 + \eta_{eff}) \frac{t_0^2 x^2}{(1 + 2\eta_{eff}) v_{NMO}^2}}, \quad (3.48)$$

sendo

$$\eta_{eff} = \frac{5}{14} \left\{ \frac{1}{t_0(i) v_{NMO}^4(i)} \left[\sum_{i=1}^n v_{NMO,i}^4 \left(1 + \frac{14}{5} \eta_i \right) t_{0,i} \right] - 1 \right\}, \quad (3.49)$$

em que $t_0(i)$, $v_{NMO}(i)$ representam valores efetivos do tempo duplo de afastamento nulo e velocidade NMO da interface i , respectivamente, enquanto que $t_{0,i}$ e $v_{NMO,i}$ representam os valores intervalares da camada i .

3.4.1 Aproximações de tempo de trânsito para ondas qP no domínio τ - p

Como vimos anteriormente, a forma mais convencional de analisar o comportamento do tempo de trânsito em meios isotrópicos e anisotrópicos é no domínio t - x (tempo-espço). Ao decorrer dos anos, diversos autores, com o objetivo de tornar o tratamento dos dados mais conveniente, desenvolveram mudanças de domínios, dentre as quais, podemos citar o domínio τ - p (tempo de interseção-vagarosidade). A mudança para o domínio τ - p é realizada através da Transformada Radon Linear, também conhecida como *Slant – Stack* ou Transformada τ - p .

A Transformada τ - p é uma técnica utilizada para mapear eventos lineares, que são representados por pontos neste domínio (Fernandes, 2014), como podemos ver na Figura 3.6. De outra parte, os eventos hiperbólicos, no domínio τ - p são representados como elipses (Fig. 3.7), enquanto que os eventos de reflexão não-hiperbólicos, característico de meios anisotrópicos, apresentam-se como eventos quase elipsoidais, ou seja, não formam elipses perfeitas.

A equação que representa a transformada τ - p é dada por:

$$t = px + \tau, \quad (3.50)$$

A equação (3.50) representa uma reta, sendo x a distância de afastamento fonte-receptor e t o tempo de trânsito. As posições onde as retas interceptam o eixo $x = 0$ caracterizam os

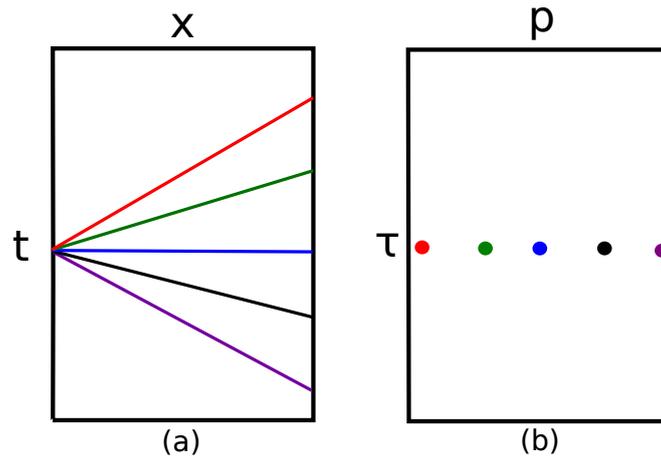


Figura 3.6: Representação de eventos lineares no domínio tempo-espaco em (a) e a sua respectiva transformação para o domínio τ - p em (b). Modificado de Fernandes (2014).

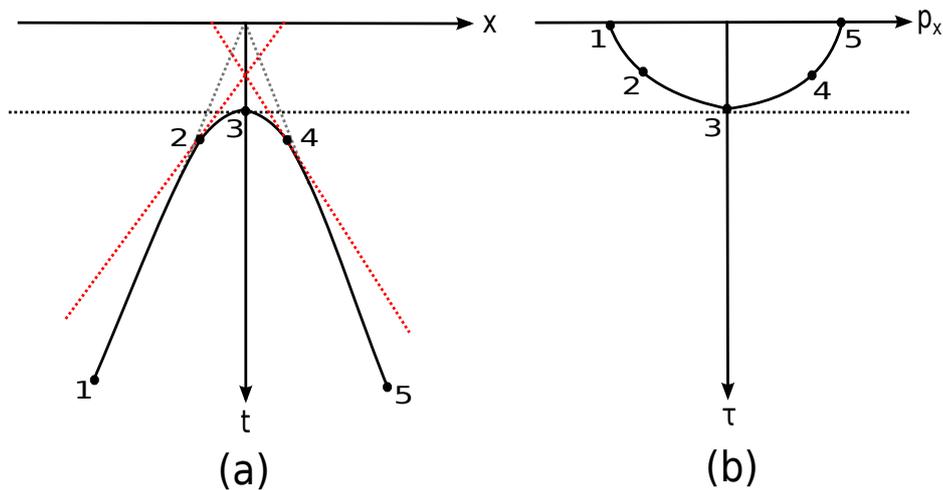


Figura 3.7: Representação de um evento hiperbólico no domínio tempo-espaco em (a) e a sua correspondente elipse no domínio τ - p em (b). Modificado de Fernandes (2014).

valores de τ , chamado de tempo de interseção, enquanto que a inclinação da reta é dada pelo valor de p , que é a vagarosidade do meio, definida por:

$$p = \frac{1}{v}, \tag{3.51}$$

onde v é a velocidade da camada.

Uma forma de realizar a transformação do domínio t - x para o domínio τ - p é, para cada valor de τ , traçar retas de diferentes inclinações p e somar as amplitudes dos traços ao longo dessa reta, de modo que os eventos são mapeados no novo domínio.

Para meios anisotrópicos homogêneos, em que uma onda plana viaja no plano $x - z$, a equação (3.50) pode ser decomposta como (Baan e Kendall, 2002):

$$t = p_x x + 2p_z z = p_x x + \tau, \quad (3.52)$$

em que z é a profundidade do meio, p_x e p_z são as vagarosidades horizontal e vertical.

Ao levarmos em conta um meio composto de várias camadas horizontais, temos que o tempo de intersecção total τ é dado pelo somatório dos tempos de intersecção $\Delta\tau_i$ de cada camada:

$$\tau = 2 \sum_i z_i p_{z,i} = \sum_i \Delta\tau_i = \sum_i \Delta t_{0,i} v_{0,i} p_{z,i}, \quad (3.53)$$

sendo z_i e $p_{z,i}$ a espessura e a vagarosidade vertical da camada i , respectivamente, e $\Delta t_{0,i}$ e $v_{0,i}$ os respectivos tempo de afastamento nulo e velocidade de fase na direção vertical.

A partir da equação (3.53), e considerando o fato de que $p_{z,i} = v_{px,i}^{-2} - p_x^2$, Baan e Kendall (2002) desenvolveram uma fórmula que descreve as curvas exatas quase-elípticas de sobretempo em meios TI no domínio $\tau - p$, dada por:

$$\frac{\Delta\tau_i^2}{\Delta\tau_{0,i}^2} = \frac{(2z_i p_{z,i})^2}{(2z_i v_{0,i})^2} = \frac{v_{0,i}^2}{v_{px,i}^2} [1 - p_x^2 v_{px,i}^2], \quad (3.54)$$

em que $\Delta\tau_{0,i}^2$ é o tempo duplo de afastamento nulo, que é igual ao tempo de intersecção da onda vertical, e v_{px} é a velocidade de fase em função da vagarosidade horizontal, cuja expressão em para ondas qP, em função dos parâmetros de Thomsen é dada por:

$$v_P^2(p_x) = \frac{v_{P0}^2 (2 - f + 2(\delta f - \epsilon) p_x^2 v_{P0}^2 + f \sqrt{s_P})}{2 - 4\epsilon p_x^2 v_{P0}^2 - 4f(\epsilon - \delta) p_x^4 v_{P0}^4}, \quad (3.55)$$

sendo $f = 1 - v_{S0}^2/v_{P0}^2$ e

$$s_P = 1 + 4 \left(\frac{2\delta - \epsilon}{f} - \delta \right) p_x^2 v_{P0}^2 + 8 \left(\frac{\delta^2}{2} + \delta - \epsilon + \frac{\epsilon - \delta - \delta\epsilon}{f} + \frac{\epsilon^2}{2f^2} \right) p_x^4 v_{P0}^4. \quad (3.56)$$

Ao aplicar uma aproximação acústica ($v_{S0} = 0$), Alkhalifah (1998) derivou uma expressão para a vagarosidade vertical p_z da onda qP, a qual é muito precisa para descrever as curvas exatas $\tau(p_x)$.

$$v_{P0}^2 p_z^2 = 1 - \frac{1 - p_x^2 v_{NMO}^2}{1 - 2\eta p_x^2 v_{NMO}^2} = \tau^2(p_x)/\tau_0^2. \quad (3.57)$$

Ao substituir a equação (3.57) na equação (3.53) e reescrevendo em termos da velocidade horizontal e NMO temos (Douma e Baan, 2008):

$$\tau = \sum_i \Delta t_{0,i} \sqrt{\frac{1 - p_x^2 v_{h,i}^2}{1 - p_x^2 (v_{h,i}^2 - v_{NMO,i}^2)}}, \quad (3.58)$$

em que $v_{h,i}$ e $v_{NMO,i}$ são as velocidades intervalares horizontal e NMO da camada i , respectivamente.

Da equação (3.50), que define a transformada $\tau-p$, podemos encontrar a seguinte relação :

$$x = - \left(\frac{\partial \tau}{\partial p} \right), \quad (3.59)$$

de forma que, derivando a equação (3.58) e substituindo na equação (3.59) temos:

$$x = \sum_i \Delta t_{0,i} \left(\frac{p_x v_{NMO,i}^2}{A_i^{3/2}(p_x) \sqrt{1 - p_x^2 v_{h,i}^2}} \right), \quad (3.60)$$

sendo

$$A_i(p_x) = 1 - p_x^2 (v_{h,i}^2 - v_{NMO,i}^2). \quad (3.61)$$

Ao substituir as equações (3.58) e (3.60) na equação (3.50) que define a transformada $\tau - p$ temos:

$$t = \sum_i \Delta t_{0,i} \left(\frac{p_x^2 v_{NMO,i}^2 / A_i(p_x) + [1 - p_x^2 v_{h,i}^2]}{\sqrt{(1 - p_x^2 v_{h,i}^2) A_i(p_x)}} \right). \quad (3.62)$$

Para obtermos o tempo de trânsito para cada afastamento x seguimos os seguintes passos:

1. Dado o afastamento x requerido, calcula-se a vagarosidade horizontal p_x usando algum método numérico através da equação (3.60), neste trabalho, utiliza-se o método da bissecção;
2. Substitui o valor da vagarosidade p_x , associada ao respectivo afastamento na equação do tempo (3.62).

Por meio dos experimentos numéricos, percebe-se que o denominador da equação (3.60) pode trazer alguns problemas computacionais, porque temos o termo $\sqrt{1 - p_x^2 v_{h,i}^2}$, logo, o módulo do segundo termo dentro da raiz deve ser maior ou igual a 1. Isso implica que:

$$\frac{-1}{v_h} < p < \frac{1}{v_h}. \quad (3.63)$$

Isso define os valores mínimo e máximo de p para aplicação do método numérico da bissecção.

A Figura 3.8 mostra uma curva de tempo de trânsito de reflexão no domínio $\tau - p$ para um modelo de uma camada homogênea do Folhelho Greenhorn, cujo parâmetros elásticos são apresentados na tabela 3.1. A Figura 3.9 mostra o mesmo evento de reflexão no domínio $t - x$.

Tabela 3.1: Parâmetros do modelo de uma camada homogênea do Folhelho Greenhorn.

a_{11} (km^2/s^2)	a_{13} (km^2/s^2)	a_{33} (km^2/s^2)	a_{55} (km^2/s^2)	ϵ	δ	γ
14,47	4,51	9,57	2,28	0,256	-0,0505	0,0
η	v_{P0} (km/s)	v_{S0} (km/s)	Espessura (km)	t_0 (s)	v_{NMO} (km/s)	v_h (km/s)
0,34	3,094	1,054	1	0,6464	2,934	3,804

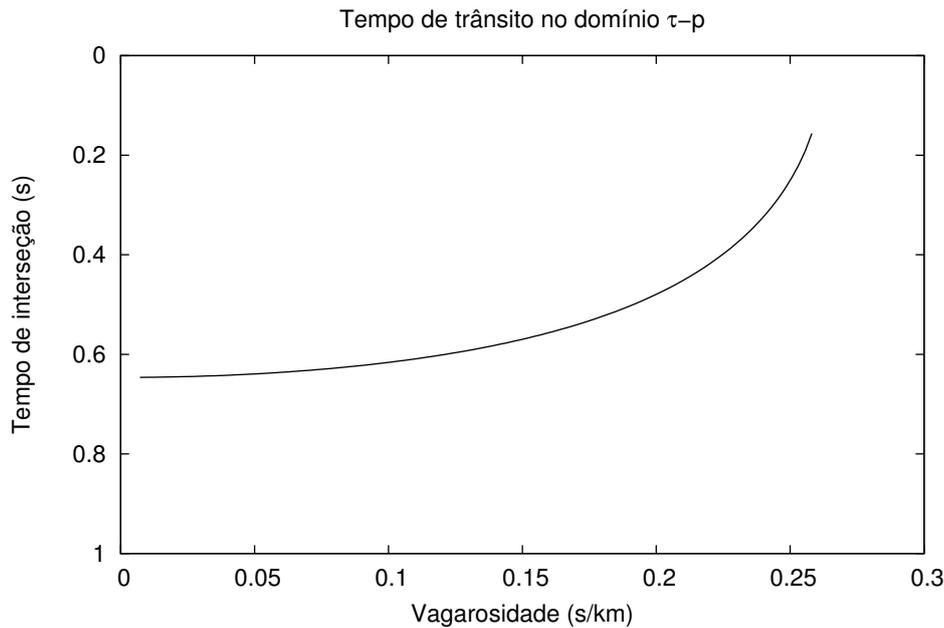


Figura 3.8: Tempo de trânsito no domínio $\tau - p$ para um modelo de uma camada homogênea do Folhelho Greenhorn.

As Figuras 3.10 e 3.11 mostram as curvas de tempo de trânsito nos domínios $\tau - p$ e $t - x$, respectivamente, para um modelo estratificado de camadas VTI. Esse modelo é o mesmo usado por Douma e Baan (2008). Ele é composto por uma primeira camada que apresenta anisotropia elíptica ($\eta = 0$), uma segunda camada com valores de anisotropia geralmente observados em dados de campo, a terceira camada com anisotropia forte, e uma quarta camada com valores de anisotropia extremamente elevados. Os parâmetros desse modelo são apresentados na tabela 3.2.

Aproximações de tempo de trânsito para ondas qP no domínio τ - p utilizando interpolação racional

As aproximações de tempo de trânsito para meios VTI no domínio $\tau - p$ são bastante precisas, mesmo para grandes razões x/z . Embora eficaz, esta abordagem requer a aplicação

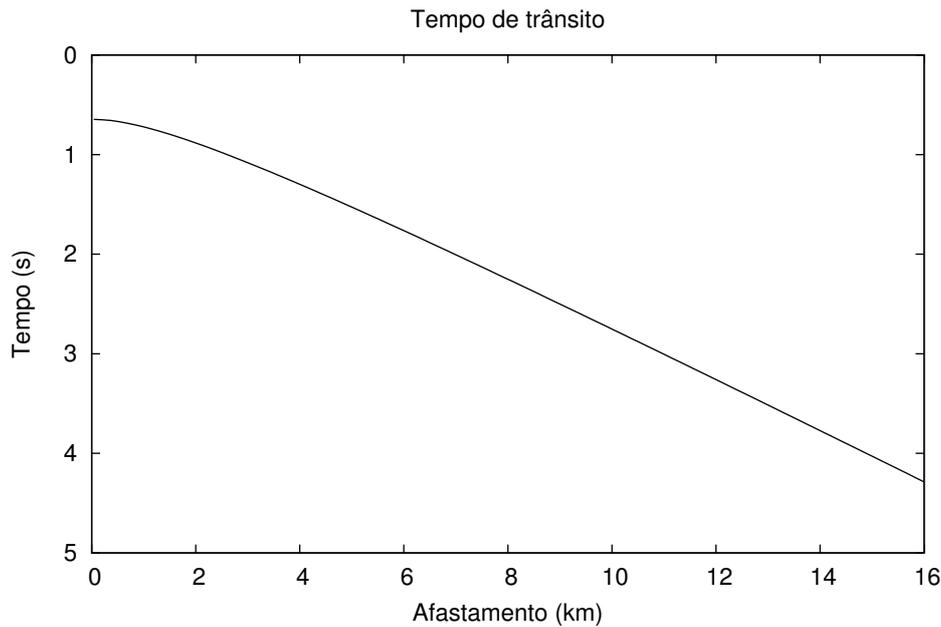


Figura 3.9: Tempo de trânsito no domínio $t - x$ para um modelo de uma camada homogênea do Folhelho Greenhorn.

Tabela 3.2: Parâmetros do modelo composto de várias camadas VTI.

Camada	Espessura (km)	ϵ	δ	η	v_{P0} (km/s)	v_{S0} (km/s)	v_{NMO} (km/s)	v_h (km/s)
1	1	0,05	0,05	0,0	2,00	300	2,098	2,098
2	1	0,16	0,0	0,16	2,00	300	2,0	2,298
3	1	0,255	-0,05	0,34	3,048	300	2,892	3,746
4	1	0,195	-0,22	0,74	3,292	300	2,464	3,882

do método da bisseção para o cálculo do tempo de trânsito associado com cada afastamento, o que torna o método um pouco ineficiente. Para melhorar a eficiência do método, Douma e Baan (2008), estendendo o trabalho de Douma e Calvert (2006), aplicaram a interpolação racional, através da aplicação de uma aproximação racional à equação (3.62), obtendo tempos de trânsito relativamente precisos, e com o custo computacional reduzido.

Uma aproximação racional de uma função $T(X)$ pode ser escrita como (Douma e Calvert, 2006; Douma e Baan, 2008):

$$T(X) \approx \frac{N_L(X)}{D_M(X)} = \frac{n_0 + n_1X + \dots + n_LX^L}{1 + d_1X + \dots + d_MX^M}, \quad (3.64)$$

em que $X = x^2$ representa o quadrado do afastamento e $T(X) = t^2(x)$ representa o quadrado do tempo de trânsito. $N_L(X)$ é um polinômio de ordem L e $D_M(X)$ é um polinômio de ordem M . A aproximação representada na equação (3.64) é denotada como $[L/M]$, e é determinada

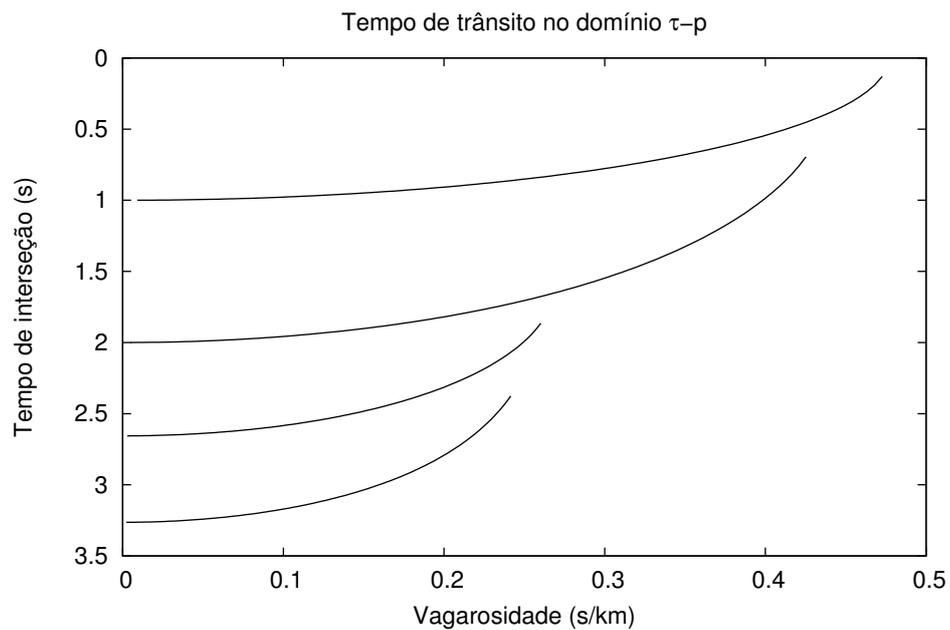


Figura 3.10: Tempo de trânsito no domínio $\tau - p$ para um modelo VTI estratificado.

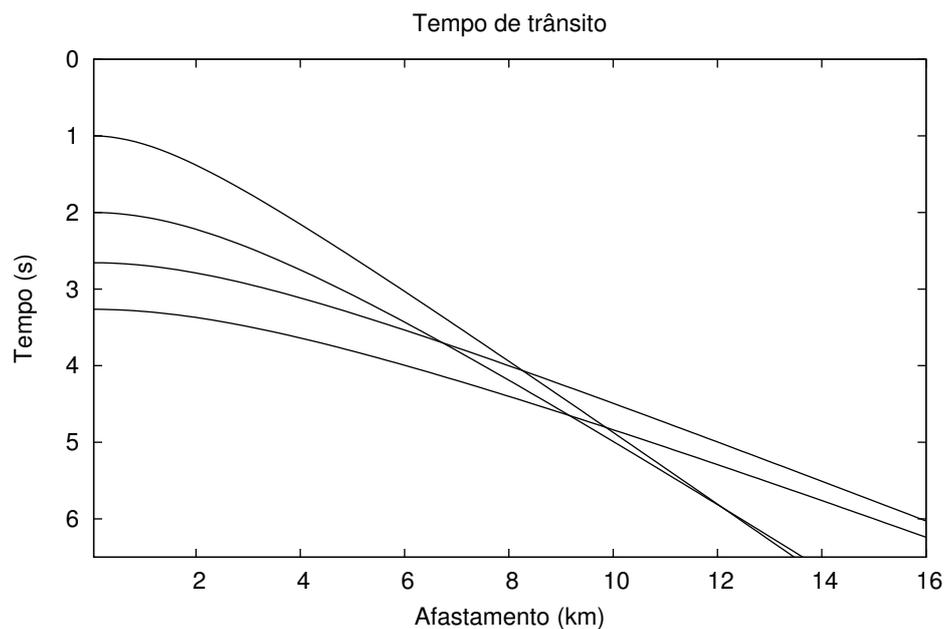


Figura 3.11: Tempo de trânsito no domínio $t - x$ para um modelo VTI estratificado.

por $L + M + 1$ coeficientes, sendo eles $n_i (i = 0, 1, \dots, L)$ e $d_i (i = 1, \dots, M)$. Temos que:

$$T(X_i) = \frac{N_L(X_i)}{D_M(X_i)} = T_i. \quad (3.65)$$

Estes coeficientes devem satisfazer o sistema linear:

$$N_L(X_i) - T_i D_M(X_i) = 0. \quad (3.66)$$

Para resolver explicitamente o sistema linear da equação (3.66) podemos determinar os coeficientes n_i e d_i , outra abordagem para solução do sistema é reescrever a aproximação racional sob a forma de fração continuada, dessa forma temos:

$$\frac{N_L(X)}{D_M(X)} = n_0 + \frac{X - X_0}{\rho(X_0, X_1) + \frac{X - X_1}{\rho(X_0, X_1, X_2) - \rho(X_0) + \dots}} \dots$$

$$\frac{X - X_{M+L-1}}{\rho(X_0, \dots, X_{M+L}) - \rho(X_0, \dots, X_{M+L-2})}, \quad (3.67)$$

onde temos a seguinte notação:

$$\frac{a}{b} \frac{c}{d} = \frac{a}{b + c/d}, \quad (3.68)$$

e ρ representa as diferenças recíprocas, definidas por:

$$\rho(X_i) = T_i, \quad (3.69)$$

$$\rho(X_i, X_k) = \frac{X_i - X_k}{T_i - T_k}, \quad (3.70)$$

$$\rho(X_i, X_{i+1}, \dots, X_{i+k}) = \frac{X_i - X_{i+k}}{\rho(X_i, \dots, X_{i+k-1}) - \rho(X_{i+1}, \dots, X_{i+k}) + \rho(X_{i+1}, \dots, X_{i+k-1})}. \quad (3.71)$$

Segundo Douma e Calvert (2006), a interpolação racional mais precisa é a $[2/2]$, utilizada neste trabalho. Dessa forma, escolhendo $L = M = 2$ na equação (3.67), temos o sobretempo não-hiperbólico para ondas qP em meios VTI:

$$\frac{N_2(X)}{D_2(X)} = T_0 + \frac{X}{\rho(X_0, X_1) + \frac{X - X_1}{\rho(X_0, \dots, X_2) - T_0 + \frac{X - X_2}{\rho(X_0, \dots, X_3) - \rho(X_0, X_1) + \dots}} \dots$$

$$\frac{X - X_3}{\rho(X_0, \dots, X_4) - \rho(X_0, \dots, X_2)}, \quad (3.72)$$

onde $\rho(X_0) = T_0$, é o quadrado do tempo duplo de afastamento nulo do evento não-hiperbólico.

A principal vantagem da interpolação racional no cálculo de tempo de trânsito para meios VTI é que, se aplicado a aproximação racional $[2/2]$, ao invés de calcular o tempo de trânsito para todos afastamentos, utilizando as equações (3.60) e (3.62), é necessário apenas o cálculo de quatro pares (T_j, X_j) , $i = 1, \dots, 4$, ao invés de $2 + 2 + 1 = 5$, denominados de pontos suportes, uma vez que $T_0 = t_0^2 = (\sum_i^n t_{0,i})^2$ pode ser associado com $X_0 = x_0^2 = 0$. Os demais tempos podem ser encontrados utilizando a equação (3.72), substituindo o valor de X pelo respectivo valor do afastamento ao quadrado.

Os afastamentos associados com os pontos suportes podem ser determinados pela seguinte relação (Douma e Baan, 2008):

$$\tilde{x}_j = \frac{k_j}{2} \sum_{i=1}^n v_{NMO,i} t_{0,i}, \quad (3.73)$$

sendo $v_{NMO,i}$ a velocidade NMO intervalar, $t_{0,i}$ o tempo vertical da camada i e k_j ($j = 1, \dots, 4$) são valores da razão afastamento-profundidade (x/z), inseridos pelo usuário.

A Figura 3.12 mostra as curvas de tempo de trânsito das aproximações de tempo de trânsito apresentadas neste trabalho para uma camada homogênea VTI do Folhelho Greenhorn. Para a comparação dos tempos, foi modelado um tempo de trânsito por meio de traçamento de raios, utilizando um código escrito na linguagem *Shell script* (Anexo I), que utiliza comandos do pacote livre de processamento *Seismic Unix*. As aproximações apresentadas são: a) isotrópica, dada pela equação (1.3), que representa uma hipérbole; b) a equação definida por Alkhalifah e Tsvankin (1995) e representada em função de v_{NMO} e v_h por Grechka e Tsvankin (1998), representada pelas equações (3.37) e (3.40), respectivamente, aqui denominada por Alkhalifah-Tsvankin; c) A aproximação *Shifted – hyperbola*, dada pela equação (3.45) e a sua respectiva aproximação para pequenos afastamentos (Eq. 3.47), aqui denominada *Shifted – hyperbola aproximada*; e, por fim, d) a aproximação de tempo de trânsito derivada no domínio $\tau - p$, dada pela equação (3.62). Na Figura 3.13 é apresentado, em função do afastamento fonte-receptor, o erro absoluto entre o tempo de trânsito modelado o tempo de trânsito obtido pelas aproximações. Ao visualizar as Figuras 3.12 e 3.13, podemos perceber que a aproximação hiperbólica é inadequada para descrever curvas de tempo de trânsito em meios anisotrópicos, uma vez que a mesma é válida apenas para afastamentos muito pequenos, isso nos leva a inferir que, estimar as velocidades de forma correta, utilizando uma aproximação hiperbólica em meios anisotrópicos, por meio do espectro de velocidades, é praticamente impossível. O mesmo pode se observar quando se refere-se à equação *Shifted – hyperbola aproximada*, visto que a mesma perde a sua precisão para afastamentos da ordem de 1 km. A curva referente à equação Alkhalifah-Tsvankin apresenta-se bastante imprecisa para este modelo, provavelmente, pelo fato de o Folhelho Greenhorn apresentar uma anisotropia forte ($\eta = 0.34$), de modo que o erro absoluto cresce de forma muito acentuada para afastamentos da ordem de 3 km. Por outro lado, a aproximação *Shifted – hyperbola* mostra-se bastante precisa, mesmo para longos afastamentos, apresentando erros absolutos abaixo de 5 ms, confirmando o resultado obtido por outros autores. Por fim, a aproximação obtida no domínio $\tau - p$, que apresenta resultados muito mais precisos do que a equação de Alkhalifah-Tsvankin e, adicionalmente, para longos, mostra-se tão precisa quanto a *Shifted – hyperbola*, de modo que o erro absoluto para esta equação é da ordem de 5 ms.

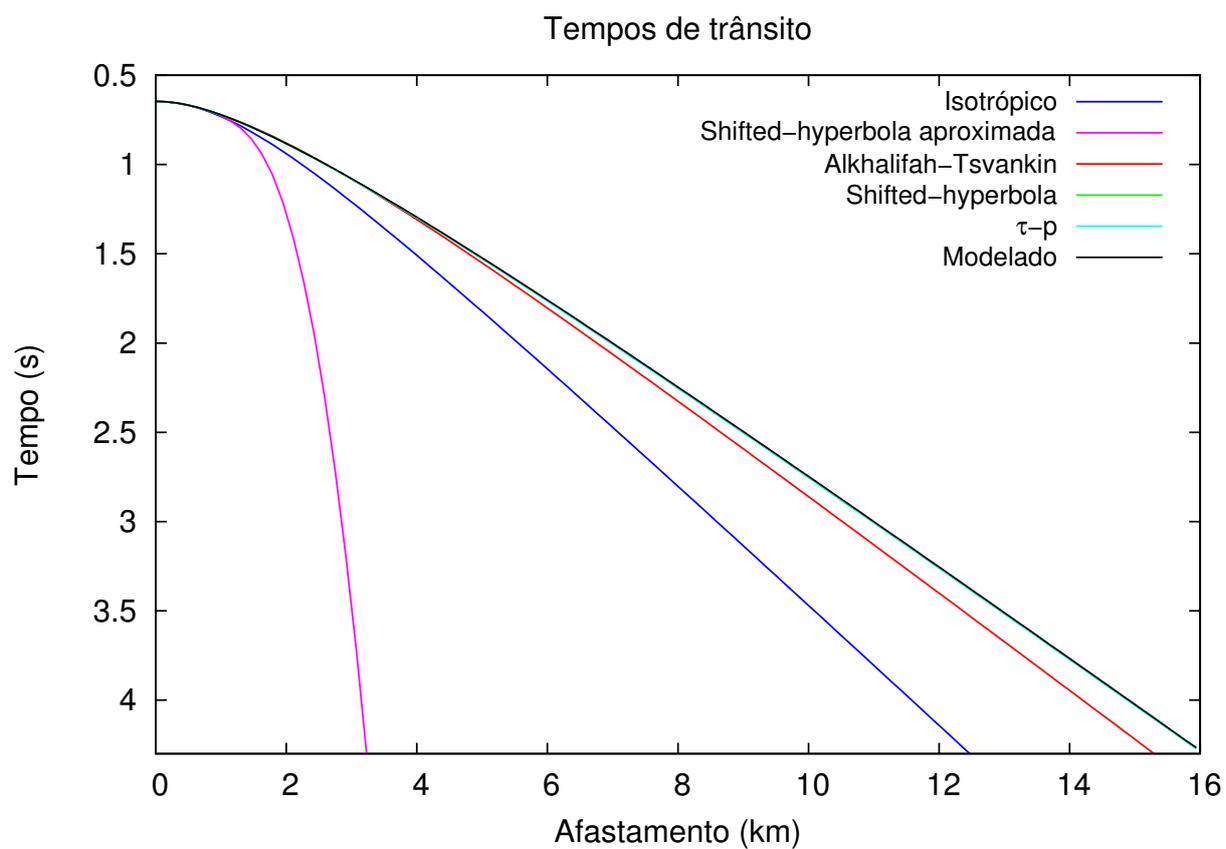


Figura 3.12: Comparação entre curvas de tempo de trânsito para um modelo de uma camada homogênea do Folhelho Greenhorn.

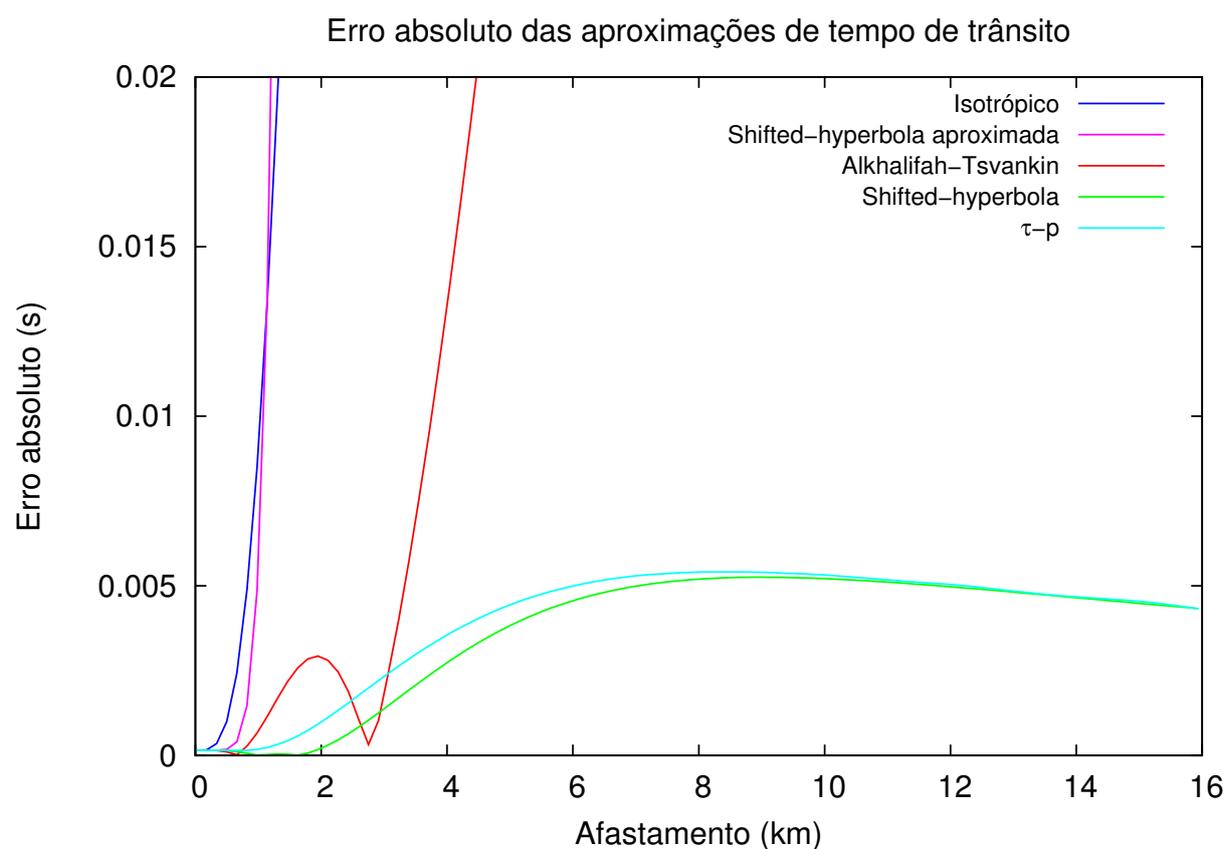


Figura 3.13: Erro absoluto das aproximações de tempo de trânsito em relação ao tempo de trânsito modelado para um modelo de uma camada homogênea do Folhelho Greenhorn.

4

Estimativa de parâmetros anisotrópicos em meios VTI

O processamento sísmico tem como objetivo obter informações sobre as propriedades das camadas em subsuperfície, dentre as quais, podemos considerar a velocidade sísmica como a mais importante entre elas, sendo esta de suma importância para a obtenção de uma imagem das camadas em profundidade. Ao considerar meios anisotrópicos, além da velocidade, é preciso determinar outros parâmetros, os quais são essenciais para a obtenção de uma imagem fidedigna do interior da Terra. Uma das formas de estimar os parâmetros anisotrópicos através dos dados sísmicos é por meio do uso do espectro de velocidades, nele podemos estimar os valores de velocidade, assim como o parâmetro de anelipsidade η . Neste capítulo são apresentadas as estimativas dos parâmetros anisotrópicos, por meio do espectro de velocidades, em meios homogêneos e heterogêneos.

4.1 Estimativa de parâmetros anisotrópicos em meios VTI homogêneos

Diferentemente do espectro de velocidades convencional em que temos um painel de ordem $(NS \times NV)$, sendo NS o número de amostras no tempo e NV o número de velocidades NMO, para estimativa de parâmetros anisotrópicos, geramos um espectro de ordem $NV_h \times NV$, sendo NV_h o número de valores de velocidade horizontal. Para gerar o espectro de velocidades, primeiramente, selecionamos o tempo duplo de afastamento nulo t_0 do evento de interesse, em seguida, determina-se um intervalo de velocidades horizontal e de NMO, variando de um $v_{h,min}$ até um $v_{h,max}$ e de um $v_{NMO,min}$ até $v_{NMO,max}$. Para cada par

(v_h, v_{NMO}) gera-se painéis corrigidos de NMO e calcula-se os valores de coerência, associando-os com as suas respectivas velocidades num espectro. A equação de *semblance* em uma janela de dados com L amostras agora é dada por:

$$S(v_h, v_{NMO}) = \frac{1}{N} \frac{\sum_{i=t_0-L/2}^{i=t_0+L/2} (\sum_{j=1}^N a_{ij})^2}{\sum_{i=t_0-L/2}^{i=t_0+L/2} (\sum_{j=1}^N a_{ij}^2)}. \quad (4.1)$$

O par (v_h, v_{NMO}) correspondente ao máximo de coerência $S_{max}(v_h, v_{NMO})$ no espectro de velocidades, é considerado como os valores de velocidade da camada homogênea acima do refletor ou valores efetivos do pacote de camadas acima da interface, para o caso de meios heterogêneos. De posse desses valores, podemos estimar o valor do parâmetro de anelipsidade da camada acima do refletor utilizando a equação (3.34). De forma semelhante, uma outra forma de estimar diretamente o valor de η , é gerar um espectro de velocidades de ordem $N\eta \times NV$, sendo $N\eta$ o número de valores de η , mas segundo Grechka e Tsvankin (1998), esta forma apresenta maior instabilidade numérica.

Visto que a estimativa dos parâmetros anisotrópicos estão associados com o máximo de coerência no espectro de velocidades, podemos concluir que esta depende diretamente da equação de tempo de trânsito utilizada na geração do espectro. Para testar a eficácia das aproximações de tempo de trânsito apresentadas neste trabalho na estimativa dos parâmetros anisotrópicos, foi gerada uma família CMP sintética utilizando o modelo da camada homogênea VTI do Folhelho Greenhorn (Tabela 3.1), cuja razão x_{max}/z é igual a 4. Para a modelagem dos tempos de trânsito, utilizamos um código escrito em *Shell script* (Anexo I), que utiliza programas do pacote livre de processamento sísmico *Seismic Unix*. A modelagem do tempo de trânsito é realizada via traçamento de raios. A tabela 4.1 mostra alguns parâmetros de modelagem da família CMP, e a Figura 4.1 mostra a família CMP sintética gerada para a estimativa dos parâmetros anisotrópicos.

Tabela 4.1: Parâmetros de modelagem da família CMP sintética de uma camada homogênea VTI do Folhelho Greenhorn.

Arranjo	Split-spread
Cobertura CMP	200
Afastamento máximo	4 km
Número de amostras	501
Intervalo de amostragem	4 ms

As Figuras 4.2 e 4.3 apresentam espectros de velocidades gerados utilizando as aproximações de Alkhalifah-Tsvankin em (a), *Shifted – hyperbola* em (b), a equação *Shifted – hyperbola aproximada* em (c) e a aproximação gerada utilizando o domínio $\tau-p$ em (d), para

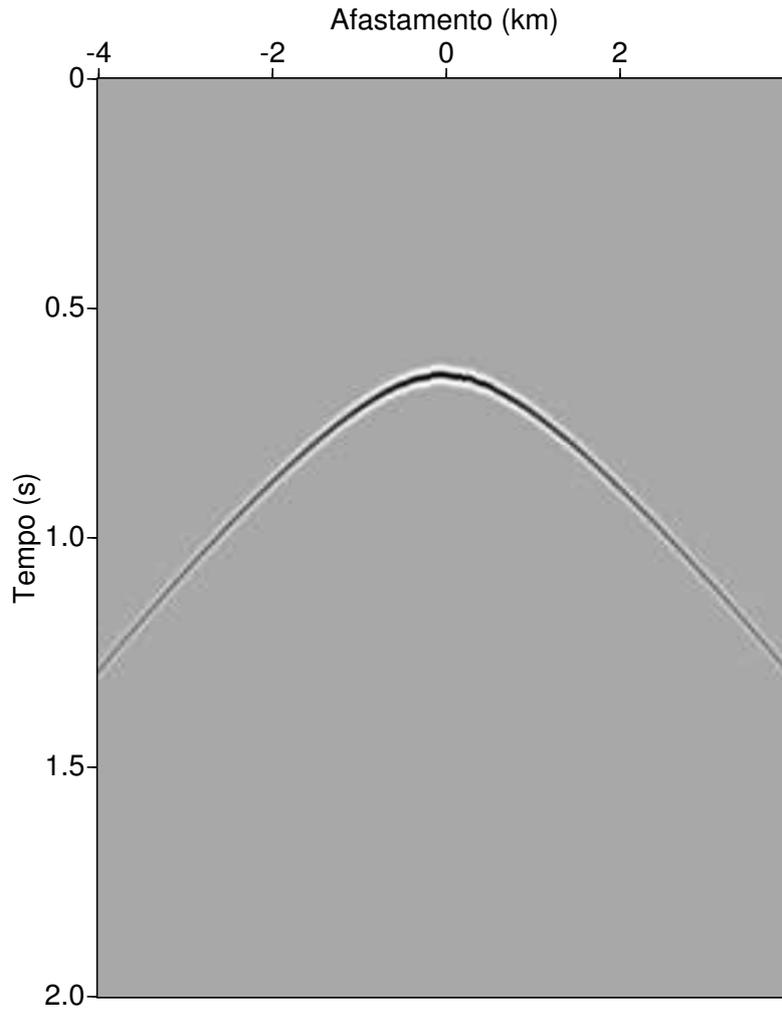


Figura 4.1: Família CMP modelada via traçamento de raios para uma camada homogênea do Folhelho Greenhorn.

famílias CMPs do modelo do Folhelho Greenhorn com razões $x_{max}/z = 1,5$ e $x_{max}/z = 4,0$, respectivamente. Em cada espectro estão apresentados os valores efetivos estimados e verdadeiros de v_{NMO} e v_h , representados pelos pontos brancos e amarelos, respectivamente, enquanto que na Tabela 4.2 estão apresentados os valores estimados de v_{NMO} , v_h e η , bem como os erros absolutos em cada estimativa. Os dados expostos mostram que a aproximação *Shifted-hyperbola* apresentou maior precisão nas estimativas dos parâmetros anisotrópicos, seguido pela aproximação no domínio $\tau - p$, por outro lado, as aproximações de Alkhalifah-Tsvankin e a *Shifted-hyperbola aproximada* apresentaram erros consideráveis na estimativa dos parâmetros.

Tabela 4.2: Estimativa dos parâmetros efetivos e seus respectivos erros para um modelo de uma família CMP sintética de uma camada homogênea VTI do Folhelho Greenhorn com razão $x_{max}/z = 1,5$.

Aproximação	v_{NMO} (km/s)	Erro v_{NMO} (%)	v_h (km/s)	Erro v_h (%)	η	Erro η (%)
Alkhalifah-Tsvankin	2,960	0,90	3,640	4,32	0,2561	24,71
<i>Shifted – hyperbola</i>	2,943	0,32	3,796	0,22	0,3318	2,4
<i>Shifted – hyperbola Ap.</i>	3,160	7,72	3,280	13,79	0,038	88,82
$\tau - p$	2,923	0,36	3,840	0,93	0,3629	6,74

Tabela 4.3: Estimativa dos parâmetros efetivos e seus respectivos erros para um modelo de uma família CMP sintética de uma camada homogênea VTI do Folhelho Greenhorn com razão $x_{max}/z = 4,0$.

Aproximação	v_{NMO} (km/s)	Erro v_{NMO} (%)	v_h (km/s)	Erro v_h (%)	η	Erro η (%)
Alkhalifah-Tsvankin	2,843	3,16	3,877	1,91	0,4298	26,41
<i>Shifted – hyperbola</i>	2,942	0,21	3,808	0,09	0,3377	0,68
<i>Shifted – hyperbola Ap.</i>	3,200	9,00	3,300	13,26	0,020	94,12
$\tau - p$	2,913	0,78	3,826	0,57	0,3625	6,62

4.2 Estimativa de parâmetros anisotrópicos em meios VTI heterogêneos

Para realizar a estimativa de parâmetros anisotrópicos em meios VTI heterogêneos, foi utilizado o modelo heterogêneo presente no trabalho de Grechka e Tsvankin (1998), formado por camadas plano-paralelas. Os parâmetros do modelo encontram-se na Tabela 4.4. Este modelo foi gerado via traçamento de raios, utilizando um programa escrito na linguagem *Shell script* (Anexo I). Para estimar as velocidades intervalares de cada camada foi utilizada a abordagem conhecida com *layer stripping* (Grechka e Tsvankin, 1998), que para a equação de tempo de trânsito de Alkhalifah-Grechka-Tsvankin (Eq. 3.40) é dada pelos seguintes passos:

1. Para as i interfaces ($i = 1, \dots, n$), determina os valores efetivos $t_0(i)$, $v_{NMO}(i)$, $v_h(i)$ utilizando o espectro de velocidades. Para a primeira camada, temos que os valores efetivos são iguais aos valores intervalares;
2. Calcula a velocidade NMO intervalar $v_{NMO,i}$ para as camadas $i = 2, \dots, n$ através da equação de Dix (Eq. 1.13), utilizando os valores efetivos do topo e da base da camada.

Reescrevendo a equação de Dix temos:

$$v_{NMO,i}^2 = \frac{v_{NMO}^2(i)t_0(i) - v_{NMO}^2(i-1)t_0(i-1)}{t_0(i) - t_0(i-1)}; \quad (4.2)$$

3. Calcula um parâmetro efetivo auxiliar, derivado através das equações (3.43) e (3.44), para as reflexões do topo e da base da camada de interesse:

$$f(i) = v_{NMO}^2(i) [4v_h^2(i) - 3v_{NMO}^2(i)] = \frac{1}{t_0(i)} \sum_{i=1}^n v_{NMO,i}^2 [4v_{h,i}^2 - 3v_{NMO,i}^2] t_{0,i}; \quad (4.3)$$

4. Usa a diferenciação de $f(i)$ para obter os valores intervalares de v_h e η , sendo:

$$v_{h,i} = v_{NMO,i} \times \sqrt{\frac{1}{4v_{NMO,i}^4} \frac{f(i)t_0(i) - f(i-1)t_0(i-1)}{t_0(i) - t_0(i-1)} + \frac{3}{4}} \quad (4.4)$$

$$\eta_i = \frac{1}{8v_{NMO,i}^4} \times \left[\frac{f(i)t_0(i) - f(i-1)t_0(i-1)}{t_0(i) - t_0(i-1)} - v_{NMO,i}^4 \right]. \quad (4.5)$$

Para a equação *Shifted – hyperbola*, segundo Pereira (2015), é preciso adaptar o passo 3 da abordagem, de modo que as equações (4.3), (4.4) e (4.5) são substituídas respectivamente por:

$$f(i) = \frac{v_{NMO}^2(i)}{5} [7v_h^2(i) - 2v_{NMO}^2(i)], \quad (4.6)$$

$$v_{h,i} = v_{NMO,i} \times \sqrt{\frac{5}{7v_{NMO,i}^4} \frac{f(i)t_0(i) - f(i-1)t_0(i-1)}{t_0(i) - t_0(i-1)} + \frac{2}{5}}, \quad (4.7)$$

$$\eta_i = \frac{5}{14v_{NMO,i}^4} \times \left[\frac{f(i)t_0(i) - f(i-1)t_0(i-1)}{t_0(i) - t_0(i-1)} - v_{NMO,i}^4 \right]. \quad (4.8)$$

Tabela 4.4: Parâmetros do modelo composto de várias camadas VTI (Grechka e Tsvankin, 1998).

Camada	Interface (km)	ϵ	δ	η	v_{P0} (km/s)	$v_{NMO,i}$ (km/s)	$v_{h,i}$ (km/s)
1	0,7	0,05	0,05	0,0	2,0	2,098	2,098
2	1,0	0,15	0,0417	0,1	2,42	2,519	2,759
3	1,5	0,3	0,0714	0,2	2,6	2,779	3,288
4	1,7	0,2	0,0469	0,14	2,9	3,033	3,431

Os parâmetros da família CMP sintética do modelo heterogêneo encontram-se na Tabela 4.5. A família CMP do modelo é apresentada na Figura 4.4. Para este modelo, aplicou-se um silenciamento dos traços para manter a razão $x_{max}/z = 2,0$.

Tabela 4.5: Parâmetros de modelagem da família CMP sintética do modelo formado por camadas VTI plano-paralelas.

Arranjo	End-on
Cobertura CMP	170
Afastamento máximo	3,38 km
Número de amostras	501
Intervalo de amostragem	4 ms

Para a estimativa dos valores de cada parâmetro anisotrópico desse modelo foi utilizada as aproximações de tempo de trânsito Alkhalifah-Tsvankin e *Shifted-hyperbola*. Na Tabela 4.6 são apresentados os valores efetivos, estimados para cada camada e seus respectivos erros, utilizando a equação Alkhalifah-Tsvankin. Os valores de v_{NMO} e v_h estão relacionados ao máximo de coerência no espectro de velocidades, associado ao t_0 referente à camada de interesse, e η é calculado usando a Equação (3.34). Para avaliar a precisão das estimativas de v_{NMO} e v_h calculou-se os erros relativos, enquanto que para avaliar a precisão das estimativas de η foi calculado o erro absoluto. Os erros relativos foram abaixo de 2% para todas as camadas, sendo que as estimativas de v_h foram mais precisas. As estimativas de η também são relativamente próximas dos valores analíticos, mas podemos observar que pequenos erros na estimativa de v_{NMO} e v_h podem levar a erros maiores na estimativa do parâmetro de anelipsidade. As Figuras 4.5, 4.6 e 4.7 apresentam, sob a forma de gráfico, os valores dos parâmetros estimados em função do tempo de afastamento nulo, enquanto que a Tabela 4.7 apresenta esses valores, bem como os seus respectivos erros. As estimativas foram relativamente precisas, sendo que apenas a camada 2 obteve erro relativo acima de 2%, enquanto que a camada 4 apresentou erro nulo para a estimativa de η_i .

A Tabela 4.8 mostra os valores estimados dos parâmetros anisotrópicos efetivos para as camadas de 1 – 4 e seus respectivos erros, utilizando a equação *Shifted-hyperbola*. Nas Figuras 4.8, 4.9 e 4.10 e Tabela 4.9 temos os valores intervalares, estimados a partir dos valores efetivos e usando a abordagem *layer stripping*. Os resultados obtidos mostram que a estimativa dos parâmetros efetivos apresentaram erros relativos abaixo de 2%, ao passo que a estimativa dos valores intervalares mostra que a abordagem *layer stripping* para a equação *Shifted-hyperbola* permite a obtenção de valores próximos dos verdadeiros de $v_{NMO,i}$, mas superestima os valores de v_h , provavelmente em decorrência da adaptação representada pelas equações (4.6), (4.7) e (4.8). Dessa forma, podemos observar que para este modelo a equação Alkhalifah-Tsvankin apresentou melhores resultados na estimativa dos valores intervalares dos parâmetros. Outro quesito importante sobre a abordagem *layer stripping* é o fato de que a estimativa dos valores intervalares de cada camada depende dos valores estimados da

camada anterior, o que pode gerar um acúmulo de erros para as camadas mais profundas.

Tabela 4.6: Estimativa de parâmetros efetivos e seus respectivos erros para o modelo com quatro camadas VTI utilizando a equação Alkhalifah-Tsvankin.

Camada	v_{NMO} (km/s)	Erro v_{NMO} (%)	v_h	Erro v_h (%)	η	Erro η (abs)
1	2,060	1,81	2,110	0,57	0,025	0,025
2	2,180	1,62	2,350	1,38	0,081	0,034
3	2,360	1,34	2,710	0,44	0,159	0,023
4	2,430	1,18	2,800	0,29	0,164	0,020

Tabela 4.7: Estimativa de parâmetros intervalares e seus respectivos erros para o modelo com quatro camadas VTI utilizando a equação Alkhalifah-Tsvankin.

Camada	$v_{NMO,i}$ (km/s)	Erro $v_{NMO,i}$ (%)	$v_{h,i}$	Erro $v_{h,i}$ (%)	η_i	Erro η_i (abs)
1	2,060	1,81	2,110	0,57	0,025	0,025
2	2,488	1,23	2,817	2,10	0,141	0,041
3	2,754	0,90	3,274	0,43	0,207	0,007
4	3,024	0,30	3,422	0,26	0,140	0,000

Tabela 4.8: Estimativa de parâmetros efetivos e seus respectivos erros para o modelo com quatro camadas VTI utilizando a equação *Shifted – hyperbola*.

Camada	t_0 (s)	v_{NMO} (km/s)	Erro v_{NMO} (%)	$v_{h,i}$	Erro v_h (%)	η_i	Erro η (%)
1	0,7	2,135	1,76	2,090	0,38	-0,02	0,02
2	0,9479	2,240	1,08	2,330	0,51	0,041	0,006
3	1,3325	2,420	1,17	2,720	0,81	0,13	0,006
4	1,4704	2,480	0,85	2,825	1,18	0,15	0,006

Tabela 4.9: Estimativa de parâmetros intervalares e seus respectivos erros para o modelo com quatro camadas VTI utilizando a equação *Shifted – hyperbola*.

Camada	$v_{NMO,i}$ (km/s)	Erro $v_{NMO,i}$ (%)	$v_{h,i}$	Erro $v_{h,i}$ (%)	η_i	Erro η_i (%)
1	2,135	1,76	2,090	0,38	-0,02	0,02
2	2,513	0,24	2,901	5,14	0,109	0,009
3	2,814	1,26	3,405	3,56	0,174	0,026
4	2,998	1,15	3,599	4,90	0,163	0,023

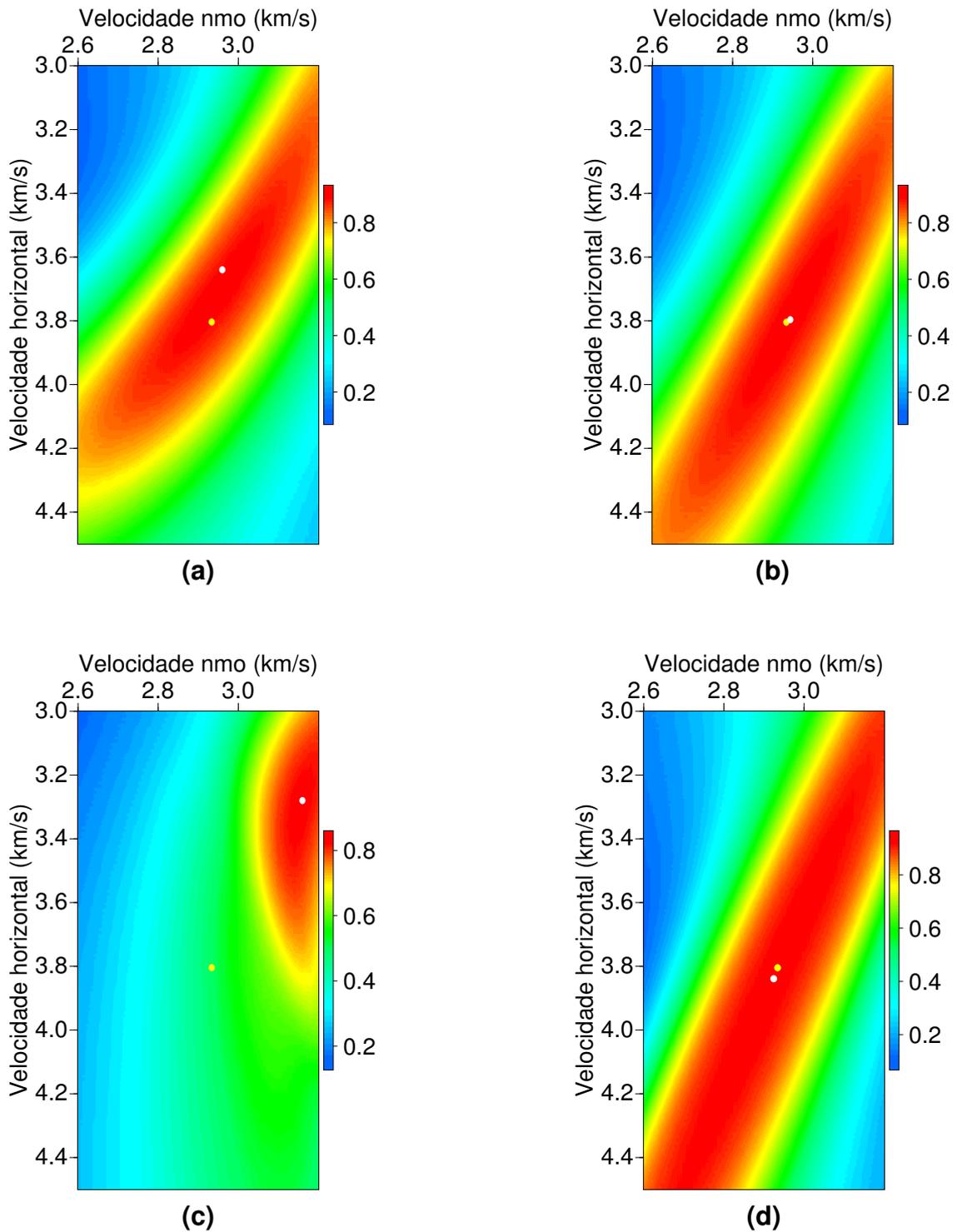


Figura 4.2: Espectro de velocidades e estimativas dos parâmetros anisotrópicos para um modelo de uma camada homogênea do Folhelho Greenhorn com razão $x_{max}/z = 1,5$: utilizando a equação Alkhalifah-Tsvankin em (a), *Shifted – hyperbola* em (b), *Shifted – hyperbola aproximada* em (c) e $\tau - p$ em (d). Em cada espectro, os valores verdadeiros e estimados de v_h e v_{NMO} estão representados pelos círculos amarelo e branco, respectivamente.

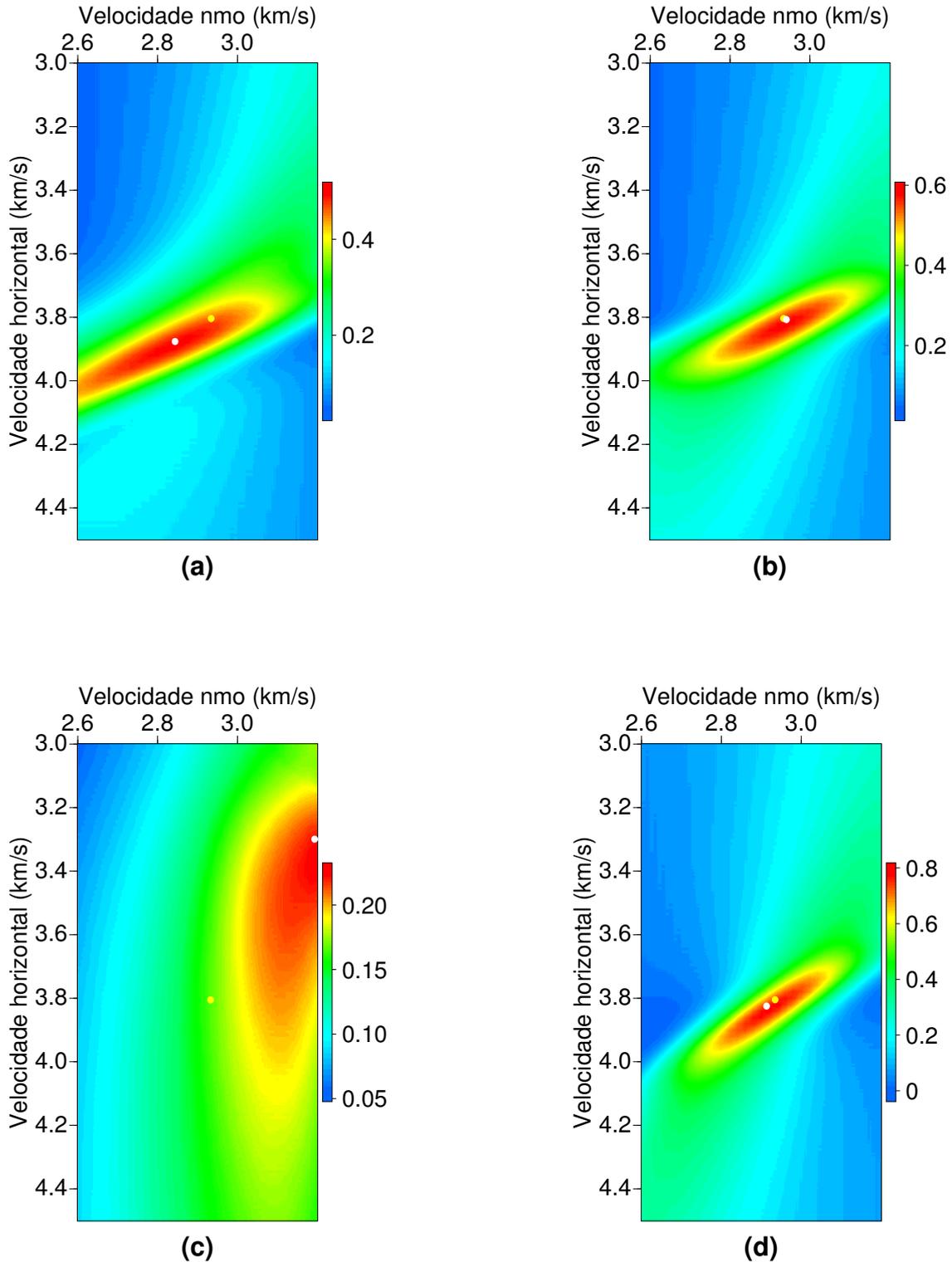


Figura 4.3: Espectro de velocidades e estimativas dos parâmetros anisotrópicos para um modelo de uma camada homogênea do Folhelho Greenhorn com razão $x_{max}/z = 4,0$: utilizando a equação Alkhalifah-Tsvankin em (a), *Shifted-hyperbola* em (b), *Shifted-hyperbola aproximada* em (c) e $\tau - p$ em (d). Em cada espectro, os valores verdadeiros e estimados de v_h e v_{NMO} estão representados pelos círculos amarelo e branco, respectivamente.

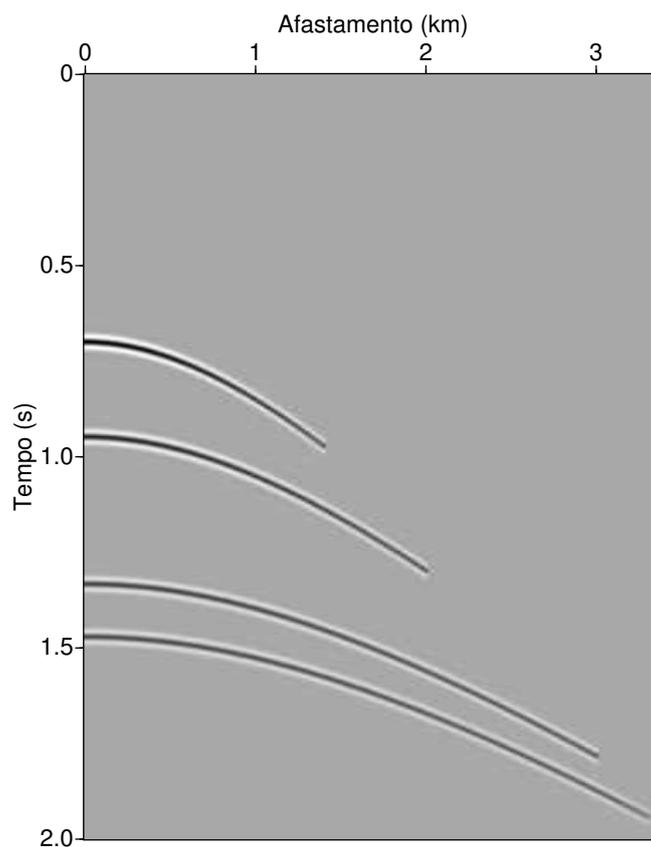


Figura 4.4: Família CMP modelada via traçamento de raios para um modelo formado com quatro camadas VTI plano-paralelas.

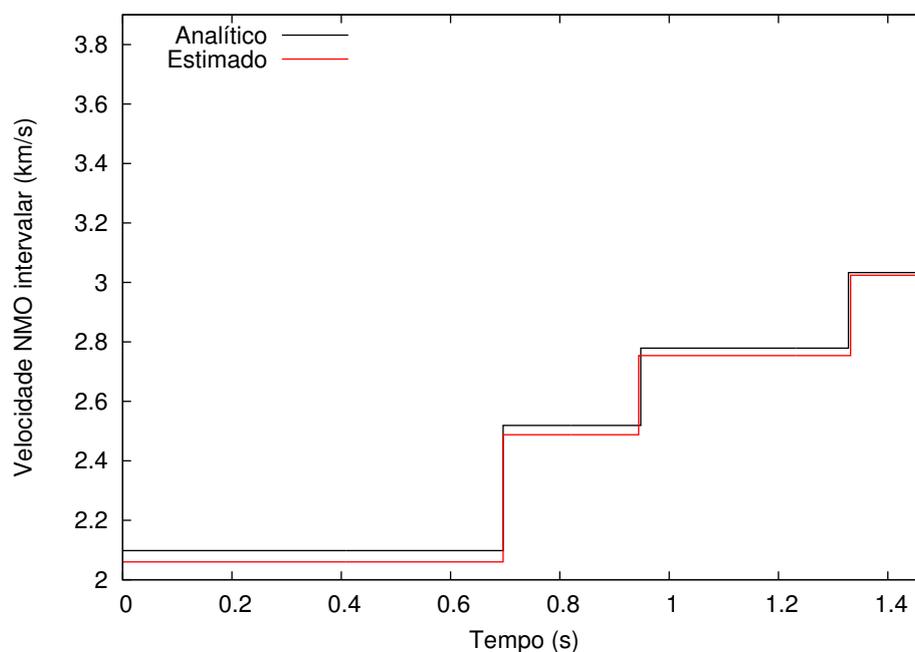


Figura 4.5: Velocidade NMO intervalar em função do tempo para o modelo de quatro camadas: valores analíticos (preto) e estimados (vermelho) utilizando a equação Alkhalifah-Tsvankin.

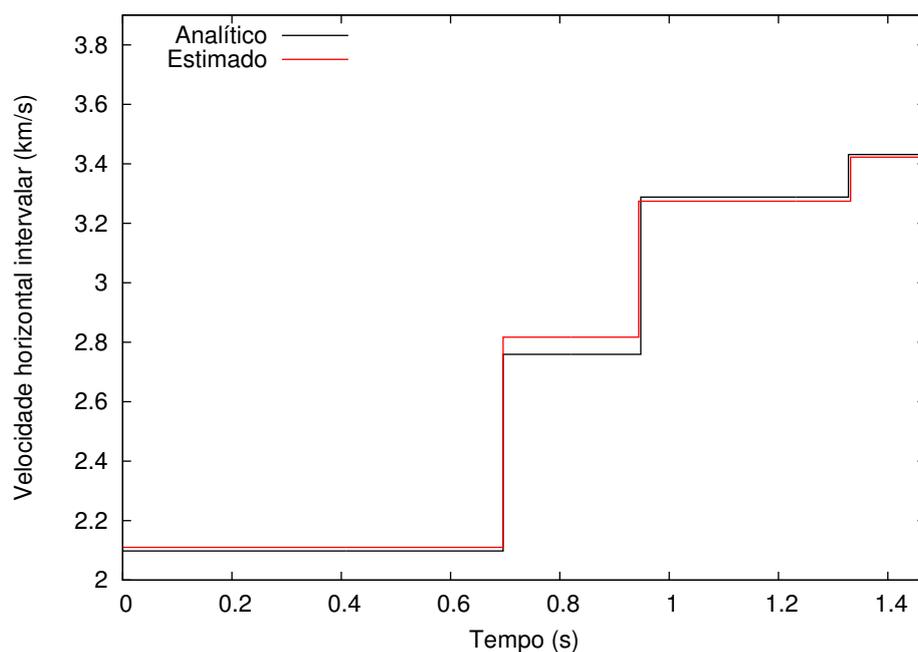


Figura 4.6: Velocidade horizontal intervalar em função do tempo para o modelo de quatro camadas: valores analíticos (preto) e estimados (vermelho) utilizando a equação Alkhalifah-Tsvankin.

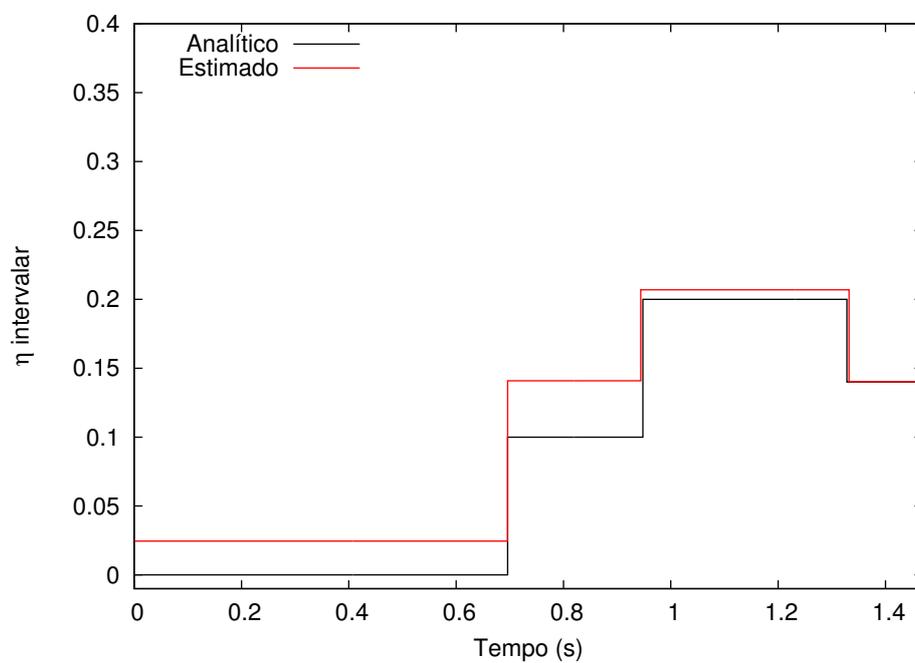


Figura 4.7: Parâmetro η intervalar em função do tempo para o modelo de quatro camadas: valores analíticos (preto) e estimados (vermelho) utilizando a equação Alkhalifah-Tsvankin.

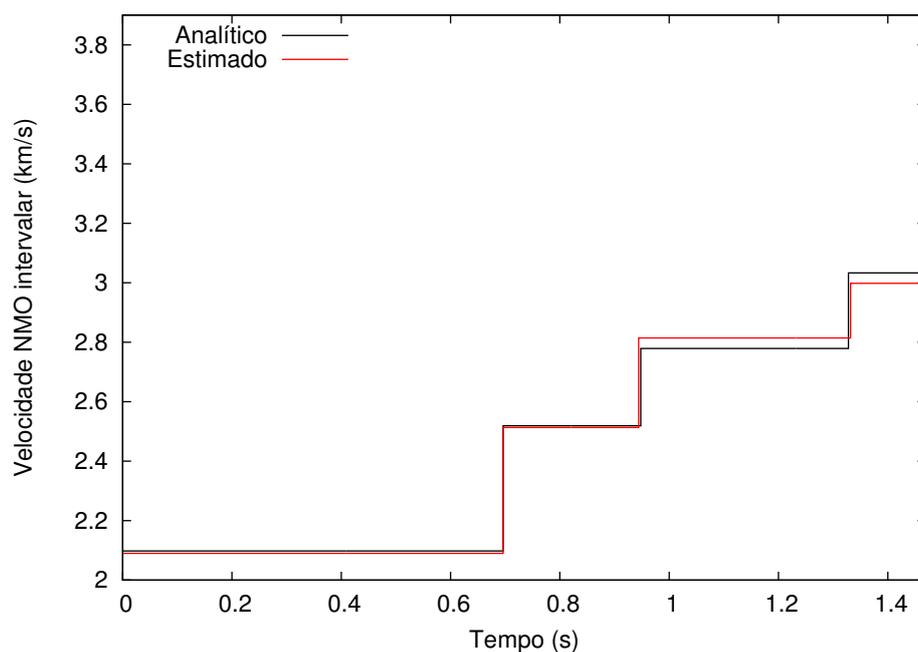


Figura 4.8: Velocidade NMO intervalar em função do tempo para o modelo de quatro camadas: valores analíticos (preto) e estimados (vermelho) utilizando a equação *Shifted – hyperbola*.

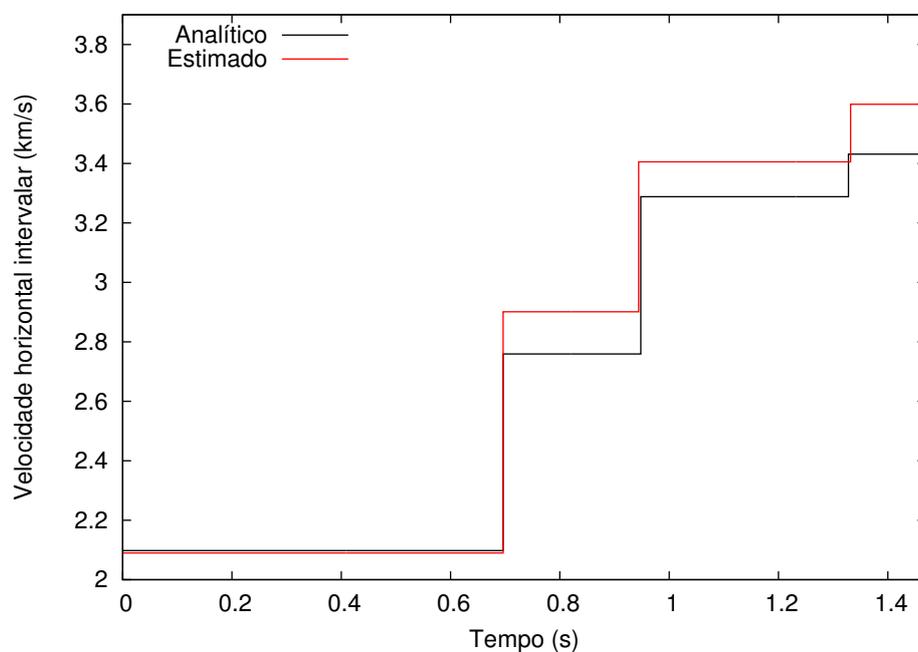


Figura 4.9: Velocidade horizontal intervalar em função do tempo para o modelo de quatro camadas: valores analíticos (preto) e estimados (vermelho) utilizando a equação *Shifted – hyperbola*.

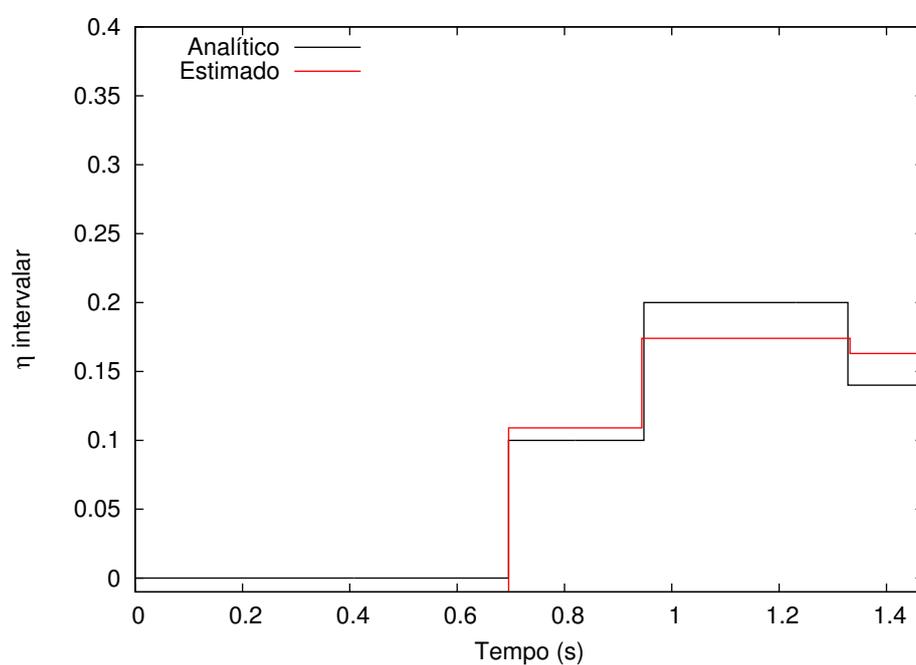


Figura 4.10: Velocidade NMO intervalar em função do tempo para o modelo de quatro camadas: valores analíticos (preto) e estimados (vermelho) utilizando a equação *Shifted – hyperbola*.

5

Conclusões e recomendações

5.1 Conclusões

Neste trabalho foi aplicado o método *AB semblance* ponderado, que é uma medida de coerência que lida com os efeitos de AVO no espectro de velocidades, utilizando uma nova abordagem no cálculo dos coeficientes através do *Very Fast Simulated Annealing*, adicionalmente. Neste trabalho também foi realizada a estimativa de parâmetros anisotrópicos efetivos e intervalares, por meio do espectro de velocidades, em dados sintéticos com efeito anisotropia. Para estimativa destes parâmetros, foram testadas e comparadas algumas aproximações de tempo de trânsito, desenvolvidas em trabalhos já publicados. De modo geral, tanto o método *AB semblance* ponderado, quanto a estimativa dos parâmetros anisotrópicos apresentaram resultados satisfatórios.

A *semblance* convencional, embora robusta, é uma medida de coerência que não consegue lidar com os efeitos de AVO e inversão de polaridade. Por outro lado, o *AB semblance* ponderado mostrou ser um método ótimo para mapear eventos no espectro de velocidades, principalmente em dados que apresentam efeitos de AVO e inversão de polaridade. Os experimentos numéricos em dados sintéticos mostraram que esta medida não apenas permite a detecção dos eventos hiperbólicos, mas também apresenta uma resolução consideravelmente melhor do que a *semblance* convencional e da *AB semblance*, mesmo em dados bastante ruidosos. Os testes com dados reais também mostraram a eficácia dessa medida de coerência, também explicado por uma melhora considerável na resolução dos espectros de velocidades.

A eficácia na aplicação das funções-peso à medida de coerência *AB semblance* está diretamente relacionada com os valores dos coeficientes que determinam o comportamento

gráfico das funções. Como a geração da matriz com os valores de ECM é computacionalmente cara, o algoritmo de inversão *VFS*A mostrou-se como uma boa alternativa para a obtenção dos valores dos coeficientes, obtendo resultados similares aos apresentados por Ebrahimi et al. (2017), mas de modo mais eficiente.

Quanto à estimativa dos parâmetros anisotrópicos efetivos por meio do espectro de velocidades, podemos concluir que a acurácia na determinação dos valores corretos está diretamente relacionada com a aproximação de tempo de trânsito utilizada. Os experimentos numéricos para o modelo sintético de uma camada homogênea do Folhelho Greenhorn mostraram que, dentre as aproximações utilizadas, a *Shifted – hyperbola* é a mais precisa, seguido pela aproximação desenvolvida no domínio $\tau - p$, pois apresentaram menor erro absoluto em relação tempo de trânsito modelado (Fig. 3.13), adicionalmente, estas aproximações apresentaram menor erro relativo nas estimativas de v_{NMO} , v_h e η , tanto para razões $x_{max}/z = 1,5$ quanto para razões $x_{max}/z = 4,0$. Por outro lado, as aproximações Alkhalifah-Tsvankin e *Shifted – hyperbola aproximada* mostraram ser ineficazes na estimativa dos parâmetros para este modelo.

Quanto à estimativa dos valores intervalares dos parâmetros, a abordagem *layer stripping* é uma ferramenta útil, apesar de sofrer com o acúmulo de erros para as camadas mais profundas, já que a estimativa de uma camada depende do valor estimado na camada anterior. Considerando os experimentos numéricos, esta abordagem apresentou resultados mais precisos para a aproximação Alkhalifah-Tsvankin do que a aproximação *Shifted – hyperbola*. Isto se deve pelo fato de as adaptações representadas pelas equações (4.6),(4.7) e (4.8), sobre-estimarem os valores de $v_{h,i}$, e conseqüentemente η_i .

5.2 Recomendações

Visto que a abordagem *layer stripping* sofre com o acúmulo de erros para as camadas mais profundas, a obtenção das velocidades intervalares pode ser tratada como um problema de inversão não linear, tendo os valores efetivos como parâmetros de entrada, e utilizando métodos de escopo global, local ou híbridos, semelhante ao que foi aplicado no trabalho de Santos (2017), o qual considerou meios isotrópicos.

Embora ausente neste trabalho, foram executados testes da aplicação do AB *semblance* ponderado nos espectros de velocidades utilizados na determinação dos parâmetros anisotrópicos. Os resultados mostraram que a resolução da região de coerência melhorou de forma acentuada, porém o máximo de coerência foi associado as valores de v_{NMO} e v_h incorretos. De posse deste fatos, vê-se a necessidade de estudo adicionais para determinação das funções

pesos, bem como dos seus coeficientes visando a estimativa de parâmetros anisotrópicos.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à Deus, por Sua graça e misericórdia.

Aos meus pais, Sra. Gilda e Sr. Manoel.

À minha amada esposa Andréa Souza.

Ao Sr. Hailton Mello e sua esposa Sra. Maria Auxiliadora (meus segundos pais).

Ao meu professor e orientador Milton J. Porsani.

À Francisco Gamboa, por toda ajuda no quesito anisotropia, e pelos conhecimentos passados que foram de grande valia.

Aos professores Dr. Amin Bassrei e Dr. Saulo Pomponet pela participação na banca de avaliação, e pelas sugestões e correções do texto da dissertação, que melhoraram a qualidade deste trabalho.

Aos demais professores do Programa de Pós Graduação em Geofísica.

A todos os meus colegas e amigos do curso de Pós-Graduação em Geofísica.

Referências

- Abbad, B. e Ursin, B. (2012) High-resolution bootstrapped differential semblance, *Geophysics*, **77**(3):U39–U47.
- Aki, K. e Richards, P. G. (1980) *Quantitative seismology theory and methods*, New York, USA: Freeman, c1980. 2 v. (A series of books in geology).
- Al-Chalabi, M. (1973) Series approximation in velocity and travelttime computations, *Geophysical Prospecting*, **21**(4):783–795.
- Alkhalifah, T. (1997) Velocity analysis using nonhyperbolic moveout in transversely isotropic media, *Geophysics*, **62**(6):1839–1854.
- Alkhalifah, T. (1998) Acoustic approximations for processing in transversely isotropic media, *Geophysics*, **63**(2):623–631.
- Alkhalifah, T. e Tsvankin, I. (1995) Velocity analysis for transversely isotropic media, *Geophysics*, **60**(5):1550–1566.
- Baan, M. v. d. e Kendall, J. M. (2002) Estimating anisotropy parameters and traveltimes in the τ -p domain, *Geophysics*, **67**(4):1076–1086.
- Barros, T. T. L. (2012) *Implementation Aspects of Eigendecomposition-Based High-Resolution Velocity Spectra*, Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Campinas.
- Biondi, B. L. e Kostov, C. (1989) High-resolution velocity spectra using eigenstructure methods, *Geophysics*, **54**(7):832–842.
- Boechat, J. B. T. (1997) *Influência da anisotropia no processamento de dados sísmicos*, Dissertação de mestrado, Universidade Federal da Bahia.
- Castle, R. J. (1994) A theory of normal moveout, *Geophysics*, **59**(6):983–999.
- Chen, Y.; Liu, T. e Chen, X. (2015) Velocity analysis using similarity-weighted semblance, *Geophysics*, **80**(4):A75–A82.
- Daley, P. F. e Hron, F. (1977) Reflection and transmission coefficients for transversely isotropic media, *Bulletin of the seismological society of America*, **67**(3):661–675.

- Dix, C. H. (1955) Seismic velocities from surface measurements, *Geophysics*, **20**:68–86.
- Douma, H. e Baan, M. v. d. (2008) Rational interpolation of qp-traveltimes for semblance-based anisotropy estimation in layered VTI media, *Geophysics*, **73**(4):D53–D62.
- Douma, H. e Calvert, A. (2006) Nonhyperbolic moveout analysis in VTI media using rational interpolation, *Geophysics*, **71**(3):D59–D71.
- Duarte, O. d. O. (2010) Dicionário enciclopédico inglês-português de geofísica e geologia, Sociedade Brasileira de Geofísica. 4 ed. - Rio de Janeiro.
- Ebrahimi, S.; Kahoo, A.; Porsani, M. J. e Kalateh, A. N. (2016) Obtaining high resolution velocity-spectra using weighted semblance, *Exploration Geophysics*.
- Ebrahimi, S.; Kahoo, A.; Chen, Y. e Porsani, M. J. (2017) A high resolution weighted AB semblance for dealing with amplitude-variation-with-offset phenomenon, *Geophysics*, **82**(2):85–93.
- Evans, B. e Dragoset, W. (1997) *A Handbook for Seismic Data Acquisition in Exploration*, Geophysical monograph series, Society of Exploration Geophysicists, ISBN 9781560800415.
- Fernandes, F. V. (2014) Atenuação de reflexões múltiplas utilizando a transformada radon parabólica, Dissertação de mestrado, Universidade Federal da Bahia.
- Florida, C. (1995) Efeitos da anisotropia na análise de AVO, Dissertação de mestrado, Universidade Federal da Bahia.
- Fomel, S. (2004) On anelliptic approximations for qp velocities in VTI media, *Geophysical Prospecting*, **52**(3):247–259.
- Fomel, S. (2009) Velocity analysis using AB semblance, *Geophysical Prospecting*, **57**(3):311–321.
- Fowler, P. J. (2003) Practical VTI approximations: A systematic anatomy, *Journal of Applied Geophysics*, **54**(3-4):347–367.
- Freire, S. L. M. (1986) Aplicações do Método de Decomposição em Valores Singulares no Processamento de Dados Sísmicos, Tese de doutorado, Universidade Federal da Bahia.
- Grechka, V. e Tsvankin, I. (1998) Feasibility of nonhyperbolic moveout inversion in transversely isotropic media, *Geophysics*, **63**(3):957–969.
- Hake, H.; Helbig, K. e Mesdag, C. (1984) Three-term Taylor series for t^2-x^2 -curves of P- and S-waves over layered transversely isotropic ground, *Geophysical Prospecting*, **32**(5):828–850.

- Hubral, P.; Krey, T. e Larner, K. (1980) Interval velocities from seismic reflection time measurements, Society of Exploration Geophysicists.
- Ingber, L. (1989) Very fast simulated re-annealing: Mathematical and computer modeling, 12, no. 8, 967–973.
- Kearey, P.; Brooks, M. e Hill, I. (2009) Geofísica de exploração, Oficina de Textos, ISBN 9788586238918.
- Keys, R. G. (1989) Polarity reversals in reflections from layered media, Geophysics, **54**(7):900–905.
- Levin, F. K. (1971) Apparent velocity from dipping interface reflections, Geophysics, **36**:510–516, (Errata in GEO–50–11–2279).
- Luo, S. e Hale, D. (2012) Velocity analysis using weighted semblance, Geophysics, **77**(2):U15–U22.
- Metropolis, N.; Rosenbluth, A. W.; Rosenbluth, M. N.; Teller, A. H. e Teller, E. (1953) Equation of state calculations by fast computing machines, The Journal of Chemical Physics, **21**(6):1087–1092.
- Neidell, N. S. e Taner, M. T. (1971) Semblance and other coherency measures for multichannel data, Geophysics, **36**:482–497.
- Ostrander, W. (1984) Plane-wave reflection coefficients for gas sands at nonnormal angles of incidence, Geophysics, **49**(10):1637–1648.
- Pacheco, D. F. B. (2012) Equações pseudo-acústicas para modelagem e migração reversa no tempo em meios com anisotropia polar, Dissertação de mestrado, Universidade Federal da Bahia.
- Pereira, R. M. (2015) Estimativa de parâmetros em meios VTI usando aproximações de sobretempo não hiperbólicas, Tese de doutorado, Universidade Federal do Pará.
- Rosa, A. L. R. (2010) Análise do sinal sísmico, SBGF-Sociedade Brasileira de Geofísica, Rio de Janeiro, Brasil.
- Rutherford, S. R. e Williams, R. H. (1989) Amplitude-versus-offset variations in gas sands, Geophysics, **54**(6):680–688.
- Sacchi, M. D. (1998) A bootstrap procedure for high-resolution velocity analysis, Geophysics, **63**(5):1716–1725.
- Santos, R. S. (2017) Determinação das velocidades intervalares por inversão híbrida em uma abordagem multiescala de parâmetros, Dissertação de mestrado, Universidade Federal da Bahia.

- Sarkar, D.; Castagna, J. e Lamb, W. (2001) AVO and velocity analysis, *Geophysics*, **66**(4):1284–1293.
- Sarkar, D.; Baumel, R. T. e Larner, K. L. (2002) Velocity analysis in the presence of amplitude variation, *Geophysics*, **67**(5):1664–1672.
- Sen, M. e Stoffa, P. L. (1995) *Global optimization methods in geophysical inversion*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Soares, D. (2009) Inversão de dados gravimétricos 2-D pelos métodos de levenberg marquardt, resfriamento simulado muito rápido e híbrido, Dissertação de mestrado, Universidade Federal da Bahia.
- Souza, M. S. (2014) Determinação automática da velocidade de empilhamento e obtenção da seção zero-offset, Trabalho de graduação, Universidade Federal da Bahia.
- Taner, M. T. e Koehler, F. (1969) Velocity spectra-digital computer derivation applications of velocity functions, *Geophysics*, **34**(6):859–881.
- Tarantola, A. (2004) *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA, ISBN 0898715725.
- Telford, W. M.; Geldart, L. P.; Sheriff, R. E. e Keys, D. A. (1976) *Applied Geophysics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Thomsen, L. (1986) Weak elastic anisotropy, *Geophysics*, **51**(10):1954–1966.
- Thomsen, L. (2002) *Understanding seismic anisotropy in exploration and exploitation*, Society of Exploration Geophysicists, European Association of Geoscientists & Engineers.
- Tsvankin, I. (1995) Normal moveout from dipping reflectors in anisotropic media, *Geophysics*, **60**:268–284.
- Tsvankin, I. (1998) Influence of seismic anisotropy on velocity analysis and depth imaging, *Model-based depth imaging: SEG, Course note series*, **10**.
- Tsvankin, I. e Thomsen, L. (1994) Nonhyperbolic reflection moveout in anisotropic media, *Geophysics*, **59**(8):1290–1304.
- Ursin, B.; Silva, M. G. e Porsani, M. J. (2014) Signal and traveltime parameter estimation using singular value decomposition, *Geophysics*, **79**(5):U1–U14.
- Yan, J. e Tsvankin, I. (2008) AVO-sensitive semblance analysis for wide-azimuth data, *Geophysics*, **73**(2):U1–U11.

Yilmaz, O. (2001) Seismic data analysis: processing, inversion, and interpretation of seismic data, Investigations in Geophysics, Society of Exploration Geophysicists, 2^o edic., ISBN 978-1-56080-094-1.

Apêndice **A**

Decomposição SVD

A decomposição SVD (Singular Value Decomposition) é uma operação aplicada a qualquer matriz \mathbf{X} , e faz a expansão de uma matriz em uma soma ponderada de matrizes de rank unitário, denominadas autoimagens (Freire, 1986). Para uma matriz \mathbf{X} de ordem $m \times n$, a decomposição SVD fatora a matriz em

$$\mathbf{X} = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^T \quad (\text{A.1})$$

sendo \mathbf{U} uma matriz ortogonal de ordem $m \times m$, formada pelos autovetores da matriz de covariância $\mathbf{X}\mathbf{X}^T$, e \mathbf{V} uma matriz ortogonal de ordem $n \times n$, formada pelos autovetores da matriz de covariância $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$, logo $\mathbf{U}^{-1} = \mathbf{U}^T$ e $\mathbf{V}^{-1} = \mathbf{V}^T$. Σ é uma matriz diagonal, retangular e do mesmo tipo de \mathbf{X} , cujos elementos da diagonal principal são números não negativos, chamados de valores singulares. Os valores singulares são ordenados de forma decrescente de modo que a matriz Σ apresenta-se de forma que $\sigma_1 \geq \sigma_2 \dots \geq \sigma_r \geq 0$, sendo r o rank da matriz \mathbf{X} . Abaixo, representações das matrizes \mathbf{U} , Σ e \mathbf{V} :

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{11} & \dots & u_{1j} & \dots & u_{1m} \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ u_{i1} & \dots & u_{1j} & \dots & u_{im} \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ u_{im} & \dots & u_{1m} & \dots & u_{mm} \end{bmatrix}_{m \times m} \quad \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_r \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{m \times n} \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} v_{11} & \dots & v_{1j} & \dots & v_{1n} \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ v_{i1} & \dots & v_{1j} & \dots & v_{in} \\ \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ v_{in} & \dots & v_{1n} & \dots & v_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n}$$

Podemos expressar a Eq. (A.1) como uma soma de matrizes de rank unitário, ponderadas pelos valores singulares, de modo que

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^r \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T \quad (\text{A.2})$$

onde \mathbf{u}_i e \mathbf{v}_i são os i -ésimos autovetores das matrizes de covariância $\mathbf{X}\mathbf{X}^T$ e $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$, respectiva-

mente, e σ_i é o i -ésimo valor singular de \mathbf{X} . O produto escalar externo, $\mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T$ é denominado de i -ésima autoimagem de \mathbf{X} . As autoimagens carregam todas as informações necessárias para a construção dos dados originais (Freire, 1986). A maior parte da informação estará concentrada nas primeiras autoimagens, associadas aos maiores valores singulares. As primeiras autoimagens possuem uma maior coerência em relação ao sinal, enquanto que as últimas autoimagens guardam informações mais associadas ao ruído, informação incoerente.

O power method

O *power method* é um método iterativo em que a sua vantagem está no fato de, ao invés de encontrar todos os autovalores da matriz, somente o autovalor dominante e seu autovetor é computado, de forma que podemos extrair apenas a primeira autoimagem.

Considerando o problema do autovetor, seja uma matriz \mathbf{A} um operador linear de ordem $n \times n$ pela qual temos a operação $\mathbf{A}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$. O objetivo é encontrar o autovalor λ_1 e o seu autovetor associado, sendo que λ_i está organizado de forma decrescente, ou seja, $|\lambda_1| \geq |\lambda_2| \geq |\lambda_3| \dots |\lambda_n|$. O *power method* opera iterativamente de forma que:

$$\mathbf{x}_{i+1} = \frac{\mathbf{A}\mathbf{x}_i}{\|\mathbf{A}\mathbf{x}_i\|} \quad (\text{A.3})$$

sendo $\lambda_{i+1} = \|\mathbf{A}\mathbf{x}_i\|$. O algoritmo na Eq.(A.3) converge para o autovalor dominante, dessa forma podemos obter seu respectivo autovetor, e utilizá-los para restituir o valor da amostra central (Barros, 2012).

Seja o painel corrigido à velocidade constante \mathbf{D} , de L amostras, a sua matriz de covariância de dimensão $L \times L$ será dada por

$$\mathbf{R} = \mathbf{D}\mathbf{D}^T = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}^2\mathbf{U}^T \quad (\text{A.4})$$

Dessa forma, aplicando o *power method* à matriz de covariância, temos (Ursin et al., 2014):

$$\mathbf{u}_{n+1} = \frac{\mathbf{R}\mathbf{u}_n}{\|\mathbf{R}\mathbf{u}_n\|} \quad (\text{A.5})$$

de modo que

$$\mathbf{D}^T \mathbf{u}_1 = \tilde{\mathbf{v}} = \sigma_1 \mathbf{v}_1 \quad (\text{A.6})$$

sendo $\sigma_1 = \|\tilde{\mathbf{v}}\|$ e $\mathbf{v}_1 = \tilde{\mathbf{v}} / \|\tilde{\mathbf{v}}\|$.

Anexo



Shell script para geração de sismogramas sintéticos anisotrópicos utilizando traçamento de raios

```
#!/bin/sh

## Compute seismic signatures of reflected
## wavefields in anisotropic media
## Type the name of the executable to get
## on-line documentation

## Plotting parameters
hbox=2.2 wbox=5
titlesize=18

## Model dimension (metros)
xmax=8000 zmax=8000

## Number of phase angles, anglerange
nangle=201 fangle=-90 langle=90.0 nplotr=$nangle

## Source coordinates (m)
xs=4000 zs=0

## number of points per plot, need to be increased
## for more complex raypaths
nxz=500

## Wavefront time. If you want to plot more than
## one wavefront, you need to use the nt-parameter
tw=1.0

## wave mode (0=P 1=SV 2=SH)
mode=0

vp1=3094 vs1=1510 e1=0.256 d1=-0.0505 g1=0.00 a1=0.0 dens1=1000
vp2=3500 vs2=1795 e2=0.08 d2=0.0 g2=0.00 a2=0.0 dens2=2230
vp3=2757 vs3=1509 e3=0.218 d3=0.028 g3=0.00 a3=0.0 dens3=2290
vp4=3094 vs4=1510 e4=0.256 d4=-0.0505 g4=0.00 a4=0.0 dens4=1000
```

```
vp=4450 vs=2300 e=0.000 d=0.000 dens=2570
```

```
# 1 CAMADA
elamodel xmin=0 zmin=0 xmax=$xmax zmax=$zmax maxangle=5 \
1 xedge=0.00,$xmax\
zedge=0.00,0.00 \
2 xedge=0.00,$xmax \
zedge=1000,1000 \
3 xedge=0.00,$xmax \
zedge=$zmax,$zmax \
fill=5,100,$vp1,$vs1,$e1,$d1,$g1,$a1,$dens1 \
fill=5,1001,$vp2,$vs2,$e2,$d2,$g2,$a2,$dens2 \
kedge=1,2,3 \
>model
```

```
#Camadas Planas
```

```
## Built the model. This model builder is very similar
## to the one described in CWP-U26
## zedge=1000,1200,1300,1300,1200,1000 \
```

```
#elamodel xmin=0 zmin=0 xmax=$xmax zmax=$zmax maxangle=5 \
#1 xedge=0,5200 \
# zedge=0,0 \
#2 xedge=0,5200 \
# zedge=600,600 \
#3 xedge=0.00,1500,1700,3500,3700,5200 \
# zedge=1300,1300,1300,1300,1300,1300 \
#4 xedge=0,5200 \
# zedge=1600,1600 \
#5 xedge=0,5200 \
# zedge=2000,2200 \
#6 xedge=0,5200\
# zedge=$zmax,$zmax \
# fill=5,100,$vp1,$vs1,$e1,$d1,$g1,$a1,$dens1 \
# fill=5,700,$vp2,$vs2,$e2,$d2,$g2,$a2,$dens2 \
# fill=5,1301,$vp3,$vs3,$e3,$d3,$g3,$a3,$dens3 \
# fill=5,1601,$vp4,$vs4,$e4,$d4,$g4,$a4,$dens4 \
# fill=5,2001,$vp5,$vs5,$e5,$d5,$g5,$a5,$dens5 \
# kedge=1,2,3,4,5,6 \
# >model
```

```
nx=401
dx=20
nz=400
dz=20
```

```
#####Componetes da matriz Cijkl #####
elatriuni <model a1111file=model.a1111 \
a3333file=model.a3333 a1133file=model.a1133 \
a1313file=model.a1313 file a1113file=model.a1113 \
a3313file=model.a3313 file a1212file=model.a1212 \
a1223file=model.a1223 file a2323file=model.a2323 \
rhofile=model.rho \
nx=$nx nz=$nz dz=$dz dx=$dx
```

```
#####Campo de Velocidade##### v=sqrt(a3333)
```

```
farith in=model.a3333 op=sqrt out=v.bin
ximage <v.bin n1=$nz n2=$nx d1=$dz z d2=$dx f1=0 f2=0 d1num=200 \
xbox=0 lx=0 ly=10 vevp4=3094 vs4=1510 e4=0.256 d4=-0.0505 g4=0.00 a4=0.0 dens4=1000rbos=
legend=1 title="Campo de velocidade (m/s) (verdadeiro)"&
```

```
#height=8.0

psimage n1=$nz n2=$nx d1=$dz d1num=500 d2=$dx label1="Depth (m)" label2="x-position (m)" le

#####Epsilon#####

farith in=model.a1111 in2=model.a3333 op=sub out=num
farith in=model.a3333 in2=model.a3333 op=add out=den
farith in=num in2=den op=div out=epsilon.bin #(c11-c33)/2c33

ximage <epsilon.bin n1=$nz n2=$nx d1=$dz d2=$dx xbox=0 lx=0 ly=10 d1num=600 verbose=1 hl
xbox=0 ybox=340 label1="Profundidade (km)" label2="x-position (km)" legend=1 title="epsilon

psimage n1=$nz n2=$nx d1=$dz d1num=200 d2=$dx lx=0 ly=4 label1="Depth (m)" label2="x-positio
legend=1 title="epsilon" units="" lx=-1 ly=4 width=20 labelsz=30 titlesz=40 <epsilon.b

#####Delta#####
#a1133=c13/rho
#a2323=c44/rho

farith in=model.a1133 in2=model.a2323 op=add out=num1 # (c13+c44)
farith in=num1 in2=num1 op=mul out=num1**2 #(c13+c44)^2

farith in=model.a3333 in2=model.a2323 op=sub out=num2 #(c33-c44)
farith in=num2 in2=num2 op=mul out=num2**2 #(c33-c44)^2

farith in=num1**2 in2=num2**2 op=sub out=num # (c13+c44)^2 -(c33-c44)^2

farith in=model.a3333 in2=model.a3333 op=add out=den1 #2c33

farith in=model.a3333 in2=model.a2323 op=sub out=den2 #(c33-c44)

farith in=den1 in2=den2 op=mul out=denomi #2*c33*(c33-c44)

farith in=num in2=denomi op=div out=delta.bin #((c13+c44)^2 -(c33-c44)^2)/2*c33*(c33-c44)

ximage <delta.bin n1=$nz n2=$nx d1=$dz d2=$dx hbox=250 lx=0 ly=10 verbose=1 d1num=600 \
xbox=550 label1="Profundidade (km)" label2="x-position (km)" legend=1 title="delta" &

psimage n1=$nz n2=$nx d1=$dz d1num=200 d2=$dx lx=0 ly=4 label1="Depth (m)" label2="x-positio
legend=1 title="delta" units="" lx=-1 ly=4 width=20 labelsz=30 titlesz=40 < delta.bin >

#gv deltaReal.eps

rm num1 num2 num den1 den2 num den den denomi num1**2 num2**2

#####ADQUISICAO#####

## Compute seismic signatures of reflected
## wavefields in anisotropic media

# arquivos com todos os tiros
arqsaida=tiros.ad

# numero de interfaces para refletir
nr=1

nshot=1 #numero de tiros
dxshot=4000 # espaco entre tiros (m) e posicao do primeiro tiro

for j in $(seq 1 $nshot) ### loop dos tiros
```

```
do
xs='echo $j*$dxshot| bc' ## posicao de cada tiro
#xs=1000
  for i in $(seq 2 5) ### loop capas

do

####  shoot rays. Rays can only be reflected or
####  converted at internal boundaries
elarray <model >model.rayend \
      rayfile=model.ray wavefile=model.wave \
      nangle=$nangle mode=$mode \
      nxz=$nxz xs=$xs zs=$zs infofile=info1\
      fangle=$fangle langle=$langle \
tw=$tw refseq=$i,1,1 refseq=1,-1

## extract travelttime information
raydata<model.rayend ascci=1 t=1 kend=1

# Plot seismogram
compon=0 # both components
ng=$nx # number of receivers
nt=501 # number of trace samples
ft=0.0 # first time
dt=0.004 # sample interval

krecord=1 # recording interface
nameref=$i # reflecting interface
lscale=$ng # max extrapolation length for ray information
inter=1 # parabolic interpolation

elasyn xg=0,$xmax zg=0,0 ng=$ng <model.rayend \
      xfile=m1Raios-anisx.ad zfile=c$i.ad compon=$compon \
      ft=$ft nt=$nt dt=$dt \
      krecord=$krecord lscale=$lscale nameref=$nameref \
      inter=$inter

k='echo $i -1 | bc' #tempo de cada camada

if [ $j -lt 10 ]
then
mv x_t.data t0$j.c$k.dat
cp c$i.ad t0$j.r$k.ad
else
mv x_t.data t$j.c$k.dat
cp c$i.ad t$j.r$k.ad
fi

done

cp c2.ad d1.ad

for i1 in $(seq 2 $nr) ## loop para sumar todas a camadas
do
i2='echo $i1 + 1 | bc'
i3='echo $i1 - 1 | bc'
farith in=d$i3.ad in2=c$i2.ad op=add out=d$i1.ad
done
```

```
mv d$nr.ad tiro$j.ad

rm c*.ad
cat tiro$j.ad >>$arqsaida
rm tiro$j.ad

done

#ximage n1=$nt d2=$dx n2=$nx label1="Tempos (s)" label2="Afastamento (m)" title="Tiro $xs" <

#####Geometria do dado#####
suaddhead ns=$nt <$arqsaida | sushw key=dt a=4000 >dado.su

cat dado.su dado.su dado.su dado.su dado.su dado.su dado.su dado.su dado.su >dado-10-
cat dado-10-tiros.su dado-10-tiros.su dado-10-tiros.su dado-10-tiros.su dado-10-tiros.su da
cat dado-100-tiros.su dado-100-tiros.su dado-100-tiros.su > dado-300-tiros.su

m=201 #metade do número de geofones mais 1
nc=200 #numero de canais de cada lado
nct=400 #numero total de canais

sushw a=1 b=1 c=0 j=$nx key=tracf <dado-300-tiros.su >dado-200-tiros-tracf-401.su
suwind key=tracf reject=$m <dado-200-tiros-tracf-401.su >reject-201.su
sushw a=1 b=1 c=0 j=$nct key=tracf <reject-201.su >dado-200-tiros-tracf-400.su
rm reject-201.su dado-200-tiros-tracf-401.su dado-300-tiros.su dado-10-tiros.su

#GEOMETRIA LADO ESQUERDO

suwind key=tracf min=1 max=$nc <dado-200-tiros-tracf-400.su \
| sushw key=sx,gx a=$dxshot,0 b=0,$dx c=$dx,$dx j=$nc,$nc \
| sushw key=fldr a=1 b=0 c=1 j=$nc \
| suchw key1=offset,cdp key2=gx,gx key3=sx,sx b=1,1 c=-1,1 d=1,2 >dado-200-tiros-esq-sx-gx-

#GEOMETRIA LADO DIREITO

suwind key=tracf min=$m max=$nct <dado-200-tiros-tracf-400.su \
| sushw key=sx,gx a=$dxshot,4020 b=0,$dx c=$dx,$dx j=$nc,$nc \
| sushw key=fldr a=1 b=0 c=1 j=$nc \
| suchw key1=offset,cdp key2=gx,gx key3=sx,sx b=1,1 c=-1,1 d=1,2 >dado-200-tiros-dir-sx-gx-

#CONCATENA

cat dado-200-tiros-esq-sx-gx-offset-cdp.su dado-200-tiros-dir-sx-gx-offset-cdp.su >cat.su

#ORGANIZA EM TIRO

susort fldr tracl <cat.su >tiros-geometria.su

susort cdp offset <tiros-geometria.su >cdp.su

rm dado-200-tiros-esq-sx-gx-offset-cdp.su dado-200-tiros-dir-sx-gx-offset-cdp.su cat.su da

exit 0
```