**UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA**
**ESCOLA DE MÚSICA**
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MÚSICA**

# COMBINATORIEDADE E MÚSICA: APLICAÇÕES COMPOSICIONAIS E A PROPOSIÇÃO DE UM LIVRO-TEXTO

**NATANAEL DE SOUZA OURIVES**

Salvador
2017

NATANAEL DE SOUZA OURIVES

# COMBINATORIEDADE E MÚSICA: APLICAÇÕES COMPOSICIONAIS E A PROPOSIÇÃO DE UM LIVRO-TEXTO

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Música, Escola de Música, Universidade Federal da Bahia, como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Música.
Área de concentração: Composição.

Orientador: Prof. Dr. Guilherme Bertissolo

Salvador
2017

Ficha catalográfica elaborada pela
Biblioteca da Escola de Música - UFBA

O93 Ourives, Natanael de Souza

Combinatoriedade e música: aplicações composicionais e a proposição de um livro-texto / Natanael de Souza Ourives.- Salvador, 2017.

362 f. : il.

Orientador: Prof. Dr. Guilherme Bertissolo

Tese (Doutorado) – Universidade Federal da Bahia. Escola de Música, 2017.

1. Composição (Música). 2. Música Análise, apreciação. 3. Música - Instrução e estudo. I. Bertissolo, Guilherme. II. Universidade Federal da Bahia. III. Título.

CDD: 781.3

**"COMBINATORIEDADE E MÚSICA: APLICAÇÕES COMPOSICIONAIS E A PROPOSTA DE UM LIVRO-TEXTO"**

**NATANAEL DE SOUZA OURIVES**

*Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Música, Escola de Música da Universidade Federal da Bahia.*

Aprovada em 07 de dezembro de 2017

Guilherme Bertissolo, Orientador, UFBA
Doutor em Música pela Universidade Federal da Bahia

Pedro Augusto da Silva Dias
Doutor em Música pela Universidade Federal da Bahia

Pedro Amorim Filho

Pedro Amorim de Oliveira Filho
Doutor em Música pela Universidade Federal da Bahia

Paulo Costa Lima
Doutor em Artes pela Universidade de São Paulo

Alexandre Mascarenhas Espinheira
Doutor em Música pela Universidade Federal da Bahia

A

Meu pai Osvaldo Ourives, minha mãe Eleni Ourives, meus irmãos Igor Henrique, Juliana Ourives, Lucínia Ourives e Annya Ourives.

*O todo sem a (p)Arte não é todo*

*A  (p)Arte sem o todo não é (p)Arte*

*Mas se a (p)Arte o faz todo, sendo (p)Arte,*

*Não se diga, que é (p)Arte, sendo todo [...]".*

Gregório de Matos e (e)U

# Agradecimentos

Ao meu pai Osvaldo, minha mãe Eleni e aos meus irmãos, Igor, Luci, Juli e Annya pelo apoio incondicional.

À Erika, especialmente pela imensa ajuda dada no qualificativo. À Amanda e família pelo suporte dado nas etapas anteriores. À Ariana pela paciência que teve nesta etapa final.

Ao amigo Gilmário pelas palavras certas na hora certa e à sua família, especialmente Cris pelo rango vegan.

Aos amigos Patrick, Dennis, Danilo, Caio, Eduardo, Menahem, Fellipe et al.

Aos meus orientadores Pedro Kroger, Sara Carvalho e principalmente Guilherme Bertissolo, por ter aceitado me orientar num momento em que achava que não iria conseguir terminar esta pesquisa.

Semelhante ajuda me foi dada pelos professores Paulo Costa Lima, Wellington Gomes, Marcos Sampaio e Pedro Filho.

Um agradecimento especial ao querido professor Agnaldo Ribeiro.

Aos amigos de Porto, de Santiago de Compostela e de Londres, em especial a Fernando, Monalisa, Paloma, Vicky, Laís, Jorge, Felipe, Lucas, Joe, Jonas, Boris, "*Top Gun*" e Isaac.

Ao pessoal da Orquestra Sinfônica da Bahia, em especial a Carlos, Luana, Alê, Aninha, Babuka, Rodolfo, Tainana e aos "*Black Blocs*".

À Anastácia, Pai João, Frei Carlos Murion, Oxóssi, Xangô, Logunedé, Meu Anjo Guardião Bom, Meu Exu, e um agradecimento especial ao eterno mentor Dr. Bezerra de Menezes.

Um muitíssimo obrigado a Ricardo Bordini e a Alexandre Espinheira cujas teses me serviram de guia. Outro obrigado a Jamary Oliveira pelo PCN.

Babbitt, te agradeço somente um pouco, complicou muito a minha vida ("*who cares if I understand, right?*"). Um salve a Martino e a sua "*combinatoriality for dummies*".

À Capes (mestrado), ao CNPq (doutorado) e ao MinC (doutorado sanduíche), cujos financiamentos foram cruciais para realização da presente pesquisa.

Ao PPGMUS-UFBA.

OURIVES, Natanael de Souza. **Combinatoriedade e música:** aplicações composicionais e a proposição de um livro-texto. Tese (doutorado) – Programa de Pós-graduação em Música da Universidade Federal da Bahia: Salvador: UFBA, 2018, 376p.

# Resumo


O presente trabalho é fruto da minha pesquisa de doutorado no qual a combinatoriedade foi o foco. Através dele e como o objetivo principal apresento o texto "*Introdução à Combinatoriedade"* no qual as informações mais relevantes sobre a técnica encontradas na literatura foram reunidas e abordadas de maneira simplificada para uso pedagógico.

O trabalho é dividido em 5 capítulos, seguidos das considerações finais e mais 4 apêndices. No primeiro, de caráter introdutório, são apresentados alguns dados gerais norteadores acerca da pesquisa, tais como informações preliminares sobre a combinatoriedade, os desafios que foram encontrados, objetivos e a metodologia utilizada. Nos capítulos 2 e 3 há, respectivamente, uma revisão dos principais artigos e de 5 livros texto de composição, teoria e análise musical que tratam sobre o tema. No capítulo 4 é apresentado o texto "*Introdução à Combinatoriedade*". No capítulo 5 há um memorial das obras que foram compostas utilizando a técnica, "*Axis*" e "*Diptera*", seguidos respectivamente das suas partituras. No apêndice 1 há uma revisão expandida da literatura, na qual alguns artigos relacionados ao tema foram mais profundamente comentados. No apêndice 2 estão 2 artigos sobre a combinatoriedade que foram por mim publicados durante o período de realização da presente pesquisa. No apêndice 3 há uma narrativa informal dos fatos que me conduziram a ela. Já no apêndice 4 seguem alguns trechos da tese que seguem parcialmente elaborados.



**Palavras-chave:** Combinatoriedade. Agregado. Conjuntos combinatoriais. Schoenberg. Babbitt.

OURIVES, Natanael de Souza. **Combinatoriality and Music:** compositional usage and the proposal of a book. Thesis (doctor´s degree) – Programa de Pós-graduação em Música da Universidade Federal da Bahia: Salvador: UFBA, 2018, 376pp.

# Abstract


The work embodied here is the outcome of my Ph.D. research based on combinatoriality. My main focus was to present the text "*Introduction to the Combinatoriality*" where the reader will be able to find the most of the relevant information about this technique approached in a clear, simplified and pedagogical way.

The work is divided into 5 chapters, followed by final considerations and 4 Appendices.

In the first one, some general guiding data about this work is presented, such as preliminary information about the combinatoriality, research "challenges", objectives and methodology. In chapter 2 the main papers related to the technique was reviewed. In Chapter 3 the text "*Introduction to the Combinatoriality*" is presented. In the fourth chapter there is a review of 5 relevant books in composition, music theory and analysis whose the authors have given some attention to the combinatoriality. The level of this attention was measured. In chapter 5 there are two brief analysis of two works that I have composed using the technique: "*Axis*" and "*Diptera*". Both scores follow in the same Chapter. In Appendix 1 there is an expanded review of the literature. Some combinatoriality papers were more deeply commented. In Appendix 2 are 2 papers on the topic that I have published. They are followed by the third Appendix where an informal narrative of the facts that led me to this research is presented. Finally in the Appendix 4 are some incomplete items that were suppressed from this thesis version.



**Keywords:** Combinatoriality. Aggregate. Combinatorial Pitch-class Sets. Schoenberg. Babbitt.

# Sumário

# Introdução

Este material é fruto de pesquisa realizada no Programa de Pós-graduação em Música da Universidade Federal da Bahia com período sanduíche no Departamento de Comunicação e Artes da Universidade de Aveiro (Portugal). Ele é aqui apresentado como um dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Música. É o resultado de uma extensa revisão bibliográfica sobre a combinatoriedade cujas principais informações sobre ela encontradas na literatura foram dispostas em forma do texto "*Introdução à combinatoriedade*" e utilizadas como ponto de partida para a composição de duas obras musicais, "*Diptera*" e "*Axis*".

Estes dados são apresentados em 5 capítulos, seguidos das considerações finais, bibliografia e apêndices.

No capítulo 1 estão as informações iniciais que são relevantes para a compreensão deste material: um breve comentário introdutório sobre o estado de arte da combinatoriedade, os principais desafios encontrados relacionados à pesquisa, os objetivos e os procedimentos metodológicos que foram aqui empregados.

No capítulo 2, item 2.1, consta a revisão dos 43 artigos considerados como mais relevantes ao tratarem da técnica. Durante esta revisão ficaram evidentes principalmente: (1) a quantidade elevada de informações importantes para a compreensão da técnica presentes neste nível de literatura; e (2) a alta especificidade e complexidade destas informações no que tange à linguagem matemática empregada, fato que dificulta bastante a sua compreensão[1].

As informações mais significativas que foram coletadas relacionadas à combinatoriedade foram categorizadas em 45 tópicos e 3 chamados níveis de aprofundamento, compondo assim o que chamei de conteúdo ideal, que pode ser visto no item 2.2.

Este conteúdo ideal serviu como base para uma revisão e análises comparativas mais apuradas dos 5 livros-texto de composição, teoria e análise musical que constam no capítulo 3. Foi mensurada a aderência das informações sobre a combinatoriedade contidas nestes livros com relação às informações desse conteúdo ideal. Estas análises serviram para qualificar esses livros no que tange à abordagem da combinatoriedade, cujo resultado pode ser visto no item 3.6. Foram identificados principalmente os tópicos do conteúdo ideal que foram pouco ou

[1] Outros dados sobre esta revisão podem ser vistos no capítulo seguinte, "*Desafios de pesquisa, item 1.2*", e diretamente no capítulo 2.

inconsistentemente abordados neste nível de literatura. Durante esta revisão ficou principalmente evidente a grande diferença no teor das informações presentes nestes livros-texto se comparadas às informações dos artigos (quantidade e qualidade das informações).

A partir da revisão dos artigos, do conteúdo ideal e do resultado da análise comparativa dos livros-texto foi possível a elaboração do texto "*Introdução à combinatoriedade*" presente no capítulo 4. Nele houve a tentativa de uma abordagem abrangente, consistente, transversal e simplificada. Esta consistiu na reunião da maioria das informações sobre a combinatoriedade presentes na literatura em um só livro-texto. Elas foram apresentadas em consonância com as informações vistas nos artigos seminais, no qual o alto teor matemático foi simplificado o quanto possível com o objetivo de uma pronta aplicação prática (pedagógica, compositiva e analítica). Através do "*Introdução à combinatoriedade*" o nível de literatura ao qual pertencem os livros-texto analisados foi suprido com a maioria dos tópicos considerados como pouco ou inconsistentemente lá abordados.

Parte destas informações foi utilizada para a composição das obras "*Axis*" e "*Diptera*", cujos comentários analíticos sobre a combinatoriedade empregada (memorial) e respectivas partituras seguem no capítulo 5.

No apêndice 1 segue uma revisão expandida de alguns artigos comentados no capítulo 2. No apêndice 2 seguem 2 artigos relacionados ao tema que foram por mim publicados. No apêndice 3 segue um texto alternativo no qual explico informalmente o percurso que me conduziu a esta pesquisa.

Relacionado a esta estrutura a presente versão difere-se da apresentada para exame de qualificação. Algumas recomendações dadas pela banca foram acatadas e a principal relaciona-se com a disposição da antiga "*Revisão expandida da literatura*" como um dos apêndices[2]. Houve também a supressão do "*Quadro-resumo da revisão da literatura*" e do "*Guia de termos e conceitos*". Estes seguem no apêndice 4, juntos com a "*Tabela-resumo do corpus combinatorial de Schoenberg*", todos em estado parcial.

[2] Na versão apresentada para exame qualificativo propus a apresentação da revisão da literatura em 3 níveis de profundidade: (1) uma geral, onde os principais pontos sobre a técnica que foram discutidos nos artigos selecionados são comentados, (2) uma revisão expandida, no qual há uma maior profundidade na tratativa destes pontos e (3) um quadro-resumo da revisão, no qual "*highlights*" desta revisão eram apresentados. Na revisão expandida os artigos citados no capítulo 2 não lá constantes não assim estiveram por ter eu optado por interromper este tipo de revisão e partir para a feitura do texto "*Introdução à combinatoriedade*". Apesar disso, creio que a quantidade de artigos revisados mais apuradamente presente no apêndice 1 é suficiente para se ter uma noção geral da gradual transformação da técnica e colaboração coletiva dos autores.

Sobre a "*Revisão expandida*" presente no apêndice 1, esta pode ser considerada como o protótipo do texto "*Introdução à combinatoriedade*", uma vez que o processo de escrita deste último consistiu numa filtragem, categorização e seleção dos elementos mais relevantes para a combinatoriedade cuja grande parte está discutida nesse trecho da tese. Portanto, no atual capítulo 2 está somente contida a (antiga) revisão geral dos artigos considerados seminais para o estudo do tema (item 2.1). Assim, o texto "*Introdução à combinatoriedade"* (capítulo 4) pode ser tido como um segundo nível de profundidade (mais completo e acessível) da revisão dos artigos, podendo ser este tomado por si só como a própria revisão da literatura[3].

Ainda sobre este texto algumas informações presentes em minha dissertação de mestrado "*Rebotes: a combinatoriedade por hexacordes, tetracordes e tricordes fontes combinatoriais absolutos"* (2013) foram reaproveitadas, retificadas - uma vez que uma revisão da literatura mais apurada foi aqui realizada - e consequentemente expandidas.

[3] Apesar da possibilidade de encontrar as mesmas informações em 3 partes da tese creio que seja imprescindível a leitura da "*Revisão expandida"* já que há um nível, apesar da complexidade, muito mais aprofundado de discussão.

# Capítulo 1: sobre a combinatoriedade e a pesquisa (desafios, objetivos e metodologia)

## 1.1 A combinatoriedade: de Schoenberg a Babbitt

A combinatoriedade surgiu de maneira efetiva em 1928 nas composições de Arnold Schoenberg[4]. Ela foi generalizada como técnica composicional principalmente a partir dos escritos de Milton Babbitt[5] que foram publicados entre as décadas de 1950 e 1960.

Em "*Some Aspects of Twelve-Tone Composition*" (1955), Babbitt descreve uma característica presente no início do terceiro movimento do Quarto Quarteto de Cordas Op. 37 de Schoenberg no qual "hexacordes correspondentes de formas da série inversionalmente relacionadas, a um intervalo transposicional específico, não possuem nenhuma nota em comum e, portanto, ocupam o total cromático, criando assim um agregado" (BABBITT, 1955, p. 42)[6].

Esta característica pode ser vista na figura 1. A série por Schoenberg utilizada é derivada do hexacorde semicombinatorial 6-16 (014568). Um novo conjunto de doze classes de notas (chamado por Babbitt de agregado) surge entre o segundo hexacorde da forma da série $O_0$ (em cinza) e o primeiro hexacorde de $RI_8$ (em branco). Estes são também representantes da classe de conjunto 6-16 e estão relacionados pela operação de inversão $T_5I$ que faz com que estes conjuntos se autocomplementem.

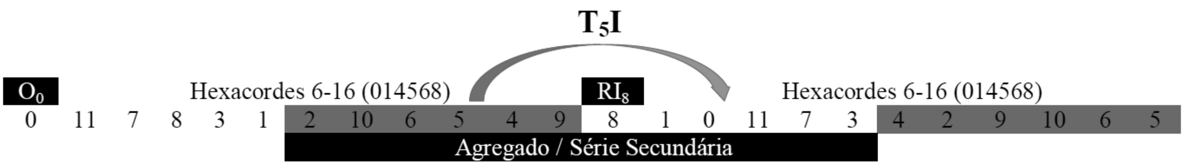



Figura 1 - Formação de agregado no Op. 37 de Schoenberg, compasso 614 - 621

---

[4] Há vestígios de elementos que podem ser considerados como precursores da técnica em obras anteriores do autor (ver casos do Op. 23 N°. 2 no item 3.1 e do Op. 26, no item 3.3).

[5] Milton Byron Babbitt (1916 – 2011). Compositor, teórico e professor norte-americano nascido na Filadélfia.

[6] "[…] *corresponding hexachords of inversionally related forms of the set, at the specific transpositional interval, possess no notes in common, and therefore span the total chromatic, thus creating an 'aggregate'*".

Tal processo de formação de agregados a partir de porções de formas de uma série inversionalmente relacionadas combinadas simultânea ou sucessivamente passou a ser descrito através de termo “combinatoriedade”.

A combinatoriedade surge, portanto, num contexto serial dodecafônico. Apesar da sua relação com o dodecafonismo, a potencialidade da combinatoriedade foi expandida pelo próprio Schoenberg até o fim da carreira. Tal fato deu a ela a autonomia para poder ser considerada uma técnica composicional independente, cujo uso como determinante composicional estende-se a diversos elementos e parâmetros musicais.

Na tabela 1 são elencados cronologicamente: (1) o contexto em que a combinatoriedade surgiu a partir do serialismo dodecafônico, (2) os objetivos iniciais que levaram Schoenberg a desenvolver a técnica, (3) a expansão do seu potencial feita ainda pelo compositor (ver figura 2, Op. 50b), até (4) a publicação de “*Some Aspects of Twelve-Tone Composition*” (BABBITT, 1955), artigo que iniciou e impulsionou as investigações teóricas sobre a técnica.

| Tópicos | Autor(es) | Descrição |
|---|---|---|
| 1 | Schoenberg, Webern e Berg | Estabelecimento e seguimento das premissas iniciais do dodecafonismo[7]; |
| 2 | | A segmentação da série dodecafônica em grupos de 3, 4 e 6 notas e evidenciações particulares destes segmentos com intuitos composicionais diversos[8]; |
| 3 | | A diferenciação dos dodecafonismos de Schoenberg, Webern e Berg; |
| 4 | Schoenberg, Webern e Berg | A gradual descoberta e aproveitamento de propriedades diversas destes conjuntos segmentários da série, principalmente relacionadas à capacidade de automapeamento e autocomplemento destes conjuntos através das operações de transposição e inversão; |
| 5 | | O uso da derivação para a construção de séries a partir de conjuntos que apresentam tais propriedades, principalmente, no caso de Schoenberg, a partir de hexacordes; |

continua

[7] Os postulados do dodecafonismo foram apresentados por um dos pupilos de Schoenberg, Erwin Stein (1926, p. 252): (1) todas as frases contidas dentro de uma composição que usa estes princípios podem ser relacionadas com uma série de doze diferentes notas, as chamadas *Grundgestalt*, ou base de todo o trabalho; (2) com relação à série original de doze notas ou *Grundgestalt*, é irrelevante qual nota é determinada como a inicial, e as doze possíveis transposições são todas consideradas de igual valor. (3) o *Grundgestalt* é considerado válido não somente em sua forma original e suas doze transposições, mas também em sua inversão, retrógrado e inversão do retrógrado da forma original e também das suas doze transposições da inversão: assim haverá 48 versões do *Grundgestalt,* das quais a composição irá derivar.

[8] Schoenberg (1941, p. 117) aponta esta segmentação ao falar que “a série é frequentemente dividida em grupos; por exemplo, em dois grupos de seis notas, três grupos de quatro, ou quatro grupos de três notas. Este agrupamento serve primariamente para fornecer regularidade na distribuição das notas. As notas usadas na melodia são, portanto, separadas daquelas usadas como acompanhamento, como harmonias ou acordes e vozes exigidos pela natureza da instrumentação, pelo instrumento, pelo caráter e por outras circunstâncias de uma peça.”

continuação

| Tópicos | Autor(es) | Descrição |
|---|---|---|
| 6 | | O surgimento da combinatoridade na obra Variações para Orquestra, Op. 31, finalizada por Schoenberg em 1928, a partir do uso de séries derivadas de hexacordes com capacidade de autocomplementação por inversão. A formação de agregados através de hexacordes complementares inversamente relacionados de formas da série distintas, tal como na Figura 1 é tida como solução para a não repetição ou ênfase de classes de notas – um das premissas iniciais do dodecafonismo - quando duas ou mais formas da série são utilizadas sucessiva ou simultaneamente; |
| 7 | Schoenberg | O uso das propriedades combinatoriais das séries como critério para seleção das |
| 8 | | O uso das propriedades combinatoriais das séries para gerenciar a estrutura musical, ou seja, grosso modo, o uso de agrupamentos constando somente formas da série que são parceiras combinatoriais (capazes de formarem agregados entre si) em determinadas sessões de uma obra (regiões combinatoriais); |
| 9 | | O reconhecimento do hexacorde combinatorial como uma unidade melódico-harmônica de construção dodecafônica e a flexibilidade na premissa do ordenamento fixo dentro destas unidades advinda do reconhecimento de que suas propriedades combinatoriais permaneceriam inalteradas caso seus conteúdos internos fossem permutados. Esta flexibilidade melhor viabiliza o uso de outras sistematizações concomitantes à combinatoriedade (ver Figura 2); |
| 10 | Schoenberg | A evidenciação simultânea bidimensional de conjuntos combinatoriais de outras cardinalidades, principalmente tricordes e tetracordes (ver Figura 2); |
| 11 | | O conhecimento e domínio das propriedades combinatoriais dos hexacordes[9] (ver Figura 2); |
| 12 | Babbitt | A utilização de conceitos matemáticos (teoria de grupo finito e sistemas formais) para a compreensão e descrição do dodecafonismo - principalmente da parte tangente à combinatoriedade schoenberguiana - por Babbitt em seu escrito não publicado "*The Function of Set Structure in the Twelve-tone System*" (1946); |
| 13 | | A publicação de "*Some Aspects of Twelve-tone Composition*" (BABBITT, 1955), no qual alguns conceitos presentes em "*The Function of Set Structure in the Twelve-tone System*" (1946) encontram-se sumarizados e expandidos[10]; |

Tabela 1 - Dos dodecafonismos de Schoenberg, Webern e Berg à combinatoriedade abordada em Babbitt (1955)

Na figura 2 podemos observar uma breve demonstração da combinatoriedade e do dodecafonismo realizados por Schoenberg em sua última obra composta, o Op. 50*b*, "*De Profundis* (*Psalm 130)*". A obra foi finalizada em 1950, um ano antes de sua morte, e apresenta simultaneamente as características referidas nos tópicos 9, 10 e 11 da tabela 1. Nela

[9] Apesar de ter utilizado hexacordes combinatoriais em outros contextos, nas obras em que formou agrega-gados através da combinatoriedade Schoenberg usou basicamente a combinatoriedade hexacordal inversional. Além disso, ele geralmente não se utilizou de todos os níveis transposicionais através dos quais estes conjuntos seriam capazes de se autocomplementarem por inversão, dando preferência inicialmente ao intervalo de 5º J. Somente em seu Op. 50b, última obra composta pelo autor, é que ele usa todos os dois pontos de inversão disponíveis para o autocomplemento do hexacorde absoluto 6-7 (012678) de segunda ordem (ver fig. 2). No rascunho da seu Op. 50c (não finalizada) Schoenberg demonstra também estar ciente dos 3 níveis transpositivos através dos quais o hexacorde combinatorial absoluto de terceira ordem 6-20 (014589) poderia se autocomplementar por inversão. Tal fato demonstra que aos poucos Schoenberg estava extraindo todas as capacidades combinatoriais dos conjuntos por ele utilizados.

[10] Parte do conteúdo de "*The Function*" (1946) também se encontra sumarizado em outros dois curtos artigos feitos por Babbitt, as revisões dos escritos de René Leibowitz "*Schoenberg et son école; Qu´est ce que la musique de douze sons?"*, ambos de 1950.

observamos o primeiro agregado formado pelos dois primeiros hexacordes de duas formas da série que são dispostas simultaneamente. Os conjuntos são versões complementares do hexacorde combinatorial absoluto 6-7 (012678), de segunda ordem. As duas formas da série $O_3$ e $I_6$ estão relacionadas por combinatoriedade inversional [11]. Diante de flexibilidades no ordenamento, os hexacordes são dispostos de maneira que as quatro porções tricordais (horizontais), duas pertencentes a cada um dos hexacordes, se encontram sobrepostas, neste caso, todos pertencentes à classe de conjunto 3-1 (012), um tricorde combinatorial absoluto de primeira ordem. Devido a esta disposição, três tetracordes são formados verticalmente, dois representantes do tetracorde semicombinatorial 4-14 (0347) nas extremidades e o tetracorde combinatorial absoluto 4-28 (0369) no centro. Paralelamente à combinatoriedade e através da condução de vozes, Schoenberg encadeia acordes segundo princípios "tonais". Se considerarmos o primeiro tetracorde representante de 4-14 como um acorde de Dó Sustenido cujo modo é ambíguo, ao mesmo tempo maior e menor - uma espécie intenção bitonal - e o mesmo para o outro representante de 4-14, neste caso o acorde de Sol (também de modo ambíguo) na primeira inversão, o acorde central - o tetracorde 4-28, a tétrade diminuta - poderia servir ao mesmo tempo como acorde de $vii^{o7}$ (B#$^{o}$7) do Dó Sustenido e como $vii^{o}{}^{4}_{3}$ (F#$^{o}$/C) do Sol. Entre eles a tétrade diminuta proporcionaria então uma espécie de modulação.

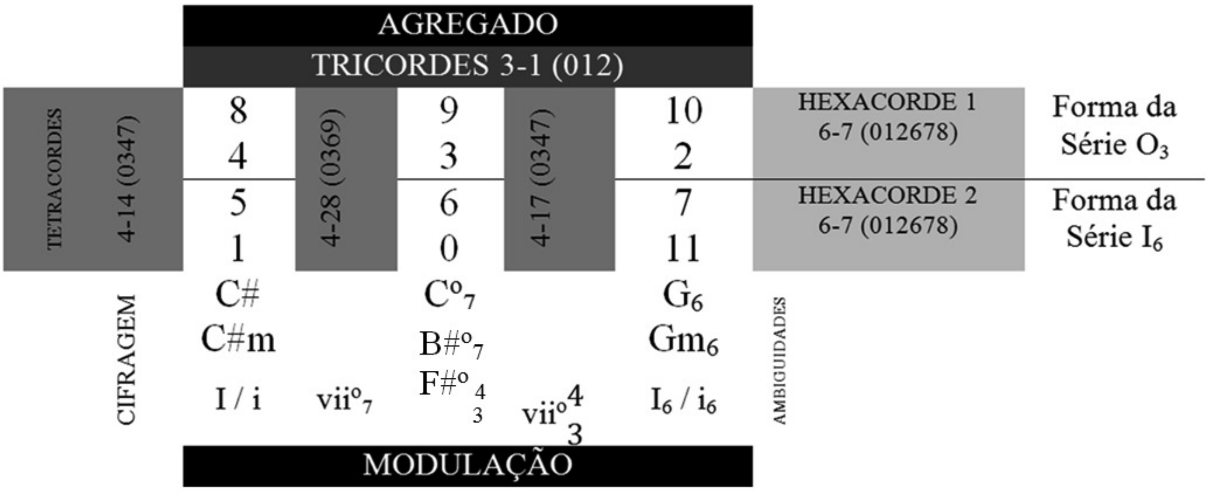


Figura 2 - Interpenetração do Vertical com o Horizontal no Op. 50b de Schoenberg

A partir da publicação do artigo de Babbitt, "*Some Aspects of Twelve-tone Composition*", em Junho de 1955, na *"The Score and International Music Association*

[11] A série básica utilizada por Schoenberg na obra é $O_3$ [3, 9, 8, 4, 2, 10, 7, 11, 0, 6, 5 1]. A forma da série que é disposta simultaneamente a ela é $I_6$ [6, 0, 1, 5, 7, 11, 2, 10, 9, 3, 4, 8]. O trecho presente na Figura 2 corresponde ao compasso 48 do seu Op. 50*b*.

*(I.M.A.) Magazine"*, em Londres, todos estes elementos passaram a ser sistematicamente investigados e documentados e as potencialidades da técnica foram ainda mais expandidas tanto por escritos e composições do próprio autor, como através de escritos de outros autores, dos quais se destacam Perle (1957; 1963), Lewin (1959; 1960), Rochberg (1959), Martino (1961), Forte (1964, 1972), Star e Morris (1977, 1978), Starr (1978), Morris (1982), dentre outros.

## 1.2 Desafios de pesquisa

Durante a realização de uma revisão bibliográfica preliminar sobre a combinatoriedade foram identificados alguns elementos que de alguma forma contribuíram negativamente para que a combinatoriedade pudesse ser mais bem compreendida. Considerei estes elementos como desafios de pesquisa. Alguns destes desafios seguem na tabela 2.

| Tópicos | Abordagem da Combinatoriedade em Artigos |
|---|---|
| 1 | Alto grau de complexidade - principalmente relacionada à linguagem matemática avançada utilizada (teoria de grupo finito e sistemas formais) - presente nos artigos que fazem parte do arcabouço teórico da atual pesquisa. Tal fato dificulta muito o entendimento do conteúdo tornando-o muitas vezes inacessível, principalmente para o leitor não familiarizado com o tipo de abordagem. |
| 2 | Divergências entre a linguagem matemática utilizada por alguns autores nestes artigos. |
| 3 | Um enfoque majoritário dos autores nos princípios de funcionamento do sistema dodecafônico (e consequentemente da combinatoriedade) sob o ponto de vista analítico, através do fornecimento contínuo de dados diversos sobre o mesmo, esgotando e expandindo abstratamente suas potencialidades sem uma preocupação mais nítida em fornecer uma aplicabilidade composicional ou didática. |
| 4 | Necessidade de padronizações e diferenciações terminológicas. |
| 5 | Inconsistências relacionadas a alguns conceitos tangentes à combinatoriedade, dentre os quais se destaca a ausência de um conceito de combinatoriedade que seja capaz de abranger todas as possibilidades de utilização da técnica. |
| 6 | Classificação limitada dos tipos de combinatoriedade no que diz respeito a todas as variantes envolvidas no processo de construção de agregados. |
| 7 | A presença de poucas análises composicionais, muitas vezes limitadas a um escopo extremamente reduzido de obras. |
| 8 | O uso limitado de exemplos musicais, com preferência ao uso de notação abstrata alicerçada em números inteiros em detrimento da apresentação de partituras. |
| 9 | Grande diferença entre o teor das informações presentes nos artigos que foram considerados como referenciais teóricos básicos para a compreensão da combinatoriedade e o teor das informações contidas em alguns livros-texto de teoria, análise e composição musical nos quais a combinatoriedade é abordada. |

Tabela 2 – Desafios de pesquisa encontrados durante revisão da literatura sobre a combinatoriedade.

Tais desafios e o desejo de expandir as investigações acerca da combinatoriedade iniciadas em Ourives (2013)[12] fomentaram a realização deste doutoramento.

[12] Em Ourives (2013) podem ser encontradas informações sobre uma parte do estudo da combinatoriedade, mais especificamente ao uso da combinatoriedade para a construção de regiões combinatoriais e agregados de doze classes de notas a partir de três representantes dos seus possíveis particionamentos em partes iguais ($6^2$), ($4^3$) e

Dentre os pontos citados na Tabela 2, a busca por uma solução para o que foi dito no tópico 9 tornou-se o principal foco da atual pesquisa. Isto se deu principalmente devido aos fatores apresentados na Tabela 3.

Com a ampliação do arcabouço teórico a diferença entre o cunho do conteúdo presente nestes artigos e o de alguns livros-texto que tratam da combinatoriedade - principalmente os que foram aqui selecionados para análise comparativa - se tornou ainda mais evidente.

| Tópicos | Abordagem da Combinatoriedade em Livros-texto |
|---|---|
| 1 | Parte dos problemas apresentadas nos artigos referenciais para o estudo da combinatoriedade - relativos aos tópicos 1 ao 8 da Tabela 2 - encontram-se, em maior ou menor nível, também em alguns livros-texto de teoria, análise e composição musical que tratam da técnica, principalmente nos que foram selecionados na presente pesquisa para análise comparativa. Tal fato se dá principalmente por serem esses artigos a bibliografia utilizada pelos autores destes livros-texto para elaborá-los. |
| 2 | A maioria dos livros-texto que tratam sobre a técnica - muitos deles voltados para a Música Dodecafônica, como é o caso de Perle (1981), para a Música do Século XX, a exemplo de Cope (1981) e Kostka (2006), à Música Atonal, do qual trata Forte (1977), e à Teoria Pós-tonal, que é abordada sob o ponto de vista introdutório por Straus (2013) - por não objetivarem um tratamento exclusivo à técnica, apresentam somente seus aspectos gerais. Portanto, geralmente pouco espaço e atenção a certas especificidades relacionadas à combinatoriedade são dados pelos seus autores, havendo, por exemplo, em maior ou menor nível, a ausência de termos e conceitos básicos presentes nos artigos seminais para o estudo do tema que poderiam colaborar para a sua melhor compreensão. Quando há a presença destes últimos, alguns se dão de forma inconsistente. Destaca-se também a pouca diversidade de processos relacionados à construção de agregados (geralmente há um enfoque majoritário dos autores na combinatoriedade hexacordal inversional e serial dodecafônica schoenberguiana), dentre outros fatores (ver capítulo 3). |
| 3 | Poucos são os livros-texto que tratam da combinatoriedade publicados em (ou traduzidos para a) língua portuguesa[13]. A ampliação deste escopo ampliaria por sua vez as possibilidades de uma melhor difusão e compreensão da técnica, principalmente por parte de estudantes, compositores e/ou pesquisadores de países cujo português é a língua nativa. |
| 4 | Tais livros-texto provavelmente são as primeiras (e talvez) únicas fontes de contato de estudantes, compositores e/ou pesquisadores com a combinatoriedade, sobretudo devido a uma maior facilidade de acesso ao seu conteúdo. Tal facilidade de acesso relaciona-se, dentre outros fatores, com uma maior probabilidade de uso de alguns destes livros-texto como materiais de suporte didático em cursos de composição nos níveis de graduação e pós-graduação, em detrimento ao uso destes artigos referenciais. Isto se dá geralmente por terem estes primeiros - a depender dos seus objetivos específicos - uma linguagem mais simplificada, contendo também muitas vezes, em maior a menor quantidade, certos artifícios que viabilizam a compreensão e aplicação prática (pedagógica, analítica e composicional) do conteúdo apresentado. |
| 5 | Com base no que foi dito nos tópicos 1 ao 4 anteriores é inferível que o contato destes estudantes, compositores e/ou pesquisadores com a combinatoriedade através destas fontes pode conduzi-los a uma má compreensão do potencial de aplicabilidade da técnica. |

Tabela 3 – Pontos observados na combinatoriedade abordada em alguns livros-texto de composição, teoria e análise musical.

($3^4$), cujas partes integrantes são conjuntos com capacidades combinatoriais expandidas - portanto, hexacordes, tetracordes e tricordes combinatoriais absolutos. Nesta pesquisa somente as operações T, I, R e RI foram aplicadas a tais conjuntos para a construção de agregados dodecafônicos. Por fim, a combinatoriedade absoluta, principalmente a tipo hexacordal, foi abordada na obra Rebotes.

[13] Dentre eles destaca-se a recém-publicada tradução feita por Bordini (2013) da terceira edição do "*Introdução à Teoria Pós-tonal*", J. N. Straus.

Diante dessa problemática surgiram os seguintes questionamentos:

● Como é tratada a combinatoriedade nos artigos seminais para o estudo do tema e nos principais livros-textos de composição, teoria e análise musical nos quais a técnica é abordada? Mais especificamente, quais são os pontos da técnica que são abordados em cada um destes artigos e livros-texto e quais os principais problemas de abordagem neles presentes (ex.: as principais divergências de conteúdo entre estes artigos, entre os artigos e os livros-texto, e entre os livros-texto elencados)?

● Como abordar a combinatoriedade através de um texto exclusivo voltado ao tema cujo conteúdo seja ao mesmo tempo condizente com o que está presente nos artigos seminais, de fácil compreensão, abrangendo as informações mais relevantes encontradas e suprindo por sua vez o nível de literatura ao qual pertence os livro-textos selecionados com os tópicos pouco ou inconsistentemente neles abordados?

## 1.3 Objetivos

### 1.3.1 Objetivo geral

Como resposta aos questionamentos anteriores, tornou-se o objetivo principal da presente pesquisa:

● A elaboração de um texto em português reunindo as principais informações relacionadas à combinatoriedade, abordando-a de maneira transversal, universal e de fácil compreensão, no qual alguns procedimentos a ela relacionados serão exemplificados através da composição de um grupo de obras.

### 1.3.2 Objetivos específicos

Para alcançar o objetivo central, se darão os seguintes objetivos secundários:

● A seleção de artigos que possam ser considerados como fundamentais para o estudo do tema e que tratam, tanto exclusivamente sobre a técnica, quanto de assuntos a ela relacionados;

● A apresentação simplificada do conteúdo dos artigos seminais com probabilidade de proporcionarem maiores dificuldades de compreensão, sobretudo no que diz respeito ao cunho da linguagem matemática porventura utilizada, principalmente para leitores pouco familiarizados com tal tipo de abordagem;

● A seleção de um grupo de livros-texto de composição, análise e teoria musical de reconhecida relevância que tratam da combinatoriedade e assuntos a ela relacionados;

● A apresentação de uma revisão crítica comparada da literatura sobre a combinatoriedade, discutindo as abordagens encontradas tanto nos artigos, quanto nos livros-texto elencados que tratam sobre o tema;

● A coleta na literatura, analise e demonstração - através de exemplos de autores expoentes no uso da técnica e de exemplos próprios extraídos das obras compostas durante a presente pesquisa - de processos e aplicações composicionais mais relevantes relacionados à combinatoriedade;

● A elaboração de um memorial no qual o uso da combinatoriedade nas obras compostas durante a presente pesquisa será demonstrado;

## 1.4 Procedimentos metodológicos

A metodologia aqui utilizada constou de 6 etapas progressivas.

### 1.4.1 Etapa 1: elaboração da fundamentação teórica

O objetivo dessa etapa inicial foi mostrar o estado de arte sobre o tema, salientando as diferentes formas de abordagem numa análise crítica, sendo fundamental para a execução das etapas seguintes. Ela se deu através da análise dos artigos seminais para o estudo da combinatoriedade que foram assim considerados com base no grau de tangência, relevância e consistência do conteúdo apresentado.

A revisão destes artigos segue apresentada da seguinte maneira:

● Revisão geral dos artigos tangentes à combinatoriedade (apresentada item 2.1): aborda de forma abrangente o tema, apontando as contribuições de cada autor em seus respectivos escritos.

● Revisão expandida dos artigos tangentes à combinatoriedade (apresentada no apêndice 1): aborda detalhadamente alguns dos artigos selecionados. Seus conteúdos foram simplificados quando necessário, podendo ser, para leitores menos familiarizados com a abordagem matemática presente em alguns destes escritos, uma fonte alternativa para acesso às suas informações.

### 1.4.2 Etapa 2: elaboração do conteúdo ideal

Consistiu na coleta das informações mais relevantes sobre a combinatoriedade presentes nos artigos selecionados que são capazes de oferecer uma compreensão mais consistente e abrangente da técnica. Um aproximado deste conteúdo está presente no apêndice 1.

### 1.4.3 Etapa 3: categorização do conteúdo ideal

As informações do conteúdo ideal foram categorizadas em dois níveis. O primeiro consistiu no agrupamento destas informações em tópicos (indicadores) e o segundo numa classificação através do que chamei de níveis de aprofundamento de conteúdo: elementar, complementar e suplementar. Estas categorizações podem ser mais bem observadas no item 2.2. Elas foram úteis para uma melhor realização das etapas seguintes.

### 1.4.4 Etapa 4: avaliação da aderência do conteúdo dos livros-texto ao conteúdo ideal

Cada um dos tópicos do conteúdo ideal serviu tanto como ponto de partida para a revisão dos livros quanto como indicadores para mensurar o nível de aderência a este conteúdo (quantidade e qualidade das informações aderidas):

● Aderência total: "*tag*" atribuída quando um tópico do conteúdo ideal foi abordado num dado livro de maneira consistente e com relativo aprofundamento de informações.

●Aderência parcial: quando estas informações se deram de maneira mais superficial.

●Ausência de aderência: quando houve a falta ou a inconsistência nas informações apresentadas.

Estes níveis de aderência cruzados com a categorização dos tópicos do conteúdo ideal em níveis de aprofundamento (elementar, complementar e suplementar) serviram para uma avaliação mais precisa de conteúdo. Isto permitiu por sua vez uma classificação dos livros no que diz respeito à abordagem da combinatoriedade, deixando também mais claro quais os pontos que deveriam receber mais atenção durante a construção do texto "*Introdução à combinatoriedade*".

O resultado desta etapa pode ser visto no capítulo 3.

### 1.4.5 Etapa 5: elaboração do texto "*Introdução à Combinatoriedade*"

Nesta fase houve a escrita do texto "*Introdução à Combinatoriedade*" presente no capítulo 4. Ela consistiu basicamente na disposição simplificada de grande parte das informações do conteúdo ideal. A subdivisão destas informações em tópicos tal como foi feita na etapa 3 e os pontos considerados como pouco aderidos nos livros observados durante da etapa 4 serviram como ponto de partida para a realização desta etapa.

### 1.4.6 Etapa 6: composição de obras musicais e memorial

Nesta etapa houve a composição de obras baseadas em elementos da combinatoriedade que foram vistos na literatura. Posteriormente foi elaborado um memorial através do qual processos compositivos relacionados à técnica presente em tais obras foram apontados. Memorial e partituras das obras seguem no capítulo 5.

# Capítulo 2: revisão dos artigos tangentes à combinatoriedade e o conteúdo ideal

Devido as suas relevâncias ao tratarem da combinatoriedade ou assuntos correlatos mais próximos a ela, compõem a fundamentação teórica da presente pesquisa um total de 43 artigos selecionados com base num recorte cronológico entre 1941 e 2015 (ver tabela 4).

| Ano | Nome | Autor(es) |
|---|---|---|
| 1941 | *Composition with Twelve-tones* | Arnold Schoenberg |
| 1955 | *Some aspects of twelve-tone composition* | Milton Babbitt |
| 1957 | *Review: George Rochberg. The hexachord and its relation to the 12-tone row.* | George Perle |
| 1959 | *The Harmonic Tendency of the Hexachord* | George Rochberg |
| 1959 | *Re:Intervallic Relations between Two Collections of Notes* | David Lewin |
| 1960 | *Re: The Intervallic Content of a Collection of Notes, Intervallic Relations between a Collection of Notes and Its Complement: An Application to Schoenberg´s Hexachordal Pieces* | David Lewin |
| 1960 | *Twelve-tone invariants as compositional determinants* | Milton Babbitt |
| 1961 | *Set Structure as a Compositional Determinant'* | Milton Babbitt |
| 1961 | *The Source Set and its Aggregate Formations* | Donald Martino |
| 1962 | *A Theory of Segmental Association in Twelve-Tone Music* | David Lewin |
| 1962 | *Twelve-tone rhythmic structure and the electronic medium* | Milton Babbitt |
| 1962 | *A Method for Finding Symmetrical Hexachords in Serial Form* | John Verral |
| 1963 | *Babbitt, Lewin, and Schoenberg: A Critique* | G. Perle, M. Babbitt |
| 1964 | *A Theory of Set-Complexes for Music* | Allen Forte |
| 1965 | *Pitch-Set Equivalence and Inclusion (A Comment on Forte's Theory of Set-Complexes)* | John Clough |
| 1965 | *The domain and relations of set-complex theory* | Allen Forte |
| 1965 | *Some combinational properties of pitch structures* | Hubert S. Howe Jr. |
| 1966 | *Some uses of mathematical concepts in theories of music* | John Rothgeb |
| 1967 | *A Study of Hexachord Levels in Schoenberg's Violin Fantasy* | David Lewin |
| 1967 | *Some Ordering Relationships in the Twelve-Tone System* | John Rothgeb |
| 1972 | *Sets and Nonsets in Schoenberg's Atonal Music* | Allen Forte |
| 1973 | *Since Schoenberg* | Milton Babbitt |
| 1974 | *The Structure of All-interval series* | Robert Morris e Daniel Starr |
| 1976 | *Segmental Invariance and the Twelve-Tone System* | David Beach |
| 1976 | *Some aspects of aggregate composition* | Richard Swift |
| 1977 | *A General Theory of Combinatoriality and the Aggregate (Part 1)* | Daniel Starr e Robert Morris |
| 1977 | *On the Generation of Multiple-Order-Function Twelve-Tone Rows* | Robert Morris |

continua

continuação

| Ano | Nome | Autor(es) |
|---|---|---|
| 1978 | *A General Theory of Combinatoriality and the Aggregate (Part 2)* | Daniel Starr e Robert Morris |
| 1978 | *Sets, Invariance and Partitions* | Daniel Starr |
| 1982 | *Combinatoriality without the Aggregate* | Robert Morris |
| 1984 | *Derivation and polyphony* | Daniel Starr |
| 1985 | *Set-type Saturation Among Twelve-tone rows* | Robert Morris |
| 1985 | *Large-scale strategy in Arnold Schoenberg's twelve-tone music* | Andrew Mead |
| 1986 | *The Architecture of a Superarray Composition: Milton Babbitt´s String Quartet No. 5* | William E. Lake |
| 1988 | *The Even Partitions in Twelve-Tone Music* | Robert Morris e Brian Alegant |
| 1991 | *Properties and Generability of Transpositionally Invariant Sets* | Richard Cohn |
| 1997 | *Listening Strategies and Hexachordal Combinatorial 'Functions' in Schoenberg's Op. 23 No. 4* | David Lefkowitz |
| 1997 | *Babbitt and Stravinsky under Serial "Regime"* | Joseph N. Straus |
| 2003 | *Combinatorial space in nineteenth-and early twentieth-century music theory* | Catherine Nolan |
| 2007 | *Mathematics and the Twelve-Tone System: Past , Present,and Future* | Robert Morris |
| 2015 | *Geometric Proofs of the Complementary Chords Theorems* | Brian McCartin |

Tabela 4 - Artigos selecionados para revisão bibliográfica que tratam da combinatoriedade

## 2.1 Revisão dos artigos

A combinatoriedade, tal como observada nas obras de Schoenberg, inicialmente esteve mais vinculada à formação de agregados de doze classes de notas entre porções hexacordais de formas de uma série dodecafônica dispostas simultânea ou sucessivamente e relacionadas geralmente por inversão.

O próprio Schoenberg, no único escrito em que fala do seu "*Method of Composing with Twelve Tones Which are Related Only with One Another",* a palestra de 1941 posteriormente compilada no livro "*Style and Ideia"* (1950), "*Composition with Twelve Tone",* já menciona um processo de formação de agregados semelhante ao acima descrito:

> Posteriormente, especialmente em trabalhos de maiores dimensões, eu mudei a minha ideia original, se necessário, para se adequar às seguintes condições: a inversão uma quinta abaixo das primeiras seis notas, o antecedente, deve não produzir repetição de nenhuma destas seis notas, mas deve produzir os outros seis tons até agora não utilizados da escala cromática. Portanto, o consequente da série

> básica, da sétima à décima segunda nota, compreendem as notas dessa inversão, mas, obviamente, numa diferente ordem[14]. (SCHOENBERG, 1941, p. 116).

Neste mesmo escrito, tratando a respeito da necessidade de se utilizar mais vozes numa obra orquestral em comparação a combinações menores, o autor critica o recurso utilizado por compositores que, por preferirem lidar com um menor número de vozes, efetuam o dobramento delas em muitos instrumentos ou em oitavas. Para o compositor tal fato quebra ou dobra a harmonia, algumas vezes obscurecendo a presença de um conteúdo, outras fazendo sua ausência clara. Ele então defende o ato de se evitar o dobramento em oitavas para que estes problemas sejam por sua vez evitados, apresentando a descrição do que foi posteriormente chamado de "combinatoriedade" por Babbitt como solução na sua primeira obra dodecafônica de larga escala, as "*Variações para Orquestra*", Op. 31 (1928).

Schoenberg utiliza semelhante processo de 1928 até um ano antes do seu falecimento, 1950. Há traços da técnica com propostas mais maduras de utilização no esboço de sua incompleta Op. 50*c*, "*Modern Psalm".*

Milton Babbitt trata pela primeira vez desta prática schoenberguiana em seu escrito não publicado *"The Function of Set Structure in the Twelve-tone System"* (1946), que teve seu conteúdo sumarizado e expandido em outros três artigos posteriores desta vez publicados: as breves revisões dos escritos de René Leibowitz "*Schoenberg et son école"; "Qu´est ce que la musique de douze sons?",* ambos de 1950 - nos quais, segundo Whitall (2008), o termo "*Combinatorial*" é utilizado pela primeira vez - e o seu importante artigo *"Some Aspects of Twelve-tone Composition",* publicado em 1955.

Neste último artigo, Babbitt apresenta uma quantidade significante de termos, conceitos e ideias relacionadas à combinatoriedade que, devido à importância para a sua generalização como técnica composicional, merecem ser aqui apontados:

| Tópicos | Termos, conceitos ou ideias relacionadas à combinatoriedade |
|---|---|
| 1 | A descrição da combinatoriedade tendo como base para exemplificação os compassos iniciais do terceiro movimento do Quarto Quarteto de Cordas Op. 37 de Schoenberg (visto Figura 1). |

continua

[14] *"Later, especially in larger works, I changed my original idea, if necessary, to fit the following conditions: the inversion a fifth below of the first six tones, the antecedent, should not produce a repetition of one of these six tones, but should bring forth the hitherto unused six tones of the chromatic scale. Thus, the consequent of the basic set, the tones 7 to 12, comprises the tones, of this inversion, but, of course, in a different order."*

continuação

| Tópicos | Termos, conceitos ou ideias relacionadas à combinatoriedade |
|---|---|
| 2 | Ainda tratando-se do Op. 37, paralelamente à formação de agregados e como forma também de evidenciá-los, apresenta alguns exemplos do que chamou de técnicas de continuidade local e associação[15]. |
| 3 | Considera semelhante processo de formação de agregados como uma base de progressão ao invés de uma mera sucessão de formas de uma série dodecafônica |
| 4 | Distingue e nomeia os produtos referentes às duas possibilidades de formação de agregados no que diz respeito a uma possível obtenção de ordenamento dos mesmos: agregado e série secundária[16] |
| 5 | Apresenta, ainda que superficialmente, os importantes conceitos de semicombinatoriedade e combinatoriedade absoluta[17]. |
| 6 | A partir da flexibilidade de ordenamento feito por Schoenberg (Op. 45 e 50*b*), apresenta as séries e conjuntos fontes combinatoriais absolutos e seus conceitos[18]. |
| 7 | Classifica cada uma destas séries/conjuntos quanto ao que chamou de ordem, "uma das possíveis bases de similaridade e dissimilaridade entre elas", através do qual é observada a quantidade de intervalos transposicionais em que estas são capazes de se relacionar combinatorialmente, o que pode ser aproximadamente considerado como o grau de combinatoriedade apresentado por cada uma destas séries[19] |
| 8 | Apresenta uma relação entre a ordem destes conjuntos e seu conteúdo intervalar[20]. |
| 9 | Aponta outra importante aplicabilidade destas séries fontes onde são capazes de atuar em níveis estruturais: as áreas ou regiões combinatoriais. |

continua

[15] Como uma categorização do que chamou de "técnicas de associação e continuidade local" Babbitt apresenta os conceitos de "exploração de adjacências ordenadas", "delinearização", "preparação e associação intervalar", "progressão motívica" e "orquestração funcional", todos eles exemplificados (de maneira literal) durante o artigo (p. 41 e 42) a partir de trechos do Op. 37 de Schoenberg.

[16] A série secundária pode ser conceituada, grosso modo, como uma espécie de "agregado serial", já que nela é possível se obter um ordenamento (tal como na Figura 1).

[17] Um conjunto é dito ser combinatorial absoluto quando apresenta simultaneamente as capacidades de autocomplementação por transposição e inversão (combinatoriedade original e inversional respectivamente) e automapeamento por transposição e inversão (combinatoriedades retrógrada e retrógrado inversional). É dito semicombinatorial se não possuir todas estas propriedades simultaneamente. Este conceito somente é apresentado com este nível de detalhamento em Babbitt (1961).

[18] Babbitt apresenta as seis séries fontes combinatoriais absolutas hexacordais que são baseadas, cada uma, em um dos seis hexacordes fontes combinatoriais absolutos: 6-1 (012345), 6-8 (023457), 6-32 (024579), 6-7 (012678), 6-20 (014589) e 6-35 (02468A). Dois conjuntos de classes de notas (hexacordes) complementares representantes de uma destas classes de conjunto formam uma dada série fonte, a exemplo da formada a partir de dois hexacordes representantes de 6-1 (012345): [0, 1, 2, 3, 4, 5 / 6, 7, 8, 9, 10, 11]. Alterações no ordenamento do conteúdo interno destes hexacordes disjuntos não alteram suas propriedades combinatoriais. Estes conjuntos serão mais bem aprofundados nos demais capítulos.

[19] Quatro ordens são atribuídas às seis séries fontes combinatoriais absolutas hexacordais de Babbitt. As três primeiras, baseadas nos hexacordes combinatoriais absolutos 6-1 (012345), 6-8 (023457) e 6-32 (024579), são ditas de primeira ordem pois seus hexacordes se autocomplemetam e se automapeiam por transposição e inversão em somente um nível transposicional. A quarta, baseada no hexacorde 6-7 (012678) é de segunda ordem, a quinta, baseada em 6-20 (014589), de terceira, e a sexta série, baseada em 6-35 (02468A), de quarta ordem. Estas se autocomplemetam e se automapeiam por transposição e inversão em 2, 3 e 6 níveis transposicionais respectivamente.

[20] O autor aponta uma relação inversa através da qual fica subentendido que quanto menor é a variedade intervalar destes hexacordes maior é o seu número de ordem.

continuação

| Tópicos | Termos, conceitos ou ideias relacionadas à combinatoriedade |
|---|---|
| 10 | Demonstra brevemente a possibilidade de mensuramento do grau de movimento ou proximidade entre regiões combinatoriais de uma mesma série e entre regiões combinatoriais de séries distintas (mais precisamente como transformar uma série fonte em outra). |
| 11 | Indica um universo análogo ao que foi exposto baseado nos hexacordes das séries fontes combinatoriais apresentadas aos tetracordes e também tricordes (tetracordes e tricordes fontes combinatoriais absolutos). |
| 12 | Chama a atenção para a importância da derivação "weberniana" aplicada para a combinatoriedade, o que chamei de "derivação combinatorial", através da qual a técnica não é utilizada para a construção da série básica e sim para a construção de "agregados derivados" a partir de porções de formas da série (no caso apresentado por Babbitt, tricordes e tetracordes, além dos hexacordes). |
| 13 | A partir do tópico 12 faz uma breve apresentação de dados referentes à como tricordes (fontes combinatoriais absolutos ou semicombinatoriais) podem gerar séries fontes combinatoriais absolutas hexacordais e, portanto, tornar possível simultaneamente o uso tanto funcional quanto estrutural (através de regiões combinatoriais) de propriedades combinatoriais referentes tanto ao domínio dos tricordes quanto ao dos hexacordes. |
| 14 | Apresenta a ideia dos geradores de três, quatro e seis notas, os conceituando como unidades capazes de gerar séries derivadas. |
| 15 | Trata a respeito da estruturação dodecafônica de componentes não relacionados à altura, principalmente um dodecafonismo rítmico, apresentando a sua ideia de série de durações. |
| 16 | Apresenta o dodecafonismo como um sistema e define brevemente a natureza das operações a ele relacionadas (transposição, inversão, retrógrado, retrógrado da inversão). |

Tabela 5 - Tópicos introduzidos e/ou discutidos por Babbitt em "*Some Aspects of Twelve Tone Composition*" (1955)

Cada um destes tópicos tornaram-se norteadores para uma série de investigações posteriores de outros autores, sendo também expandidos posteriormente pelo próprio autor em outros importantes artigos[21].

Após "*Some Aspects of Twelve-tone Composition*" (BABBITT, 1955), Perle (1957) apresenta uma revisão da monografia de Rochberg, "*The hexachord and its relation to the 12-tone row"* (1955), no qual este último trata dos hexacordes combinatoriais schoenberguianos. No artigo Perle aponta algumas lacunas encontradas na monografia de Rochberg, principalmente voltadas à combinatoriedade que foi inicialmente documentada publicamente por Babbitt (1955), apresentando uma série de direções úteis para a presente

[21] Um artigo publicado por mim tratando da importância e influência de "*Some Aspects*" em alguns escritos posteriores pode ser visto no apêndice 2.

pesquisa. Como exemplo temos a relação entre os tropos de Hauer e a combinatoriedade hexacordal inversional schoenberguiana, e a importância dos intervalos verticais ímpares entre hexacordes complementares relacionados por inversão.

O próprio Rochberg (1959), talvez visando preencher as lacunas apontadas em Perle (1957), apresenta um importante artigo no qual trata a respeito do papel dos hexacordes inversivamente simétricos na harmonia dodecafônica. Nele o autor relaciona os tropos de Hauer com as séries dodecafônicas schoenberguianas e as séries fontes de Babbitt, traçando, no que tange à combinatoriedade hexacordal, um importante paralelo entre estes 3 pontos de vista dodecafônicos.

É importante destacar que este artigo possui muitas informações acerca da combinatoriedade feita por Schoenberg em suas obras, no qual constam duas importantes análises dos seus Op. 45 e 50*b*. Nestas obras ele utilizou-se da combinatoriedade com uma maior liberdade de ordenamento, consciência das propriedades combinatoriais e harmônicas dos hexacordes, além da evidenciação simultânea bidimensional de outros conjuntos combinatoriais absolutos.

Lewin posteriormente escreve dois artigos complementares (1959 e 1960). A importância destes artigos reside no fato de que através deles foi pela primeira vez documentada a relação entre alguns conjuntos de mesma cardinalidade não equivalentes que possuem o mesmo conteúdo intervalar. Esta relação foi posteriormente chamada por Forte (1964) de relação-z[22].

Babbitt prossegue com suas publicações acerca da combinatoriedade e de outros tópicos relacionados ao dodecafonismo em seu artigo *"Twelve-tone invariants as compositional determinants (1960)".* Nele o autor caracteriza e distingue o sistema dodecafônico (permutacional) do sistema tonal (combinacional), descreve matematicamente as operações de transposição (T), inversão (I), retrógrado (R) e retrógrado da inversão (RI), e foca-se em certos tipos de invariâncias que surgem em qualquer série dodecafônica ao serem aplicadas operações T e I, nas quais são utilizados níveis transposicionais específicos (*t*´s). Partindo de uma série de possibilidades de se manter invariâncias diádicas entre formas de séries dodecafônicas, Babbitt destaca a estreia relação entre invariâncias segmentais e a

---

[22] Como exemplo, no tangente à combinatoriedade, uma conscientização da relação-z entre conjuntos é útil para a formação de agregados através de hexacordes complementares não equivalentes com poucas propriedades combinatoriais.

combinatoriedade ao afirmar que nelas "há imanente à extensão para o conteúdo fixo dos tricordes, tetracordes, hexacordes, etc., ou, em outras palavras, o conjunto combinatorial"[23]. (BABBITT, 1960, p. 251).

No seu próximo artigo, "*Set Structure as a Compositional Determinant" (1961),* Babbitt estende a investigação feita no escrito anterior focando-se nas invariâncias que podem ser obtidas através das operações T, I, R e/ou RI que são relacionadas à estrutura da série, ou seja, na construção de uma série a partir de subconjuntos propícios à invariância e consequentemente à combinatoriedade.

Inicialmente ele apresenta as condições para a classificação dos diversos tipos de combinatoriedade hexacordais possíveis no que diz respeito às suas capacidades de autocomplemento por transposição e inversão (combinatoriedade original e inversional, respectivamente) e automapeamento por transposição e inversão (combinatoriedades retrógrada e retrógrado-inversional). Tal fato se dá através de uma série de expressões matemáticas.

Posteriormente sugere a investigação da construção de agregados a partir do particionamento de formas da série que sejam diferentes de hexacordes. Como exemplo ele utiliza a série base de sua obra "*Composition for twelve instruments"* (1948), na qual agregados podem ser formados por porções equivalentes de cinco cardinalidades (hexacordes, tetracordes, tricordes, bicordes, e "monocordes") através da sobreposição de diversas formas de sua série base "pluricombinatorial".

Babbitt ainda neste artigo cita a ideia de agregados de cardinalidades maiores e menores que 12, apesar de não demonstrar exemplos: respectivamente os "*weighted*" e "*incomplete aggregates*" (grosso modo, agregados pesados e incompletos).

Partindo destes artigos e de maneira complementar, uma vez que Babbitt trata principalmente de hexacordes, Donald Martino, em seu artigo "*The Source Set and Its Aggregate Formations"* (1961), amplia as investigações sobre a combinatoriedade tratando da formação de agregados também por tetracordes, tricordes e eventualmente por outros conjuntos.

[23] *"there is immanent the extension to the fixed content trichord, tetrachord, hexachord, etc., or, in other words, to the combinatorial set".*

Neste artigo o autor foca-se principalmente nas possibilidades de construção de séries derivadas de um ou mais conjuntos geradores nas quais agregados podem ser formados por particionamento, derivação e simultaneamente por conjuntos de cardinalidades diversas. Estes conjuntos são principalmente hexacordes, tetracordes e tricordes, e a formação de agregados se dá de maneira semelhante à "pluricombinatoriedade" proposta por Babbitt (1961) através em sua obra "*Composition for twelve instruments*". Para tal, Martino ressalta a importância de se ter total conhecimento e controle dos materiais que servirão como base para construção de uma série e dos seus desdobramentos para um ato composicional inteligente. A partir disso, ele demonstra que o uso de tais possibilidades combinatoriais múltiplas numa dada série derivada irá depender dos seus conjuntos geradores e de suas propriedades combinatoriais, das formas da série escolhidas e da forma com que são dispostas, das relações entre os conjuntos geradores da série base e entre os conjuntos geradores dos agregados formados através da sobreposição de formas da série, e da aplicação de certas propriedades.

Uma grande quantidade de informações referentes às possibilidades de formação de agregados através de hexacordes, tetracordes e tricordes são por Martino apresentadas através de sete importantes tabelas. Nelas podemos encontrar todos os hexacordes, tetracordes e tricordes fontes combinatoriais absolutos e semicombinatoriais devidamente distinguidos, seus vetores intervalares, os níveis transposicionais específicos para formação de agregado para cada operação T, I, R e RI aplicadas a estes conjuntos, e principalmente certas relações dentro e entre partições para formar agregados.

Estas relações se encontram no que o autor chamou de mosaicos, nos quais podemos observar as relações entre hexacordes e entre hexacordes e tricordes (p. 229), tetracordes (p.237), tetracordes e tricordes (p. 239 e 261), tricordes e entre tricordes e hexacordes (p. 244 a 256) e entre tricordes e tetracordes (p. 258 a 260).

Martino (1961) também trata brevemente da formação de agregados de 12 classes de notas por pentacordes, bicordes e por divisões outras divisões (desiguais) tais como (1 11) e (2 10), (2 9), (4 8) e (5 7). Neste âmbito apresenta os 9 pentacordes combinatoriais absolutos. Ao fim do artigo o autor expõe um ponto importante da expansão da combinatoriedade que são as ideias da formação de agregados menores que 12 classes de notas (BABBITT, 1961) e do pensamento simultâneo da formação de agregados de diversos tamanhos.

Posteriormente Lewin, em seu artigo *"A Theory of Segmental Association in Twelve–tone Music"*, de 1962, discute sobre diversas possibilidades de associação de conjuntos combinatoriais. Neste artigo podemos ver ainda a associação segmental como uma sistematização concomitante ocorrendo paralelamente à combinatoriedade no Op. 37 de Schoenberg. Lewin também apresenta o seu conceito de "*Nestings*" (nidificação, alinhamento), que consta, grosso modo, num método para encontro de invariâncias segmentais entre duas ou mais formas de uma série dodecafônica.

Babbitt, através de "*Twelve-tone Rhythmic Structure and The Electronic Medium"* (1962), completa a série de 3 importantes artigos complementares através dos quais muitas das lacunas presentes em "*Some Aspects of Twelve Tone Composition*" (1955) foram gradualmente preenchidas e expandidas. Neste artigo o autor apresenta uma investigação das características duracionais do sistema serial dodecafônico partindo da temporalidade nele embutida: a imposição de um ordenamento de classes de notas. Posteriormente o autor apresenta um possível sistema rítmico dodecafônico, um sistema temporal quantitativo no qual os números inteiros representantes das classes de notas são utilizados como valores temporais de duração, o que ele chamou de reinterpretação dos números de classes de notas de modo a assegurar o isomorfismo entre os dois sistemas: o seu "*time-point*". Bastante relevante para a presente pesquisa, encontramos em Babbitt (1962) uma discussão sobre a construção de agregados destes "*time-points"*. A combinatoriedade surge portanto pela primeira vez dissociada do parâmetro altura e atrelada ao parâmetro ritmo.

Verral (1962) apresenta, através de um curto artigo, um método para construção e checagem de séries com propriedades combinatoriais inversionais. Já Perle, com uma contribuição de Babbitt ao fim, em "*Babbitt, Lewin, and Schoenberg: A Critique*" (1963), discute principalmente sobre o papel estrutural da combinatoriedade (áreas ou regiões combinatoriais) no "*Concerto para Violino*" de Schoenberg. Além disso trata a respeito da possibilidade do uso simultâneo de propriedades combinatoriais de conjuntos diferentes de hexacordes na mesma obra.

Allen Forte (1964), paralelamente à apresentação da importância da operação de inclusão e sua relação com a complementação para o desenvolvimento da sua "*Theory of Set Complexes*", apresenta uma série de informações úteis para a compreensão das propriedades dos conjuntos de classes de notas, por sua vez úteis para alguns tipos de combinatoriedade. Neste artigo podemos ver: os conceitos de classes de intervalo, conteúdo intervalar, vetor intervalar, sua correspondência com conjuntos de classes de notas não ordenados, uma tabela com a relação de vetores intervalares de conjuntos complementares expandindo as informações vistas nas tabelas vistas em Martino (1961), a apresentação da relação-z entre estes conjuntos, discussões mais profundas sobre a de equivalência entre conjuntos, e a respeito de operações diferentes das relacionadas à prática dodecafônica (tais como a própria inclusão, em detrimento das comuns operações de T, I, R e RI), além de informações sobre séries de intervalos complementares.

Em seu esforço para dissociar as operações ou relações de inclusão e complementação em sua "*set complex theory*", Forte (1964) traz importantes informações acerca das operações de complementação (entre conjuntos e de intervalos) e autocomplementação, que por sua vez são muito úteis para a combinatoriedade.

Também úteis para a técnica, principalmente tratando-se da combinatoriedade por conjuntos de classes de notas diferentes das cardinalidades 2, 3, 4 e 6, são os "*set complexes*". Uma vez que poucas informações sobre a combinatoriedade por conjuntos de cardinalidade 5, 7, 8, 9 e 11 são apresentadas na literatura, e partindo da ideia (MARTINO, 1961) de que estes conjuntos podem ser particionados em conjuntos combinatoriais absolutos mais usuais (2, 3, 4 e 6) – e portanto 7 pode ser pensado como (4 3) – a relação de inclusão entre conjuntos é combinatorialmente válida. Neste âmbito ele apresenta uma série de tabelas baseadas na relação de inclusão entre conjuntos. Ainda no que tange à combinatoriedade, outro ponto de vista que pode ser inferível a partir dos "*set*" e "*subcomplexes*" de Forte (1964) é a ideia de um conjunto de classe de notas como um agregado de conjuntos ("*imbrication*").

Outro ponto importante neste artigo não só para a combinatoriedade como para a Teoria Pós-tonal em geral é a apresentação de 9 tabelas contendo todas as classes de conjunto entre 2 e 11 classes de notas contendo vetores intervalares e a quantidade de conjuntos de classes de notas de cada classe. Forte apresenta estes conjuntos em forma normal dispondo-os ordenadamente com base nos intervalos entre notas contíguas e lhes atribuindo o que chamou de "*set number*" - posteriormente em Forte (1973) (livro) chamado de "*name*" e que hoje é conhecido como "*Forte number*". Há uma relação de complemento, no que diz respeito à forma com que os conjuntos são apresentados, e o agregado-12 (complementação abstrata). Portanto uma classe de conjunto de *card*-3 tem seu complemento abstrato de *card*-9 apresentado ao lado[24].

[24] Martino (1961) apresenta tabelas com informações de natureza semelhante à apresentada por Forte (1964). Porém, no escrito deste último há uma maior quantidade de conjuntos e informações a eles relacionadas. Muitos apêndices apresentados em livros com Straus (2013), Rahn (1980) e o próprio Forte (1973) são se assemelham à

Clough (1965) discute pontos vistos em Forte (1964) principalmente relacionados à ideia de equivalência de conjuntos: o que Clough considerou como uma das possibilidades de mensuramento do grau de similaridade entre eles e que em Forte são baseados no vetor intervalar e nas relações de transposição e inversão. Discute outros tipos de equivalência de conjuntos não baseados nestas operações apontando assim a diferença entre a relação de equivalência no âmbito musical e matemático. Posteriormente trata da operação de inclusão vista em Forte (1964) discutindo brevemente a ideia de exclusão. Num outro artigo de resposta à Clough Forte (1965) faz esclarecimentos sobre alguns dos pontos levantados pelo autor.

Howe (1965), partindo de Babbitt (1960), trata de diferenciar alguns pontos dos tipos de sistemas combinacional e permutacional, dando enfoque ao primeiro. Uma vez que Babbitt (1960 e 1961) trata de propriedades que surgem a partir de operações T, I, R e RI específicas a qualquer série e posteriormente a partir destas operações aplicadas a séries dodecafônicas com estruturas específicas Howe (1965) foca-se nas propriedades que surgem a partir destas operações e de operações de inclusão (FORTE, 1964) e multiplicação aplicadas a conjuntos de classes de notas.

Rothgeb (1966) faz um levantamento do uso de conceitos matemáticos na teoria musical com um enfoque nos utilizados para investigação da música dodecafônica e atonal. Tratando-se da primeira, inicialmente levanta a discussão do uso "judicioso" de modelos e conceitos matemáticos comparando os achados similares de Babbitt (1960) e Rochberg (1955). O autor ressalta a vantagem obtida por Babbitt ao fazer tal tipo de uso. No que diz respeito à música atonal, posteriormente Rothgeb aponta o sucesso de Forte (1964) com as ideias da avaliação do grau de similaridade entre conjuntos pelos seus vetores intervalares e a sua "*set-complex theory*". Ressalta posteriormente também o sucesso do breve estudo do comportamento de conjuntos sob operações multiplicativas feitas por Howe (1965).

Lewin (1967), ao tratar dos hexacordes utilizados por Schoenberg em sua Fantasia para Violino Op. 47, discute tangencialmente sobre as áreas dodecafônicas ou combinatoriais utilizadas pelo autor na obra.

Babbitt escreve outro importante artigo para combinatoriedade em 1973. Nele um dos pontos mais relevantes apresentados é a sua explícita busca pela máxima diversidade,

---

forma de disposição das informações dos conjuntos vista neste artigo, incluindo aí evidenciação da relação de complemento.

principalmente no que tange à constante expansão progressiva da ideia de agregado. Este sai dos domínios da formação hexacordal semicombinatorial schoenberguiana para a combinatorial absoluta em Babbitt (1955). Posteriormente segue para conjuntos de outras cardinalidades em entre Babbitt (1960 e 1961). Passa depois para a sua formação simultânea por conjuntos de cardinalidades diversas ("pluricombinatoriedade" em "*Composition for Twelve Instruments"*) indo em direção a agregados de cardinalidades diferentes de 12 ao fim de Babbitt (1961). Em Babbitt (1962) o agregado é emancipado das classes de notas ao chegar aos domínios do ritmo (agregados de "*time-point*"). Já em Babbitt (1973) surgem então os vestígios de suas "*trichordal arrays*" (STRAUS, 1997), a ideia de agregados de conjuntos de classes de notas (brevemente citada), seguida da noção de agregados de partições ("*all-partition arrays*"). Há um importante exemplo musical no qual agregados-12 são formados/dispostos em todas as suas 77 partições possíveis através de 12 formas da série inversionalmente relacionadas sobrepostas. Esta nuance de tipos ou classes de agregados posteriormente culmina nos seus "*superarrays*" (LAKE, 1986), um complexo de imbricados e concatenados tipos agregados.

Richard Swift, em "*Some Aspects of Aggregate Composition*", publicado em 1976, trata sobre a formação de agregados de cardinalidades diferentes de 12, de dinâmica e rítmicos. Neste artigo podemos encontrar também algumas importantes análises relacionadas à construção de agregados em algumas obras de Babbitt: "*Composition for Four Instruments*", e "*Philomel"*, na qual o compositor utiliza agregados de "*time-point*".

Em "*Segmental Invariance and the Twelve-Tone System*" (1976) David Beach faz uma larga investigação sobre o automapeamento de conjuntos de diversas cardinalidades. O autor apresenta uma importante tabela que mostra os conjuntos capazes de se automapearem por transposição e inversão (úteis para as combinatoriedades R e RI) bem como os níveis transposicionais em que estes automapeamentos acontecem.

Entre 1977 e 1978 Daniel Starr e Robert Morris juntos escrevem dois importantes artigos complementares dedicados exclusivamente à combinatoriedade: "*A General Theory of Combinatoriality and the Aggregate*" partes 1 e 2. Os autores investigam a formação de agregados de doze classes de notas por partes desiguais (diferentes de hexacordes, tetracordes e tricordes - que dividem a série em partes iguais). Tal fato é feito a partir de operações diversas aplicadas em formas de uma série não limitadas às comuns T, I, R e RI, tal como os ciclos intervalares (principalmente o de quintas). Neste âmbito destacam-se suas matrizes de combinação ("*combination matrices*"), um conjunto de técnicas para construção de agregados a partir de partes desiguais de diversas formas de uma série dodecafônica dispostas simultaneamente, transformadas por operações específicas. Diversos processos de construção de matrizes de combinação podem ser encontrados em ambos os artigos, cuja variedade vai desde a quantidade de formas da série utilizas até o tipo de operação empregada para formação de agregados-12.

Morris (1982) apresenta uma proposta diferente para a ideia de agregado através do que chamou de "combinatoriedade sem agregados"[25]. O autor investiga a formação bidimensional simultânea de uma ou mais classes de conjuntos tal como um agregado-12. Esta ideia distingue-se então da proposta por Babbitt (1961) ("*incomplete aggregates*") e demonstrada ao fim de Martino (1961), no qual um conjunto de classes de notas específico de cardinalidade menor que 12 é tido como agregado referencial. No caso de Morris uma dada classe de conjunto torna-se então este referencial e, guardadas proporções, ao invés de agregados-12 em diversos níveis de estrutura teremos, no mínimo, conjuntos de uma única classe de conjunto. Tal fato mostra que aos poucos, dentro ainda do domínio altura, o agregado foi se emancipando da cardinalidade 12, passando para os agregados menores de conjuntos de classes de notas e chegando ao agregado de classes de conjunto. Morris (1982), tal como fez em seu artigo com Starr (1977 e 1978), apresenta uma série de recursos para construção destes tipos de agregados.

Lake (1986) apresenta um estudo sobre a "*superarray*" utilizada por Babbitt em seu Quarteto de Cordas No. 5. Babbitt utilizava-se em sua combinatoriedade inicial uma única classe de "*array*" por obra, ou seja, havia a formação de agregados de um único tipo, tal como os de classes de notas em Schoenberg. Posteriormente com a  ideia de agregados de "*time-point*" e de partições ("*all-partition arrays*") estiveram disponíveis agregados de outra natureza (classes) para uso concomitante. Portanto uma "*superarray*" consiste no uso simultâneo de duas ou mais "*arrays*" de uma ou mais "*arrays-classes*" (LAKE, 1986, p. 89).

Por fim Morris (2007) faz um apanhado bastante completo sobre a matemática utilizada para compreensão do sistema dodecafônico (termos, conceitos e ferramentas para composição e análise) e que de certa forma reflete também o estado de arte da combinatoriedade.

---

[25] Morris e outros autores consideram o agregado como somente um conjunto de 12 classes de notas. Swift (1976) apresenta a ideia de agregados-*n* onde o *n* é a cardinalidade do conjunto. Daí o seu conceito de combinatoriedade sem agregado e que corresponde a ideia da combinatoriedade com agregados de natureza diferente do dodecafônico.

Ele separa este período de implementação do uso em estágios. O primeiro pré-matemático inicial é a apresentação quase intuitiva das características do sistema dodecafônico baseada então na série como principal elemento, na sua estrutura (ex.: subconjuntos, intervalos, ordenamentos), nas operações T, I, R e RI a ela aplicada e nas propriedades obtidas (ex.: invariâncias, combinatoriedade). Com este foco houve a busca pela criação de séries específicas (ex.: "*all-interval row*" ou série de todos os intervalos) e pela resposta a perguntas como *quais séries realizam isso ou aquilo* (?) e *quantos conjuntos não ordenados existem* (?). O autor aponta que uma falta de descrições formais e modelos adequados limitaram tais respostas e que a intervenção de ferramentas matemáticas ocorreu progressivamente suprindo de certa forma esta limitação.

O primeiro estágio de implantação destas ferramentas consistiu no uso de termos e símbolos matemáticos tal como números para identificar classes de notas, ordenamento, níveis transposicionais, apontando divergências entre autores no período inicial. O segundo foi o uso de conceitos da matemática, lógica, matemática real e ciência computacional, tais como equivalência, relação, invariância e função, apontando que muitas vezes este empréstimo resultou numa terminologia estranha sob o ponto de visto matemático. Posteriormente houve o uso da linguagem da teoria dos conjuntos ainda com confusão terminológica entre autores, como é o caso do termo "*set*" que equivaleu em grande parte dos artigos simultaneamente a séries ("*row*", "*series*") e conjuntos não ordenados. O terceiro estágio foi o uso do raciocínio matemático na teoria musical tal como foi para provar certos teoremas, a exemplo do "*hexachord theorem*" (KASSLER, 1961), "*complement theorem*", esboçado por Hanson (1960), Reneger (1974) e Starr (1978), e provado por Lewin (1987).

A transição do primeiro pro segundo estágio foi auxiliada pelo uso de computadores e os três estágios se deram de maneira sobreposta, já que estava em jogo o nível de "sofisticação matemática" de cada autor. Morris (2007) aponta também, como já tratado como um dos desafios encontrados na presente pesquisa, que alguns tratamentos matemáticos em tópicos seriais permaneceram não entendidos até que a teoria musical como um todo pudesse alcançá-los. Adicionalmente aponta que mesmo alguns livros que foram escritos no período eram também complexos como os artigos e acabaram sendo focados nos estudantes interessados em ir adiante na teoria da matemática musical.

No que tange à teoria da combinatoriedade o autor oferece importantes diretrizes de pesquisa. Inicialmente considera quatro autores expoentes: Babbitt, Martino, Starr e ele mesmo. Como um histórico da técnica, Morris (2007) aponta que esta passou do estudo inicial das propriedades combinatoriais dos conjuntos progressivamente para o processo de criação de matrizes ou arranjos de agregados ("*combinatorials arrays*": "*trichordal arrays*", "*trichordal mosaics*", "*combination matrices*")[26], uma visão da combinatoriedade sem o agregado ("*non-aggregate combinatoriality*"), um estudo das partições do agregado ("*all-partition arrays*"), e de séries com propriedades combinatoriais específicas além das "*all-combinatorial rows*" babbittinianas, tais como a "*multiple-order-function rows*" (MORRIS, 1977), as "*self-deriving array rows*" (STARR, 1985) . Pode ser inferido também através de Morris (2007) que algumas séries foram construídas de maneira a agregar ou saturar elementos diferentes de classes de notas, tais como as "*all-interval rows*", as "*all-trichord rows*", "*all-interval tetrachords*", "*all-trichord hexachord*" e as "*set-type saturated rows*".

## 2.2 O conteúdo ideal: tópicos e níveis de aprofundamento

As informações relacionadas à combinatoriedade presentes nestes artigos foram coletadas e consideradas aqui como o que chamei de conteúdo ideal. Este corresponde ao que poderia ser tido como o todo de informações capazes de oferecer possibilidades de compreensão da técnica em grande parte de sua abrangência e de forma condizente com estas fontes. Estas informações foram agrupadas em tópicos. Estes podem ser vistos na tabela 6.

Na primeira coluna está o número identificador de cada tópico. Na segunda uma breve descrição do mesmo. Na terceira coluna estão, dentro do escopo de artigos levantados na tabela 4, os principais autores/escritos que trataram sobre cada tema de forma exclusiva ou tangencialmente.

| | O conteúdo ideal | Autor / Data |
|---|---|---|
| 1 | O sistema serial dodecafônico | Schoenberg (1941), Babbitt (1960) |
| 2 | A combinatoriedade "clássica" schoenberguiana | Babbitt (1955), Rochberg (1959) |
| 3 | O agregado-12 | Babbitt (1955), Martino (1961) |
| 4 | O agregado-12 combinatorial e a série secundária | Babbitt (1955), Martino (1961), Starr e Morris (1978), |

continua

[26] "*Trichordal arrays*" é uma matriz ou arranjo de criação de Babbitt. "*Trichordal mosaics*" é um termo para descrever matrizes do tipo tricordais utilizado por Martino (1961). "*Combination Matrices*" ou "matrizes combinacionais" é um processo de criação de matrizes combinatoriais de naturezas distintas criado por Starr e Morris (1976). Todas podem ser consideradas como matrizes combinatoriais ("*combinatorial arrays*"), como também são as "*all-partition arrays*", "*superarrays*" (ambas de Babbitt) e as "*self-deriving arrays*" (STARR, 1984).

continuação

| | O conteúdo ideal | Autor / Data |
|---|---|---|
| 5 | A distinção compositiva dos agregados-12 combinatoriais | Babbitt (1955), Martino (1961), Lewin (1962), (Perle, 1963) |
| 6 | Operações e relações entre conjuntos | Babbitt (1960), Lewin (1960, 1961), Forte (1964), Howe (1965) |
| 7 | Particionamento | Martino (1961), Starr (1978), Morris e Alegant (1988), |
| 8 | Concatenação e mistura | Morris (1977), Starr (1984) |
| 9 | Disposições e combinações verticais, horizontais, mistas e oblíquas | Martino (1961), Rothgeb (1967), Morris (1977), Starr (1984) |
| 10 | Derivação comum e derivação combinatorial | Martino (1961), Starr (1984) |
| 11 | Automapeamento total e automapeamento parcial | Babbitt (1961), Lewin (1962), Beach (1976) |
| 12 | Invariâncias | Babbitt (1960, 1961), Lewin (1962), Beach (1976), Starr (1978), Cohn (1981) |
| 13 | Complementação-12, complemento-12, complementação abstrata | Babbitt (1961), Martino (1961), Forte (1964) |
| 14 | Autocomplementação e outros mapeamentos não interseccionados | Babbitt (1961), Martino (1961) Lewin (1962) |
| 15 | Combinação de operações e classes de combinação, combinação transpositiva e combinação inversiva | Martino (1961), Star e Morris (1977, 1978) |
| 16 | Combinatoriedade original ou transpositiva | Babbitt (1961), Martino (1961) |
| 17 | Combinatoriedade inversiva | Babbitt (1961), Martino (1961) |
| 18 | Combinatoriedade retrógrada | Babbitt (1961), Martino (1961) |
| 19 | Combinatoriedade retrógrado-inversional | Babbitt (1961), Martino (1961) |
| 20 | Simultaneidade nas capacidades de automapeamento e autocomplementação | Babbitt (1961), Martino (1961) |
| 21 | Semicombinatoriedade | Babbitt (1955) |
| 22 | Combinatoriedade Absoluta | Babbitt (1955, 1961) |
| 23 | Cardinalidade e equivalência de conjuntos geradores de agregados-12 | Martino (1961), Forte (1964), Morris (1982) |
| 24 | Hexacordes combinatoriais absolutos | Babbitt (1955), Rochberg (1959), Verral (1962) |
| 25 | Tetracordes combinatoriais absolutos | Martino (1961) |
| 26 | Tricordes combinatoriais absolutos | Martino (1961) |
| 27 | Bicordes combinatoriais absolutos, ciclos intervalares e conjuntos cíclicos | Ourives (2017), Forte (1964) |
| 28 | Conjuntos combinatoriais absolutos de outras cardinalidades | Martino (1961), Forte (1973) |
| 29 | Combinatoriedade igual por tetracordes, tricordes e bicordes não equivalentes | Martino (1961) |
| 30 | Combinatoriedade desigual | Martino (1961), Starr e Morris (1977, 1978) |
| 31 | Áreas ou regiões combinatoriais | Babbitt (1955), Perle (1963), Lewin (1967), Mead (1985) |
| 32 | A combinatoriedade madura schoenberguiana | Rochberg (1959), |
| 33 | A pluricombinatoriedade | Martino (1961), Babbitt (1961) |
| 34 | A combinatoriedade babbittiniana 1: séries pluricombinatoriais | Babbitt (1961) |
| 35 | Associações multiparamêtricas em agregados-12 pluricombinatoriais | Lake (1986) |
| 36 | A combinatoriedade babbittiniana 2: "*trichordal arrays*" | Babbitt (1973), Straus (1997) |
| 37 | Outras matrizes combinatórias | Martino (1961), Starr e Morris (1977, 1978), |
| 38 | Agregados parcialmente ordenados e "*self-deriving array rows*" | Starr (1985) |
| 39 | Agregados de classes de notas de outros tamanhos (Agregados-n) | Babbitt (1961), Martino (1961), Swift (1976) |

continua

continuação

| | | |
|---|---|---|
| 40 | A combinatoriedade sem o agregado (agregado de classe de conjunto ou “*cc*”) | Morris (1982) |
| 41 | A combinatoriedade babbittiniana 3: agregados rítmicos (de “*time-point*”) | Babbitt (1962), Swift (1976) |
| 42 | Outros possíveis agregados: classes de conjunto (“*all-trichord rows*”, “*set-type satured rows*” ), contorno, intervalos (“*all-interval rows*”), dinâmica, articulações e timbre. | Swift (1976), Morris e Starr (1974), Morris (1975), Morris (2007) |
| 43 | A combinatoriedade babbittiniana 4: “*array classes*” e “*all-partition array*” | Babbitt (1973), Lake (1986), Morris (2007) |
| 44 | A combinatoriedade babbittiniana 5: “*superarrays*” | Lake (1986) |
| 45 | Teoria da Matemática Musical | Rothgeb (1966), Nolan (2003), Morris (2007), McCartin (2015) |

Tabela 6 - Tópicos do conteúdo ideal e principais autores / escritos.

Posteriormente cada um dos tópicos foi classificado em três categorias ou o que chamei de classes de aprofundamento de conteúdo: elementar, complementar e suplementar (ver tabela 7).

Conteúdos elementares (E) foram considerados os básicos ou necessários para uma compreensão mínima suficiente da técnica. Para isso foi predefinido como elementar o tipo de combinatoriedade feita por Schoenberg no início da prática (no “*Variations*”, Op. 31 ou no Quarto Quarteto de Cordas Op. 37) tal como descrito superficialmente nos itens 4.2.1 e 4.2.2 (tópico 2, M1 ou modelo 1)[27]. Portanto, para compreender esta prática inicial combinatorial de Schoenberg considerei como suficientes algumas informações relacionadas ao sistema dodecafônico (tópico 1), a noção de agregado-12 (tópico 3), operações e relações básicas entre conjuntos (tópico 6), dentre outras que podem ser vistas na tabela.

Foram predefinidas como complementares (C) as informações necessárias para melhor compreender os tipos de combinatoriedade que partem da prática mais madura feita por Schoenberg ao fim da carreira (“*Psalm 130, De Profundis”,* Op. 50*b*) tal como descrito na no item 4.4.3 (M2 ou modelo 2)[28]. Portanto, por exemplo, é recomendado saber, para uma compreensão mais substancial, além das informações elementares, as propriedades combinatoriais de conjuntos de cardinalidades diferentes de hexacordes (tópicos 23 a 27), ao qual estão relacionadas à ideia de pluricombinatoriedade (tópicos 33 e 34), as matrizes tricordais de Babbitt (tópico 36), dentre outros tópicos vistos na tabela.

[27] Esta predefinição partiu também da já comentada recorrência do conceito de combinatoriedade em diversas fontes vinculado única e exclusivamente à esta prática combinatorial schoenberguiana do período correspondente ao início de implantação da técnica. Isto pode ser ratificado na análise comparativa dos livros-texto no capítulo 3.

[28] Um modelo baseado nesta prática pode ser visto no capítulo 4, item 4.4.3 que, comparado ao modelo inicial proposto no item 4.2.2, mostra-se bem mais complexo.

| | O conteúdo ideal | Classes |
|---|---|---|
| 1 | O sistema serial dodecafônico | E |
| 2 | A combinatoriedade "clássica" schoenberguiana | E(M1) |
| 3 | O agregado-12 | E |
| 4 | O agregado-12 combinatorial e a série secundária | C |
| 5 | A distinção compositiva dos agregados-12 combinatoriais | C |
| 6 | Operações e relações entre conjuntos | E |
| 7 | Particionamento | E |
| 8 | Concatenação e mistura | C |
| 9 | Disposições e combinações verticais, horizontais, mistas e oblíquas | C |
| 10 | Derivação comum e derivação combinatorial | E |
| 11 | Automapeamento total e automapeamento parcial | C |
| 12 | Invariâncias | E |
| 13 | Complementação-12, complemento-12, complementação abstrata | E |
| 14 | Autocomplementação e outros mapeamentos não interseccionados | E |
| 15 | Combinação de operações e classes de combinação, combinação transpositiva e combinação inversiva | C |
| 16 | Combinatoriedade original ou transpositiva | E |
| 17 | Combinatoriedade inversiva | E |
| 18 | Combinatoriedade retrógrada | E |
| 19 | Combinatoriedade retrógrado-inversional | E |
| 20 | Simultaneidade nas capacidades de automapeamento e autocomplementação | E |
| 21 | Semicombinatoriedade | E |
| 22 | Combinatoriedade Absoluta | E |
| 23 | Cardinalidade e equivalência de conjuntos geradores de agregados-12 | C |
| 24 | Hexacordes combinatoriais absolutos | E |
| 25 | Tetracordes combinatoriais absolutos | C |
| 26 | Tricordes combinatoriais absolutos | C |
| 27 | Bicordes combinatoriais absolutos, ciclos intervalares e conjuntos cíclicos | C |
| 28 | Conjuntos combinatoriais absolutos de outras cardinalidades | C |
| 29 | Combinatoriedade igual por tetracordes, tricordes e bicordes não equivalentes | C |
| 30 | Combinatoriedade desigual | S |
| 31 | Áreas ou regiões combinatoriais | C |
| 32 | A combinatoriedade madura schoenberguiana | C (M2) |
| 33 | A pluricombinatoriedade | C |
| 34 | A combinatoriedade babbittiniana 1: séries pluricombinatoriais | C |
| 35 | Associações multiparamêtricas em agregados-12 pluricombinatoriais | C |
| 36 | A combinatoriedade babbittiniana 2: "*trichordal arrays*" | C |
| 37 | Outras matrizes combinatórias | S (M3) |
| 38 | Agregados parcialmente ordenados e "*self-deriving array rows*" | S |
| 39 | Agregados de classes de notas de outros tamanhos (Agregados-n) | S |
| 40 | A combinatoriedade sem o agregado (agregado de classe de conjunto ou "*cc*") | S |
| 41 | A combinatoriedade babbittiniana 3: agregados rítmicos (de "*time-point*") | S |
| 42 | Outros possíveis agregados: classes de conjunto ("*all-trichord rows*", "*set-type satured rows*" ), contorno, intervalos ("*all-interval rows*"), dinâmica, articulações e timbre. | S |
| 43 | A combinatoriedade babbittiniana 4: "*array classes*" e "*all-partition array*" | S |
| 44 | A combinatoriedade babbittiniana 5: "*superarrays*" | S |
| 45 | Teoria da Matemática Musical | S |

Tabela 7 - O conteúdo ideal (tópicos e níveis de aprofundamento)

Já os conteúdos suplementares (S) são os que considerei como capazes de ampliar significativamente a compreensão da técnica a tornado mais abrangente e mais próxima do estado de arte da combinatoriedade. Tais conteúdos estão mais relacionados às práticas combinatoriais de Babbitt mais recentes, tais como o uso das "*all-partition arrays*", "*superarrays*", dentre outras informações. O tópico de corte (M3 ou modelo 3) estabelecido foi o tópico 37, “*Outras Matrizes Combinatoriais*”, cujos exemplos são as matrizes combinatoriais que podem ser vistas em Starr e Morris (1977 e 1978) e que estão relacionadas com a combinatoriedade do tipo desigual (tópico 30) e com demais expansões da ideia de agregados (a partir do tópico 39).

A maioria deste conteúdo está desenvolvida no capítulo 4 e uma análise da abordagem da combinatoriedade em 5 livros-texto de composição, teoria e análise musical baseada nestes tópicos categorizados pode ser vista no capítulo seguinte.

# Capítulo 3: a abordagem da combinatoriedade em 5 livros-texto em composição, teoria e análise musical

Neste capítulo apresento uma análise comparativa de alguns livros-texto em composição musical, teoria e análise que tratam de alguma forma da combinatoriedade. As informações de cada um dos tópicos do conteúdo ideal (item 2.2) serviram como ponto de partida para a análise do conteúdo destes livros. Os níveis de aderência a tais informações foram aproximadamente mensurados conforme indicado nos procedimentos metodológicos (item 1.4). Oferecendo uma avaliação mais precisa das informações contidas nestes livros este mensuramento de aderência de conteúdo foi útil para identificar possíveis deficiências no nível literatura ao qual o texto "*Introdução à Combinatoriedade*" proposto no capítulo posterior faz parte. Tal fato contribuiu por sua vez em sua construção e na realização dos objetivos citados no item 1.3.

Os livros selecionados para a análise foram Cope (1997), Perle (1981), Kostka (2006), Forte (1973) e Straus (2013).

## 3.1 "*The Structure of Atonal Music*" (FORTE, 1973)

Allen Forte é um dos autores mais relevantes para o desenvolvimento da teoria pós-tonal. Em seu livro "*The Structure of Atonal Music*" (1973), apesar de não lidar diretamente com a música dodecafônica (como bem ressalta o autor no prefácio do mesmo), podemos encontrar uma série de conceitos básicos da teoria pós-tonal muito úteis e aplicáveis tanto nesta como especificamente na combinatoriedade. Isto se dá principalmente na primeira parte do livro "*Pitch-class Sets and Relations*". Estes conceitos são apresentados como base para a compreensão do que apresentará na parte 2 do seu livro, sua "*Set-Complexes Theory*" (FORTE, 1964).

O conteúdo presente em Forte se relaciona com os tópicos 3, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 22, 23, 24, 31 e 42 (tabela 9) e talvez aparentemente ele seja um dos menos completos para a combinatoriedade. Somente 16 tópicos foram considerados como aderidos ao conteúdo ideal.

Porém, no tocante aos conceitos que podem ser encontrados, Forte (1973) é um dos mais confiáveis. Muitos deles foram introduzidos ou mais desenvolvidos pelo autor, tais como a ideia de equivalência de conjuntos por transposição e inversão, a relação-z (com Lewin), a ideia de vetores intervalares (com Martino) e a própria "*set-complexes theory*".

Além destas informações tangenciais para a combinatoriedade, ao longo do texto podemos encontrar também algumas informações mais diretamente a ela relacionadas. Uma vez que não há nem no sumário nem no índice remissivo ao fim do livro o verbete combinatoriedade, somente é possível achar tais informações tendo um conhecimento prévio da técnica. Este é o caso de se conhecer a estreita relação entre invariância, derivação e complementação e a combinatoriedade. Assim, procurando assuntos correlatos à combinatoriedade no sumário e tomando como exemplo a primeira parte do livro, poderemos encontrar algo mais próximo à técnica nos itens 1.11*, "Invariant subsets under transposition"* (pg. 29), 1.12, "*Invariant subsets under inversion"* (pg. 38) e item 1.15, "*The complement of a pc set"* (pg. 73)[29]. Estas se referem aos tópicos 11, 12 e 13 da tabela seguinte.

Já no índice remissivo, se buscarmos por palavras-chave relacionadas à combinatoriedade a exemplo de "*Babbitt*", somente uma das páginas remetidas (pg. 70) cita algo sobre combinatoriedade. Esta faz parte do item 1.14, "*Order relations"*, na qual os 6 hexacordes combinatoriais absolutos (tópico 24) surgem de forma tabular no exemplo 73 que trata da contagem de padrões intervalares básicos.

O índice remissivo possui alguns problemas. Na busca por "*Babbitt*" somos remetidos às páginas 1, 3, 70, 72 e 77. Uma citação do seu nome presente na página 65 - que diz respeito ao conceito inversão de ordenamento ("*order inversion*") por ele esboçado em seu artigo de 1960 e que é utilizado como referencial por Forte - não é remetida pelo índice.

Demonstrando ao mesmo tempo sua importância para a combinatoriedade e a dificuldade de acesso a este tipo de conteúdo em Forte (1973), ao buscarmos pela palavra-chave "*Martino*" no índice remissivo encontraremos na página 82 vestígios do que seria uma classificação dos octacordes e septacordes combinatoriais absolutos que não foram tratados em nenhum dos artigos revisados durante a presente pesquisa. Estas informações foram incluídas no item 4.5.5 do texto "*Introdução à Combinatoriedade*"[30].

---

[29] Uma vez que a operação de complementação de um conjunto é, grosso modo, um processo de formação de agregados, todo o item 4.5 é importante para o estudo da combinatoriedade.

[30] *"It should be pointed out that of the sets that hold their complements invariant under inversion followed by transposition all are all combinatorial except for 8-6 e 7-8."* (FORTE, 1977, pg. 82).

| | Conteúdo Ideal | Classes | Aderência |
|---|---|---|---|
| 1 | O sistema serial dodecafônico | E | |
| 2 | A combinatoriedade "clássica" schoenberguiana | E(M1) | |
| 3 | O agregado-12 | E | P |
| 4 | O agregado-12 combinatorial e a série secundária | C | |
| 5 | A distinção compositiva dos agregados-12 combinatoriais | C | |
| 6 | Operações e relações básicas entre conjuntos | E | A |
| 7 | Particionamento | E | |
| 8 | Concatenação e mistura | C | A |
| 9 | Disposições e combinações verticais, horizontais, mistas e oblíquas | C | A |
| 10 | Derivação comum e derivação combinatorial | E | P |
| 11 | Automapeamento total e automapeamento parcial | C | A |
| 12 | Invariâncias | E | A |
| 13 | Complementação-12, complemento-12, complementação abstrata | E | A |
| 14 | Autocomplementação e outros mapeamentos não interseccionados | E | A |
| 15 | Combinação de operações e classes de combinação, combinação transpositiva e combinação inversiva | C | |
| 16 | Combinatoriedade original ou transpositiva | E | |
| 17 | Combinatoriedade inversiva | E | |
| 18 | Combinatoriedade retrógrada | E | |
| 19 | Combinatoriedade retrógrado-inversional | E | |
| 20 | Simultaneidade nas capacidades de automapeamento e autocomplementação | E | P |
| 21 | Semicombinatoriedade | E | |
| 22 | Combinatoriedade Absoluta | E | P |
| 23 | Cardinalidade e equivalência de conjuntos geradores de agregados-12 | C | P |
| 24 | Hexacordes combinatoriais absolutos | E | A |
| 25 | Tetracordes combinatoriais absolutos | C | |
| 26 | Tricordes combinatoriais absolutos | C | |
| 27 | Bicordes combinatoriais absolutos, ciclos intervalares e conjuntos cíclicos | C | |
| 28 | Conjuntos combinatoriais absolutos de outras cardinalidades | C | A |
| 29 | Combinatoriedade igual por tetracordes, tricordes e bicordes não equivalentes | C | |
| 30 | Combinatoriedade desigual | S | P |
| 31 | Áreas ou regiões combinatoriais | C | |
| 32 | A combinatoriedade madura schoenberguiana | C (M2) | |
| 33 | A pluricombinatoriedade | C | |
| 34 | A combinatoriedade babbittiniana 1: séries pluricombinatoriais | C | |
| 35 | Associações multiparamêtricas em agregados-12 pluricombinatoriais | C | |
| 36 | A combinatoriedade babbittiniana 2: "*trichordal arrays*" | C | |
| 37 | Outras matrizes combinatórias | S (M3) | |
| 38 | Agregados parcialmente ordenados e "*self-deriving array rows*" | S | |
| 39 | Agregados de classes de notas de outros tamanhos (Agregados-n) | S | |
| 40 | A combinatoriedade sem o agregado (agregado de classe de conjunto ou "cc") | S | |
| 41 | A combinatoriedade babbittiniana 3: agregados rítmicos (de "*time-point*") | S | |
| 42 | Outros possíveis agregados: classes de conjunto ("*all-trichord rows*", "*set-type satured rows*" ), contorno, intervalos ("*all-interval rows*"), dinâmica, articulações e timbre | S | P |
| 43 | A combinatoriedade babbittiniana 4: "*array classes*" e "*all-partition array*" | S | |
| 44 | A combinatoriedade babbittiniana 5: "*superarrays*" | S | |
| 45 | Teoria da Matemática Musical | S | |
| | TOTAL DE ADERÊNCIA | | 16EA |

A = Aderido totalmente / P = Aderido Parcialmente / Tons de Cinza: E = Elementares, C = Complementares, S = Suplementares

Tabela 8 - Aderência de Forte (1973) aos tópicos do conteúdo ideal.

Destaca-se em Forte a presença de um índice que cruza conjuntos de classes de notas com as peças em que eles foram utilizados que estão presentes sob a forma de exemplos no livro com suas respectivas páginas. Assim, pode-se buscar por conjuntos combinatoriais absolutos e investigar se são utilizados para formação de agregados nos exemplos remetidos. Destacam-se também os índices de termos técnicos e conceitos e de exemplos musicais filtrados por autor[31]. Muitos conceitos lá neste primeiro foram bastante úteis também para esta pesquisa.

Mais relevante ainda é o que talvez seja uma das primeiras apresentações reunidas das classes de conjuntos a partir dos tricordes contendo informações como formas primas e vetores intervalares destes conjuntos, pareados aos seus complementos-12, dispostos ordenadamente pelos números dados a estas classes de conjuntos que foi pelo autor atribuído (número de Forte)[32]. Há também as tabelas dos "*set-complexes*" e "*subcomplexes*" cuja relação de inclusão pode ser útil para o tipo de combinatoriedade do tópico 30.

Ao fim da tabela 8 aderência é mensurada. 16EA corresponde a 16 tópicos aderidos, com maioria de aderência a conteúdos considerados como elementares[33], bem como maioria de aderência total de conteúdo.

## 3.2 "*Serial Composition and Atonality: An Introduction to the Music of Schoenberg, Berg, and Webern*" (PERLE, 1981)

Perle é também um dos importantes autores da teoria pós-tonal tendo contribuído para a generalização da combinatoriedade como técnica composicional desde seu início através de em importantes artigos que foram comentados na revisão presente no item 2.1. Seu livro de 1981 talvez seja um dos que apresentam uma maior variedade de elementos relacionados à música serial e atonal de Schoenberg, Webern e Berg. Portanto, diante deste delimitação de escopo, há, por exemplo, um maior aprofundamento nos meandros do sistema serial dodecafônico se comparado aos outros livros aqui revisados. Consequentemente há uma

[31] Neste índice, caso busquemos por Schoenberg, chegaremos a 28 exemplos musicais (1, 8, 10, 18, 38, 40, 43, 46, 50, 68, 69, 78, 86, 95, 96, 100, 101, 102, 106, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159). Saber que a combinatoriedade foi utilizado por Schoenberg a partir de 1928 reduziria o escopo de possibilidades de se encontrar exemplos combinatoriais.

[32] O próprio autor apresenta em seu artigo de 1964 porém no livro se dá de maneira mais completa. Martino (1961) apresenta algumas tabelas semelhantes mas não agrupa mais do que conjuntos de 2 cardinalidades.

[33] Dos 45 tópicos, 17 foram considerados como elementares (E), 18 como complementares (C) e 10 suplementares (S). Para a medida da aderência total deve ser levado em conta a proporcionalidade de tópicos aderidos. Se, por exemplo, há a aderência de 5 itens suplementares contra 7 elementares, S será levado em conta já que metade dos tópicos suplementares são de alguma forma comentados no texto contra menos da metade (8 / 9) dos elementares.

quantidade elevada de informações consideradas como aderidas ao conteúdo ideal: 29EP (maioria de conteúdos elementares e de tópicos aderidos parcialmente, tabela 9).

Apesar disso, a estruturação do livro não possibilita uma boa filtragem dos dados e muitos tópicos da tabela de aderência de conteúdo encontram-se fragmentados no corpo do texto.

Para realizar a presente análise tive que recorrer, tal como em Forte (1973), ao índice para definições básicas ao fim do livro. Porém este possui poucas palavras-chaves que nos remetem trechos onde há informações pouco completas e precisas.

Termos como "*invariância*" (e derivados, ex.: invariante, tópico 12) que podem ser encontrados em outros pontos do texto não estão presentes neste índice nem no índice inicial. Por exemplo temos o caso da palavra "*invariante*" que, fora dos índices, está nas páginas 7, 47 e 54, além de um item exclusivo, o IV. "*Invariant Formations*" presente no Capítulo V "*Simultaneity*".

Ao longo do texto conceitos também aparecem desacompanhados dos seus termos. Uma amostra pode ser vista logo na página 7 onde surge, nos exemplos 3, 4 e 5 e sob o ponto de vista da invariância (ex.: 3), a noção de combinatoriedade (ex.: 4 e 5):

> Em seus últimos trabalhos Schoenberg emprega consistentemente séries especiais cujo conteúdo segmental permanece invariante sobre certas operações. Por exemplo, a série base do Quarto Quarteto (ex. 4) é invertida como no exemplo 5. O primeiro segmento da série base com o segundo segmento da inversão são permutações diferentes das mesmas seis notas: consequentemente uma relação idêntica existe entre o segundo segmento e o primeiro segmento da inversão. Obviamente, este tipo de relacionamento existe também entre o retrógrado (obtido pelo reverso do ex. 4) e o retrógrado da inversão (obtido pelo reverso do ex. 5) [...][34].

Outro exemplo importante de combinatoriedade não citada na passagem em questão está presente na página 50. O autor demonstra a formação de agregados-9 associados por ritmo e disposição (vertical e horizontal) das classes de notas no Op. 23 No. 2 de Schoenberg (compassos 18 e 19) (tópico 39). Ele considera o processo como precursor da

[34] *"In his later work Schoenberg consistently employs special sets whose segmental content remains invariant under certain operations. For example, the prime set of the Fourth Quartet (ex. 4) is inverted as in example 5. The first segment of the prime and the second segment of the inversion are different permutations of the same six notes: consequently an identical relationship exists between the second segment of the prime and the first segment of the inversion. Obviously, such a relationship exists also between retrograde (obtained by reading ex. 4 backward) and the retrograde-inversion (obtained by reading ex. 5 backward) [...]".*

combinatoriedade tratando-a “como um dos princípios polifônicos fundamentais da composição dodecafônica”:

> Nestes compassos finais a série desdobra-se simultaneamente em várias aspectos transposicionais, um procedimento que antecipa um dos princípios polifônicos fundamentais da composição dodecafônica. Cada tempo de mínima nos compassos 18 e 19 contém o mesmo conjunto de elementos rítmicos, as notas são ritmicamente dispostas de maneira que segmentos de 3 notas correspondentes de 3 versões simultâneas de 3 séries de nove notas são combinados dentro da duração de cada semínima. Um novo agregado de nova classes de notas é então formado, que funciona nestes dois compassos como um conjunto não ordenado, consistindo de componentes de 3 tríades diminutas de níveis transposicionais relativos à $T_0$, $T_4$ e $T_8$.[35]

No trecho há também o verbete “*agregado*” (tópico 3). Ele também não está presente em ambos os índices.

“*Séries derivadas*” surgem no índice para definições básicas somente na página 82, no item VI. “*Function of Basic Cell in Twelve-tone Music*” do capítulo IV. “*Motivic Functions of the Set*” (tópico 10). Porém na página 79 o autor já começa a tratar das séries derivadas através do Op. 24 de Webern. Outros exemplos de trechos não remetidos pelo índice final é o comentário sobre séries derivadas na ópera “*Lulu*”, de Berg, na página 74, e de conjuntos derivados na página 49.

Também na página 82, junto com a ideia de séries derivadas, surge outro importante tópico para a combinatoriedade: a matriz tricordal de Babbitt (tópico 36). Esta é omitida dos índices, o autor não a relaciona com a combinatoriedade e sequer utiliza o termo “*matrizes tricordais*”. O exemplo utilizado é um trecho da “*Composition for Four Instruments*” de Babbitt que é visto totalmente sob o prisma da derivação.

Ainda na página 82, atrelada ao conceito de séries derivadas, há a ideia de particionamento (fora dos índices e que aparece também na página anterior, tópico 7).

---

[35] *“In these concluding bars the set unfolds simultaneously in several transpositional aspects, a procedure that anticipates one of the fundamental polyphonic principles of dodecaphonic composition. Each half-note value in bars 18-19 comprises the same set of rhythmic elements, the notes being rhythmically deployed in such a manner that corresponding three-note segments of three simultaneous versions of the nine-note set are combined within the duration of each half-note value. A new aggregate of nine pitch classes is thus formed, which functions in these two bars as an unordered set, consisting of the components of three “diminished triads” at the relative pitch levels of T-0, T-4, and T-8. This aggregate is reiterated or transposed at each restatement of the rhythmic set.”*

A combinatoriedade já implicitamente enunciada anteriormente surge nas páginas 97 e 98 (remetidas pelo índice para definições básicas). Na página 96 é iniciado o item VI. "*The Simultaneous Statement of Different Set-forms*" do Capítulo V. "*Simultaneity*". O autor começa apontando a origem da técnica partindo da fala do próprio Schoenberg (1941, "*Composition with Twelve-tones*") no qual o compositor descreve a mútua exclusividade de seus hexacordes pertencentes às formas da série distintas sobrepostas relacionadas por inversão formando um agregado-12.

Perle ressalta ainda as diversas outras possibilidades de execução da técnica além do estilo inversional e hexacordal schoenberguiano (tetracordes e tricordes, tópico 23). Ele atribui Babbitt como precursor das investigações sobre a técnica, criador do termo "*combinatoriality*" e das ideias de semicombinatoriedade e combinatoriedade absoluta, ambas apresentadas na seção[36] (tópicos 21 e 22). O autor também traz aproximadamente os conceitos de combinatoriedade original, inversional, retrógrada e retrógrado inversional (tópicos 16 a 20). Como exemplo utiliza um trecho de uma obra semicombinatorial de Schoenberg, seu Op. 33*b* (tópico 2).

No que tange às inconsistências encontradas, Boretz (1963), numa revisão geral deste mesmo livro, aponta uma má tratativa de Perle justamente à combinatoriedade. O autor considerou a técnica como o inverso ("*converse*", p. 99, l. 5) da invariância segmental. Apesar da relação entre os tópicos, uma vez que nem toda não invariância segmental é combinatoriedade, esta asserção pode gerar más interpretações[37].

Posteriormente o autor aponta a série do Op. 48 No. 3 de Schoenberg no qual uma única forma da série pode se relacionar combinatorialmente com todas as outras, suprindo mais do que o mínimo necessário para poder ser classificada como combinatorial absoluta. O autor não comenta questões relacionadas à classificação quanto à ordem do hexacorde gerador desta série base e que é responsável por esta característica: o hexacorde combinatorial absoluto de 4º. Ordem 6-35 (02468A).

Mais adiante o autor apresenta exemplos da combinatoriedade de Babbitt em sua "*Three Compositions for Piano*". Ao trazer o conceito de série secundária (tópico 4) apresenta outro enunciado não condizente com a literatura: um princípio de continuidade linear que Babbitt

---

[36] Para a conceituação destes dois últimos o autor usa uma citação de um artigo de Babbitt de difícil acesso, sua revisão de um escrito de Leibowitz "*Polyphonie, Quatrième cahier: Le système dodecaphonique*"(1950).
[37] A mesma ideia aparece novamente ao fim da página 100.

desenvolveu concomitantemente à combinatoriedade como forma de associação linear de formas da série através de sucessivas apresentações de segmentos de seis notas não correspondentes que juntos formam um agregado-12 (p. 100)[38]. Perle considera o trecho como uma citação indireta de Babbitt (1955). Porém, neste mesmo artigo, Babbitt descreve série secundária das seguintes formas:

> Em geral, tal construção de "série secundária" fornece uma base de progressão ao invés de uma mera sucessão. Um necessário corolário para esta característica estrutural é que hexacordes correspondentes de formas da séries inversionalmente relacionadas, a um nível transposicional específico, possui nenhuma nota em comum, e portanto preenche todo o total cromáticos, criando então um "agregado" (BABBITT, 1955, p. 4)[39].
>
> "Série secundária" e "agregado" são termos necessários para definir elementos que surgem composicionalmente, mas não são predefinidos sistematicamente. Uma série secundária (por exemplo, definida pelo segundo hexacorde de uma forma da série e o primeiro da uma inversão ao nível transposicional requerido) é, na verdade, no seu senso mais estrito, uma série, uma vez que apresenta total ordenamento das doze classes de notas [...] (BABBITT, 1955, p. 8)[40].

Babbitt não desenvolveu (criou) a ideia de série secundária. No contexto das duas citações anteriores o autor tenta explicar justamente a presença de agregado-12 ordenados (séries secundárias) no Op. 37 de Schoenberg, fato que é recorrente na obra. Babbitt categoriza somente este tipo de agregado combinatorial ordenado através do termo "*série secundária*". Adicionalmente a ideia de hexacordes não correspondentes não está presente na citação original e sim a correspondência dos hexacordes.

Apesar disso o que pode ser inferido da ideia de Perle é importante para a combinatoriedade sob o pondo de vista da categorização das possibilidades combinatoriais: a formação de agregados por hexacordes (ou conjuntos) correspondentes e não correspondentes

---

[38] *"I digress momentarily from the main topic of this chapter in order to present a principle of linear continuity that Babbitt has developed as a concomitant of combinatoriality: the linear association of set-forms through what he terms "secondary sets", that is, successive statements of noncorresponding six-note segments that together form a twelve-tone aggregate."* (PERLE, 1981, p. 100)

[39] *"'Secondary set' and 'aggregate' are necessary terms to define elementsthat arise compositionally, but are not predefined systematically. A secondary set (for example, that defined by the second hexachord of the prime set and the first hexachord of the inversion at the required transposition) is, indeed, in the strictest sense, a set, since it states a total ordering of the twelve tones; however, it is not necessarily equivalent to a derived set, nor is it ever one of the fundamental forms of the set. Of course, it can be thought of as a linear juxtaposition of parts of primary forms of the set."*

[40] *"In general, such "secondary set" construction supplies a basis of progression beyond mere set succession. A necessary corollary of this structural characteristic is that corresponding hexachords of inversionally related forms of the set, at the specific transpositional interval, possess no notes in common, and therefore span the total chromatic, thus creating an 'aggregate'."*

(um exemplo é a combinação oblíqua) (tópico 23). Por correspondência entende-se geralmente a associação temporal ou hexacordes ocupando a mesma posição em suas formas da série. Schoenberg utiliza-se destes dois tipos de formação de agregados em seu Op. 37.

| | Conteúdo Ideal | Classes | Aderência |
|---|---|---|---|
| 1 | O sistema serial dodecafônico | E | A |
| 2 | A combinatoriedade "clássica" schoenberguiana | E(M1) | A |
| 3 | O agregado-12 | E | A |
| 4 | O agregado-12 combinatorial e a série secundária | C | A |
| 5 | A distinção compositiva dos agregados-12 combinatoriais | C | P |
| 6 | Operações e relações básicas entre conjuntos | E | A |
| 7 | Particionamento | E | A |
| 8 | Concatenação e mistura | C | P |
| 9 | Disposições e combinações verticais, horizontais, mistas e oblíquas | C | A |
| 10 | Derivação comum e derivação combinatorial | E | A |
| 11 | Automapeamento total e automapeamento parcial | C | P |
| 12 | Invariâncias | E | A |
| 13 | Complementação-12, complemento-12, complementação abstrata | E | |
| 14 | Autocomplementação e outros mapeamentos não interseccionados | E | |
| 15 | Combinação de operações e classes de combinação, combinação transpositiva e combinação inversiva | C | P |
| 16 | Combinatoriedade original ou transpositiva | E | P |
| 17 | Combinatoriedade inversiva | E | P |
| 18 | Combinatoriedade retrógrada | E | P |
| 19 | Combinatoriedade retrógrado-inversional | E | P |
| 20 | Simultaneidade nas capacidades de automapeamento e autocomplementação | E | P |
| 21 | Semicombinatoriedade | E | P |
| 22 | Combinatoriedade Absoluta | E | P |
| 23 | Cardinalidade e equivalência de conjuntos geradores de agregados-12 | C | P |
| 24 | Hexacordes combinatoriais absolutos | E | P |
| 25 | Tetracordes combinatoriais absolutos | C | |
| 26 | Tricordes combinatoriais absolutos | C | |
| 27 | Bicordes combinatoriais absolutos, ciclos intervalares e conjuntos cíclicos | C | |
| 28 | Conjuntos combinatoriais absolutos de outras cardinalidades | C | |
| 29 | Combinatoriedade igual por tetracordes, tricordes e bicordes não equivalentes | C | |
| 30 | Combinatoriedade desigual | S | |
| 31 | Áreas ou regiões combinatoriais | C | A |
| 32 | A combinatoriedade madura schoenberguiana | C (M2) | |
| 33 | A pluricombinatoriedade | C | |
| 34 | A combinatoriedade babbittiniana 1: séries pluricombinatoriais | C | |
| 35 | Associações multiparamêtricas em agregados-12 pluricombinatoriais | C | P |
| 36 | A combinatoriedade babbittiniana 2: "*trichordal arrays*" | C | P |
| 37 | Outras matrizes combinatórias | S (M3) | |
| 38 | Agregados parcialmente ordenados e "*self-deriving array rows*" | S | |
| 39 | Agregados de classes de notas de outros tamanhos (Agregados-n) | S | A |
| 40 | A combinatoriedade sem o agregado (agregado de classe de conjunto ouM"cc") | S | |
| 41 | A combinatoriedade babbittiniana 3: agregados rítmicos (de "*time-point*") | S | A |
| 42 | Outros possíveis agregados: classes de conjunto ("*all-trichord rows*", "*set-type satured rows*" ), contorno, intervalos ("*all-interval rows*"), dinâmica, articulações e timbre | S | |
| 43 | A combinatoriedade babbittiniana 4: "*array classes*" e "*all-partition array*" | S | |
| 44 | A combinatoriedade babbittiniana 5: "*superarrays*" | S | |
| 45 | Teoria da Matemática Musical | S | P |
| | TOTAL DE ADERÊNCIA | | 29EP |

A = Aderido totalmente / P = Aderido Parcialmente / Tons de Cinza: E = Elementares, C = Complementares, S = Suplementares

Tabela 9 - Aderência de Perle (1981) aos tópicos do conteúdo ideal.

No último capítulo, VI. "*Structural Functions of the Set*" a combinatoriedade é novamente trazida à tona para explicar as implicações formais possíveis relacionadas ao seu uso tanto por Schoenberg quanto por Babbitt: áreas ou regiões combinatoriais (tópico 31). O autor reapresenta a técnica (não remetida nos índices) entre as páginas 127 e 132 com uma série de informações adicionais não só no que tange a estas áreas. Já a partir da página 132 é apresentado "*time-point*" de Babbitt como uma das possiblidades de projeção da estrutura da série (tópico 41) sem aplicações combinatoriais.

## 3.3 "*Materials and techniques of 20th century music*" (KOSTKA, 2006)

Kosta (2006) inicia a exposição de tópicos relacionados à combinatoriedade no trecho "*Nonserial Atonality*" (Capítulo 9). Lá o autor apresenta conceitos básicos da teoria pós-tonal: conjunto de classes de notas, equivalência de oitava, forma normal, prima, número de Forte, subconjuntos e etc. (tópico 6). O mais importante neste trecho do livro é a presença isolada do verbete "*aggregates*" no qual o autor o trata como um conjunto de 12 classes de notas (tópico 3 da tabela 10).

Já no capítulo 10, "*Classical Serialism*", inicialmente o autor apresenta as operações básicas da técnica T, I, R e RI, um passo a passo para construção de uma matriz dodecafônica, e no trecho "*analysing a ro*w" apresenta o conceito de conjunto/série derivada e séries pan-intervalares ("*all-interval row*") (tópicos 1, 6, 10 e 42). Sobre a derivação aponta a série da "*Lyric Suite*" de Berg como uma série derivada de hexacordes. O autor desvincula portanto a derivação de Webern, apesar de usar um famoso exemplo do seu Concerto Op. 24 para demonstrar a derivação tricordal. Tratando-se de invariâncias no exemplo 10-5 apresenta o que chamou de "*recorring row segments*" (tópico 12).

Em "*Compositional Uses of the Row*" Kostka apresenta algumas possibilidades de disposição das classes de notas de uma série, apresentando também um princípio de associação de classes de notas por timbre (p. 208) feito por Schoenberg em seu Op. 26, no qual séries secundárias são formadas a partir de diferentes formas da série base (tópicos 9, 4, 5 e 35). A prática surge não vinculada à combinatoriedade:

> Schoenberg distribui as notas de maneira que a melodia da trompa [...] usa cada membro da série uma única vez (desconsiderando repetições imediatas) [...]. O

> resultado da sucessão das doze classes de notas na trompa forma uma nova série dodecafônica a partir de, porém distinta da, série original.[41]

Dentro do capítulo uma seção exclusiva é dedicada à combinatoriedade. O autor vincula a técnica ou a formação de agregados à escolha das formas da série a serem utilizadas numa composição. Há o exemplo da "*Piano Piece*", Op. 33*a*, de Schoenberg no qual é apresentada a ideia tanto de série secundária como de agregados combinatoriais através do exemplo (tópicos 2 e 4). Mais adiante apresenta na mesma obra a formação de agregados de oito classes de notas. Ele considera o processo como uma técnica similar à combinatoriedade já que agregados dodecafônicos não são formados (p. 212) (tópico 39). O autor prossegue apresentando duas outras possibilidades de particionamento do agregado: por tetracordes e tricorde (tópicos 7 e 23).

Na seção de exercícios (parte A, p. 215) aponta uma série derivada do hexacorde 6-20 (014589) que pode ser "usada combinatorialmente com três transposições cada de P, I, R e RI" da série"[42] (tópicos 22 e 24). Apesar de implícito o autor não cita que este conjunto é combinatorial absoluto de 3º ordem (por isso os 3 relacionamentos combinatoriais possíveis).

Já na parte de analise (parte B) aponta para um trecho da obra "*Three Composition for Piano*", de Babbitt, presente na parte na qual o autor discute o "*Integral Serialism*". O autor pergunta se a série é combinatorial e se há séries secundárias formadas. Na obra Babbitt utiliza a combinatoriedade sob o ponto de vista hexacordal, tetracordal e tricordal ("*matrizes tricordais*", tópico 35). Não há as respostas para as perguntas propostas. Outras obras combinatoriais de Schoenberg são utilizadas para exercícios e na parte C de composição há algumas propostas combinatoriais.

Em "*Integral Serialism*", no qual há outro breve comentário sobre "*Three Composition for Piano*", de Babbitt, há também a apresentação do sistema de "*time-point*" do autor (tópico 41). Não há formação combinatorial de agregados de "*time-point*".

Ao fim do Kostka (2006) há um apêndice contendo conjuntos a partir dos tricordes com forma prima, número de Forte, pareados com seus conjuntos complementares-12 com as mesmas informações.

---

[41] *"Schoenberg distributes the notes so that the horn melody [...] uses each member of the row only once (disregarding immediate repetitions). [...] The resulting succession of twelve pitch classes in the horn forms a new twelve-tone row, drawn from but distinct from the original row."*

[42] *"This row can be used combinatorially with three transpositions each of the P, I, R, and RI forms of the row".*

No que tange ao conteúdo ideal são 21 tópicos considerados como aderidos, em sua maioria parcialmente e do tipo elementares (21EP). Destaca-se a maior presença até agora de tópicos suplementares: 4 de 9.

| | Conteúdo Ideal | Classes | Aderência |
|---|---|---|---|
| 1 | O sistema serial dodecafônico | E | A |
| 2 | A combinatoriedade "clássica" schoenberguiana | E(M1) | A |
| 3 | O agregado-12 | E | A |
| 4 | O agregado-12 combinatorial e a série secundária | C | A |
| 5 | A distinção compositiva dos agregados-12 combinatoriais | C | A |
| 6 | Operações e relações básicas entre conjuntos | E | A |
| 7 | Particionamento | E | P |
| 8 | Concatenação e mistura | C | |
| 9 | Disposições e combinações verticais, horizontais, mistas e oblíquas | C | A |
| 10 | Derivação comum e derivação combinatorial | E | P |
| 11 | Automapeamento total e automapeamento parcial | C | P |
| 12 | Invariâncias | E | A |
| 13 | Complementação-12, complemento-12, complementação abstrata | E | |
| 14 | Autocomplementação e outros mapeamentos não interseccionados | E | |
| 15 | Combinação de operações e classes de combinação, combinação transpositiva e inversiva | C | |
| 16 | Combinatoriedade original ou transpositiva | E | |
| 17 | Combinatoriedade inversiva | E | |
| 18 | Combinatoriedade retrógrada | E | |
| 19 | Combinatoriedade retrógrado-inversional | E | |
| 20 | Simultaneidade nas capacidades de automapeamento e autocomplementação | E | |
| 21 | Semicombinatoriedade | E | |
| 22 | Combinatoriedade Absoluta | E | P |
| 23 | Cardinalidade e equivalência de conjuntos geradores de agregados-12 | C | A |
| 24 | Hexacordes combinatoriais absolutos | E | P |
| 25 | Tetracordes combinatoriais absolutos | C | P |
| 26 | Tricordes combinatoriais absolutos | C | P |
| 27 | Bicordes combinatoriais absolutos, ciclos intervalares e conjuntos cíclicos | C | |
| 28 | Conjuntos combinatoriais absolutos de outras cardinalidades | C | |
| 29 | Combinatoriedade igual por tetracordes, tricordes e bicordes não equivalentes | C | |
| 30 | Combinatoriedade desigual | S | |
| 31 | Áreas ou regiões combinatoriais | C | |
| 32 | A combinatoriedade madura schoenberguiana | C (M2) | |
| 33 | A pluricombinatoriedade | C | |
| 34 | A combinatoriedade babbittiniana 1: séries pluricombinatoriais | C | |
| 35 | Associações multiparamêtricas em agregados-12 pluricombinatoriais | C | P |
| 36 | A combinatoriedade babbittiniana 2: "*trichordal arrays*" | C | |
| 37 | Outras matrizes combinatórias | S (M3) | |
| 38 | Agregados parcialmente ordenados e "*self-deriving array rows*" | S | |
| 39 | Agregados de classes de notas de outros tamanhos (Agregados-n) | S | P |
| 40 | A combinatoriedade sem o agregado (agregado de classe de conjunto ou "cc") | S | |
| 41 | A combinatoriedade babbittiniana 3: agregados rítmicos (de "*time-point*") | S | P |
| 42 | Outros possíveis agregados: classes de conjunto ("*all-trichord rows*", "*set-type satured rows*" ), contorno, intervalos ("*all-interval rows*"), dinâmica, articulações e timbre | S | P |
| 43 | A combinatoriedade babbittiniana 4: "*array classes*" e "*all-partition array*" | S | |
| 44 | A combinatoriedade babbittiniana 5: "*superarrays*" | S | |
| 45 | Teoria da Matemática Musical | S | P |
| | TOTAL DE ADERÊNCIA | | 21EP |

A = Aderido totalmente / P = Aderido Parcialmente / Tons de Cinza: E = Elementares, C = Complementares, S = Suplementares

Tabela 10 - Aderência de Kostka (2006) aos tópicos do conteúdo ideal

## 3.4 "*Techniques of the Contemporary Composer*" (COPE, 1997)

Cope trata da parte relativa à combinatoriedade no Capítulo 6, "*Serialism*". Inicialmente ressalta a importância da construção de uma "boa" série no que tange à sua estrutura e parte para o que pode ser inferido como a derivação (sem usar o termo) da série a partir de hexacordes, tetracordes, tricordes e até pelo que chamou de coleções não balanceadas ("*unballanced collections*"): referentes aos tópicos 1, 10 e 23. Posteriormente trata das operações dodecafônicas T, I, R e RI, seguindo para um exemplo de matriz dodecafônica e das possibilidades de disposições das classes de notas de uma série (tópicos 6 e 9 da tabela 11).

Adiante o autor traz uma interessante categorização das obras ou trechos dodecafônicos no que tange à quantidade de séries simultâneas utilizadas (também tópico 9) ainda por mim não visto em outros escritos. Segundo o autor, quando num dado trecho há somente uma forma da série, esta pertence à categoria 1, quando duas, à categoria 2 e assim sucessivamente. O autor levanta a questão do controle na disposição de séries a partir da categoria 2 (duas simultâneas) para que fossem evitados elementos indesejados: "isso força muitas notas a se repetirem antes das outras 11 terem soado e permitem harmonias não encontradas na série ocorrerem"[43] (p. 62). O autor não vincula tal fato com a origem da combinatoriedade nem esta como uma técnica útil para que este tipo de repetições sejam evitadas. Tais categorias são demonstradas em exemplos aparentemente próprios do autor.

Mais em frente, lidando com o particionamento de uma série em hexacordes, o autor novamente aponta um dos elementos da combinatoriedade sem relacioná-la (apesar de usar o termo "combinação" para descrevê-lo): "este tipo de organização hexacordal oferece a possibilidade de sobrepor série em grupos de seis de maneira que as últimas seis notas de uma versão da série se tornam as primeiras seis notas de outra versão"[44] (p. 64).

---

[43] *"[...] it forces many notes to repeat before the other eleven have sounded and allows harmonies not found in the row itself to occur [...]".*

[44] "*This type of hexachordal organization offers the possibility of overlapping rows in groups of six so that the last six notes of one version of the row become the first six notes of another version".*

| | Conteúdo Ideal | Classes | Aderência |
|---|---|---|---|
| 1 | O sistema serial dodecafônico | E | A |
| 2 | A combinatoriedade "clássica" schoenberguiana | E(M1) | |
| 3 | O agregado-12 | E | |
| 4 | O agregado-12 combinatorial e a série secundária | C | |
| 5 | A distinção compositiva dos agregados-12 combinatoriais | C | P |
| 6 | Operações e relações básicas entre conjuntos | E | P |
| 7 | Particionamento | E | A |
| 8 | Concatenação e mistura | C | |
| 9 | Disposições e combinações verticais, horizontais, mistas e oblíquas | C | A |
| 10 | Derivação comum e derivação combinatorial | E | P |
| 11 | Automapeamento total e automapeamento parcial | C | P |
| 12 | Invariâncias | E | P |
| 13 | Complementação-12, complemento-12, complementação abstrata | E | P |
| 14 | Autocomplementação e outros mapeamentos não interseccionados | E | |
| 15 | Combinação de operações e classes de combinação, combinação transpositiva e inversiva | C | |
| 16 | Combinatoriedade original ou transpositiva | E | |
| 17 | Combinatoriedade inversiva | E | |
| 18 | Combinatoriedade retrógrada | E | |
| 19 | Combinatoriedade retrógrado-inversional | E | |
| 20 | Simultaneidade nas capacidades de automapeamento e autocomplementação | E | |
| 21 | Semicombinatoriedade | E | |
| 22 | Combinatoriedade Absoluta | E | P |
| 23 | Cardinalidade e equivalência de conjuntos geradores de agregados-12 | C | P |
| 24 | Hexacordes combinatoriais absolutos | E | P |
| 25 | Tetracordes combinatoriais absolutos | C | |
| 26 | Tricordes combinatoriais absolutos | C | |
| 27 | Bicordes combinatoriais absolutos, ciclos intervalares e conjuntos cíclicos | C | |
| 28 | Conjuntos combinatoriais absolutos de outras cardinalidades | C | |
| 29 | Combinatoriedade igual por tetracordes, tricordes e bicordes não equivalentes | C | |
| 30 | Combinatoriedade desigual | S | P |
| 31 | Áreas ou regiões combinatoriais | C | A |
| 32 | A combinatoriedade madura schoenberguiana | C (M2) | |
| 33 | A pluricombinatoriedade | C | P |
| 34 | A combinatoriedade babbittiniana 1: séries pluricombinatoriais | C | |
| 35 | Associações multiparamêtricas em agregados-12 pluricombinatoriais | C | P |
| 36 | A combinatoriedade babbittiniana 2: "*trichordal arrays*" | C | |
| 37 | Outras matrizes combinatórias | S (M3) | |
| 38 | Agregados parcialmente ordenados e "*self-deriving array rows*" | S | |
| 39 | Agregados de classes de notas de outros tamanhos (Agregados-n) | S | |
| 40 | A combinatoriedade sem o agregado (agregado de classe de conjunto ou "cc") | S | |
| 41 | A combinatoriedade babbittiniana 3: agregados rítmicos (de "*time-point*") | S | P |
| 42 | Outros possíveis agregados: classes de conjunto ("*all-trichord rows*", "*set-type satured rows*" ), contorno, intervalos ("*all-interval rows*"), dinâmica, articulações e timbre | S | P |
| 43 | A combinatoriedade babbittiniana 4: "*array classes*" e "*all-partition array*" | S | |
| 44 | A combinatoriedade babbittiniana 5: "*superarrays*" | S | |
| 45 | Teoria da Matemática Musical | S | |
| | TOTAL DE ADERÊNCIA | | 18EP |

A = Aderido totalmente / P = Aderido Parcialmente / Tons de Cinza: E = Elementares, C = Complementares, S = Suplementares

Tabela 11 - Aderência de Cope (1997) aos tópicos do conteúdo ideal

Posteriormente o autor apresenta um item exclusivo para a combinatoriedade (p. 64, 65 e 66). Esta é abordada sobre o ponto de vista das invariâncias segmentais que podem ser obtidas numa matriz dodecafônica (tópico 12). Para isso utiliza uma série com potencialidades combinatoriais hexacordais (tópico 24). O autor também aponta as possibilidades de construção de agregados por tetracordes, tricordes ou outros tipos de particionamento, no qual dá um exemplo de um particionamento assimétrico do tipo (5 7) (tópicos 7, 23 e 30) . Adicionalmente fala das possibilidades estruturais do uso da combinatoriedade (áreas combinatoriais, tópico 31) com um exemplo de modulação de áreas. Ao fim do item aponta uma série (Fig. 6.2) no qual agregados podem ser formados por trechos hexacordais, tetracordais e tricordais simultaneamente, o que chamo aqui de pluricombinatoriedade (tópico 33).

## 3.5 Introdução à Teoria Pós-tonal (STRAUS, 2013)

O autor apresenta uma série de conceitos e definições básicas da teoria pós-tonal no capítulo 1 e um capítulo exclusivo para conjuntos de classes de notas no capítulo 2 (ambos relacionados ao tópico 6 da tabela 12). O capítulo 5, "*Operações Dodecafônicas Básicas*", é todo dedicado ao dodecafonismo. Lá contém os itens: "*Séries Dodecafônicas*" (tópico 1), "*Operações Básicas*" (tópico 6), "*Invariantes*" (tópico 12), e uma série de exercícios e análises.

A derivação (tópico 10) surge implicitamente no capítulo 5 no item "*Estrutura de Subconjuntos*" e explicitamente no capítulo 6, "*Mais Tópicos Dodecafônicos*", nos itens "*Webern e a Derivação*" e "*Babbitt e as Matrizes Tricordais*". Porém, no item "*Schoenberg e a Combinatoriedade Hexacordal*" não há uma relação entre a combinatoriedade e a derivação:

> Assim como Webern constrói séries que são motivicamente concentradas, geralmente derivadas, Schoenberg, na sua música dodecafônica madura, sempre constrói séries nas quais os dois hexacordes estão relacionados por inversão. (STRAUS, 2013, p. 241).

Acontece que, apesar de serem tipos de derivações diferentes, tanto Webern, quanto Schoenberg, e até mesmo Berg utilizaram-se de séries derivadas. A relação entre a combinatoriedade e a derivação é apontada por Babbitt já em seu artigo de 1955 justamente no contexto da obra que Straus utiliza para exemplificar a combinatoriedade hexacordal schoenberguiana, o seu Op. 37 (exemplo 6-4):

> Na verdade, é um princípio que sustenta a maior parte do trabalho de Schoenberg (chamado combinatoriedade), e outro, superficialmente não relacionado, princípio ocupando uma similar posição na música de Webern (derivação), que tem cada um

> sido generalizado e estendido muito além das suas funções imediatas, finalmente ao ponto onde, em sua mais generalizada forma, eles são profundamente inter-relacionados, e dentro destas relações novas propriedades e potencialidades dos princípios individuais são revelados. (BABBITT, 1955, p. 41)[45].

As séries combinatoriais de Schoenberg geralmente podem ser consideradas como derivadas de hexacordes semicombinatoriais e a derivação, junto com o particionamento, são processos complementares para a técnica (ver capítulo 3).

O autor se alicerça no conceito de série derivada que ele mesmo apresenta no item anterior, "*Webern e a Derivação*", no qual esta é tida como "aquela na qual tricordes ou tetracordes segmentários discretos são todos membros da mesma classe de conjunto" (p. 237). Este conceito exclui os bicordes e os hexacordes equivalentes capazes de gerar séries tais como os tricordes ou tetracordes segmentários discretos comentados.

Forte (1973, p. 209) define derivação como "o processo através do qual um conjunto de classes de notas é gerado a partir de outro: complementação, inclusão, transposição, união e interseção."[46] Não há neste conceito a obrigatoriedade da relação de equivalência entre conjuntos. Já Babbitt (1955, p. 5) valida o uso de hexacordes para que uma série possa ser considerada como derivada ao tratar da série base da "*Lyric Suite*" de Berg: "esta série é uma série derivada [...] desde que dois hexacordes estão relacionados por retrogradação"[47]. Portanto, há uma divergência entre o conceito de derivação de Straus e destes dois autores considerados como precursores da teoria pós-tonal. Devido a este fato o tópico 10 foi considerado então como parcialmente aderido.

O autor apresenta posteriormente o conceito de agregado como uma coleção constando doze classes de notas, o que aqui considerei como agregados-12 (tópico 3).

Já no conceito de combinatoriedade surge o seguinte enunciado (p. 242):

> Combinatoriedade é o termo genérico para a combinação de uma coleção com uma forma transposta ou invertida de si mesma (ou de seu complemento) para criar um agregado. Nem todas as coleções são capazes de serem combinadas daquela maneira (exceto pelo fato de que qualquer coleção pode combinar-se com seu complemento à

[45] *"Indeed, it is a principle that underlies the bulk of Schoenberg's work (namely, combinatoriality), and another, superficially unrelated, principle occupying a similar position in the music of Webern (derivation), that have each been generalized and extended far beyond their immediate functions, finally to the point where, in their most generalized form, they are found to be profoundly interrelated, and in these interrelationships new properties and potentialities of the individual principles are revealed."*

[46] *"Derivation. Refers to the process by which one pc set is generated from another: complementation, inclusion, transposition, union, and intersection".*

[47] *"This set is a derived set, as defined below, since the two hexachords are related by retrogression."*

> T0 para criar um agregado). Aquelas que podem, são chamadas coleções combinatórias. Os compositores se interessam particularmente pelos hexacordes combinatórios, portanto iremos nos concentrar neles.

Tratando-a somente como "uma combinação de uma coleção com uma forma transposta ou invertida de si mesmo (ou do seu complemento) para criar um agregado" e baseando-se no conceito de derivação de Forte apresentado anteriormente, Straus reduz paradoxalmente a combinatoriedade a um tipo de derivação.

O autor não especifica o contexto da combinação citada e nem distingue o tipo de agregado que está sendo formado (combinatorial, série secundária, formas da série e etc.).

Como demonstrou Babbitt e outros autores e no tocante à combinatoriedade clássica ao qual Straus se refere no (con)texto, a técnica está mais relacionada com a simultaneidade de agregados de naturezas distintas, ou seja, com a construção de agregados combinatoriais ou séries secundárias a partir de partes de formas da série combinadas vertical ou horizontalmente. Uma coleção combinada com uma versão transposta ou invertida de si mesmo (ou do seu complemento) pode criar um agregado combinatorial a depender do contexto, porém poderá igualmente criar uma série derivada na qual a combinatoriedade poderá não estar envolvida.

As informações apresentadas logo a seguir são bem úteis para a combinatoriedade. Apesar de relacionada ao universo hexacordal, há uma classificação das combinatoriedades T, I, R e RI (tópicos 16 a 20 e tangentes ao tópicos 11, 12 e 13[48]) com enunciados concisos e consistentes. Os 6 hexacordes combinatoriais absolutos são apresentados com a indicação da quantidade (não da qualidade e sem o uso do termo "ordem") de níveis transpositivos que cada conjunto satisfaz as condições para as combinatoriedades T, I, R e RI (tópico 24). Posteriormente apresenta uma boa análise da combinatoriedade no início do terceiro movimento do Quarto Quarteto de Cordas do Op. 37 de Schoenberg (tópico 2). O autor enfim apresenta a técnica como meio de combinar vertical e horizontalmente formas de uma série formando agregados que por sua vez promovem continuidade musical (p. 245), um conceito implícito mais consistente do que o apresentado de forma explícita anteriormente (p. 242).

Tratando-se do particionamento, um dos tópicos aqui considerados elementares para compreensão da técnica não é citado pelo autor no item "*Schoenberg e a Combinatoriedade*

---

[48] A relação de complementos com uma abordagem voltada para o agregado é vista no item "*Relação de Complemento*", do capítulo 3 "*Algumas Relações Adicionais*".

*Hexacordal*". Só vai fazer isso o relacionando tangencialmente à combinatoriedade no item "*Babbitt e as Matrizes Tricordais*". Por isso este foi considerado como parcialmente aderido.

Como comentado, dos tópicos elementares somente a semicombinatoriedade (tópico 21) não foi abordada (não aderida), apesar de o autor ter utilizado para exemplificar a combinatoriedade de Schoenberg o exemplo do seu Op. 37 cujo hexacorde gerador da série é semicombinatorial: 6-16 (014568).

Dos tópicos complementares Straus não trata de séries secundárias (tópico 4), não aponta os tetracordes, tricordes, bicordes e outros conjuntos combinatoriais absolutos como fez com os hexacordes (tópicos 25, 26, 27, 28 e 29) nem fala da possibilidade de séries com propriedades combinatoriais simultâneas no que tange à cardinalidade dos conjuntos (pluricombinatoriedade, tópicos 33 e 34).

O tópico 31, áreas ou regiões combinatoriais, tratados como "*áreas dodecafônicas*", pode ser visto de maneira consistente no item "*Schoenberg e a Combinatoriedade Hexacordal*" (relação entre áreas combinatoriais e o nível de combinatoriedade de conjuntos geradores, modulações entre áreas e outras relações).

No Capítulo 3, no item "*Projeção Compositiva*" o autor apresenta ideias de associações de conjuntos por registro, contorno e timbre que podem servir como ponto de partida para os tópicos 5 e 35[49]. Neste mesmo âmbito, para as relações de contorno há no Capítulo 3 um item exclusivo. Associações dos conjuntos formadores dos agregados são também vistos no item "*Schoenberg e a Combinatoriedade Hexacordal*" do Capítulo 6 na breve análise do trecho do Op. 37 de Schoenberg (ex. 6-7, p. 246 e 247). Também podem ser vistas no início do item "*Babbitt e as Matrizes Tricordais*".

A combinatoriedade de Babbitt surge no item supracitado. Apesar disso o foco do título do item é em suas matrizes tricordais (tópico 36). Straus demonstra tais as matrizes babbittinianas como uma síntese da combinatoriedade de Schoenberg e da derivação de Webern pela primeira vez associando combinatoriedade e derivação. Uma boa ideia deste processo de Babbitt pode ser obtido no item. Há uma breve análise das matrizes tricordais em sua obra "*Semi-simple Variations*".

[49] Na edição de 2000 (segunda edição), o autor apresentava no Capítulo 3, "*Encadeamento*", um exemplo do que chamou de modelo associativo de organização linear que envolvia a projeção linear de um conjunto de classes de notas por diversos parâmetros. Na edição analisada (terceira) o autor desenvolveu este modelo sob o ponto de vista da "Projeção Compositiva".

| | Conteúdo Ideal | Classes | Aderência |
|---|---|---|---|
| 1 | O sistema serial dodecafônico | E | A |
| 2 | A combinatoriedade "clássica" schoenberguiana | E(M1) | A |
| 3 | O agregado-12 | E | A |
| 4 | O agregado-12 combinatorial e a série secundária | C | |
| 5 | A distinção compositiva dos agregados-12 combinatoriais | C | P |
| 6 | Operações e relações básicas entre conjuntos | E | A |
| 7 | Particionamento | E | P |
| 8 | Concatenação e mistura | C | P |
| 9 | Disposições e combinações verticais, horizontais, mistas e oblíquas | C | P |
| 10 | Derivação comum e derivação combinatorial | E | P |
| 11 | Automapeamento total e automapeamento parcial | C | P |
| 12 | Invariâncias | E | A |
| 13 | Complementação-12, complemento-12, complementação abstrata | E | A |
| 14 | Autocomplementação e outros mapeamentos não interseccionados | E | A |
| 15 | Combinação de operações e classes de combinação, combinação transpositiva e combinação inversiva | C | P |
| 16 | Combinatoriedade original ou transpositiva | E | A |
| 17 | Combinatoriedade inversiva | E | A |
| 18 | Combinatoriedade retrógrada | E | A |
| 19 | Combinatoriedade retrógrado-inversional | E | A |
| 20 | Simultaneidade nas capacidades de automapeamento e autocomplementação | E | A |
| 21 | Semicombinatoriedade | E | |
| 22 | Combinatoriedade Absoluta | E | A |
| 23 | Cardinalidade e equivalência de conjuntos geradores de agregados-12 | C | P |
| 24 | Hexacordes combinatoriais absolutos | E | A |
| 25 | Tetracordes combinatoriais absolutos | C | |
| 26 | Tricordes combinatoriais absolutos | C | |
| 27 | Bicordes combinatoriais absolutos, ciclos intervalares e conjuntos cíclicos | C | |
| 28 | Conjuntos combinatoriais absolutos de outras cardinalidades | C | |
| 29 | Combinatoriedade igual por tetracordes, tricordes e bicordes não equivalentes | C | |
| 30 | Combinatoriedade desigual | S | |
| 31 | Áreas ou regiões combinatoriais | C | A |
| 32 | A combinatoriedade madura schoenberguiana | C (M2) | P |
| 33 | A pluricombinatoriedade | C | |
| 34 | A combinatoriedade babbittiniana 1: séries pluricombinatoriais | C | |
| 35 | Associações multiparamêtricas em agregados-12 pluricombinatoriais | C | P |
| 36 | A combinatoriedade babbittiniana 2: "*trichordal arrays*" | C | A |
| 37 | Outras matrizes combinatórias | S (M3) | |
| 38 | Agregados parcialmente ordenados e "*self-deriving array rows*" | S | |
| 39 | Agregados de classes de notas de outros tamanhos (Agregados-n) | S | |
| 40 | A combinatoriedade sem o agregado (agregado de classe de conjunto ou "cc") | S | |
| 41 | A combinatoriedade babbittiniana 3: agregados rítmicos (de "*time-point*") | S | P |
| 42 | Outros possíveis agregados: classes de conjunto ("*all-trichord rows*", "*set-type satured rows*" ), contorno, intervalos ("*all-interval rows*"), dinâmica, articulações e timbre | S | P |
| 43 | A combinatoriedade babbittiniana 4: "*array classes*" e "*all-partition array*" | S | |
| 44 | A combinatoriedade babbittiniana 5: "*superarrays*" | S | |
| 45 | Teoria da Matemática Musical | S | P |
| | TOTAL DE ADERÊNCIA | | 29EA |

A = Aderido totalmente / P = Aderido Parcialmente / Tons de Cinza: E = Elementares, C = Complementares, S = Suplementares

Tabela 12 - Aderência de Straus (2013) aos tópicos do conteúdo ideal

Straus destaca, pela primeira vez nos livros observados, um princípio de emancipação da combinatoriedade no que diz respeito ao serialismo dodecafônico ao considerar que na música de Babbitt, a série não é mais necessariamente um elemento temático da superfície musical, operando estruturalmente como material pré-composicional não mais presente explicitamente na obra. Também pela primeira vez nestes livros vemos o vínculo, ainda discreto, da combinatoriedade com outros parâmetros como dinâmica, registro, articulação e ritmo (tópicos 41 e 42 suplementares).

Ao fim do Capítulo 6 Straus ainda apresenta 9 páginas contendo exercícios, sugestões de bibliografia e de análise, treinamento auditivo (Schoenberg, "*Piano Piece",* Op. 33b; Babbitt, *"Du"* e "*The Widow´s Lament in Springtime"*), sugestões composicionais e uma análise mais profunda de uma obra combinatorial: "*Piano Piece",* Op. 33*a,* de Schoenberg. O autor despende 6 páginas a ela, bem ilustradas e com uma linguagem bastante acessível.
Ao fim do livro há dois apêndices úteis para a técnica contendo classes de conjuntos a partir de tricordes com número de Forte, forma prima, vetor intervalar, graus de simetria transpositiva e inversiva, vetor de índices, com um pareamento dos conjuntos por complementaridade (salvo o apêndice B).

De acordo com a tabela de aderência ao conteúdo ideal para combinatoriedade, Straus (2013) é o livro mais abrangente e aprofundado. Foram portanto 29 adesões aos tópicos, sendo que 16 totais (A), com maioria aos tópicos aqui considerados como elementares (E). Conforme dito somente um deles não aderido (tópico 21). Houve também uma alta adesão a tópicos complementares (10 / 18).

## 3.6 Resultado das análises

Através da análise anterior foi possível perceber como cada um dos livros selecionados abordou a combinatoriedade. Obviamente variadas, estas abordagens estiveram relacionadas com os objetivos específicos de cada autor.

Forte (1973) foi um dos menos acessíveis no tocante à linguagem empregada. Esta complexidade esteve relacionada com uma apresentação detalhista de informações que seriam necessárias para a compreensão dos seus "*set-complexes*" e "*subcomplexes*" da segunda parte do livro. A mesma minúcia, junto com a expertise do autor, foi por mim considerada como o fator que fez com que houvesse uma maior aderência total do conteúdo do seu livro aos tópicos do conteúdo ideal. Forte foi muito mais específico em cada uma das informações prestadas e muito mais condizente com as principais fontes que tratam dos tópicos por ele abordados.

Perle (1981), diferente de Forte (1973), focou-se um pouco mais em Schoenberg (além de Webern e Berg), em sua música atonal e serial dodecafônica. Portanto, no livro do autor houve uma maior quantidade de tópicos aderidos ao conteúdo ideal por ser muito mais próximo da combinatoriedade. Porém, tal como Forte, a segmentação destas informações ao longo do texto não somente prejudicou a compreensão específica da combinatoriedade como também de outros tópicos dodecafônicos. O agrupamento em funções e dimensões de disposição de uma série que pode ser obtido através da macroestrutura dos capítulos "*Motivic Functions of the Set*" (IV), "*Structural Function of the Set*" (VI) e "*Simultaneity*" (VI) faz com que tópicos de diversas naturezas estejam contidos num mesmo capítulo e, por sua vez, os de uma mesma natureza em vários. Visto que a combinatoriedade tem relação com simultaneidade (combinações simultâneas de formas da série) e com estrutura musical (áreas combinatoriais) esta pode ser encontrada principalmente fragmentada nestes dois trechos do livro.

A questão da estrutura, diante do empate praticamente técnico entre Perle (29EP) e Straus (29EA), ofereceu uma grande vantagem a este último. Apesar de tratar de um foco mais abrangente que Perle, a Teoria Pós-tonal, Straus estruturou seu texto com maiores delimitações de escopo, capítulos e títulos muito mais sugestivos. Ao contrário de Perle, em Straus é possível obter informações específicas da combinatoriedade sem ter que ler praticamente todo o conteúdo do livro. Porém, apesar da aderência considerada como total a grande parte do conteúdo ideal, a escolha por uma linguagem muito simplificada (a mais acessível dentre os livros analisados) fez com que alguns conceitos importantes pudessem fossem tratados superficialmente de maneira a possibilitar ambiguidades interpretativas. Este é o caso já citado no item anterior dos conceitos de derivação e combinatoriedade.

A mesma boa delimitação de escopo estrutural é vista em Kostka (2006). Apesar de oferecer pouco espaço à técnica (aproximadamente 3 páginas exclusivas, p. 211 a 213), Kostka talvez seja um dos mais concisos, com aderência total de 21EP, se comparado por exemplo a Cope (1997), que oferece a mesma quantidade de páginas exclusivas à técnica e tem aderência total de conteúdo de 18EP.

A seguir há uma tabela constando uma comparação da aderência de conteúdo dos 5 livros.

Conforme pode ser visto em cinza escuro, 8 tópicos não foram aderidos por nenhum dos autores. Todos eles fazem parte dos conteúdos por mim considerados como complementares e suplementares para a combinatoriedade. Também 8 foram os tópicos aderidos por todos eles (cinza claro). Estes fazem parte em sua maioria do conteúdo tido aqui como elementar (5), além de alguns complementares (3). Cada autor apresentou um conteúdo (1A ou 1P na última coluna) não apresentado por nenhum outro, com exceção de Kostka que sozinho apresentou tangencialmente (P) os tópicos 25 e 26. Outras informações desta natureza podem ser vistas na tabela.

Destes 8 conteúdos não apresentados por estes autores (cinza escuro sublinhado) somente 2 não foram por mim apresentados nesta versão do texto "*Introdução à Combinatoriedade*". Dos que foram, destaco o tópico 27, "*Bicordes Combinatoriais Absolutos*" (item 4.4.4), cuja abordagem relacionada aos ciclos intervalares e classificação destes conjuntos não foi por mim ainda vista na literatura[50]. Chamo atenção também para as minhas tabelas agrupando uma série de informações relevantes relativas aos tetracordes e tricordes combinatoriais absolutos, de aderência 1P em Kostka. Apresento também pentacordes combinatoriais absolutos (MARTINO, 1961) justamente com as informações parciais dos septacordes e octacordes encontrado em Forte (1P, tópico 28). Com exceção do 42, todos os outros tópicos encontram-se discutidos no capítulo 4.

É interessante destacar que outros livros podem possuir outra configuração e talvez formarem, junto com estes, um conjunto capaz de completar esta visão ao mesmo tempo abrangente e específica da combinatoriedade proposta através do texto "*Introdução à Combinatoriedade*". Análises preliminares utilizando o mesmo método aqui desenvolvido - e que não foram incluídas nesta versão - foram feitas em Brindle (1966), "*Serial Composition*", Wourinen (1979), "*Simple Composition*" e Rahn (1980), "*Basic Atonal Theory*". Cada um, como os outros autores, apresentou uma variedade, foco, estrutura e disposição particular das informações. Porém, todos apresentam a maioria dos tópicos 5 PA (cinza claro) da tabela posterior e tenderam a apresentar informações elementares e algumas complementares acerca da técnica, em detrimento das informações suplementares. Tal fato sugere um modelo de disposição de informações que pode ter sido seguido por estes autores, já que os livros tem também pontos de interseção de objetivos e conteúdo[51].

---

[50] Forte (1964) apresenta uma tabela constando classes de conjunto indo de bicordes a conjuntos card-10. Posteriormente os autores passaram a não apresentar bicordes em seus apêndices.

[51] Um exemplo é a presença constante de apêndices ao fim do texto com geralmente as mesmas informações das mesmas classes de conjuntos. Perle (1981, p. 146) foi o único a apresentar ao fim do seu texto um apêndice com

Destes três autores Wouorinen (1979) foi o que apresentou uma estruturação mais semelhante a aqui proposta. O autor dispõe de um capítulo (9) no qual estão agrupados a Derivação (tópico 10), o Particionamento (tópico 7) e a Combinatoriedade ("*The 12-tone Pitch System: Extensions*"). Este relacionamento foi tido como crucial durante a presente pesquisa e foi pouco feito por outros autores. A combinatoriedade abordada sob o ponto de vista do particionamento e da derivação – que aqui os distingui como comuns e combinatoriais - foi um dos pontos de partida para apresentação dos modelos combinatoriais que podem ser vistos ao longo do capítulo 4.

O conteúdo de Rahn também é bastante completo contendo uma série de operações úteis. O mais interessante é a presença de um capítulo (5) para um tema relativo ao tópico 45, Teoria da Matemática Musical, no qual o autor trata dos famosos "*Common-tone Theorems*" citados por Morris (2007).

Durante a etapa final desta pesquisa foram encontrados também livros mais exclusivos relacionados à técnica. Mead escreveu em 1994 o livro "*An Introduction to the Music of Milton Babbitt*". Lá diversas informações e processos relacionados à música de Babbitt podem ser encontrados: informações sobre o sistema dodecafônico, estruturas de classes de notas e rítmicas babbittinianas, análises da "*The Composition for Four Instruments*", informações mais profundas das suas "*all-partition*" e "*superarrays*", dentre outras informações com certeza úteis para o estudo do tema. Um outro livro tratando da combinatoriedade é "*Hearing Aggregates: case studies in the definition of progression in twelve-tone music*" (1987), de Bruce Samet. O autor apresenta uma excelente perspectiva do agregado de classes de notas chegando à ideia de agregados de partições[52].

No tangente à metodologia aqui utilizada, outros indicadores mais precisos poderão ser utilizados à medida que vá havendo uma melhor ampliação e especificidade do escopo do que seria este conteúdo ideal, pondo-o, por sua vez, mais próximo de uma sincronia com o estado de arte da combinatoriedade. Exemplos destes indicadores podem ser fatores como coesão, clareza, concisão, coerência, espaço disponibilizado ao conteúdo, quantidade de exemplos, exercícios e outros elementos capazes de melhor viabilizar a compreensão e aplicações diversas deste conteúdo.

---

abordagem distinta. Apesar de bastante úteis, apresentei estes conjuntos com informações mais específicas em minhas tabelas no item 4.4.

[52] Parte do texto relacionado à pesquisa de doutorado do autor encontra-se em http://brucesamet.net/?page_id=157.

| | Conteúdo Ideal | Classes | Forte | Perle | Kostka | Cope | Straus | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Aderência | | | | | |
| 1 | O sistema serial dodecafônico | E | | A | A | A | A | 4A |
| 2 | A combinatoriedade clássica [...] | E(M1) | | A | A | | A | 3A |
| 3 | O agregado-12 | E | P | A | A | | A | 4AP |
| 4 | O agregado-12 e série secundária [...] | C | | A | A | | | 2A |
| 5 | A distinção compositiva dos agregados[...] | C | | P | A | P | P | 3PA |
| 6 | Operações e relações básicas [...] | E | A | A | A | P | A | 5AP |
| 7 | Particionamento | E | | A | P | A | P | 4AP |
| 8 | Concatenação e mistura | C | A | P | | | P | 3PA |
| 9 | Disposições e combinações [...] | C | A | A | A | A | P | 5AP |
| 10 | Derivação [...] | E | P | A | P | P | P | 5PA |
| 11 | Automapeamentos [...] | C | A | P | P | P | P | 5PA |
| 12 | Invariâncias | E | A | A | A | P | A | 5AP |
| 13 | Complementação [...] | E | A | | | P | A | 3AP |
| 14 | Autocomplementação [...] | E | A | | | | A | 2A |
| 15 | Combinação de operações [...] | C | | P | | | P | 2P |
| 16 | Combinatoriedade original | E | | P | | | A | 2AP |
| 17 | Combinatoriedade inversiva | E | | P | | | A | 2AP |
| 18 | Combinatoriedade retrógrada | E | | P | | | A | 2AP |
| 19 | Combinatoriedade RI | E | | P | | | A | 2AP |
| 20 | Simultaneidades automap. e comp. [...] | E | P | P | | | A | 3PA |
| 21 | Semicombinatoriedade | E | | P | | | | 1P |
| 22 | Combinatoriedade Absoluta | E | P | P | P | P | A | 5PA |
| 23 | Cardinalidade e equivalência de conjuntos | C | P | P | A | P | P | 5PA |
| 24 | Hexacordes combinatoriais absolutos | E | A | P | P | P | A | 5PA |
| 25 | Tetracordes combinatoriais absolutos | C | | | P | | | 1P |
| 26 | Tricordes combinatoriais absolutos | C | | | P | | | 1P |
| 27 | Bicordes combinatoriais absolutos | <u>C</u> | | | | | | |
| 28 | C.C.Abs de outras cardinalidades | C | A | | | | | 1A |
| 29 | Comb. igual por C.C.Abs não equiv. [...] | <u>C</u> | | | | | | |
| 30 | Combinatoriedade desigual | S | P | | | P | | 2P |
| 31 | Áreas ou regiões combinatoriais | C | | A | | A | A | 3A |
| 32 | A comb. madura schoenberguiana | C (M2) | | | | | P | 1P |
| 33 | A pluricombinatoriedade | C | | | | P | | 1P |
| 34 | A comb. babbittiniana 1: pluricomb. | <u>C</u> | | | | | | |
| 35 | Associações multiparamêtricas [...] | C | | P | P | P | P | 4P |
| 36 | Comb. babbittiniana 2: "*trichordal arrays*" | C | | P | | | A | 2PA |
| 37 | Outras matrizes combinatórias | S (M3) | | | | | | |
| 38 | <u>Agregados parcialmente ordenados</u> | S | | | | | | |
| 39 | Agregados de outros tamanhos (A-n) | S | | A | P | | | 2AP |
| 40 | A comb. sem o agregado (A- cc) | <u>S</u> | | | | | | |
| 41 | Comb. babbittiniana 3: A- *time-point* | S | | A | P | P | P | 4PA |
| 42 | <u>Outros possíveis agregados</u> | S | P | | P | P | P | 4P |
| 43 | Comb Babbitt 4: […] "*all-partition array*" | <u>S</u> | | | | | | |
| 44 | <u>Comb Babbitt 5: "*superarrays*"</u> | <u>S</u> | | | | | | |
| 45 | Teoria da Matemática Musical | S | | P | P | | P | 3P |
| | TOTAL DE ADERÊNCIA | | 16EA | 29EP | 21EP | 18EP | 29EA | 37 |

A = Aderido totalmente / P = Aderido Parcialmente / E = Elementares / C = Complementares, S = Suplementares

Tons de cinza: Escuro = não aderidos por nenhum autor / Claro = Aderidos por todos os autores / <u>X</u> = ñ presentes no Cap. 4

Tabela 13 - Aderência Cruza entre Forte, Perle, Kostka, Cope e Straus ao conteúdo ideal.

# Capítulo 4: “Introdução à combinatoriedade”

## 4.1 Prefácio

Podemos encontrar algumas lacunas relacionadas à discussão sobre combinatoriedade que é feita em importantes livros de composição, teoria e análise musical. Dentre elas a mais nítida é a superficialidade na abordagem do tema se forem comparadas as suas informações com as contidas nos artigos que foram considerados como seminais para seu estudo.

Em grande parte destes livros geralmente somente o que é relativo à combinatoriedade schoenberguiana pode ser visto. Apesar de ter sido Schoenberg seu criador e principal expoente, e da variedade e aperfeiçoamento gradual da prática que estão presentes em suas obras, sua combinatoriedade representa somente um mínimo do universo de possibilidades de aplicação da técnica. Este fato pode ser ratificado principalmente durante as quase 4 décadas – entre 1946 e 1987 aproximadamente - nas quais houve uma intensa produção de textos sobre o tema nos Estados Unidos. Estes textos foram publicados e encontram-se disponíveis em importantes periódicos como “*The Score and I.M.A. Magazine”, “American Musicologial Society”, “Journal of Music Theory”, “The Musical Quartely” e “Perspective of New Music”*.

Nestes escritos referenciais conceitos relacionados em sua maioria à teoria de grupos finitos e sistemas formais foram o alicerce básico para a investigação minuciosa do funcionamento de diversos aspectos do sistema dodecafônico dos quais a combinatoriedade foi um dos principais focos. O uso desta matemática avançada, ao passo que contribuiu para a ampliação do conhecimento sobre a combinatoriedade, tornou esta nova e importante parte expandida do seu conteúdo de difícil entendimento.

Este fato faz com que o leitor pouco familiarizado com tal tipo de abordagem restrinja-se ao contato com a técnica somente através de materiais onde ela é apresentada de uma maneira mais acessível. Porém, semelhante ausência de complexidade frequentemente surge nessas fontes atrelada à presença de uma grande defasagem no acompanhamento do estado da arte da combinatoriedade.

É importante destacar que muitas vezes esta dessincronia vista em algumas delas foi deliberadamente escolhida pelos seus autores. Fruto de motivações diversas de escrita, estes objetivos pessoais, em sua maioria, refletiram-se na opção por uma apresentação variada de conteúdo em detrimento de um maior aprofundamento num escopo mais delimitado de itens (talvez em prol de um válido aumento no alcance de públicos-alvo). Já quando a abordagem escolhida objetivou a discussão de tópicos específicos, com base no que (não) pode ser encontrado na literatura, houve pouca preferência pela investigação da combinatoriedade e de seus meandros.

Diante disso, um dos grandes desafios ao tratar da combinatoriedade torna-se então a tentativa de suprir esta literatura com uma abordagem na qual a combinatoriedade teria enfoque principal, a parte complexa de seu conteúdo seria apresentada de maneira simplificada e ao mesmo tempo mais aprofundada e em consonância com o que é considerado como o seu referencial teórico básico.

Esta tentativa é objetivada a partir da elaboração do presente material. Através dele o leitor poderá obter recursos para que a combinatoriedade e uma parte significativa de suas potencialidades possam ser mais bem compreendidas.

No que tange à simplificação do conteúdo dos artigos referenciais, a pretensão aqui não é de minimizar o acesso a eles e sim mediá-lo através do que seria uma introdução ao estudo da técnica.

Este caráter introdutório diz respeito também à tentativa de aprofundamento de conteúdo. De longe se pretende abranger todas as informações acerca da combinatoriedade que estão presentes na literatura. Se podemos dizer que a investigação da combinatoriedade nas obras dodecafônicas de Schoenberg empreendida inicialmente por Babbitt foi um dos ramos responsáveis pelo ponto de partida do desenvolvimento da atual Teoria Pós-tonal, então outros ramos desta teoria relacionam-se de alguma forma também com a técnica. Portanto, diante deste vasto campo de investigação, serão preferencialmente abordados aqui a combinatoriedade e seus tópicos mais próximos.

Ainda tratando-se desta abrangência de conteúdo, é importante também destacar que com a emancipação da própria combinatoriedade do serialismo, do dodecafonismo, do parâmetro altura, e do agregado-12, novos ramos independentes e desenvolvíveis foram surgindo ao ponto do tema se tornar um universo em expansão constante após o "*big bang*" schoenbergo-babbittiniano difícil de ser totalmente contemplado.

## 4.2 Introdução

Dizer o que a combinatoriedade é atualmente seria deliberadamente correr o risco de incorrer em um erro cometido por muitos outros autores. Após a adoção do termo *"combinatoriality"* por Milton Babbitt em 1950 nas breves revisões de escritos de René Leibowitz para descrever algumas características vistas em obras de Arnold Schoenberg, e após a intensa expansão das potencialidades combinatoriais feitas por diversos autores posteriormente, o conceito de combinatoriedade não deveria ter permanecido estático por tanto tempo em diversas fontes que tratam sobre o tema. Tal estaticidade somente poderia ter ocorrido entre 1950 - na talvez primeira descrição escrita publicada da então terminologicamente anônima "adequação" do "método de doze tons um relacionado ao outro" feito pelo próprio Schoenberg - e 1955 - ano em que Babbitt apresentou publicamente o que seria somente "alguns aspectos da composição dodecafônica", largamente baseados nesta tal adequação do dodecafonismo schoenberguiano.

Após este período tornou-se disponível cada um dos acréscimos feitos por Babbitt e seus seguidores. Estes se refletiram tanto na criação de termos e conceitos para descrever os diversos aspectos da prática combinatorial schoenberguiana que eram gradativamente revelados, quanto no desmembramento, categorização e extensão das possibilidades de aplicação da combinatoriedade agora generalizada como técnica composicional.

Assim, novas combinatoriedades e cada vez mais novas variáveis envolvidas no processo de execução da técnica estiveram, mesmo que abstratamente, passíveis de serem incorporados neste antigo conceito de combinatoriedade que ainda é aceite, amplamente disseminado e restrito à prática de Schoenberg: a combinação de hexacordes inversionalmente relacionados de formas de uma série dodecafônica de modo a dispor todo o total cromático.

Diante desta não atualização da definição de combinatoriedade torna-se no mínimo conveniente a necessidade do uso alternativo do adjetivo "clássica" para qualificar a "combinatoriedade" enquanto substantivo utilizado para dar nome a esta(e) adequação, método, meio, processo e/ou esquema schoenberguiano(a).

Tal adjetivo, que remete diretamente à icônica importância do compositor para a técnica, polissemicamente pode também ser visto a partir de uma analogia sob o prisma de sua historicidade. Neste âmbito, posicionada entre a necessária não omissão da gradual e constante transformação da combinatoriedade devidamente documentada na literatura e a talvez impossível tarefa de apresentar um novo enunciado capaz de abranger tudo o que hoje é sabido sobre ela está a presente abordagem. Há aqui a tentativa de trazer um pouco do que seriam os outros períodos da história da combinatoriedade até o que poderíamos chamar de combinatoriedade "moderna" ou, quem sabe, "contemporânea", dizendo, ao invés do que a combinatoriedade é, em quantas se tornou.

Visando minimizar as possibilidades de dificuldade de compreensão do conteúdo a ser apresentado, houve a tentativa constante de expor, tanto no corpo do texto quanto em notas de rodapé, o conceito dos termos utilizados de forma a tornar este material um tanto o quanto independente. Porém, quando certos termos estiverem, porventura, desacompanhados de suas conceituações, estas poderão ser encontradas em livros de outros autores.

Neste âmbito são recomendados os seguintes escritos: (1) Introdução à Teoria Pós-tonal, de J. Nathan Straus, em sua edição mais atual, no qual o autor discorre sobre os "*Conceitos e Definições Básicas*" da teoria (Capítulo 1); e (2) "*The Structure of Atonal Music*", de Allen Forte, também em sua edição mais atual, no qual, além de apresentar no Capítulo 1 o que chamou de "*introdução e conexão de ideias básicas acerca da música atonal*", o autor apresenta ao fim um útil "*Glossário de Termos Técnicos*". Outros livros também poderão ser utilizados para o mesmo fim, bem como consulta direta aos artigos que serviram aqui como referência bibliográfica e que estarão indicados ao longo do texto quando possível.

Sob o ponto de vista da abordagem escolhida, diversos tópicos aparentemente não relacionados serão apresentados e a combinatoriedade será o fio que ligará todos eles. A estrutura do texto e destes tópicos é baseada num crescente no qual as informações contidas num tópico anterior serão necessárias para o entendimento do tópico seguinte.

Desta forma iniciaremos com a origem da combinatoriedade a partir do sistema serial dodecafônico de Schoenberg, passando pelos conceitos, termos e processos básicos. Posteriormente partiremos em direção às práticas combinatoriais mais recentes, munindo gradativamente o leitor das informações necessárias para que este possa compreendê-las.

### 4.2.1 O sistema serial dodecafônico

Uma vez que a combinatoriedade surgiu a partir de uma forma de utilização particular do serialismo dodecafônico, para melhor compreendê-la se faz necessária uma breve incursão em seus meandros.

O serialismo dodecafônico pode ser compreendido como um tipo de dodecafonismo criado pelo compositor austríaco Arnold Schoenberg por volta da década de 1920. O método teve como primeiros e mais importantes adeptos dois de seus seguidores, os também austríacos Anton Webern e Alban Berg, então formadores da Segunda Escola de Viena.

Dodecafonismos como o de Schoenberg surgiram num contexto onde o conceito de tonalidade, a ideia de uma nota básica (a fundamental) dominando a construção de acordes e regulando suas sucessões, já havia desenvolvido para o conceito de tonalidade estendida. Tal fato se deu através da exploração do cromatismo por compositores como Wagner e outros no final do século XIX e início do século XX. Posteriormente, tornou-se desnecessário que uma fundamental ainda devesse permanecer como referência para a construção de acordes ou que governassem as suas sucessões. Tornou-se também duvidoso que uma tônica aparecendo ao início e ao fim, ou em qualquer outro ponto de uma composição, tivesse importância construtiva imprescindível. Houve então a chamada emancipação da dissonância, onde ela e a consonância passaram a ser tratadas semelhantemente. Posteriormente houve uma "renúncia" de centros tonais e do uso de demais elementos que remetessem à antiga harmonia tonal.

Esta dissolução das funções tonais tradicionais que ocorreram ao fim do período romântico e início do período moderno deu surgimento a diversas tentativas sistemáticas de derivar uma total estrutura musical através de um complexo de classes de notas que não são funcionalmente diferenciadas.

Dentre estas tentativas o dodecafonismo de Schoenberg é a que obteve maior notoriedade. Outras menos conhecidas foram realizadas simultaneamente e independentemente por diversos compositores como Yev Golishev, Alexander Scriabin, e Josef Hauer, cujo Sistema de Tropos assemelha-se bastante ao serialismo dodecafônico schoenberguiano.

Estes diversos tipos de dodecafonismos são portanto uma consequência de uma sucessão de eventos que efetuaram transformações na concepção dos conceitos de harmonia, melodia, de estrutura, e etc., provenientes desse período da história da música que representa a queda de uma hegemonia de dois séculos da música tonal, da qual o próprio dodecafonismo e esses outros processos também colaboraram como causa[53].

---

[53] O tonalismo ainda continuou a ser utilizado e alguns elementos do tonalismo ainda se mantiveram presentes até mesmo na própria música dodecafônica. Tal fato pode ser mais bem observado na construção serial com abordagem triádica presente no Concerto para Violino de Alban Berg.

Conforme indica Milton Babbitt (1960, p. 246), o serialismo dodecafônico schoenberguiano, enquanto sistema formal de modelo obtível[54], "pode ser caracterizado completamente através da indicação de seus elementos, da relação ou das relações estipuladas entre esses elementos, e das operações definidas sobre esses elementos relacionados"[55]. Estas características referem-se às suas premissas iniciais. Elas correspondem respectivamente ao uso de todas 12 classes de notas do sistema de temperamento igual, a um dado ordenamento fixo a elas aplicado, e à aplicação das operações de transposição, inversão, retrógrado e retrógrado da inversão[56] sobre esses conjuntos de 12 classes de notas ordenadas. Erwin Stein (p. 252), também um dos pupilos de Schoenberg tal como Webern e Berg, apresenta em 1926 uma caracterização mais específica deste sistema:

> (1) Todas as frases contidas dentro de uma composição que usa estes princípios podem ser relacionadas com uma série de doze diferentes notas, as chamadas *Grundgestalt*, ou base de todo o trabalho. (2) Com relação à série original de doze notas ou *Grundgestalt*, é irrelevante qual nota é determinada como a inicial, e as doze possíveis transposições são todas consideradas de igual valor. (3) O *Grundgestalt* é considerado válido não somente em sua forma original e suas doze transposições, mas também em sua inversão, retrógrado e inversão do retrógrado da forma original e também das suas doze transposições da inversão: assim haverá 48 versões do *Grundgestalt,* das quais a composição irá derivar. (grifo do autor).[57]

Tais postulados, todos relacionados principalmente ao parâmetro altura[58], podem ser considerados como fruto da interseção de processos composicionais observados nas obras dos assim chamados precursores do dodecafonismo: Schoenberg, Webern e Berg.

Salvo uma teórica obrigatoriedade de segmento destas diretrizes, outros elementos musicais não relacionados exclusivamente à altura (forma, textura, tratamentos rítmicos, dinâmica, timbre, articulação, etc.), bem como outros ainda a ela relacionados (registro,

---

[54] Um sistema formal ou lógico é, grosso modo, qualquer sistema de pensamento abstrato bem definido em um modelo matemático. Mais especificamente Babbitt considera o dodecafonismo de Schoenberg como um sistema do tipo permutacional, considerando por sua vez o tonalismo como um sistema combinacional.

[55] "*The twelve-tone system [...] can be characterized completely by stating its elements, the stipulated relation or relations among these elements, and the defined operations upon the so-related elements".*

[56] De agora em diante abreviados respectivamente por T, I, R e RI.

[57] *"(1) Every phrase contained in a composition constructed on these principles can be related to a series of 12 different notes, the so-called Grundgestalt or basis of the whole work. (2) With regard to the original series of 12 notes or Grundgestalt, it is immaterial at what pitch it is first stated, and the 12 possible transpositions are all regarded as equally valid. (3) The Grundgestalt is considered valid not only in its original form and in 12 transpositions, but also in inversion, in crab form (cancrizans) and in the inversion of the crag form, also in all 12 transpositions: so that there in all 48 versions of the grundgestalt from which to derive the music of each composition"* (STEIN, 1926, p. 252).

[58] Na premissa da imposição de ordenamento ou sucessão às 12 classes de notas há implícita a noção temporal que é vinculada ao parâmetro ritmo. Classes de notas dispostas harmonicamente no mesmo ponto temporal de ataque e com mesma duração não podem ser distinguidas sob o ponto de vista da premissa do ordenamento.

contorno, motivos, etc.), estiveram à mercê da inventividade dos compositores interessados em utilizar-se da técnica.

Dessa forma, podemos encontrar na literatura desde variações muito tênues, até formas bastante pessoais de utilização do dodecafonismo. Isto pode ser observado tanto em obras de um mesmo compositor dodecafônico, como em obras de compositores distintos. Tal fato que pode ser claramente visto nas composições de Schoenberg, Webern e Berg.

Dentre estes elementos musicais que não foram normatizados, alguns mais intimamente relacionados com tais premissas iniciais sugerem preocupações compositivas que merecem destaque: (1) a definição de critérios para o ordenamento das 12 classes de notas e consequente construção da série original, (2) a definição de critérios para seleção das formas da série a serem utilizadas[59], (3) e a disposição espaço-musical das mesmas.

A primeira preocupação é relacionada à qualidade da série a ser utilizada (*qual* ordenamento?). A segunda relaciona-se mais diretamente com a quantidade e a qualidade das formas da série que serão elencadas para uso (*quantas* e *quais* versões T, I, R e/ou RI operacionalizadas?)[60]. Já a terceira diz respeito à ordem (*quando*?) e a forma com que serão utilizadas (*como* e *onde*?).

Em meio à quantidade de ordenamentos possíveis das 12 classes de notas[61], a quantidade de formas da série geradas a partir das operações T, I, R e RI aplicadas a somente um destes ordenamentos[62], e a multiplicidade de maneiras de se dispor musicalmente formas de uma série dodecafônica[63] tais preocupações são pertinentes. Critérios para filtragem destas possibilidades tornam-se, portanto, imprescindíveis.

As buscas pessoais por tais critérios, aliadas à liberdade de manipulação dos demais parâmetros musicais não englobados pelos postulados iniciais do dodecafonismo, foram os principais responsáveis pelas diferenças de *modus operandi* mais significantes entre

---

[59] Como alternativa para descrever as variações de uma série original obtidas através de operações T, I, R e RI aplicadas a ela, será utilizado somente o termo "formas da série".

[60] Com relação à quantidade de séries ou ordenamentos diferenciados das 12 classes de notas, em obras mais longas alguns autores utilizaram-se de mais de uma série base. Berg fez uso de séries auxiliares em Lulu.

[61] 479.001.600 possibilidades.

[62] Conforme já mencionado, um dado ordenamento pode gerar, através das operações T, I, R e RI aplicadas a ele, até 48 formas distintas da série. Porém, algumas séries simétricas oferecem menos possibilidades já que, por exemplo, sua forma original pode ser igual ao seu retrógrado da inversão.

[63] Algumas das inúmeras variáveis envolvendo a forma de dispor musicalmente formas de uma série dodecafônica são: questões temporais (linearidade, simultaneidade, sucessividade), de registro, tímbricas, dentre outras.

Schoenberg, Webern e Berg. Tais diferenças por si só são capazes de identificar seus traços composicionais e distinguir os “tipos” de dodecafonismo por eles utilizados. Além disso, alguns dos critérios encontrados, muitas vezes transfigurados através de processos composicionais bem elaborados, foram tão eficazes em seu objetivo que foram posteriormente generalizados a ponto de tornarem-se técnicas composicionais independentes. Estes são os casos da combinatoriedade e de outro processo independente mas a ela intimamente relacionado, a derivação.

### 4.2.2 A combinatoriedade clássica schoenberguiana: um modelo

A combinatoriedade, tal como o serialismo dodecafônico, surgiu nas obras de Arnold Schoenberg. Ela foi utilizada pela primeira vez em 1928, ano em que o autor compôs sua primeira obra serial dodecafônica para larga formação, as Variações para Orquestra, Op. 31.[64]

Schoenberg demonstrou-se preocupado com a necessidade de utilização de inúmeras vozes ou formas de uma série dodecafônica nesta obra orquestral se comparada às outras obras por ele compostas para formações menores. Isto se deu principalmente no que concerne às possibilidades de repetições indesejadas de classes de notas[65] quando duas ou mais formas de uma série base estivessem dispostas simultânea ou sucessivamente.

A preocupação com a repetição indesejada de classes de uma maneira mais geral gerou a premissa do ordenamento que tornou o dodecafonismo então serial[66]. Sobre ela Webern ressalta:

> Nós sentimos que a nota, frequentemente repetida quer em sucessão direta ou dispersa durante toda a peça de alguma maneira se “vingou”, que a nota se estabeleceu sozinha. [...] Isto demonstrou, por exemplo, o quão disturbador era se uma nota fosse repetida frequentemente durante toda uma passagem que deliberadamente exaustava todas as 12 classes de notas. Foi estabelecida então como

[64] Iniciada em 1926 e finalizada em 1928, Variações para Orquestra, Op. 31, de Schoenberg foi escrita para 4 flautas, 4 oboés, 5 clarinetes, 4 fagotes, 4 trompas, 3 trompetes, 4 trombones, 1 tuba, harpa, celesta, bandolim, percussão e cordas.

[65] Schoenberg utiliza-se da expressão “dobramento em oitavas”, no qual critica o recurso utilizado por compositores que, por preferirem lidar com um menor número de vozes, efetuam o dobramento delas em muitos instrumentos ou em oitavas. Para o compositor tal fato quebra ou dobra a harmonia, algumas vezes obscurecendo a presença de um conteúdo, outras fazendo sua ausência clara. Ele então defende o ato de se evitar o dobramento em oitavas para que estes problemas sejam por sua vez evitados. Portanto, a expressão “repetição de classes de notas” é aqui utilizada como uma simplificação da problemática levantada pelo autor.

[66] Apesar do termo "série" ser atribuído ao conjunto das 12 classes de notas do sistema de temperamento igual, sequência seria matematicamente mais adequado, já que série, grosso modo, é mais aplicável a uma sequência infinita.

> uma regra de procedimento que antes das 12 classes de notas terem sido usadas nenhuma delas poderia recorrer. (WEBERN, 1960, p. 133)[67].

A solução adicional alternativa para a preocupação mais específica da repetição indesejada de classes de notas em contextos em que formas de uma série dodecafônica são utilizadas contrapontísticamente é apresentada pelo próprio Schoenberg no único escrito em que trata do seu então "*Method of Composing with Twelve Tones Which are Related Only with One Another"* - a palestra de 1941 posteriormente compilada no livro "*Style and Ideia"* (1950), "*Composition with Twelve Tone"*:

> Posteriormente, especialmente em trabalhos de maiores dimensões, eu mudei a minha ideia original, se necessário, para se adequar às seguintes condições: a inversão uma quinta abaixo das primeiras seis notas, o antecedente, deve não produzir repetição de nenhuma destas seis notas, mas deve produzir os outros seis tons até agora não utilizados da escala cromática. Portanto, o consequente da série básica, da sétima à décima segunda nota, compreendem as notas dessa inversão, mas, obviamente, numa diferente ordem[68]. (SCHOENBERG, 1941, p. 116).

Similar "*adequação*" feita por Schoenberg pode ser vista na figura 3 na qual duas formas da série base utilizada em suas "*Variations*", Op. 31 estão dispostas simultaneamente nota contra nota. O primeiro hexacorde (H1) da forma da série superior ($T_{10}$) junto com o primeiro hexacorde (H2) da inferior ($I_7$) produz todo o total cromático pelo menos se levado em conta o trecho em destaque. Este total é também produzido na segunda metade destas duas séries sobrepostas.

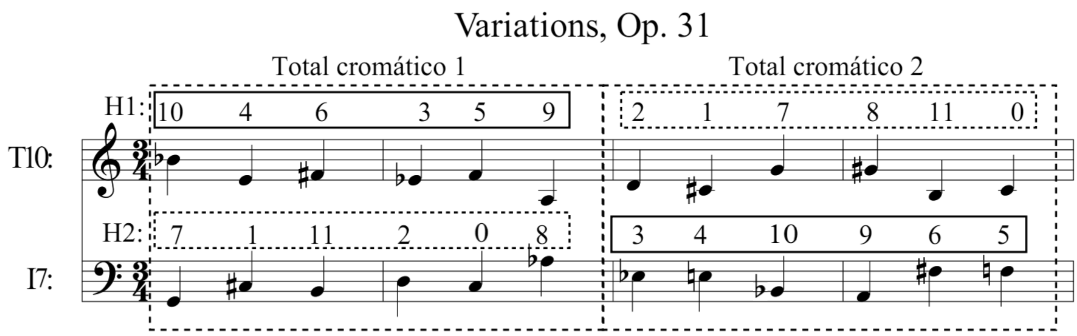



Figura 3 - Totais cromáticos entre formas da série em "*Variations*", Op.31

---

[67] *"We felt that a pitch, frequently repeated either in direct succession or dispersed throughout a piece somehow 'got revenge', that the pitch established itself. [...] It demonstrated, for example, how disturbing it was if one pitch were repeated frequently throughout a passage which deliberately exhausted all twelve pitches. In a word, it established itself as a procedural rule that before all twelve pitches had been used up, none of them could recur."*

[68] *"Later, especially in larger works, I changed my original idea, if necessary, to fit the following conditions: the inversion a fifth below of the first six tones, the antecedent, should not produce a repetition of one of these six tones, but should bring forth the hitherto unused six tones of the chromatic scale. Thus, the consequent of the basic set, the tones 7 to 12, comprises the tones, of this inversion, but, of course, in a different order."*

A partir deste processo Schoenberg tornou-se, *a priori,* capaz de efetuar uma melhor manutenção do equilíbrio das 12 de classes em contextos dodecafônicos semelhantes aos do seu Op. 31.

Esta combinação particular de formas de uma série dodecafônica foi chamada posteriormente por Milton Babbitt, compositor, professor e teórico norte-americano, de combinatoriedade.

A partir de meados da década de 1940 Babbitt empreendeu uma extensa investigação na qual este e diversos outros aspectos da combinatoriedade e do dodecafonismo de Schoenberg foram discutidos.

Nos seus escritos o autor introduziu grande parte dos termos e conceitos a ela relacionados conhecidos. Ele expandiu também sua potencialidade dentro e além dos domínios do parâmetro altura, tendo servido como ponto de partida para investigações posteriores sobre a combinatoriedade que foram feitas por outros autores.

A partir daí a combinatoriedade schoenberguiana passou a ser, apesar do mais relevante, somente um dos tipos de combinatoriedade ou possibilidades de utilização da técnica.

O próprio Milton Babbitt utilizou-se da combinatoriedade em suas obras de uma forma diferente de Schoenberg, no qual outros tipos de combinatoriedade podem ser observados (ver itens 4.4 e 4.5).

A maioria dos aspectos investigados por Babbitt e por outros autores podem ser inferíveis a partir de uma análise e expansão das possibilidades envolvidas no funcionamento da combinatoriedade tal como foi descrita pelo próprio Schoenberg: (1) a formação de um "novo" conjunto contendo 12 classes de notas (2) a partir de dois hexacordes (3) de outros dois conjuntos de 12 classes de notas ordenados (4) relacionados pela operação de inversão (5) combinados simultaneamente.

Isoladamente estes 5 itens podem ser considerados como respostas específicas dadas através da combinatoriedade schoenberguiana a algumas perguntas concernentes ao uso do dodecafonismo que não foram contempladas pelas suas premissas iniciais.

A seguir há um modelo da combinatoriedade clássica schoenberguiana tal como a vista em suas Variações para Orquestra. Sob o ponto de vista da combinatoriedade o ponto de partida do modelo apresentado (C1) é um dos termos do objetivo gerador da técnica: a não repetição de classes de notas. Nele *P´*s correspondem às premissas iniciais do dodecafonismo, *F´*s aos pontos de filtragem ou perguntas dodecafônicas não contempladas pelas premissas iniciais. Já *C´*s correspondem aos pontos onde a combinatoriedade está associada. Os números que são usados junto a tais letras dão-se por fatores cronológicos não relacionados a uma hierarquização destas últimas por importância.

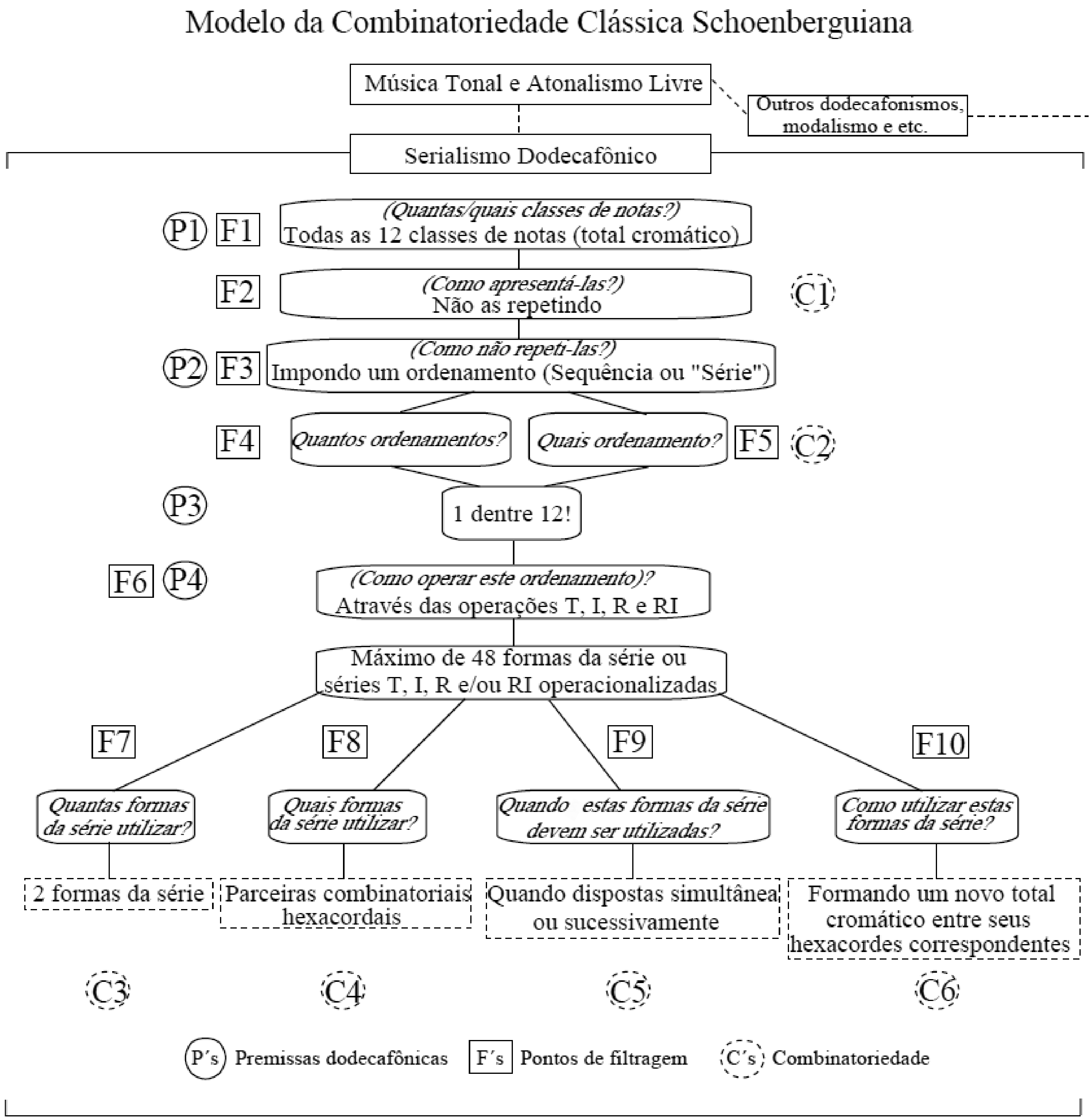



Figura 4 - Modelo da Combinatoriedade Clássica Schoenberguiana

De acordo com o modelo apresentado a combinatoriedade clássica schoenberguiana está diretamente relacionada com a atribuição de critérios de filtragem para as diversas possibilidades envolvendo as seguintes perguntas dodecafônicas:

F7: *Quantas formas da série devem ser utilizadas*?

C3: Um mínimo de duas formas da série. Duas versões idênticas podem ser utilizadas mas devem de alguma forma relacionar-se[69].

F8: *Quais formas da série devem ser utilizadas*?

C4: Somente as que apresentem possibilidades de formar conjuntos contendo todas as 12 classes de notas entre seus trechos hexacordais correspondentes cada um pertencente a cada uma das formas da série[70].

F9: *Quando estas formas da série devem ser utilizadas*?

C5: Quando estiverem temporalmente dispostas, de maneira geral, simultânea ou sucessivamente[71].

F10: *Como estas formas da série devem ser utilizadas*[72]*?*

C6: Preferencialmente de maneira que o "novo" conjunto de 12 classes de notas não seja ambiguamente interpretado como uma das formas possíveis da série base ou somente como partes das formas da série que lhe foram geradoras, formando um todo independente e distinguível.[73]

Outras perguntas dodecafônicas estarão também relacionadas com a técnica de maneira mais indireta: *quais ordenamentos impor às 12 classes de notas* (F5) *e quantos podem ser utilizados* (F4)?

---

[69] Uma mesma forma da série disposta sucessivamente irá formar um conjunto de 12 classes de notas entre o hexacorde final da primeira exposição e o inicial da segunda. O mesmo ocorrerá se disposta obliquamente (ver item 4.2.10)

[70] Em alguns trechos das últimas obras de Schoenberg a combinatoriedade pode ser vista sob o ponto de vista de tetracordes e tricordes (ver item 4.4.3).

[71] Os questionamentos relacionados a quantas, quais e quando formas da série devem ser utilizada relacionam-se também com outra prática schoenberguiana vinculada à combinatoriedade, seu uso das chamadas áreas combinatoriais (ver item 4.3.1).

[72] A pergunta "*como estas formas da série devem ser utilizadas?*" pode referir-se também às funções atribuídas a elas, tais como materiais de acompanhamento, harmônicos, dentre outras possibilidades não predefinidas pelo processo combinatorial.

[73] A esta resposta está relacionada a omitida pergunta uma pouco mais específica "*onde estas formas da série devem ser utilizadas?*". Algumas possíveis respostas diante deste contexto relacionadas ao tipo de combinatoriedade em questão seriam em qual dado instrumento, registro e etc.

No que diz respeito à primeira pergunta (F5), o uso de ordenamentos específicos de classes de notas irá afetar diretamente as possibilidades combinatoriais. Já à segunda (F4), a formação de novos conjuntos de classes de notas em outros níveis de estrutura sugerem a possibilidade de extração de novos ordenamentos que podem ser paralelamente utilizados.

Nos itens e subitens seguintes alguns destes aspectos serão mais bem discutidos.

### 4.2.3 O agregado-12

Podemos considerar o método de doze sons de Schoenberg como consequência de uma progressiva conscientização quanto à importância do uso das 12 classes de notas do sistema de temperamento igual como um meio eficaz para que se pudessem ser evitados certos elementos característicos de um tipo de música que estava aparentemente caindo em desuso.

Essa gradual conscientização teve início na crescente ênfase dada ao uso da escala cromática em detrimento ao uso de escalas diatônicas relacionadas a esta música anterior.

Seu ápice se deu na ideia serial dodecafônica da imposição de um ordenamento fixo e não repetição às 12 classes de notas do sistema de temperamento igual que surgiu como uma forma mais coerente de organização das relações contidas no atonalismo livre pré-serial.

Às 12 classes de notas do sistema de temperamento igual Babbitt (1955) chamou de agregado. Sinônimo de aglomerado ou conjunto, qualquer coleção contendo 12 classes de notas pode ser considerada então como um agregado(-12), independente do seu ordenamento. Portanto, o termo agregado, acrescido da especificação da quantidade de elementos do conjunto “-12” [74], torna-se um termo geral capaz de abranger tanto uma série dodecafônica pré-composicionalmente concebida quanto um conjunto de 12 classes de notas que surge composicionalmente a partir, por exemplo, da schoenberguiana união de 2 hexacordes, cada um pertencente a uma das duas formas de uma dada série dodecafônica de alguma maneira combinadas.

Nestes dois casos específicos o tipo de agregado-12 é distinguido a partir do seu contexto de formação ou funcionalidade. São igualmente exemplos de agregados-12 porém distintos no que diz respeito ao contexto de formação e funcionalidade: série ou formas de

[74] Babbitt (1955) chamou de agregado um conjunto contendo as 12 classes de notas da escala cromática. Uma vez que o termo agregado pode ser aplicado a conjuntos de diversos tamanhos, afixo "-12" será utilizado após o termo “agregado” para especificar que este representa um conjunto contendo 12 classes de notas. Isto habilitará o uso do termo para conjuntos de outras cardinalidades quando tratados enquanto agregados (-9, -10 e etc).

uma série dodecafônica, o agregado-12 combinatorial, a série secundária, a série derivada e o agregado-12 derivado combinatorial.

Apesar de poderem estar todos relacionados à combinatoriedade, somente podemos considerar como produtos dela o agregado-12 combinatorial, a série secundária e o agregado-12 derivado combinatorial. Analogamente, série ou formas de uma série dodecafônica e a série derivada podem ser consideradas como algumas das possíveis matérias-primas destes últimos.

### 4.2.4 O agregado-12 combinatorial e a série secundária

Dois são os tipos básicos de agregados que surgem a partir da tentativa combinatorial da não repetição de classes de notas quando duas ou mais formas de uma série dodecafônica são utilizadas em contraponto: o agregado-12 combinatorial e a série secundária. Estes se diferem basicamente a partir da possibilidade de obtenção ou não de um ordenamento.

Na figura 5 formas da série das "*Variations*", Op. 31 de Schoenberg são utilizadas. Diferente do exemplo anterior, a partir de dois hexacordes de uma disposição sucessiva destas formas da série, podemos obter o que chamamos então de série secundária: um agregado no qual suas doze classes de notas estão ordenadas.

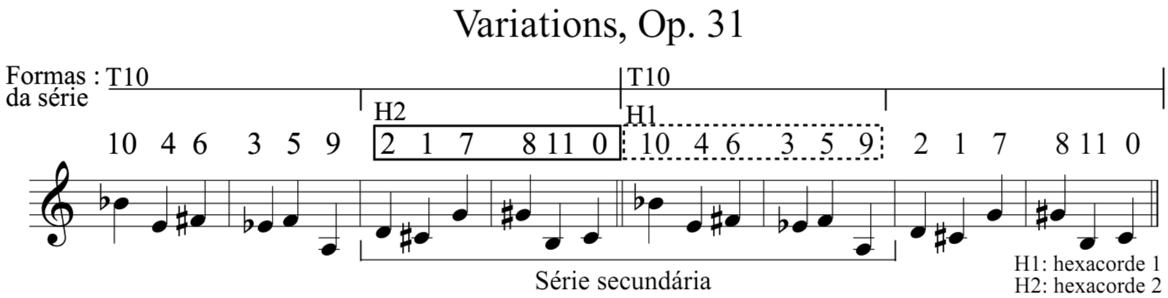



Figura 5- Exemplo de Série secundária em "*Variations*", Op. 31

Séries secundárias podem, por exemplo, ser utilizadas como uma série alternativa de uso passível em paralelo à série base ou como ponto de partida para uma modulação no ordenamento da mesma.

Diante de uma impossibilidade de obtenção de um dado ordenamento o agregado-12 será somente combinatorial (ver figura 6).

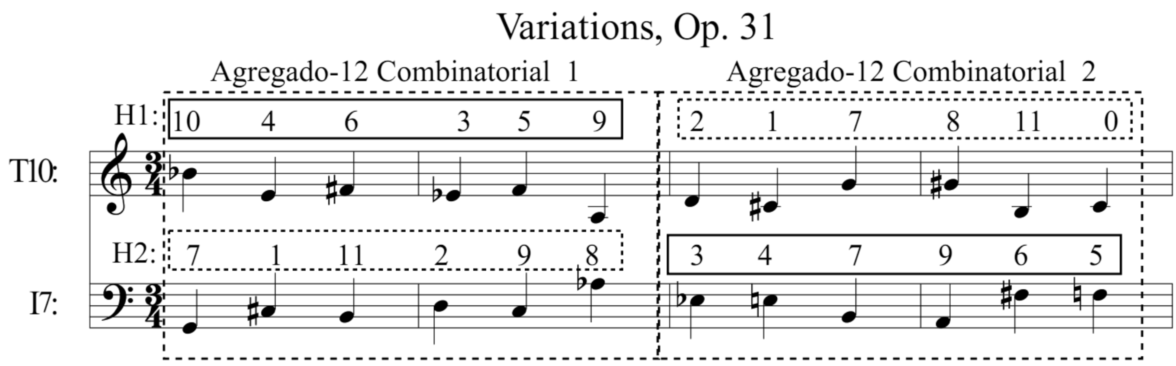



Figura 6 - Agregados-12 combinatoriais em “*Variations*”, Op. 31

### 4.2.5 A distinção compositiva dos agregados-12 combinatoriais

O termo combinatorial é útil para distinguir o tipo de agregado que não é uma das formas da série dodecafônica base utilizada numa obra. Porém esta distinção geralmente não é somente terminológica.

Distinguir agregados combinatoriais ou séries secundárias das formas de uma série dodecafônica é uma prática vista já nas primeiras obras dodecafônico-combinatoriais de Schoenberg. Diante das possibilidades de ambiguidade, uma vez que ambos são agregados-12, Schoenberg tomava medidas para deixar claro composicionalmente que estes novos conjuntos de 12 classes de notas não eram transposições, inversões, retrógrados ou retrógrados da inversão do todo da série base utilizada[75]. Estas medidas consistiam basicamente na associação das classes de notas dos agregados-12 combinatoriais ou séries secundárias por timbre, ritmo, registro, contorno, intensidade ou qualquer outra forma de agrupar ou distingui-las[76].

Na figura 7 podemos ver a formação de agregados-12 combinatoriais no abertura do terceiro movimento do Quarto Quarteto de Cordas Op. 37 de Schoenberg. A série [0, 11, 7, 8, 3, 1, 2, 10, 6, 5, 4, 9] utilizada por Schoenberg é apresentada em *tutti* e uníssono logo no

[75] Agregados-12 combinatoriais, a depender do contexto de formação, podem ser considerados como produto da combinação de partes de formas de uma série base operacionalizada. Ou seja, são somente parcialmente a forma de uma série transposta, invertida, retrógrada ou retrógrado-invertida.

[76] Boretz (1963) apud Kassler (1961) aponta a necessidade de invocação de critérios contextuais tais como tratamentos timbrais, registrais, de dinâmica e etc. na apresentação composicional de um agregado, para avaliar, a parir dele, a ordem dos seus conjuntos componentes e suas fontes no que diz respeito às formas da série utilizadas. Babbitt (1955) aponta, junto com uma descrição da formação de agregados no Op. 37 de Schoenberg através de hexacordes, algumas das que chamou de técnicas de associação utilizadas pelo compositor para evidencia-los.

início do terceiro movimento, do compasso 614 ao 618. Seus dois hexacordes constituintes [0, 11, 7, 8, 3, 1] e [2, 10, 6, 5, 4, 9] são ambos membros da classe de conjunto 6-16 (014568) e estão delimitados através de uma pausa no final do compasso 615. No final do compasso 618, o violoncelo inicia a apresentação da forma da série $RI_8$. O primeiro hexacorde é apresentado pelo violoncelo, viola, violino 2, com última nota pela violino 1. O segundo hexacorde é apresentado em solo pelo violino 1. O primeiro hexacorde dessa forma da série expõe, junto com o segundo hexacorde da forma da série $O_0$ apresentada anteriormente uma série secundária.


Figura 7 - Associações das classes de notas dos agregados-12 combinatoriais no Op. 36 de Schoenberg.

No compasso 621, violino 2, viola e violoncelo apresentam o primeiro hexacorde de uma nova forma da série, $R_9$, que tem o segundo hexacorde apresentado novamente em solo pelo violino 1. Uma segunda série secundária é formada entre o segundo hexacorde de $RI_8$ e o segundo hexacorde de $R_9$, ambos apresentados em solo pelo violino 1[77]. Estas três formas da série apresentadas compartilham do mesmo conteúdo hexacordal, porém com ordem de classes de notas diferente dentro de cada hexacorde disjunto[78].

No compasso 623 ocorre a primeira apresentação simultânea de duas formas da série, $I_2$ e $O_9$. O conteúdo dos seus hexacordes disjuntos é compartilhado, porém é diferente do conteúdo das formas da série anteriormente apresentadas $O_0$, $RI_8$ e $R_9$. Seus hexacordes sobrepostos formam também agregados[79]. Estas informações estão sumarizadas na figura 8.

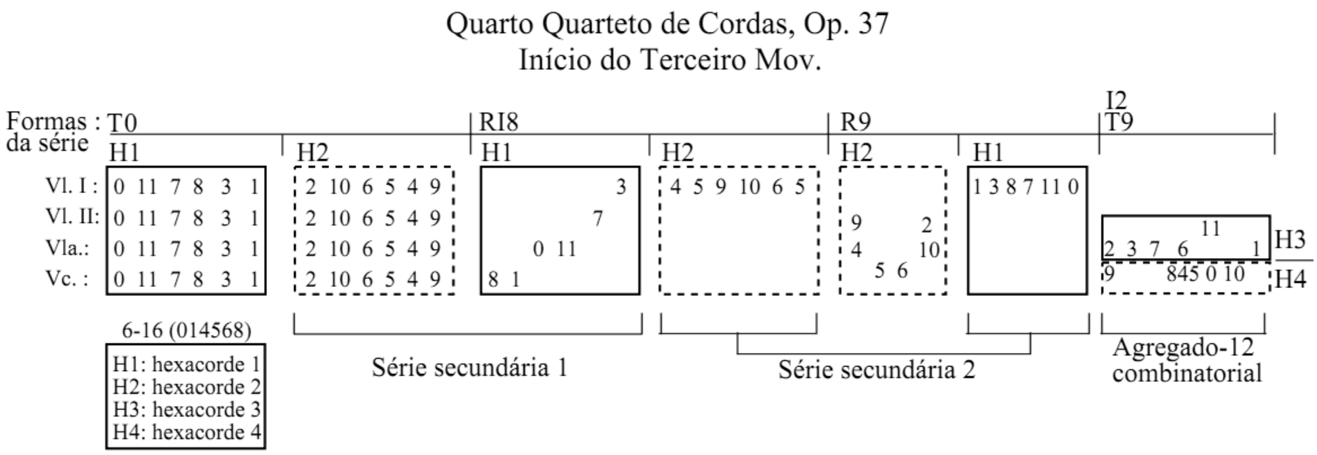



Figura 8 - Associações das classes de notas dos agregados-12 combinatoriais por timbre no Op. 36 de Schoenberg.

Sem esta distinção, um agregado-12 combinatorial, no qual não é possível se obter ordenamento, seria facilmente interpretado como qualquer uma das formas da série utilizada. Através deste tipo de evidenciação Schoenberg deixa claramente nítido que a formação deste novo agregado-12 não é fortuita. É uma união deliberada de fragmentos (no caso de Schoenberg, hexacordes) das formas da série utilizadas. Assim o compositor coloca a combinatoriedade como uma sistematização paralela ao dodecafonismo serial utilizado, tornando-se então capaz de equilibrar em dois níveis ou dimensões de estrutura a presença das doze classes de notas.

[77] Este tipo de formação de agregados através da associação por timbre de hexacordes complementares foi chamada por Babbitt (1961, p. 86) de "orquestração estrutural" (tradução para "*structural orchestration*").
[78] Dois conjuntos são ditos disjuntos se e somente si eles não tem nenhum elemento em comum.
[79] Para mais informações acerca da combinatoriedade presente no Op.37 de Schoenberg, ver Babbitt (1961).

### 4.2.6 Operações e relações básicas entre conjuntos relacionadas à combinatoriedade

Uma operação pode ser definida como qualquer tipo de procedimento que é realizado sobre certa quantidade de elementos obedecendo sempre à mesma lógica. Na música serial dodecafônica estão implícitas as operações de transposição, inversão, retrógrado e retrógrado da inversão. Estas são as operações majoritárias relacionadas à formação de agregados-12. Porém outras operações não tão explícitas ou usuais podem também estar relacionadas.

**Transposição ($T_t$)** na música pós-tonal é uma operação que corresponde a soma de um número ou intervalo transposicional $t$[80] a todas os elementos ou classes de notas de um dado conjunto (mod12). Devido à relação de congruência da oitava que a torna equivalente, somente 12 níveis transpositivos são aplicados a $t$ (0 a 11)[81].

Na figura 9 os hexacordes 1 e 4 da figura 8 (Op. 37 de Schoenberg) são utilizados. Eles estão relacionados pela operação $T_9$, ou seja, se somarmos 9 ($t$) a cada classe de notas de H1 ele se mapeará em H4.

H1 e H4 da figura 8

| $T_0$ 6-16 (014568) | | | | | | | $T_9$ 6-16 (014568) | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 11 | 7 | 8 | 3 | 1 | | 9 | 8 | 4 | 5 | 0 | 10 |

**$T_9$**

6-16 (014568)

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| H1 | 0 | 11 | 7 | 8 | 3 | 1 | |
| $T_9$ (H1) | +9 | +9 | +9 | +9 | +9 | +9 | |
| = H4 | 9 | 8 | 4 | 5 | 0 | 10 | (mod 12) |

Figura 9 - Transposição de hexacordes da série base do Op.36 de Schoenberg.

**Inversão ($T_tI$)** de um conjunto de classe de notas corresponde a uma subtração dos seus números inteiros representantes ao número 12 (mod12) (passo 1) seguida de uma transposição ($T_t$) (passo 2)[82] (ver fig. 10).

Na figura 10 os hexacordes 3 e 4 da figura 8 (Op. 37 de Schoenberg) são utilizados para demonstração. Eles estão relacionados pela operação $T_{11}I$.

---

[80] A variável $t$ utilizada por Babbitt representa um número, nível ou intervalo de transposição, e é equivalente a variável $n$ utilizada por outros autores.

[81] Esta relação pode ser vista sob o ponto de vista da aritmética modular. Em música usamos o módulo 12, já que 12 classes de notas representam as 96 notas da escala temperada. Dois números, $a$ e $b$, são ditos congruentes mod. 12 se e somente se $a - b$ for igual a um inteiro múltiplo de 12.

[82] As operações de transposição e inversão não comutam. Portanto a operação de transposição deve vir após a operação de inversão.

H3 e H4 da figura 8

| $T_9$ 6-16 (014568) | | | | | | | $T_2I$ 6-16 (014568) | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9 | 8 | 4 | 5 | 0 | 10 | | 2 | 3 | 7 | 6 | 11 | 1 |

**$T_{11}I$**

Passo 1 - Inversão de $T_9$ (014568)

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Inversão | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | |
| | - | - | - | - | - | - | |
| H3 | 9 | 8 | 4 | 5 | 0 | 10 | |
| = | 3 | 4 | 8 | 7 | 0 | 2 | (mod12) |

Passo 2 – Transposição a *t*=11

6-1 (014568)

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| H3 inv. | 3 | 4 | 8 | 7 | 0 | 2 | |
| $T_{11}$ (H3 inv.) | +11 | +11 | +11 | +11 | +11 | +11 | |
| = H4 | 2 | 3 | 7 | 6 | 11 | 1 | (mod12) |

Figura 10 - Inversão de hexacordes da série base do Op.36 de Schoenberg.

**Retrógrado (R)** e **Retrógrado da Inversão (RI)** equivalem a, grosso modo, uma disposição reversa das classes de notas de um conjunto de classes de notas respectivamente transposto e invertido[83]. Na figura 11 temos dois hexacordes 1 da figura 8 (Op. 37), mais precisamente o H1 da forma da série $T_0$ e o H1 de $R_9$. Estas formas da série estão relacionadas por retrogradação e portanto seus hexacordes também estarão. O mesmo ocorreria se, ao invés de $T_0$, $T_tI$ fosse utilizado como base para a operação no que diz à ordem dos elementos. Porém a operação seria rotulada como retrógrado da inversão (de $T_tI$).

| | 6-1 (014568) | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | H1 de $T_0$ | | | | | | | H1 de $R_9$ | | | | | |
| Ordem das c. de n´s. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| H1 6-1 (014568) | 0 | 11 | 7 | 8 | 3 | 1 | | 1 | 3 | 8 | 7 | 11 | 0 |

**Retrógrado**

Figura 11 - Retrógrado de T0 [0, 11, 7, 8, 3, 1].

Alternativamente as operações de transposição e inversão aplicadas a conjuntos não ordenados de classes de notas podem ser tidas como funções. Uma **função**, grosso modo, é

[83] Devido a imposição de ordenamento Babbitt (1960) representa uma série dodecafônica através de pares ordenados (*a*, *b*) onde *a* é o número de ordem (0 a 11) e *b* é um número inteiro representante das 12 classes de notas (0 a 11). Portanto considera a transposição uma operação (a, b + t) e a inversão como (*a*, (12 – *b*) + *t*). Já o retrógrado considera como (11 – a, b), ou seja, se uma classe de nota ocupa a posição 3 (quarta partindo de 0) passará a ocupar com o retrógrado da série a posição 8. O retrógrado da inversão, portanto, passa a considerar como uma operação de R e I que, diferentes das operações I e T, são comutáveis. Portanto RI = (11 –a ,12-b).

utilizada para estabelecer uma relação entre dois conjuntos. Uma **relação** é uma associação ou correspondência de elementos entre conjuntos não vazios.

Como exemplo temos a operação $T_9$ aplicada ao conjunto [0, 11, 7, 8, 3, 1] vista na figura 9. Enquanto função ela pode ser compreendida como $f$ : A $\rightarrow$ B que transforma $x$ pertencente a A em $x + 9$ (mod 12) pertencente a B.

Na figura 12 A = [0, 11, 7, 8, 3, 1], o conjunto a ser T-operacionalizado, é considerado como conjunto de partida ou domínio. Já B é considerado como conjunto de chegada ou contradomínio. No caso da figura, é um agregado-12. O conjunto resultante da operação $T_9$, [9, 8, 4, 5, 0, 10], é o conjunto imagem (*Im*), então um subconjunto de B. A correspondência entre as classes de notas dos conjuntos envolvidos estabelecida pela função "$T_9$" dá-se da forma demonstrada pelas flechas na figura. A mesma operação $T_9$, enquanto função, pode ser representada também como $f(x) = x + 9$ (mod12) ou $y = x + 9$ (mod12), onde $x$ está no conjunto A e $y$ no conjunto B.

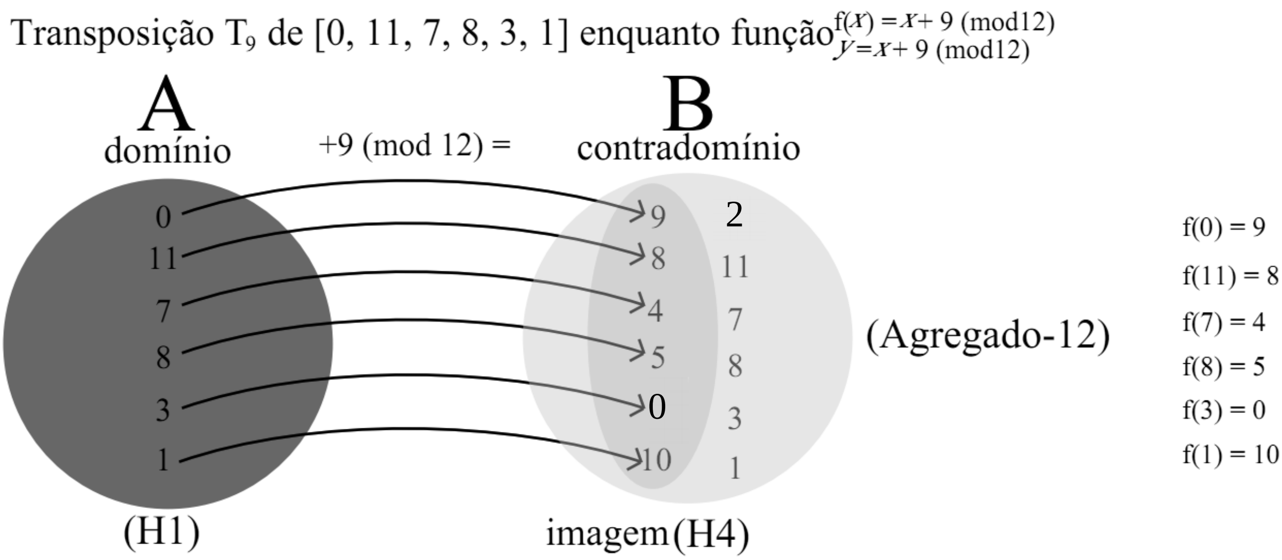



Figura 12 - Diagrama da Veinn contendo a função que transforma H1 em H4 (transposição, fig. 9).

Conjuntos de classes de notas relacionados por transposição e inversão, independente do ordenamento, são ditos possuírem uma **relação de equivalência**. Dois conjuntos A e B são ditos ser equivalentes se, e somente se, seguirem as seguintes condições: (1) os conjuntos devem conter o mesmo número de elementos, ou seja, a mesma cardinalidade, e (2) deve haver uma correspondência de um pra um entre os elementos dos dois conjuntos.

Musicalmente esta correspondência geralmente é observada sob o ponto de vista das operações T e I tal como ocorreu entre os conjuntos das figuras anteriores. A partir disso, conjuntos de uma mesma cardinalidade não correspondidos pelas operações T e I são ditos como não equivalentes. Já conjuntos de classes de notas com cardinalidades distintas poderão ter outros tipos de relações mas nunca a de equivalência[84]. Exemplos dessas relações são as relações de complemento, subconjunto, superconjunto, dentre outras.

Quando aplicadas ao todo agregado-12 serial estas operações resultam em características distintas. Por não alterarem a essência do agregado-12 enquanto conjunto não ordenado, ou seja, por somente produzirem conjuntos a ele equivalentes, as operações T, I, R e RI aplicadas as séries dodecafônicas podem ser consideradas como permutações ou rearranjos ordenados de seus elementos[85].

De maneira geral uma **permutação** de *n* elementos distintos é um agrupamento ordenado desses elementos. Ela pode ser calculada pela fórmula $Pn = n!$.[86] No caso da música dodecafônica existem 12! formas distintas de se ordenar os elementos de um agregado-12. Portanto, 479.001.600 possibilidades.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Permutações de 3-8 (026) | 026 | 260 | 602 | 620 | 206 | 062 |

Figura 13 - As 6 possíveis permutações (3!) de 3-8 (026)

Na figura 13 estão apresentadas as possibilidades de permutação dos elementos do conjunto formado pelas classes de notas 0, 2, 6. São 6 as permutações possíveis.

Estas possibilidades podem ser também pensadas alternativamente como rotações destes elementos. **Rotação** é uma permutação do tipo cíclica.

Na figura 14 o conjunto das classes de notas [0, 2, 6] é disposto de maneira que possa formar a ideia de um círculo. Rotação[87] de fator 1 ou $Rot_1$ equivale à primeira troca de posições no sentido horário, ou seja, o 0 ocupa o lugar do 2, que ocupa o lugar do 6 que por

[84] A diferença entre equivalência musical e matemática de conjuntos pode ser vista em Clough (1965).
[85] Operações T e I alteram o ordenamento da classes de notas da série mas não alteram as classes de intervalos entre suas notas contíguas. Sobre esta série invariante de classes de intervalos.
[86] "*n*" é o tamanho ou cardinalidade do conjunto. "*n*!" equivale ao fatorial de *n*. O fatorial de um número é calculado pela multiplicação dele por todos os seus antecessores até chegar ao número 1. [86] No caso 12! equivale a 12 x 11 x 10 x 9 x 8 x 7 x 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1 possibilidades de ordenamento das 12 classes de notas da escala cromática perfazendo um total de 479.001.600 possibilidades.
[87] A ideia de Rotação aplicada à classes de notas pode ser vista em Friedmann (1985). Rotações são aplicadas no item 4.5.2.

sua vez ocupa o lugar do 0. Um $Rot_2$, portanto, seria a troca de posições seguinte e assim até retornar a posição inicial ($Rot_0$). No caso de um conjunto de cardinalidade 3, 2 rotações são possíveis em cada um dos sentidos. Uma terceira rotação colocaria as classes de notas na ordem original.

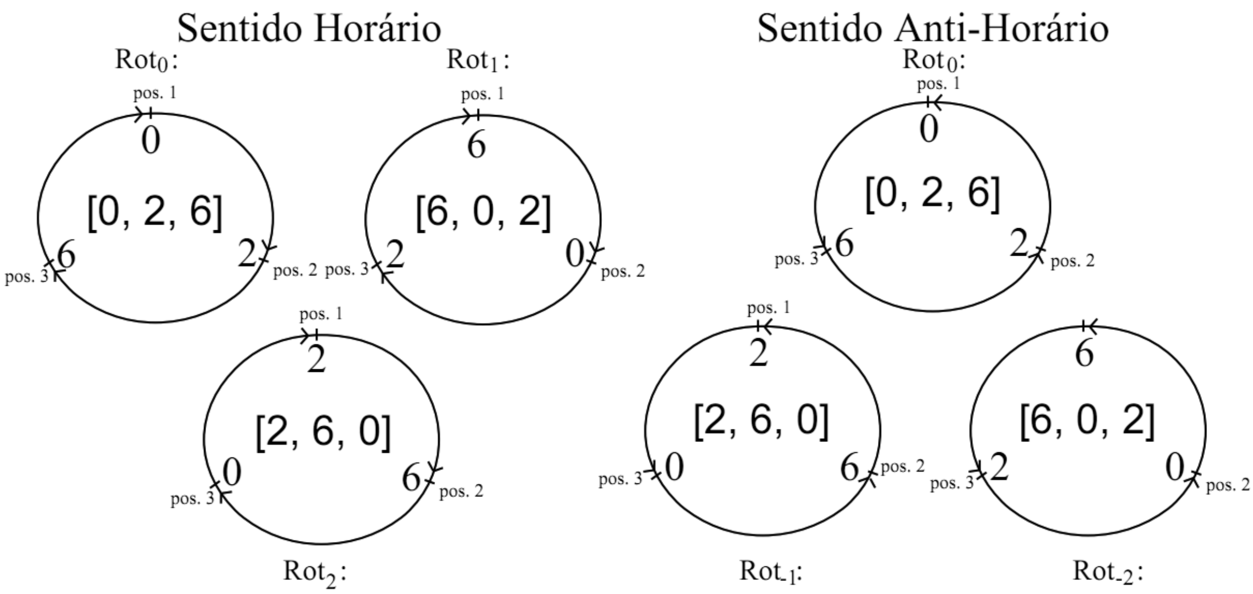



Figura 14 - Permutações de 3-8 (026) sob o ponto de vista das rotações

Uma permutação como apresentada na Fig. 13 pode ser considerada como um tipo de arranjo. **Arranjos (simples)** são agrupamentos específicos de elementos de um dado conjunto no qual a ordem dos seus elementos é relevante. Sob o ponto de vista destes agrupamentos, tratando-se de conjuntos de classes de notas, arranjos têm aplicabilidade e importância musicalmente. Um arranjo (simples) de *n* elementos dispostos *p* a *p,* sendo *p* maior que 0 e menor ou igual a *n*¸ indica o número de agrupamentos de *p* nos quais a ordem dos elementos é relevante.

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Figura 15 - Fórmula para Arranjos Simples

Na combinatoriedade a cardinalidade das partes ou subagrupamentos formadores do agregado-12 é significativo. Em alguns contextos é importante também o ordenamento destes subconjuntos. Como medida da extensão das possibilidades envolvidas neste tipo de pensamento temos o exemplo da quantidade de agrupamentos ou conjuntos ordenados distintos de 3 classes de notas que podem ser formados a partir de um agregado-12: 1320. Neste caso *n* = 12 e *p* = 3:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

$$A_{12,3} = \frac{12\,!}{(12-3)!}$$

$$A_{12,3} = \frac{12\,.\,11.\,10.\,9!}{9!}$$

$$A_{12,3} = \frac{12\,.\,11.\,10.\,9!}{9!}$$

$$A_{12,3} = 12\,.\,11\,.\,10 = 1320$$

Figura 16 - Cálculo dos possíveis tricordes ordenados de um agregado-12

**Combinação (simples)** é tipo de agrupamento de elementos de conjuntos semelhante ao arranjo (simples), porém a ordem dos elementos é irrelevante.

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!\ (n-p)!}$$

Figura 17 - Fórmula para Combinações Simples

A quantidade de agrupamentos não ordenados de 3 notas que podem ser formados a partir de um agregado-12, se comparada à dos arranjos, cai para 220 (Fig. 18). Muitos destes conjuntos estão relacionados por transposição ou inversão e, portanto, são ditos musicalmente equivalentes. Assim, algumas destas possibilidades ou conjuntos não ordenados de classes de notas, tais como (0, 1, 2) e (1, 2, 3) que são relacionados pela transposição $T_1$, e (0, 1, 3) e (0, 2, 3) ambos relacionados pela inversão $T_3I$, podem ter seus pares respectivamente e "condensadamente" representados por suas chamadas formas primas (012) e (013) ou pelos seus números de Forte 3-1e 3-2.[88] Cada um, portanto, representa todos os conjuntos de classes de notas aos quais são T e I equivalentes. Diante disso, todas as 220 combinações tricordais possíveis do agregado-12 podem ser representadas em somente 12 classes de tricordes. O mesmo acontece para conjuntos de outras cardinalidades.

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

$$C_{12,3} = \frac{12\,!}{3!\,(12-3)!}$$

$$C_{12,3} = \frac{12\,.\,11.\,10.\,9!}{3!\;\;9!}$$

$$C_{12,3} = \frac{12\,.\,11.\,10}{6}$$

$$C_{12,3} = \frac{1320}{6} = 220$$

Figura 18 - Cálculo dos possíveis tricordes não ordenados de um agregado-12

Conjuntos podem ser considerados iguais e, portanto, terem uma **relação de igualdade**. Dizemos que conjuntos são iguais se eles possuírem exatamente os mesmos elementos. Abaixo dois tricordes A e B são tidos como iguais a [0, 2, 6].

A = B

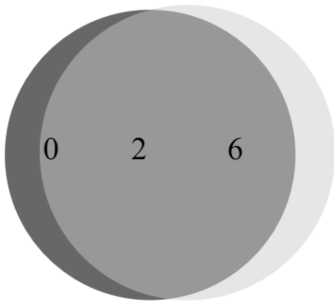



Figura 19 - Relação de Igualdade entre os tricordes A e B.

[88] Forte foi um dos autores que efetuou um esforço para extrair propriedades de diversas naturezas de conjuntos de classes de notas etiquetando estes conjuntos com uma numeração específica.

Um dado conjunto de classes de notas pode ser capaz de se mapear num conjunto igual a ele pelas operações T e I. Estes tipos de mapeamentos são interessantes tanto para a combinatoriedade como para o dodecafonismo schoenberguiano.

Existem outras operações que podem ser aplicadas a conjuntos de classes de notas não contempladas pelas premissas iniciais do serialismo dodecafônico. Estas operações não estão diretamente relacionadas com os ordenamentos impostos às classes de notas da série e podem estar relacionadas à combinatoriedade. São exemplos destas operações a Diferença, Exclusão, Interseção, União, Inclusão e Ciclos Intervalares.

A **diferença** entre dois conjuntos de classes de notas A e B é formada pelos elementos que pertencem a B e não pertencem a A. Na figura 20 podemos considerar o bicorde [0, 2] como resultado de A – B e [8, 10] como B – A.

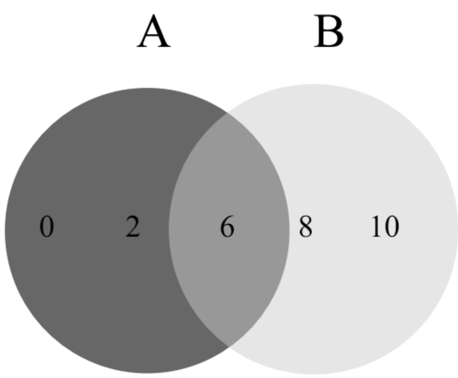



Figura 20 - Representação da diferença entre os conjuntos B e A, e A e B.

Outra forma musical de ver a operação de diferença é pensar na possibilidade de transformar conjuntos de classes de notas em outros conjuntos através da **exclusão** de notas. Na figura 20 o tricorde 3-8 (026) se transforma no bicorde 2-2 (01) [0, 2] pela exclusão da classe de notas 6 pertencente também a B.

Relacionada com a diferença está a **relação de complemento**. Este pode ser considerada como um caso particular de diferença entre conjuntos quando um deles é **subconjunto** do outro (**superconjunto**). Na figura 21 estão representados os conjuntos A= [0, 2, 6, 8, 10] e B = [8, 10]. Há uma **relação de contingência** entre eles, já que B **está contido** (⊂) em A ou em A **contém (**⊃) B. Portanto, a diferença B – A = ∅ (conjunto vazio). A diferença A – B é igual ao tricorde [0, 2, 6]. Dizemos que a diferença entre A e B é o

**complemento** ou **complementar** de B em A. Portanto é o conjunto de elementos que faltam em B para que se torne igual a A[89].

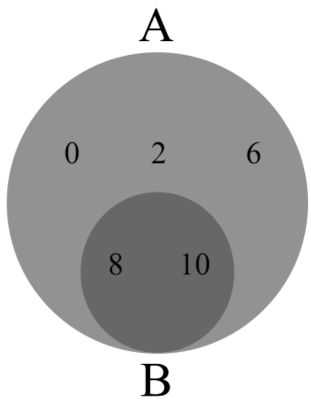



Figura 21 - Relação de complemento

Importante para combinatoriedade é a relação de complemento. Esta será mais bem discutida nos itens 4.2.15 e 16.

A **interseção (∩)** entre dois conjuntos de classes de notas A e B pode ser tida como o conjunto de elementos que simultaneamente pertencem a ambos. Na figura 22 A ∩ B = 6.

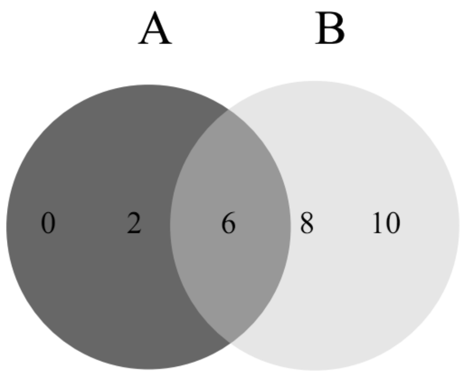



Figura 22 - Interseção entre conjuntos

Tal como a relação de igualdade, a interseção relaciona-se com as capacidades de automapeamento parcial e total de conjuntos de classes de notas, relacionando-se por sua vez com invariâncias de tipo segmentais e por fim indiretamente com a combinatoriedade.

[89] Outra forma de ver a operação de diferença é pensar na possibilidade de transformar conjuntos de classes de notas em outros conjuntos através da exclusão de notas. Na figura anterior, o tricorde 3-8 (026) se transforma no bicorde 2-2 (01) [0, 2] pela exclusão da classe de notas 6 pertencente também a B.

Uma **união** de dois conjuntos de classes de notas X e Y é formada por todos os elementos pertencentes a ambos.

Sob o ponto de vista do dodecafonismo a simples combinação espaço-musical de formas de uma série dodecafônica pode ser tida, grosso modo, como uma união. A união está envolvida também na formação do agregado-12 combinatorial uma vez que partes de formas da série distintas são unidas para sua formação, bem como com a operação de autocomplementação.

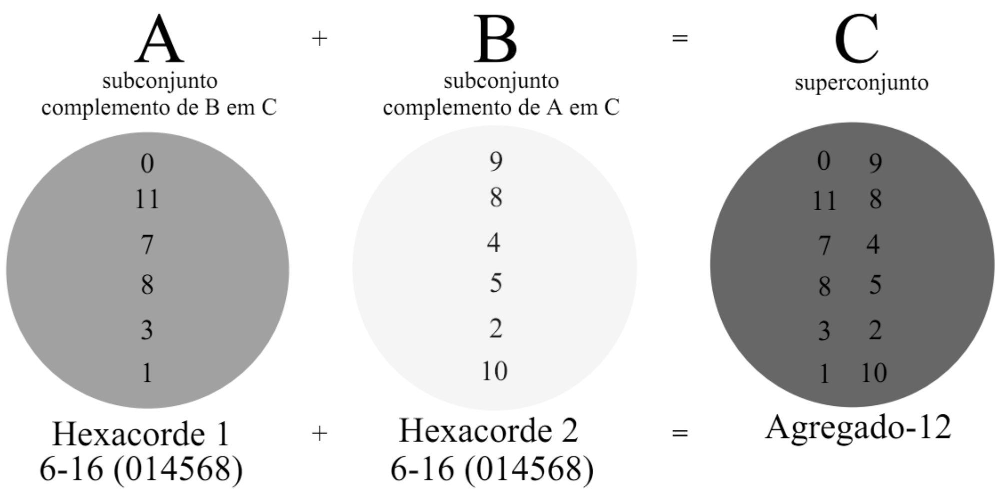



Figura 23 - União entre conjuntos

Uma forma alternativa de tratar a união, sob o prisma musical, é através da **inclusão**[90]. A inclusão pode ser utilizada como uma forma de transformar conjuntos de classes de notas em outros conjuntos (inclusão de notas).

Algumas operações com conjuntos de classes de notas podem envolver os chamados **ciclos intervalares**. Na figura 24 um ciclo intervalar feito a partir de C2 (ciclo de tom-inteiro) é apresentado.

Ciclos intervalares podem ser utilizados para construir **conjuntos cíclicos**. Ciclos intervalares, por questões de simetria, podem formar conjuntos bastante combinatoriais. Na figura 24 temos um exemplo, o tricorde combinatorial absoluto tricorde 3-6(024) formado por parte do ciclo C2. O uso de ciclos intervalares para formação de conjuntos cíclicos está

[90] Inclusão pode também ser tida também como uma relação e um propriedade de um conjunto.

diretamente relacionado à combinatoriedade absoluta bicordal e indiretamente com conjuntos combinatoriais de outras cardinalidades. Isto pode ser melhor visto no item 4.3.4.

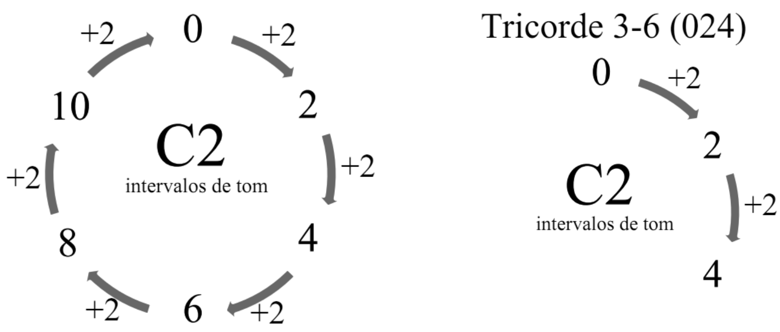



Figura 24 - Ciclo intervalar C2 e o conjunto cíclico 3-6 (024)

Conjuntos quando transformados por operações específicas apresentam por sua vez propriedades particulares. Estas propriedades estão relacionadas principalmente com a natureza dos mapeamentos que são efetuados por cada uma destas operações. Conjuntos que possuem certas propriedades especiais quando operacionalizados viabilizam a construção de agregados-12 combinatoriais.

Outras operações específicas potencialmente aplicáveis ao agregado-12 e a conjuntos de classes de notas, bem como alguns tipos de relações entre eles serão discutidas nos itens seguintes.

### 4.2.7 Construção, estrutura, função e propriedades das partes de agregados-12

A relação entre a combinatoriedade clássica schoenberguiana e a construção de agregados-12 especificamente combinatoriais a partir de fragmentos de formas de uma série dodecafônica propõe um estudo das variáveis que estão envolvidas nos processos de construção de agregados-12 de maneira generalizada e de tratamento dos seus fragmentos.

Inúmeras são as possibilidades de formação de um conjunto contendo todas as 12 classes de notas do sistema de temperamento igual. Mais especificamente, tratando-se da combinatoriedade, inúmeras também são as possibilidades de (re)construção destes agregados-12 (neste caso, combinatoriais) a partir de tipos de combinações simultâneas ou sucessivas de dois ou mais outros agregados-12 (formas de uma série dodecafônica). Tratando-se deste ultimo caso, a combinatoriedade clássica schoenberguiana na qual agregados são formados a partir de hexacordes é somente a representação de uma destas inúmeras possibilidades.

Apesar desta diferenciação conceitual entre agregados-12 e agregados-12 combinatoriais, em ambos os casos tais processos de construção envolverão a união de partes que devem adequar-se entre si cumprindo complementarmente, além de suas diversas funções individuais, as diversas funções do todo.

Tal fato se dá mesmo num exemplo de construção mais "arbitrária" de um agregado-12 no qual suas classes de notas são agrupadas e/ou dispostas musicalmente descriteriosamente uma a uma permanecendo ainda assim como uma reunião de suas partes unitárias[91].

Uma devida atenção à estrutura da série a ser utilizada em uma obra foi dada por Schoenberg, Webern e Berg. Tal fato ocorreu desde o início da prática serial dodecafônica. Sobre as ideias envolvidas nos processos de construção de séries Webern (1960, p. 155) discorre:

> Como nasce a série? Ela não é fruto do acaso nem do arbitrário, mas organizada a partir de certas reflexões. Propomo-nos determinadas questões formais. Por exemplo, tentamos obter [...] certas correspondências no interior da série: simetria, analogia, agrupamentos (três vezes quatro, ou quatro vezes três sons, por exemplo). (grifo do autor).

A mesma ideia de agrupamentos ou pensamento da série dodecafônica sob o ponto de vista de suas partes é ratificada por Schoenberg (1941, p. 116), no qual o autor acrescenta ainda a atribuição de funções para elas:

> A série é frequentemente dividida em grupos; por exemplo, em dois grupos de seis notas, três grupos de quatro, ou quatro grupos de três notas. Este agrupamento serve primariamente para fornecer regularidade na distribuição das notas. As notas usadas na melodia são, portanto, separadas daquelas usadas como acompanhamento, como harmonias ou acordes e vozes exigidos pela natureza da instrumentação, pelo instrumento, pelo caráter e por outras circunstâncias de uma peça[92].

Além da reunião de partes para formação do agregado-12 serial e das possibilidades de seu uso particionado com funções compositivas atreladas, cada compositor usufruiu de forma particular de um conjunto de propriedades específicas destes fragmentos.

---

[91] Apesar da possibilidade de consideração do todo agregado-12 como também matematicamente uma parte dele. Um caso particular no qual o todo agregado-12 é disposto, por exemplo, de maneira harmônica, ou seja, como um cluster, num único registro e num único instrumento.

[92] *"The set is often divided into groups; for example, into two groups of six tone, or three groups of 4, or 4 groups of 3 tones. This grouping serves primarily to provide regularity in the distribution of tones. The tones used in melody are thereby separated from these to be used as accompaniment, as harmonies or as chords and voices demanded by the nature of the instrumentation, by instrument, or by character and other circumstances of a piece."*

### 4.2.8 Particionamento comum e particionamento combinatorial

Existem 4.213.597 possibilidades de se fragmentar ou particionar um conjunto contendo 12 classes de notas[93]. Um particionamento de um agregado-12, portanto, corresponde a uma das possibilidades de subdividi-lo em partes mutuamente disjuntas e não vazias[94]. Cada uma destas partes pode conter de 1 a 12 elementos. Estes números equivalem ao tamanho ou à cardinalidade destes subconjuntos constituintes.

Na figura 25 temos como exemplo a partição de duas partes [{1}, {2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 8, 10, 11, 12}}, e a partição de três partes {{1}, {2,3,4},{ 5, 6, 7, 9, 8, 10,11, 12}}.

Conjuntos iguais em conteúdo podem fazer parte de partições distintas. Um agregado-12 possui 4096 subconjuntos que selecionadamente, disjuntamente e com exceção do conjunto vazio, constituirão as partes de suas 4.213.597 partições possíveis[95].

| Partição | {{1}, | {2, | 3, | 4, | 5, | 6, | 7, | 8, | 9, | 10, | 11, | 12}} |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Parte de FSx | 0 | | | | | | | | | | | |
| Parte de FSy | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Partição | {{1}, | {2, | 3, | 4}, | {5, | 6, | 7, | 8, | 9, | 10, | 11, | 12}} |
| Parte de FSx | 0 | | | | | | | | | | | |
| Parte de FSy | | 1 | 2 | 3 | | | | | | | | |
| Parte de FSz | | | | | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| FSx, y ou z | Formas diferentes de uma série qualquer. | | | | | | | | | | | |

Figura 25 - Partições de um conjunto de 12 classes de notas

Caso não sejam levadas em conta o tipo de conteúdo interno das partes este número de possibilidades cai para 77.[96]

[93] O número total de partições de um conjunto com n elementos pode ser encontrada através do número de Bell ($B_n$). Os primeiros 12 números de Bell são: $B_0$ = 1, $B_1$ =1, $B_2$ = 2, $B_3$ = 5, $B_4$ = 15, $B_2$ = 52, $B_6$ = 203, $B_7$ = 202, $B_8$ = 877, $B_9$ = 41.40, $B_{10}$ = 21.147, $B_{11}$ = 115.975, e $B_{12}$ = 4.213.597, o número de Bell referente à quantidade de partições de um conjunto com 12 elementos (um agregado-12).

[94] Dois conjuntos são ditos disjuntos se e somente se eles não tiverem nenhum elemento em comum.

[95] O conjunto de todos os subconjuntos de um dado conjunto é chamado de conjunto de partes ou conjunto potência. A potência de um conjunto de *n* elementos irá conter $2^n$ (2 elevado à enésima potência) subconjuntos estando aí inclusos o conjunto vazio, conjuntos unitários e o todo agregado-12. Para a combinatoriedade o conjunto vazio não é interessante, portanto subtrai-se 1 do resultado da potência de um conjunto.

[96] Partição de um número positivo e inteiro *n* é a maneira de se escrever *n* como uma soma de números positivos e inteiros. Duas somas que diferem somente na ordem são consideradas como a mesma partição. O número de partições de um número *n* pode ser obtido através da função de partição *p(n)*, onde *p* são as possíveis partições de um número inteiro positivo. Os valores *p* para primeiros 12 números inteiros são: *p*(0) = 1, *p*(1) = 1, *p*(2) = 2, *p*(3) = 3, *p*(4) = 5, *p*(5) = 7, *p*(6) = 11, *p*(7) = 15, *p*(8) = 22, *p*(9) = 30, *p*(10) = 42, *p*(11) = 56, e *p*(12) = 77, o número de partições possíveis do número 12.

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Possibilidade 1 | Partição | 1 + | 11 | | | | | | | | | | |
| | Parte de FSx | 0 | | | | | | | | | | | |
| | Parte de FSy | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Possibilidade 2 | Partição | 1 + | 11 | | | | | | | | | | |
| | Parte de FSx | 1 | | | | | | | | | | | |
| | Parte de FSy | | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| | FSx ou y | | Formas diferentes de uma série qualquer. | | | | | | | | | | |

Figura 26 - Duas partições equivalentes

Note na figura 26 que as possibilidades 1 e 2 são partições que podem ser consideradas então como equivalentes, uma vez que a ordem das partes, o conteúdo e o ordenamento do conteúdo das partes não está em jogo[97]. As partições das figuras 25 e 26 podem ser expressas por notação particional. (1 11) representa uma partição de duas partes, uma contendo um elemento e outra onze. Ela é equivalente à primeira partição da figura 25 e as duas da figura 26. (1 3 8) representa uma partição de três partes, uma contendo um elemento, outra três e a outra oito elementos. Ela equivale à segunda partição da figura 25.

Na figura 27 todas as 77 partições do número 12 estão representadas.

número de partes →

| cumprimento máximo da parte ↓ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | | | | | $1^{12}$ |
| 2 | | | | | | $2^6$ | $2^51^2$ | $2^41^4$ | $2^31^6$ | $2^21^8$ | $21^{10}$ | |
| 3 | | | | $3^4$ | $3^22^3$<br>$3^321$ | $32^41$<br>$3^22^21^2$<br>$3^31^3$ | $32^31^3$<br>$3^221^4$ | $32^21^5$<br>$3^21^6$ | $321^7$ | $31^9$ | | |
| 4 | | | $4^3$ | $43^22$<br>$4^22^2$<br>$4^231$ | $42^4$<br>$432^21$<br>$43^21^2$<br>$4^221^2$ | $42^31^2$<br>$4321^3$<br>$4^21^4$ | $42^21^4$<br>$431^5$ | $421^6$ | $41^8$ | | | |
| 5 | | | $5^22$<br>543 | $5^21^2$<br>5421<br>$53^21$<br>$532^2$ | $541^3$<br>$5321^2$<br>$52^31$ | $52^21^3$<br>$531^4$ | $521^5$ | $51^7$ | | | | |
| 6 | | $6^2$ | 651<br>642<br>$63^2$ | $641^2$<br>6321<br>$62^3$ | $631^3$<br>$62^21^2$ | $621^4$ | $61^6$ | | | | | |
| 7 | | 75 | 741<br>732 | $731^2$<br>$72^21$ | $721^3$ | $71^5$ | | | | | | |
| 8 | | 84 | 831<br>$82^2$ | $821^2$ | $81^4$ | | | | | | | |
| 9 | | 93 | 921 | $91^3$ | | | | | | | | |
| 10 | | 10 2 | $10\ 1^2$ | | | | | | | | | |
| 11 | | 11 1 | | | | | | | | | | |
| 12 | 12 | | | | | | | | | | | |

Figura 27 - Todas as 77 partições do número 12.

[97] Se neste caso a ordem das partes for relevante e, portanto, $1 + 11 \neq 11 + 1$, a partição torna-se uma composição que é representada pela expressão $2^{n-1}$, onde $n$ é o número (neste caso, a cardinalidade do conjunto) e é igual 12. Assim teríamos 2048 composições possíveis de um número 12: 12, 11 + 1, 1 + 11, 10 + 2, 2 + 10, e etc.

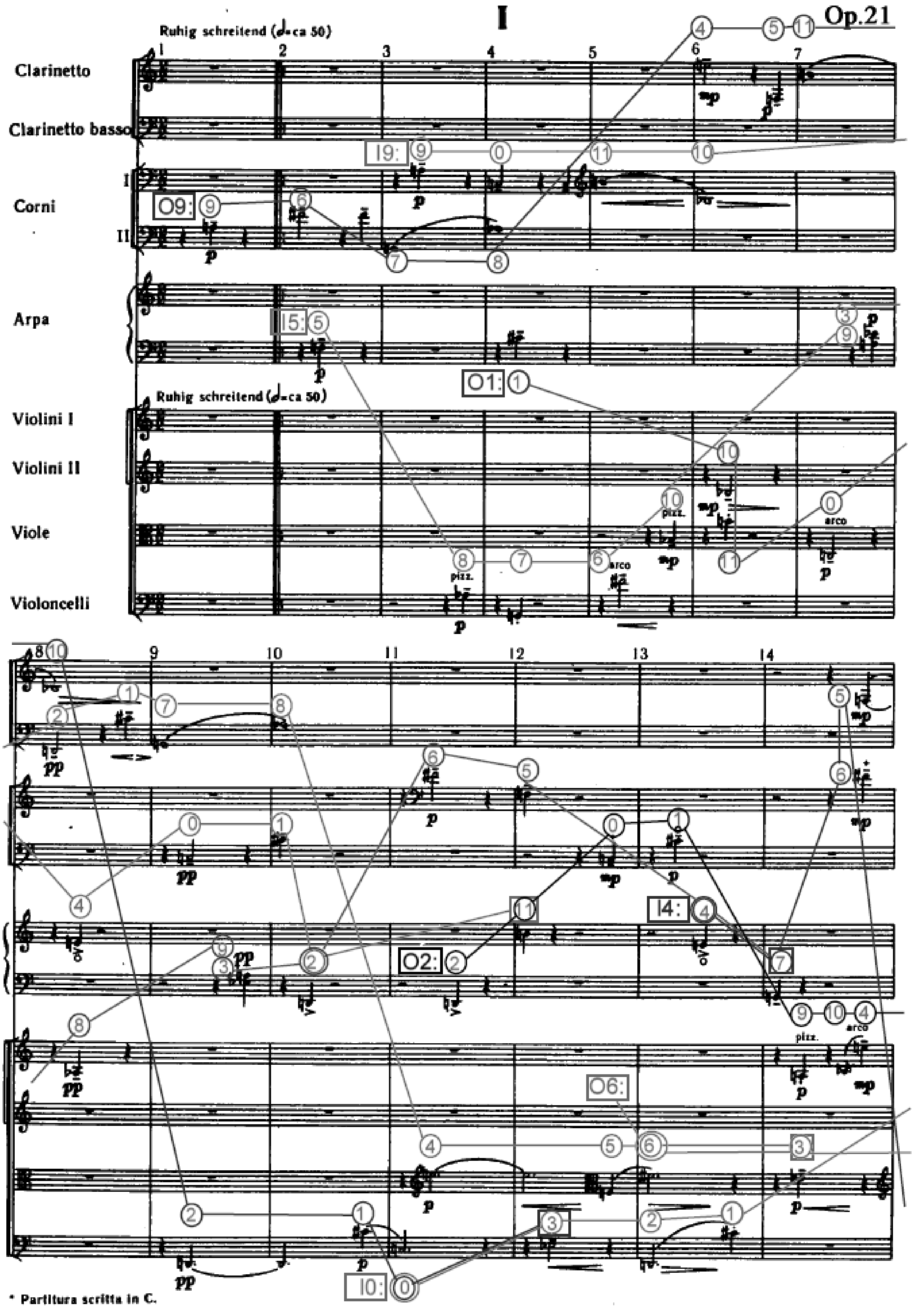



Figura 28 - Particionamentos na Sinfonia Op. 21 de Webern.

O particionamento de conjuntos, agregados-12 ou não, é um processo independente da combinatoriedade. A simples subdivisão de porções de uma única forma de uma série dodecafônica em instrumentos distintos é uma aplicação composicional da ideia de particionamento. A formação de agregados-12 combinatoriais a partir destas partes não necessariamente está envolvida. Um exemplo desta possibilidade pode ser visto na figura 28. Nela constam os primeiros compassos da Sinfonia Op. 21 de Webern.

As duas primeiras formas da série apresentadas pelo autor $O_9$ e $I_9$, são particionadas tetracordalmente. $O_9$ surge na trompa 2, seguida do clarinete e posteriormente violoncelo. Já a segunda forma da série apresenta $I_9$ é apresentada na trompa 1, segue para clarone e posteriormente para a viola. O mesmo percurso tímbrico no que tange as famílias instrumentais é percorrido. Webern utilizava bastante semelhante tipo de particionamento de formas das suas séries. Ele é responsável pelo pontilhismo e extenso colorido orquestral característico de suas obras.

O particionamento é um processo também útil para a combinatoriedade e pode ser também considerado como uma das etapas de execução da técnica. Esta utilidade foi vista no item 4.2.5 no qual o particionamento instrumental do tipo ($6^2$)[98] da série do Op. 37 de Schoenberg foi utilizado para associar as classes de notas de hexacordes disjuntos, distinguindo por sua vez, numa outra dimensão musical, agregados-12 combinatoriais e séries secundárias das formas da série utilizadas (figuras 7 e 8).

Neste âmbito, um mínimo de duas ações de particionamento pode ser inferido. A primeira é a que particiona de alguma forma uma única forma da série tal como fez Webern e que é independente da combinatoriedade. A outra corresponde ao particionamento de uma segunda forma da série para que esta possa formar agregados-12 combinatoriais ou séries secundárias com a primeira por algum tipo de associação.

Este segundo particionamento chamo aqui de combinatorial. Na figura 29 todos os dois particionamentos, o primeiro e o segundo, direcionados para a combinatoriedade como foram

---

[98] A notação particional não deve ser confundida com a notação da potenciação ou exponenciação. Nela o que seria o número base corresponde à cardinalidade do conjunto. Dois números base repetidos na parte interna dos parênteses representam a fragmentação de um conjunto referencial em dois conjuntos de mesma cardinalidade porém não equivalentes. No caso (6 6) poderia representar o agregado-12 fragmentado nos conjuntos disjuntos 6-Z36 [0, 1, 2, 3,4, 7] e 6-Z3 [5, 6, 8, 9, 10, 11]. Ambos são não equivalentes Z-relacionados. Um número base acompanhado do que seria um "expoente" da potenciação representa a fragmentação de um conjunto referencial em dois conjuntos equivalentes. ($6^2$) pode então representar o agregado-12 fragmentado em dois representantes da classe de conjunto, por exemplo, 6-1 (012345): [0, 1, 2, 3, 4, 5] e sua transposição a $T_6$ [6, 7, 8, 9, 10, 11].

ao causar a série secundária destacada, podem ser ambos tidos como combinatoriais. Porém, com o intuito de apontar a possibilidade de não execução da técnica ao fim do primeiro particionamento ($6^2$) os dois foram distinguidos como comum e combinatorial[99].

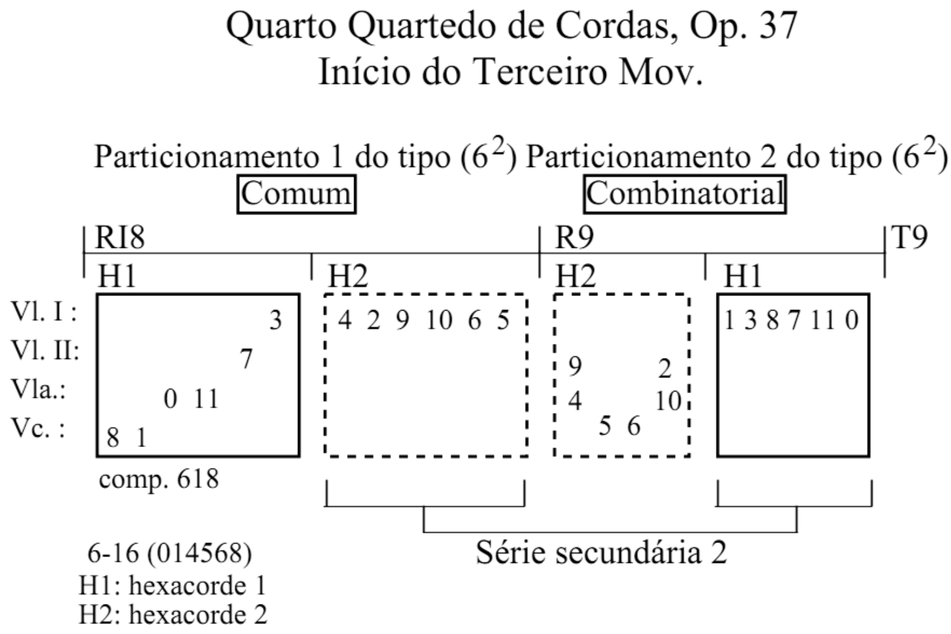



Figura 29 - : Particionamentos Comum e Combinatorial no Op. 37 de Schoenberg.

É importante destacar que, sob um ponto de vista mais específico, o hexacorde 1 da forma da série $RI_8$ é particionado instrumentalmente entre violoncelo, viola, violino 2 e violino 1 com um particionamento do tipo (2 2 1 1). Já o hexacorde 2 da forma da série $R_9$ é particionado entre violoncelo, viola e violino 2 com um particionamento do tipo (2 2 2).

Os hexacordes do violino 1, H2 de $RI_8$ e H1 de $R_9$, não estão particionados e assim suas classes de notas tornam-se associadas por um mesmo timbre. Assim elas formam uma série secundária neste nível compositivo. Esta é por sua vez distinta das formas da série $RI_8$ e $R_9$ por ter seus H2 e H1 distantes temporalmente.

A primeira associação, a associação tímbrica, representa outro processo ou etapa complementar e crucial da execução da combinatoriedade "oposta" à ideia de particionamento: a união destes dois hexacordes complementares. Ela corresponde à derivação combinatorial, que será mais bem discutida adiante.

---

[99] É importante destacar que, sob ponto de vista mais específico, o hexacorde 1 da forma da série $RI_8$ é particionado instrumentalmente entre violoncelo, viola, violino 2 e violino 1 com um particionamento do tipo (2 2 1 1). Já o hexacorde 2 da forma da série $R_9$ é particionado entre violoncelo, viola e violino 2 com um particionamento do tipo (2 2 2).

### 4.2.9 Concatenação e mistura

A forma com que as classes de notas de partes disjuntas são dispostas para formação de uma série dodecafônica pode ser pensada sob dois pontos de vista: concatenação ou uma mistura[100].

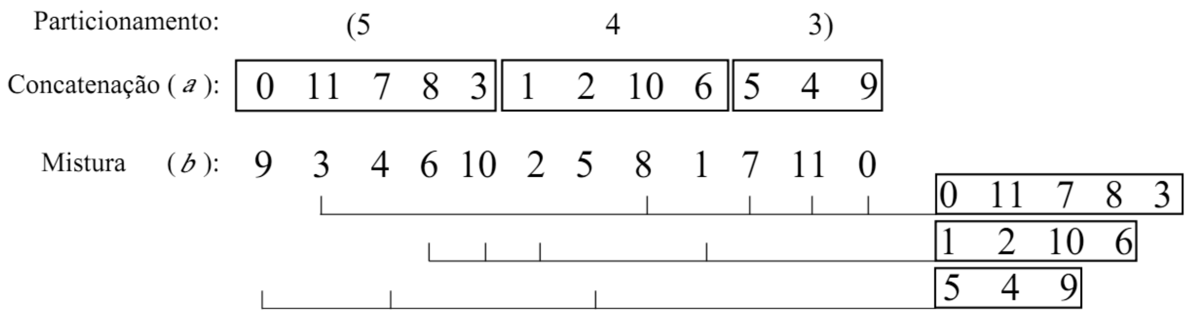


Figura 30 - Exemplos de séries formadas por concatenação e mistura de segmentos.

Concatenação, diferentemente da mistura, envolve a disposição não entrelaçada de elementos das partes constituintes. Na figura 30, em *a*, vemos um exemplo de concatenação. Os segmentos disjuntos com notas adjacentes [0, 11, 7, 8, 3], [1, 2, 10, 6] e [5, 4, 9] formam a primeira série apresentada que corresponde à série já demonstrada em exemplos anteriores que foi utilizada por Schoenberg em seu Op. 37. Uma alteração na ordem das partes alteraria a série. Em *b* vemos uma das possibilidades de mistura. Os mesmos segmentos concatenados em *a* são vistos mesclados no trecho. Uma mudança no molde de entrelaçamento das classes de notas das partes efetuaria um novo ordenamento.

As ideias de concatenação e mistura podem ser utilizadas para a combinatoriedade. No experimento 1 a seguir a série do Op. 37, ou $T_0$, é disposta horizontalmente de maneira concatenada nos violino 1 e 2 seguindo o particionamento (5 4 3) visto em *a* na figura 30. O pentacorde inicial [0, 11, 7, 9, 3] é disposto no violino 2, o tetracorde central [1, 2, 10, 6] no violino 1, e o tricorde [5, 4, 9] é disposto em oitavas pelos dois instrumentos. Os legatos auxiliam a delimitar o particionamento. Sob o ponto de vista vertical um retrógrado de $T_0$, $R_0$, é apresentado. O mesmo particionamento (5 4 3) e como a ordem das partes interessa, é tratada como uma composição e portanto corresponde a (3 4 5). As partes são também

[100] Tradução do presente autor para, respectivamente, "*concatenation*" e "*merging*" (MORRIS, 1977). "*Imbrication*" (imbricação) (FORTE, 1973) é relativo à ideia de partes não disjuntas (com classes de notas em comum entre elas) de formas de uma série.

agrupadas por timbres de famílias distintas. O tricorde [9, 4, 5] é disposto nos baixos, cellos e violas, o tetracorde [6, 10, 2 , 1] nos metais, respectivamente tuba, trombone, trompete e trompa. O pentacorde [3, 8, 7, 0, 11] nas madeiras é apresentado por fagote, clarinete, oboé e flautas 1 e 2. Porém, tratando-se de registro estes 3 segmentos estão misturados conforme pode ser visto na figura 32.


Figura 31 - Experimento 1 (Natan Ourives): Concatenação, mistura, particionamento e combinatoriedade

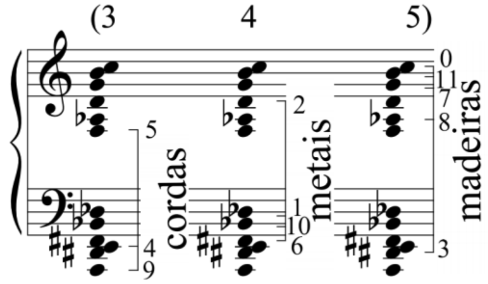



Figura 32 - Experimento 1: Mistura sob o ponto de vista registral

Como pode ser visto na figura 31, 2 agregados combinatoriais são formados a partir de $T_0$ e $R_0$. O primeiro agregado é formado no primeiro compasso através do pentacorde vertical de $T_0$ somado ao tricorde e ao tetracorde vertical de $R_0$. O pentacorde de $R_0$ nas madeiras, com classe de dinâmica *p*, torna-se um componente tímbrico de *background* (plano 4) diante das classes de dinâmica dos conjuntos anteriormente citados. Assim o agregado-12 combinatorial é distinguido através dos 3 planos texturais superiores: o *foreground,* tido como pentacorde melódico de $T_0$ no violino 1, o *middleground 1* formado pelo tricorde de R*0* nos baixos, cellos e violas em trêmulo e com dinâmica *mf* (contraste de planos por ritmo e intensidade), e o *middleground 2* formado pelo tetracorde de $R_0$ nos metais. O pentacorde de $R_0$ nas madeiras, sustentado e com a ausência dos demais conjuntos de $R_0$, emerge no segundo compasso para formar o agregado-12 combinatorial 2 junto com o tetracorde e o tricorde disjunto de $T_0$ disposto no violino 1 e 1 e 2 respectivamente.

### 4.2.10 Disposições e combinações verticais, horizontais, mistas e oblíquas

Como já visto nos itens anteriores, formas de uma série dodecafônica podem ser musicalmente dispostas de diversas maneiras. Neste âmbito o número de possibilidades envolvidas é diretamente proporcional à multiplicidade de parâmetros musicais manipuláveis disponíveis ao compositor. Estas maneiras vão desde projeções compositivas e transformações mais abstratas da série enquanto material pré-compositivo[101] até uma forma de utilização mais tradicional da mesma tal como fizeram principalmente Schoenberg, Webern e Berg.

[101] Uma série dodecafônica pode servir para definir outros parâmetros compositivos além da altura. Estes vão desde fórmulas de compasso até variações de andamento. Mesmo tratando-se do seu parâmetro de origem, a altura, a série dodecafônica pode somente servir como material pré-compositivo, surgindo com transformações cujas relações com a série base são mais complexas. Um exemplo aproximado pode ser visto no item 4.5.1 nas "*trichordal arrays*" de Babbitt.

Uma vez que o ordenamento das classes de notas é um dos fatores distintivos de tipos de agregados-12 combinatoriais (agregado-12 combinatoriais *x* séries secundárias) a disposição das classes de notas de um agregado-12 influencia diretamente no tipo de combinatoriedade empregada.

No âmbito geral, uma única série pode ser disposta horizontalmente, verticalmente e de maneira mista.

A disposição horizontal é uma generalização para apresentação melódica ou sucessiva de suas classes de notas. Na figura 31 a forma da série $T_0$ foi disposta horizontalmente.

A disposição vertical é a que envolve a apresentação harmônica ou simultânea de suas classes de notas. Ainda na figura 31 a forma da série $R_0$ foi disposta verticalmente.

Quando há encontros harmônicos entre classes de notas sucessivas a disposição é do tipo mista. Um exemplo de disposição mista pode ser visto na forma da série $T_{10}$ da figura 33, na qual consta o trecho inicial da Suíte para Piano Op. 25 de Schoenberg.


Figura 33 - Suíte Op. 25 de Schoenberg. Disposição mista de T10

Sob o ponto de vista do particionamento, a série T10 é subdividida em 3 tetracordes (4 4 4) que por sua vez são particionados em (1 1 1 1), (2 2) e (2 1 1). T4 acima é disposta horizontalmente.

A interação temporal entre duas ou mais formas da série revela também uma multiplicidade de possiblidades.

Neste âmbito é importante destacar que sob o ponto de vista combinatorial, dentre as diversas formas de dispor musicalmente uma ou mais séries dodecafônicas, a disposição temporal é prioritária, uma vez que uma das necessidades primárias de se haver a técnica adveio da possibilidade de relacionamentos de proximidade temporal entre formas de uma série.

De maneira geral, interações temporais entre formas de uma série dodecafônica podem ser chamadas de combinações.

Uma combinação é do tipo vertical quando formas da série estão diretamente sobrepostas. É do tipo horizontal quando formas da série estão dispostas de maneira sucessiva. Estas podem ser vistas na figura 34. No mesmo exemplo do Op. 37 de Schoenberg utilizado anteriormente podemos ver duas combinações do tipo horizontais entre $T_0$ e $RI_8$ e entre $RI_8$ e $R_9$ e uma combinação vertical entre as formas da série $I_2$ e $T_9$.

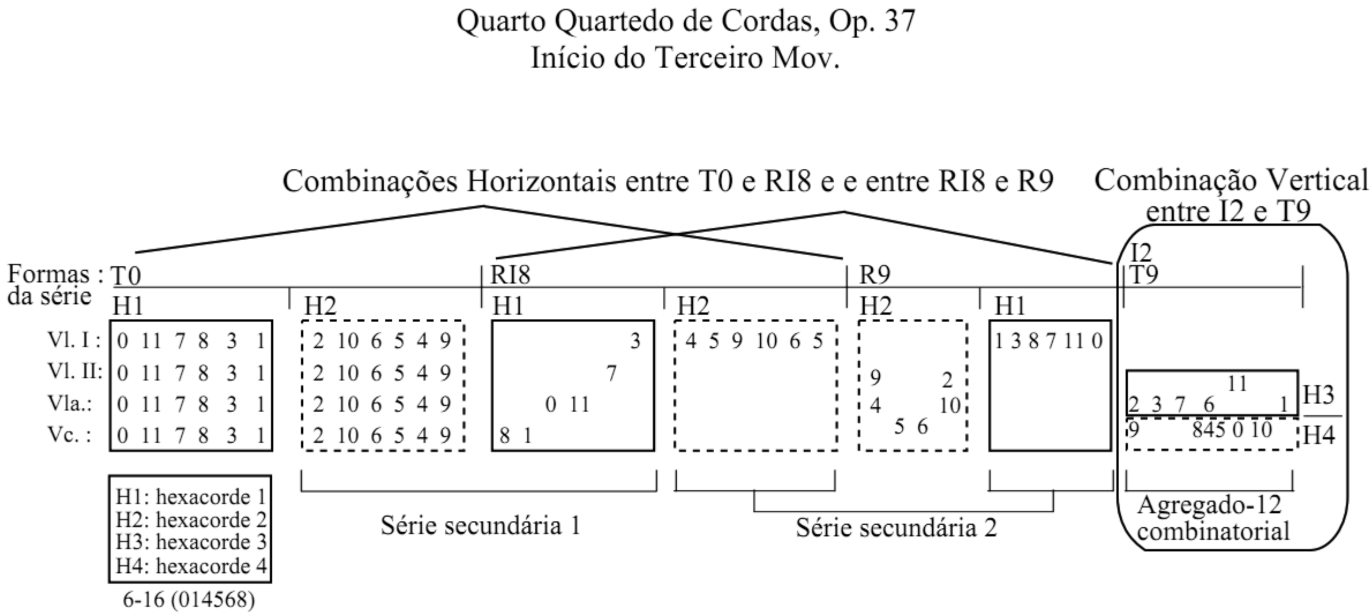



Figura 34 - Op. 37 de Schoenberg. Combinações Horizontais e Verticais

Quando formas da série estão dispostas de maneira deslocada, ou seja, quando não estão diretamente combinadas de forma completa nem dispostas sucessivamente de maneira que a classe de nota final da primeira coincida ou anteceda a inicial da segunda, e assim sucessivamente, a combinação é do tipo oblíqua. Um exemplo pode ser visto na figura 35 no qual uma mesma forma da série é sobreposta de maneira a formar um agregado-12 combinatorial, uma das formas mais simples de se pensar na combinatoriedade.


Figura 35 - Combinação Oblíqua

Uma combinação é do tipo mista quando três ou mais formas da série são empregadas de maneira mais livre.

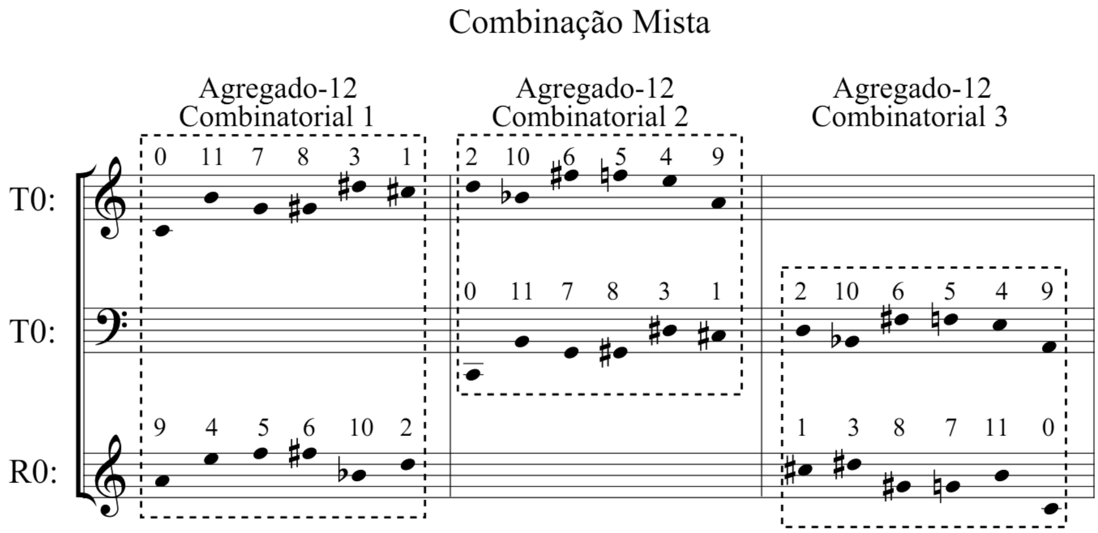



Figura 36 - Combinação Mista

### 4.2.11 Derivação comum e derivação combinatorial

Relacionada com particionamento, concatenação, mistura, disposição e combinação de formas da série está a derivação.

Ela pode ser tida como o processo em que um conjunto de classes de notas é gerado a partir de outros conjuntos através de operações como complementação, transposição, inversão, união, e interseção[102].

[102] Este conceito de derivação é extraído de Forte (1973, p. 209). Nele e na maioria dos conteúdos relacionados à derivação um conjunto é derivado de somente um único outro por algumas operações a ele aplicadas. Martino

Uma vez que concatenação e mistura estão mais diretamente relacionadas com a forma de dispor as classes de notas das partes geradoras dentro do conjunto gerado e que as combinações verticais, horizontais e oblíquas relacionam-se mais intimamente com a forma com que estas partes e consequentemente o todo estão dispostos no espaço musical, a derivação está mais especificamente relacionada com a quantidade e qualidade das partes geradoras e com os processos envolvidos na construção do conjunto derivado.

Na figura 37 o hexacorde 6-5 [10, 4, 6, 3, 5, 9] da série $T_{10}$ das "*Variations*", Op. 31 de Schoenberg vista na figura 1 é derivada a partir de 3-8 (026).

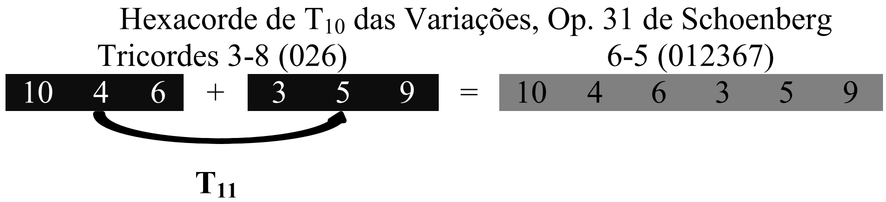



Figura 37 - Derivação do hexacorde 6-5 [10, 4, 6, 3, 5, 9]

Tal como o particionamento, a derivação, mesmo para formação de agregados-12, é um processo independente da combinatoriedade.

Anton Webern utilizava-se de séries derivadas para fins não combinatoriais. Um exemplo pode ser visto em seu Op. 24, no qual a série é derivada do tricorde 3-3 (014) (ver fig. 38). A presença de versões de conjuntos de uma mesma classe dentro da série funcionava para Webern como reiterações motívicas nela embutidas viabilizando também seu preferencial uso de relações de simetria em suas obras musicais.

Na figura 38 somente as operações T e I, e seus reversos temporais R e RI, são aplicadas ao conjunto 3-3 (014). Suas versões unidas concatenadamente são utilizados para construção da série derivada.

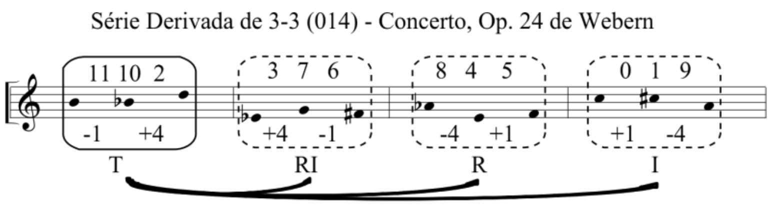



Figura 38 - Série derivada de 3-3 (014). Concerto, Op. 24 de Webern

(1961) abre precedentes para um pensamento expandido da derivação ao considerar o uso de mais do que um conjunto gerador para um agregado-12. Este conceito expandido de derivação é o aqui aplicado.

As séries utilizadas por Schoenberg no Op. 31 e 37 vistas em exemplos anteriores são, independente do uso combinatorial, derivadas cada uma de um único hexacorde gerador. Estes hexacordes são respectivamente 6-5 (012367) e 6-16 (014568).

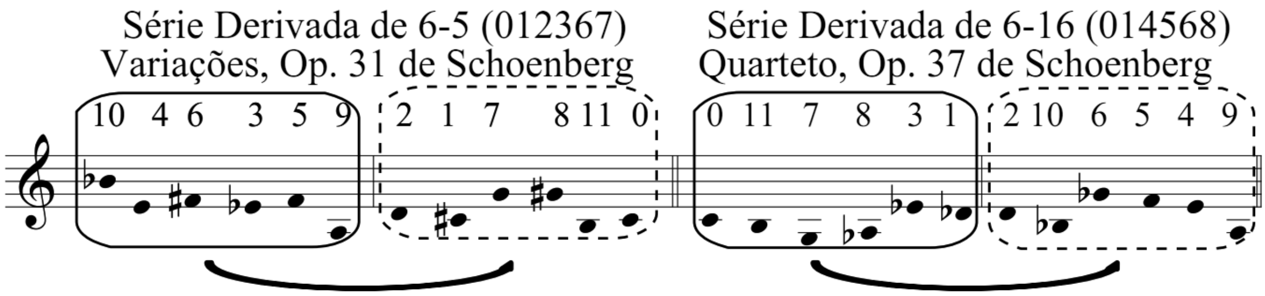



Figura 39 - Séries hexacordalmente derivadas de Schoenberg (Op. 31 e Op. 37)

Também como o particionamento a derivação é um processo útil para a combinatoriedade, podendo ser considerada como uma das etapas de execução da técnica.

Tomando-se ainda a combinatoriedade feita por Schoenberg no Op. 37, a derivação pode ser encontrada tanto na já demonstrada construção da série base como na construção dos agregados e séries secundárias. Na figura 40 todos os agregados são formados, *a priori*, a partir de versões do hexacorde 6-16 (014568).

Uma distinção entre os dois tipos de derivação utilizados é necessária e diz respeito aos seus produtos. Na figura 41 inicialmente uma série derivada é construída e a combinatoriedade e o particionamento podem ou não serem utilizados posteriormente. Após o particionamento instrumental do tipo ($6^2$) um agregado-12 combinatorial é formado cujas classes de notas estão associadas tanto por proximidade temporal quanto por timbre.

O primeiro tipo de derivação pode ser considerado então como uma derivação comum, independente da combinatoriedade, e produz séries derivadas. O segundo que produz ou um agregado-12 combinatorial (neste caso derivado) ou, se um dado ordenamento de classes de notas é obtível, uma série secundária derivada, pode ser considerado como uma derivação combinatorial.

Quarto Quarteto de Cordas, Op. 37
Início do Terceiro Mov.

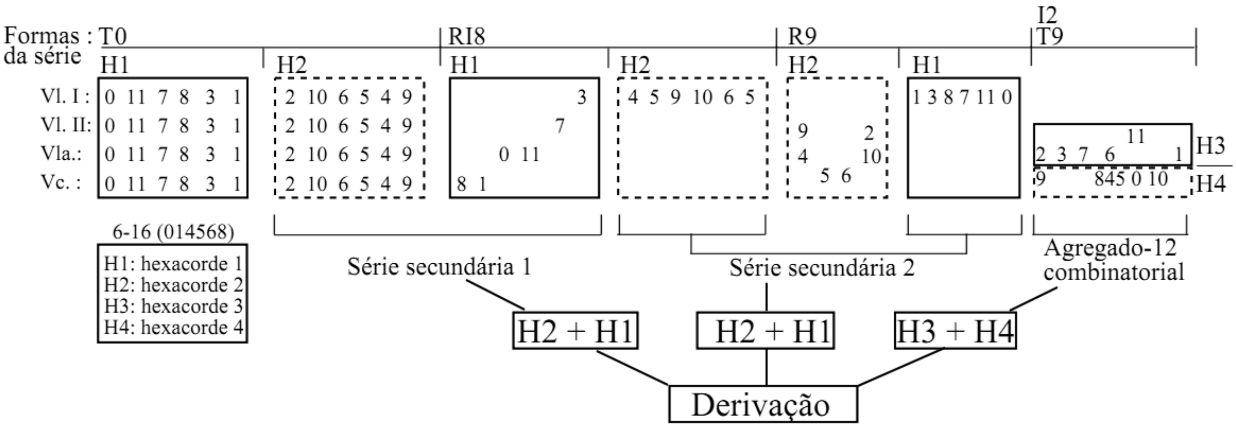



Figura 40 - Derivação sob o ponto de vista combinatorial no Op. 37

Quarto Quarteto de Cordas, Op. 37
Início do Terceiro Mov.

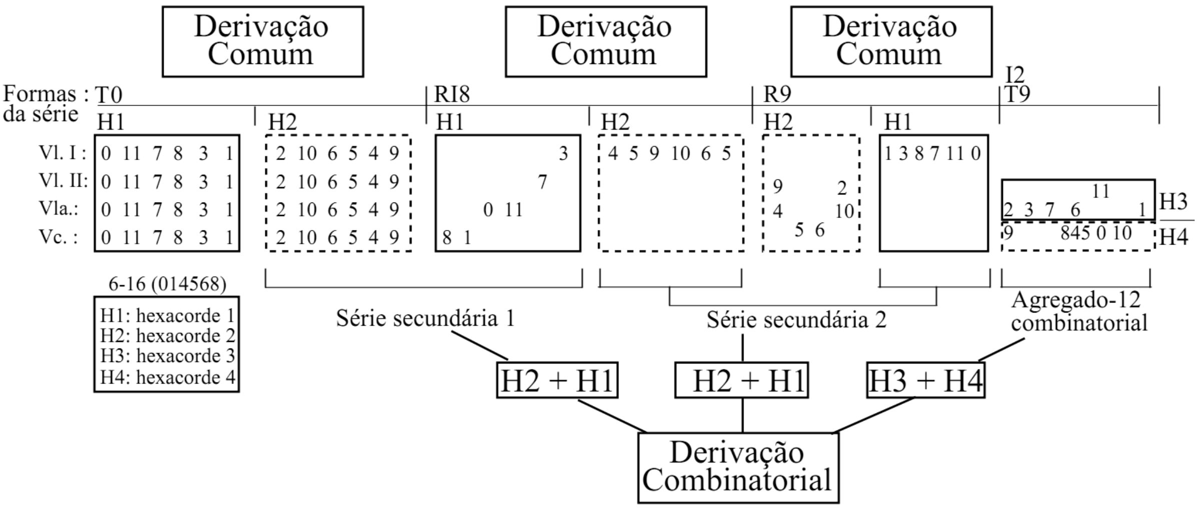



Figura 41 - Derivações comuns e combinatoriais no Op. 37

Apesar da diferenciação ambos são processos iguais em essência e todo o conteúdo relacionado à derivação para formação de formas de uma série dodecafônica pode ser completamente aplicado para a combinatoriedade.

Esta importância da derivação para a combinatoriedade é ressaltada por Babbitt (1955, p. 41):

> [...] Um princípio que sustenta a maior parte do trabalho de Schoenberg (chamado Combinatoriedade), e outro, superficialmente não relacionado, princípio ocupando uma similar posição na música de Webern (Derivação), que tem cada um sido

> generalizado e estendido muito além das suas funções imediatas, finalmente ao ponto onde, em sua mais generalizada forma, eles são profundamente inter-relacionados, e dentro destas relações novas propriedades e potencialidades dos princípios individuais são revelados[103].

A combinatoriedade schoenberguiana portanto pode ser então compreendida como uma sequência de processos complementares que envolvem particionamento, concatenação e/ou mistura, maneiras de disposição e combinação de formas da série, associação (multi)paramétrica de conjuntos de classes de notas e outros processos tidos contextualmente como similares a estes últimos.[104]

Com base nestas informações um modelo mais específico da combinatoriedade clássica de Schoenberg pode ser visto na figura a seguir. Ele é baseado num "*preset*" que corresponde à escolha de hexacordes para derivação da série base, de disposições horizontais de cada uma das 2 formas da série, combinação horizontal entre elas, particionamentos do tipo $(6^2)$ e associação tímbrica das partes para formação de séries secundárias. Cada um dos itens sublinhados na sentença anterior pode ser alterado para a realização de uma combinatoriedade diferente.

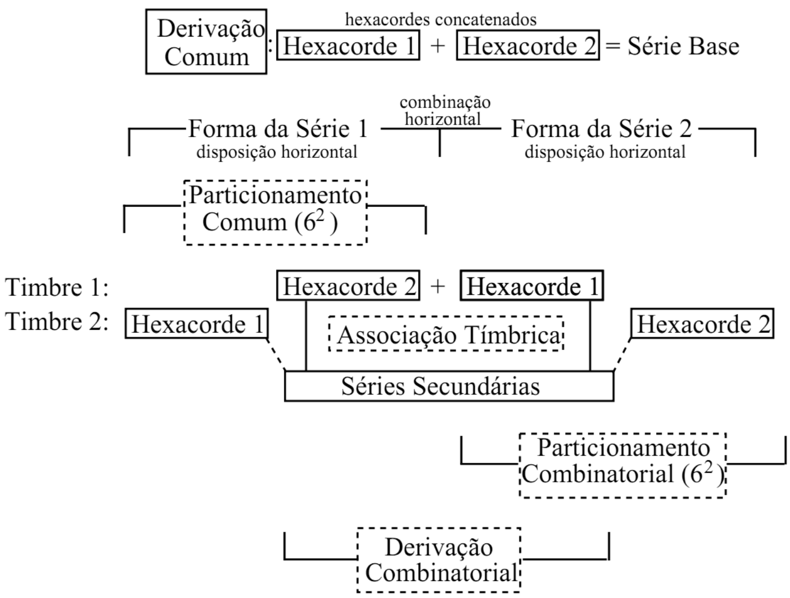



Figura 42 - Modelo 2 da Combinatoriedade Clássica de Schoenberg.

---

[103] "*Indeed, it is a principle that underlies the bulk of Schoenberg's work (namely, combinatoriality), and another, superficially unrelated, principle occupying a similar position in the music of Webern (derivation), that have each been generalized and extended far beyond their immediate functions, finally to the point where, in their most generalized form, they are found to be profoundly interrelated, and in these interrelationships new properties and potentialities of the individual principles are revealed.*"

[104] De acordo com o conceito de derivação apresentado (FORTE, 1973) a complementação de um conjunto com base no agregado-12 pode ser tido também como uma derivação de um agregado-12 por complementação. Neste âmbito complementação e derivação são contextualmente processos similares.

### 4.2.12 Mapeamentos interseccionados: automapeamento total e automapeamento parcial

Cada operação aplicada a conjuntos produz tipos de mapeamentos particulares. Operações específicas aplicadas a conjuntos específicos produzem mapeamentos que estão relacionados à estrutura de cada um destes conjuntos.

Neste âmbito, dentre as diversas configurações de mapeamento possíveis, dois tipos de mapeamentos interseccionados[105] merecem ser inicialmente destacados: o automapeamento total e o automapeamento parcial.

Automapeamento total envolve o mapeamento de um conjunto de classes de notas nele mesmo tal como visto na figura 43.

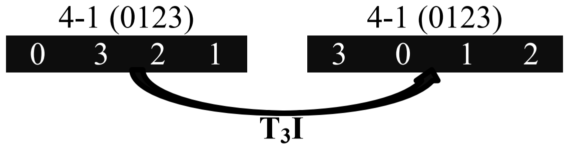



Figura 43 - Automapeamento total do conjunto 4-1 (0123) por inversão

Automapeamento parcial é o mapeamento de um conjunto de classe de notas em parte de si mesmo:

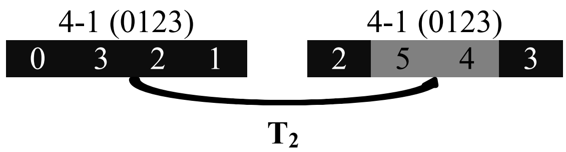



Figura 44 - Automapeamento parcial do conjunto 4-1 (0123) por transposição

### 4.2.13 Notas comuns sob transposição e inversão

Uma forma alternativa de ver automapeamentos específicos quando as operações T e I são utilizadas para transformação de conjuntos são as chamadas notas comuns por transposição e inversão.

O vetor intervalar[106] dos conjuntos é capaz de revelar a quantidade de notas comuns que um conjunto T-operacionalizado terá com relação ao original. A quantidade de um dado

---

[105] Mapeamentos considerados aqui como interseccionados são os que produzem repetições de classes de notas entre o conjunto de partida e o de chegada.

[106] Vetor intervalar (MARTINO, 1961, FORTE, 1964) de um conjunto é a representação em 6 dígitos do seu conteúdo intervalar. Um conteúdo intervalar de um conjunto são todos intervalos possíveis dentre dele mesmo. Um conjunto formados pelas classes de notas 0, 1 e 2 terá classes de 3 intervalos (combinação simples, onde $n$=3 e $p$=2): 0 para 1 (que é igual a 1 para 0), 0 para 2 e 1 para 2. Portanto estes intervalos serão 1, 2 e 1. Através do

intervalo no vetor é igual à quantidade de notas em comum que o conjunto transposto terá em relação ao de origem se o número equivalente ao intervalo representado pela classe for utilizado como o número transpositivo da operação. No caso do intervalo de trítono, pelo seu automapeamento, o número de notas em comum será equivalente ao dobro da quantidade apresentada no vetor.

No exemplo anterior o vetor intervalar do tetracorde 4-1 (0123) é 321000. Transposto a $T_2$ como foi (ou sua inversão $T_{10}$), terá duas 2 classes de notas em comum:

Vetor Intervalar de 4-1 (0123)

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Intervalos | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 |
| Conteúdo | 3 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| | | $\mathbf{T_2}$ | | | | |

Figura 45 - Vetor intervalar de 4-1 (0123) e Operação $T_2$ que mantém 2 classes de notas comuns

A partir desta característica pode ser inferível que se um conjunto for transposto ao nível em que possuiu um 0 no vetor ele não possuirá nenhuma nota em comum com a sua versão operacionalizada. Na figura abaixo o tetracorde 4-1 é transposto para $T_4$, nível que possui um 0 em seu vetor e portanto não possui nenhuma classe de nota em comum com sua versão $T_4$. O mesmo aconteceria com $T_8$, $T_5$, $T_7$ e $T_6$, todos gerando versões diferentes entre si sem nenhuma nota em comum com $T_0$. Esta característica é importante para os itens posteriores (complementação).

| 4-1 (0123) | | | | | 4-1 (0123) | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 3 | 2 | 1 | | 4 | 7 | 6 | 5 |

$\mathbf{T_4}$

Figura 46 - Automapeamento parcial do conjunto 4-1 (0123) por transposição.

Já as notas comuns que um conjunto I-operacionalizado terá com o conjunto original podem ser vistas pelo vetor de índices[107]. Dado o conjunto 3-1 (012). Seu vetor de índice é

vetor intervalar este conteúdo intervalar é apresentado por 6 dígitos 210000 que correspondem em ordem a 2 classes de intervalo 1, 1 classe de intervalo 2 e nenhuma classe de intervalo 3, 4, 5 e 6.

[107] O número de índice (soma) pode ser tido, grosso modo, como um meio para comparar conjuntos inversionalmente relacionados, geralmente em forma normal, através da extração de um número constante que é obtido através da "soma" das classes de notas destes conjuntos. Assim como vetor intervalar é quantidade de

123210000000. O primeiro dígito equivale a 1 (uma) soma igual a 0 (0 + 0). O segundo a 2 somas iguais a 1 (0 + 1 e 1 + 0). O terceiro a 3 somas iguais a 2 (0 + 2, 1 + 1 e 2 + 0). O quarto digito equivale a 2 somas iguais a 3 (2 + 1 e 1 + 2) e o quinto corresponde a 1 soma igual a 4 (2 + 2). O restante dos dígitos, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 11, tem um 0 no vetor de índices. Na figura 47 estas informações podem ser mais bem vistas.

Soma dos pares de classes
de notas de 3-1 (012)

| + | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 2 |
| 1 | 1 | 2 | 3 |
| 2 | 2 | 3 | 4 |

$T_tI$

Vetor de Índices de 3-1 (012)

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Figura 47 - Vetor de índices de 3-1 (012)

Isto quer dizer que se invertermos [0, 1, 2] e transpusermos a, por exemplo, $T_0$ o conjunto operacionalizado terá somente a classe de notas zero em comum (número de índice 1 na casa dos 0 no vetor de índices). Se invertermos e transpusermos a $T_1$ teremos 2 classes de notas em comum (0 e 1) e a $T_2$ teremos 3 classes de notas em comum com o conjunto original (e assim sucessivamente). A representação do vetor de índices em 12 dígitos fornece somente a quantidade de notas em comum entre o conjunto original e o I-operacionalizado. A primeira forma apresentada na figura 47 fornece exatamente as classes de notas em comum com o original, bem como a quantidade. O número de índices 0 apareceu uma vez entre a soma 0 + 0 e portanto 0 será a classe de notas em comum para $T_0I$. O número de índices 1 apareceu duas vezes, nas somas 1 + 0 e 0 + 1, portanto 0 e 1 serão as notas em comum para $T_1I$. Já o número de índices 2, aparecendo nas somas 2 + 0, 1 + 1, e 0 + 2 indica que as 3 classes de notas envolvidas nestas somas estarão invariantes para $T_2I$. Portanto o conjunto se automapeia neste nível *t* para inversão.

intervalos entre cada par de classes de notas de um conjunto, o vetor de índices é o número de soma entre cada par de classes de notas de um conjunto incluindo a soma entre classes de notas iguais. Ele possui 12 dígitos indo do 0 ao 11.

Assim, um t no vetor de índices igual à cardinalidade do conjunto (no caso do tricorde 3-1, igual a 3), indica o automapeamento total do conjunto. Portanto, um 0 indica que t´s possíveis para operações de inversão aos quais o conjunto operacionalizado e o original não mantêm classes de notas em comum (mapeamento não intersecionado).

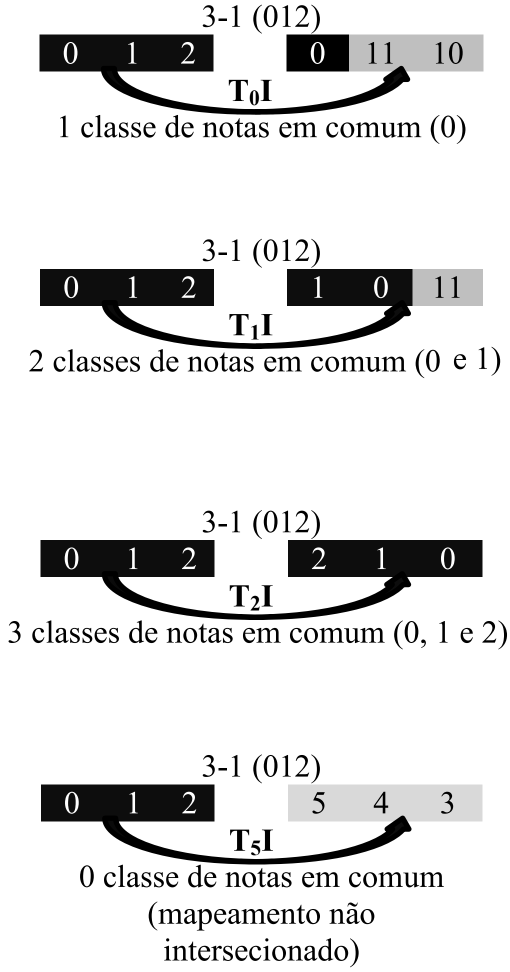



Figura 48 - Mapeamentos de 3-1 (012) através da inversão e com base no Vetor de Índices.

### 4.2.14 Invariância (segmental)

Automapeamentos, notas comuns, ambos tem relação com a ideia de invariâncias. Babbitt (1960, p. 249) define "invariâncias musicais" como:

> Propriedades de uma série que são preservadas durante uma operação, bem como aqueles relacionamentos entre uma série e a série operacionalmente transformada que estão inerentes na operação, [...] requerendo para seu reconhecimento perceptivo

> apenas a habilidade de perceber classes de notas idênticas e não idênticas, e classes de intervalos idênticos e não idênticos.[108]

Ao se tratar de propriedades de uma série que são preservadas durante uma operação, podemos considerar que, pelo menos no que diz respeito à ordem, as 48 formas da série tendem a não possuir invariantes em comum.

Nesse âmbito, um dos exemplos mais simples e imediatos de invariância surge ao transpormos uma série a qualquer nível de transposição, onde obtemos uma série invariante de intervalos.

$T_0$: 0 6 7 1 2 8 9 3 4 10 11 5

Intervalos: 6 1 6 1 6 1 6 1 6 1 6

$T_5$: 5 11 0 6 7 1 2 8 9 3 4 10

Intervalos: 6 1 6 1 6 1 6 1 6 1 6

Figura 49 - Série invariante de intervalos

Mesmo assim, invariâncias desse tipo de nada podem servir para a filtragem de formas da série a serem utilizadas numa composição. Tal fato é destacado por Babbitt (1960, p. 250):

> Por toda sua obviedade, parece uma poderosa propriedade de coesão à luz da total não invariância de classes de notas no que diz respeito à ordem. [...] Uma vez que *t* produz um total desarranjo dos elementos da série e idêntica sucessão intervalar, nenhuma destas propriedades pode servir como base de diferenciação, na busca por possíveis critérios para a hierarquização composicional de transposições.[109]

Porém, alguns tipos de invariância gerados por níveis transposicionais específicos ao aplicarmos as operações T, I, R e RI a uma série original qualquer[110], bem como alguns tipos de invariância gerados por essas operações aplicadas a séries estruturadas de maneira propícia[111], tornam-se capazes de fornecer tais critérios.

---

[108] *[...] (properties of a set that are preserved under the operation, as well as those relationships between a set and the so-operationally transformed set that inhere in the operation) [...], requiring for their aural recognition merely the ability to perceive pitch class identity and non-identity, and interval class identity and non-identity* (BABBITT, 1960, p. 249, grifo do autor).

[109] *"For all its obviousness, it appears a powerfully cohesive property in the light of the total non-invariance of pitch classes with regard to order [...]. Since each t produces a total derangement of the set elements, and the identical intervallic succession, neither of these properties can serve as the bases of differentiation, in the search for possible criteria for the compositional hierarchization of transpositions".*

[110] Sobre estes tipos de invariâncias, ver Babbitt (1960).

[111] Sobre estes tipos de invariâncias, ver Babbitt (1961).

Um exemplo de invariâncias funcionando para esse fim pode ser visto, mesmo superficialmente, no trecho já demonstrado da Suíte para Piano Op. 25 de Schoenberg, composta em 1921 e considerada a primeira de suas obras dodecafônicas[112].

Como pode ser visto na figura 50, em seus primeiros compassos podemos observar uma característica onde duas formas da série dispostas simultaneamente possuem dois pares de classes de notas adjacentes em comum  e as classes de notas iniciais e finais, ambas em ordem invertida e separadas por um trítono. Além disso, no decorrer da obra, as classes de notas finais de cada forma da série são utilizadas como nota comum para o início das próximas formas da série como um meio de promover continuidade musical.

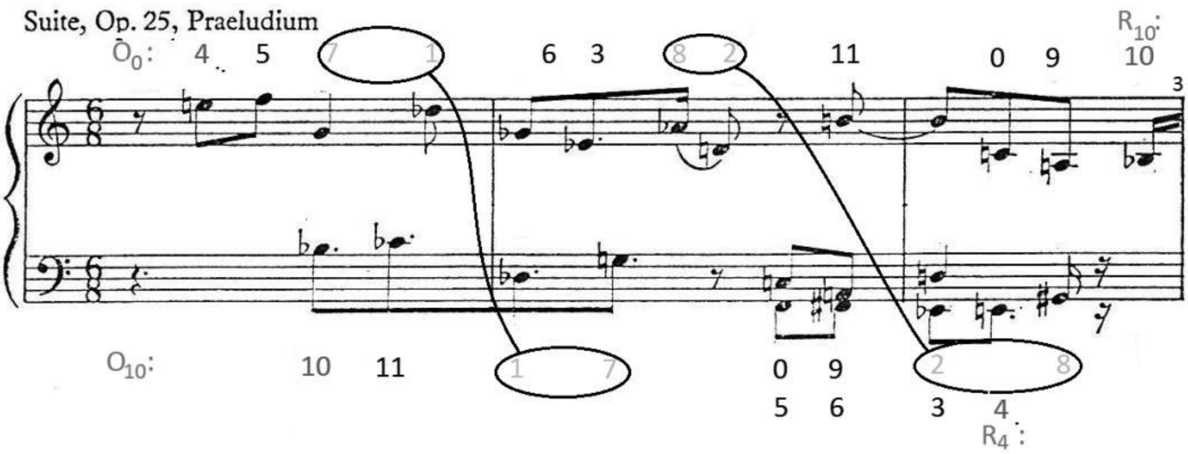



Figura 50 - Invariâncias segmentais no Prelúdio da Suíte para Piano Op. 25 de Schoenberg

As invariâncias destacadas no exemplo anterior são chamadas de invariâncias segmentais.

Se segmentos podem permanecer constantes em formas da série distintas a não repetição de fragmentos é um fato obviamente inferível. Neste âmbito, grosso modo, tanto a derivação quanto a combinatoriedade podem ser consideradas como uma plausível extensão dos princípios da invariância segmental.

### 4.2.15 Complementação-12, complemento-12, complementação abstrata

Relacionada à ausência de classes de notas em comum entre conjuntos está a complementação. Como dito no item 4.2.6 a complementação pode ser definida como uma

[112] Para mais informações acerca das sistematizações presentes na Suíte para Piano Op. 25, de Schoenberg, ver Kurth (1992).

operação em que um dado conjunto A é unido a outro conjunto B que é resultante da diferença entre um conjunto universo C e o primeiro, sendo C maior que A e B.

No caso da música dodecafônica a complementação é geralmente vista com base no agregado-12 como referencial: a complementação-12. A complementação-12 de um conjunto de classes de notas[113] portanto pode ser tida como uma operação que promove a sua união com outro conjunto que contenha as classes de notas nele ausentes necessárias para formar um agregado-12. Na operação de complementação somente as operações auxiliares de união e diferença estão necessariamente envolvidas. Portanto não só conjuntos equivalentes como também conjuntos não relacionados por transposição e inversão podem se complementar mutuamente.

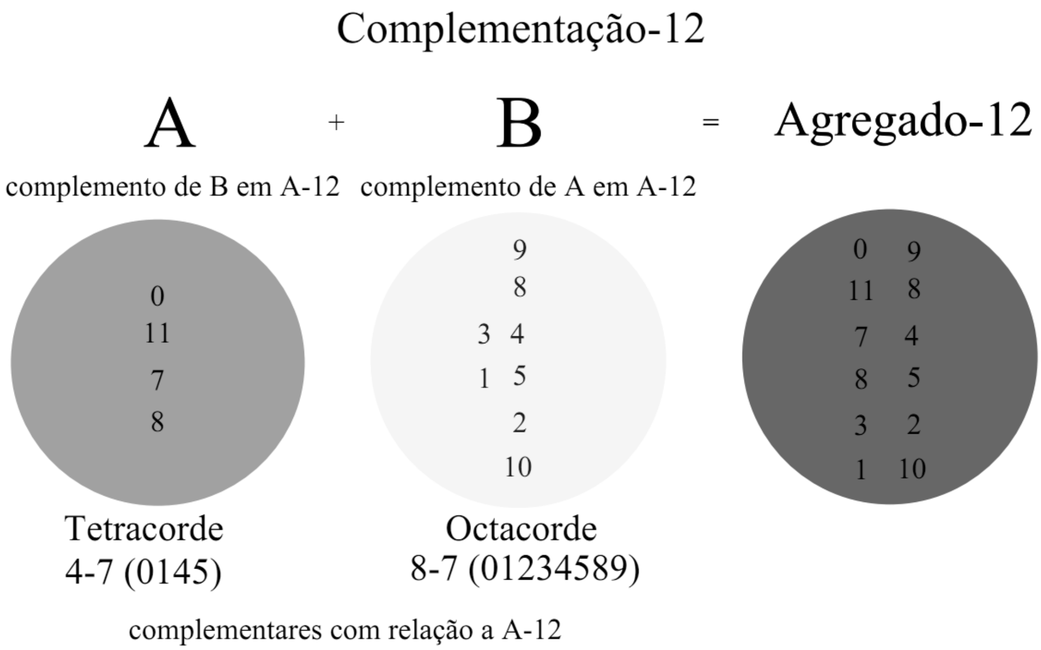



Figura 51 - Complementação-12 de A com relação ao agregado-12

Já o complemento-12 de um dado conjunto é obtido através da diferença entre o agregado-12 e ele.

[113] A operação de complementação-12 se relaciona também com intervalos. Dois intervalos são ditos complementares se sua soma for igual a 12. Desta forma 1 é complemento de 11, 2 de 10, 3 de 9, 4 de 8, 5 de 7 e 6 de 6. Intervalos complementares formam uma única classe de intervalo tal como visto no vetor intervalar da figura 45.

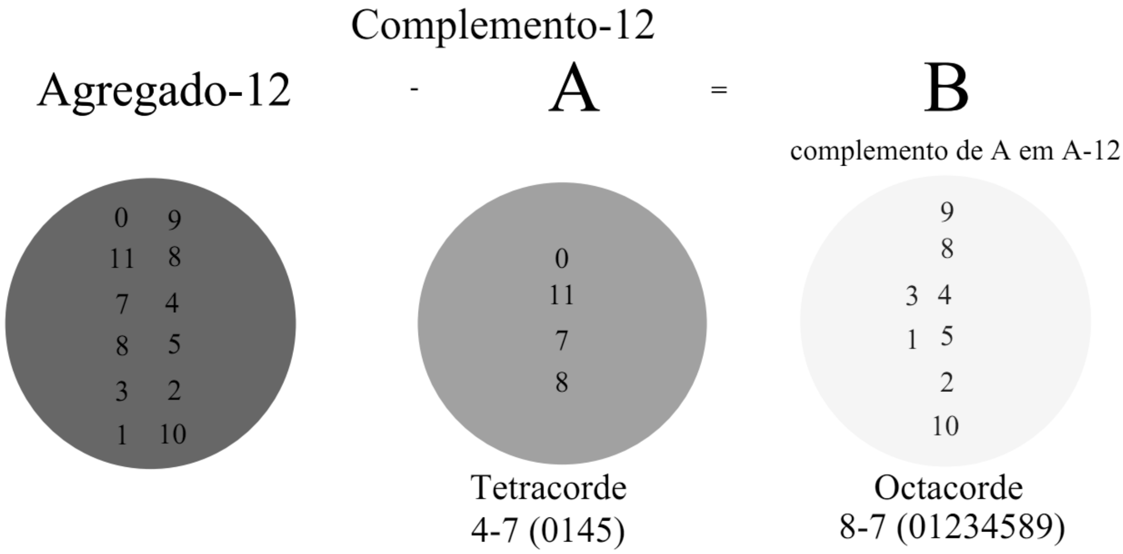



Figura 52 - Complemento-12 de A com relação ao agregado-12

Há uma distribuição proporcional de intervalos entre um conjunto e o seu conjunto complementar-12. Esta relação intervalar dependerá de suas cardinalidades. Assim, o complementar-12 de um dado conjunto irá ter conteúdo intervalar equivalente à quantidade de ocorrências de cada classe de intervalos deste último acrescida da diferença entre a cardinalidade de ambos, sendo metade na casa dos trítonos. Na figura 53 está a relação entre os conteúdos intervalares dos conjuntos 4-7 e 8-7 complementares das figuras anteriores.

| | | Vetor Int. de 4-7 (0145) | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Intervalos | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
| | | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | |
| | Conteúdo | 2 | 0 | 1 | 2 | 1 | 0 | |
| Dif. da cardinalidade de 8-7 e 4-7 | 8-4= | +4 | +4 | +4 | +4 | +4 | +2 | |
| | Conteúdo | 6 | 4 | 5 | 6 | 5 | 2 | Vetor Int. de 8-7 (01234589) |

Figura 53 - Vetor intervalar de 4-1 (0123) e Operação $T_2$ que mantém 2 classes de notas comuns

Dois conjuntos podem estar relacionados por complementação de maneira abstrata. Basta que eles pertençam à mesma classe de conjunto que possuem a relação de complemento-12. Portanto um representante de 4-7 [0, 1, 4, 5] será abstratamente complementar a [2, 3, 4, 5, 6, 7,10, 11] por este último ser um representante ($T_2$) da sua classe de conjunto complementar 8-7 (01234589).

A complementação-12 é uma operação diretamente ligada à construção de agregados-12 e portanto à derivação e a combinatoriedade schoenberguiana. A formação de agregados-12 combinatoriais se dá, grosso modo, através da "complementação mútua" de conjuntos pertencentes às formas da série contextualmente envolvidas.

Na figura 54 a série secundária é formada por hexacordes complementares equivalentes. Porém hexacordes não equivalentes complementares ou z-relacionados poderiam ter sido utilizados[114].

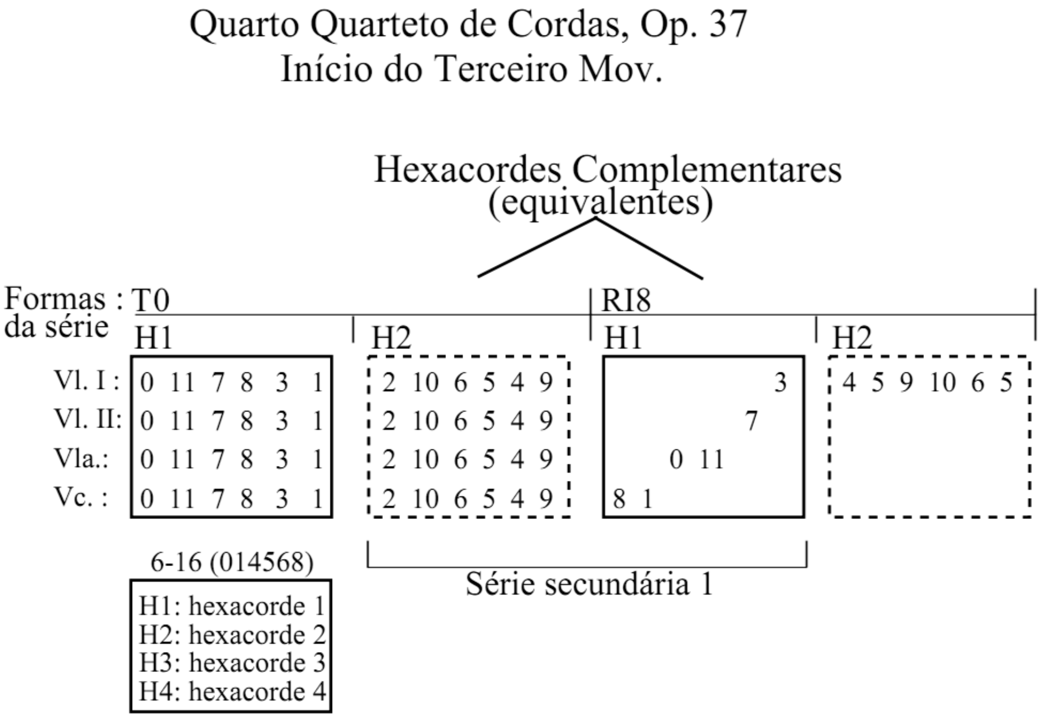



Figura 54 - Hexacordes Complementares no Op. 37 de Schoenberg (comp. 614)

### 4.2.16 Autocomplementação e outros mapeamentos não interseccionados

Um tipo específico de complementação-12 é a autocomplementação-12. O uso do prefixo "auto" atrelado à complementação indica que os conjuntos devem ser capazes de se complementarem independentemente. Portanto, somente conjuntos equivalentes estarão envolvidos. O uso de somente conjuntos equivalentes na complementação é igual ao uso de versões sem notas comuns entre si de uma mesma classe de conjunto. Nisto está implícita a

[114] Forte (1973, p. 211) define dois conjuntos Z-relacionados como "um par de conjuntos com o mesmo vetor intervalar, mas que não são redutíveis à mesma forma prima".

ideia de que estas versões estarão necessariamente relacionadas por transposição e/ou inversão[115]. Portanto autocomplementação-12 pode ser tida como um tipo mapeamento não interseccionado.

Sob o ponto de vista matemático uma relação de complemento envolve somente 2 conjuntos que devem ser necessariamente disjuntos. Diante desta restrição, tendo o agregado-12 como referencial, somente hexacordes são capazes de se autocomplementarem. Tal fato se dá pois somente conjuntos de cardinalidade 6 podem dividir o agregado-12 em duas partes iguais. Conjuntos maiores ou menores, ou repetiriam classes de notas, ou, respectivamente, não completariam o agregado-12 totalmente.

Demais conjuntos somente seriam capazes de se autocomplementarem estritamente através de uma mudança neste agregado ou conjunto referencial. Na figura 55 um agregado-10 específico é utilizado: [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]. Neste caso somente pentacordes específicos serão capazes de autocomplementação por dividir o agregado-10 em duas partes iguais. Como por ser visto, o pentacorde 5-1 (01234) satisfaz esta condição quando a operação $T_5$ é utilizada.

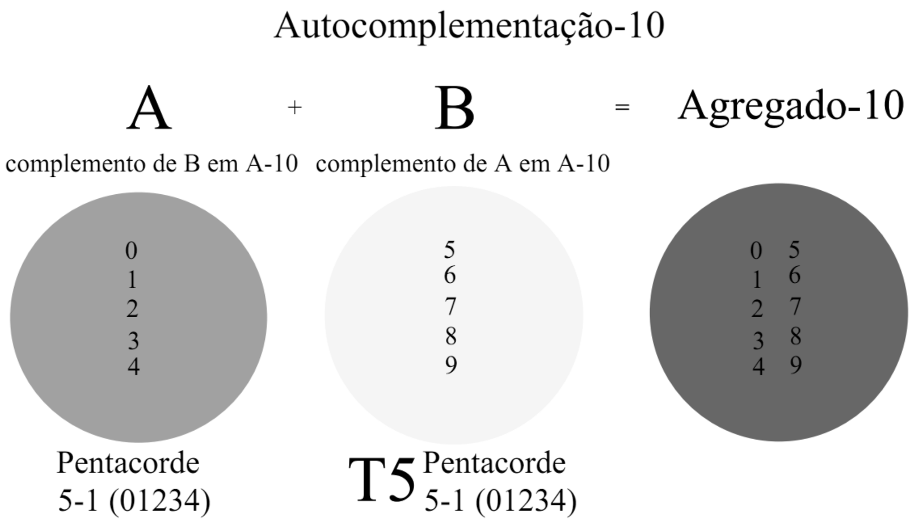



Figura 55 - Pentacordes complementares com relação a A-10 (autocomplementação-10)

115 Na complementação o ordenamento das classes de notas do conjunto não é relevante. Portanto as operações R e RI não são consideradas.

Mantendo o agregado-12 como referencial, incapazes de se autocomplementarem como os hexacordes alguns conjuntos são capazes de se mapearem não interseccionadamente em todas as partes de seu complemento pelas operações T e I. Para isso o complemento-12 de um dado conjunto deve poder ser particionado em partes iguais. A cardinalidade destas partes deve ser igual a do conjunto base. Somente conjuntos de cardinalidade 1, 2, 3 e 4 podem possuir esta capacidade.

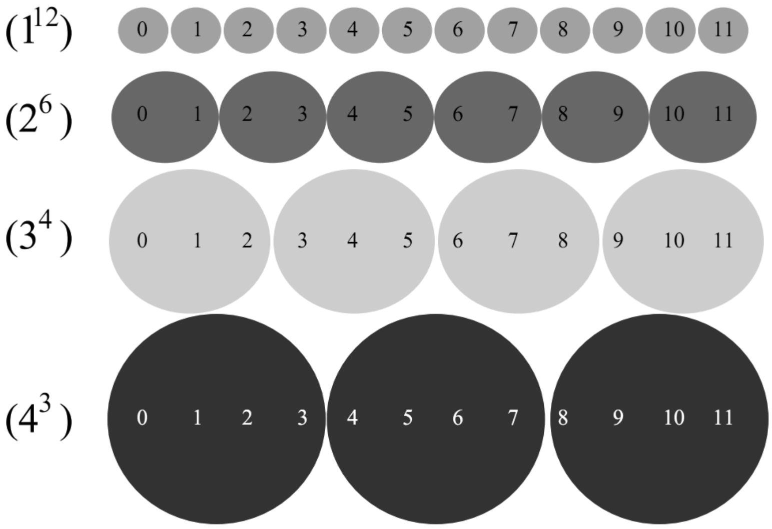



Figura 56 - Autocomplementação expandida

A partir do reconhecimento desta possibilidade ampliaremos aqui a abrangência do conceito de autocomplementação-12 para que possa atingir também a tais conjuntos, não somente hexacordes[116].

Neste âmbito a autocomplementação é similar a um tipo de derivação no qual somente conjuntos equivalentes não interseccionados são utilizados para formação de agregados-12.

Conjuntos capazes de se autocomplementarem são bastante úteis para a combinatoriedade, principalmente a do tipo schoenberguiana. Os hexacordes utilizados em seu Op. 31 e 37 são ambos capazes de seu autocomplementarem por inversão sob $T_5I$. Estes são os mesmos níveis transposicionais em que os hexacordes formadores dos agregados-12 vistos anteriormente estão relacionados, já que este é o único nível transposicional ao qual estes conjuntos são capazes de se autocomplementarem.

[116] Esta abrangência será útil posteriormente para a classificação destes conjuntos quanto à combinatoriedade absoluta.

Hexacorde 1 6-5 (012367) da forma da série $T_{10}$ do Op. 31

autocomplemento-12

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 4 | 6 | 3 | 5 | 9 | + | 7 | 1 | 11 | 2 | 0 | 8 | = | Agregado -12 |

**$T_5I$**

Hexacorde 1 6-16 (014568) da forma da série $T_0$ do Op. 37

autocomplemento-12

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 11 | 7 | 8 | 3 | 1 | + | 5 | 6 | 10 | 9 | 2 | 4 | = | Agregado -12 |

**$T_5I$**

Figura 57 - Séries hexacordalmente derivadas de Schoenberg (Op. 31 e Op. 37)

Alguns conjuntos não possuem capacidade de autocomplementação-12 sendo somente capazes de se mapearem não interseccionadamente em parte do seu complemento-12.[117] Somente conjuntos de cardinalidades 1, 2, 3, 4, 5 são capazes de fazer este tipo mapeamento. Eles possuirão 0(´s) no seu vetor intervalar ou de índices que indicarão esta propriedade e os níveis transposicionais específicos conforme dito anteriormente.

Hexacordes, quando capazes de se mapearem em outras versões por transposição e inversão não interseccionadamente (os não Z-relaciondados), automaticamente complementam totalmente o agregado-12. Já conjuntos de maiores cardinalidades, ou seja, contendo 7, 8, 9, 10, e 11 classes de notas, quando operacionalizados por operações T e/ou I específicas poderão completar o agregado-12 mas obrigatoriamente manterão notas em comum com o conjunto de partida[118], um mapeamento então do tipo interseccional.

### 4.2.17 Combinação de operações e classes de combinação, combinação transpositiva e combinação inversiva

A formação de agregados-12 a partir de conjuntos de diversas cardinalidades pode envolver, com exceção do uso de hexacordes equivalentes, mais do que uma operação T e/ou I. Em casos como este uma combinação de operações será utilizada.

Na figura a seguir as operações $T_0$, $T_4$, e $T_8$ são aplicadas a 4-1 (0123) para formação do agregado-12:

[117] Ver caso do bicorde 2-4 (04) no item 4.4. Exceto os hexacordes, todos os conjuntos capazes de se autocomplementarem são capazes de se mapearem não interseccionadamente em parte do seu complemento.

[118] A quantidade das classes de notas repetidas será equivalente à *n*-12, onde *n* é a soma da cardinalidade dos conjuntos envolvidos no processo de complementação.

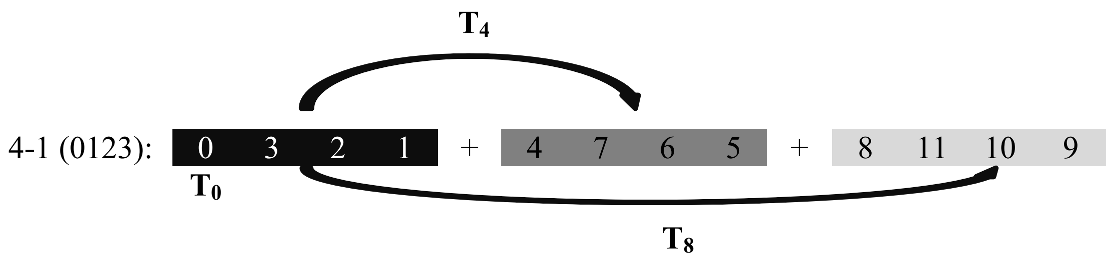



Figura 58 - Formação de agregado-12 por 3 tetracordes

No caso de uso de conjuntos equivalentes disjuntos tal como monocordes, cuja classe de particionamento é ($1^{12}$), serão necessárias, além das 11 operações de união entre eles, 12 operações nas quais T, I, R e RI serão indiferentes. Tratando-se de bicordes, de particionamento ($2^6$), 6 destas operações serão necessárias além das de união. No uso de tricordes, ($3^4$), serão utilizadas 4 operações. Para tetracordes, ($4^3$), 3 operações serão obrigatórias.

Algumas combinações são estandardizadas e chamadas de classes de combinação. Neste caso será considerada igualmente classe de combinação T as operações T + T no caso de hexacordes, T + T + T para tetracordes, T + T + T + T para tricordes e etc. O uso desta classe de combinação significa que os conjuntos foram unidos a versões somente transpostas de si mesmo para formação do agregado-12. No caso da figura 58 a classe de combinação T representa $T_0 + T_4 + T_8$.

Nas classes de combinação os números de transposição utilizados em cada operação isolada irão depender do tipo de conjunto específico utilizado para construção do agregado-12. Números de transposição diferentes não alteram a classe de combinação.

Apesar de não necessário, geralmente em combinações de operações envolvendo conjuntos equivalentes uma das operações é pré-definida e funciona como operação referencial. Esta operação é $T_0$, que é portanto aplicada ao conjunto gerador. Diante disso uma combinação contendo T + I + I equivale à classe de combinação I, da qual T + I e T + I + I + I são também representantes. Estes tipos de combinação envolvendo somente uma mesma operação, salvo a $T_0$ referencial, podem ser consideradas então como homogêneas.

Com exceção da operação pré-definida $T_0$, algumas combinações necessariamente envolvem operações distintas. Na combinação de quatro partes T + T + I + I seguinte mais do que uma operação T é necessária junto com outras I. Ela é portanto uma classe de combinação heterogênea.

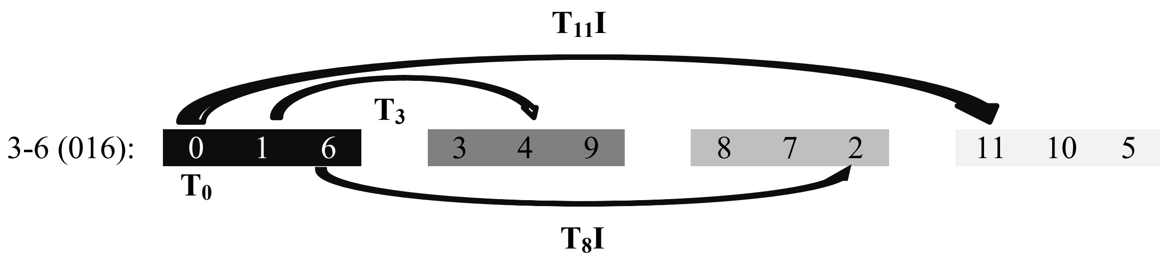



Figura 59 - Combinação heterogênea T + T + I + I

Quando conjuntos de classes de notas são unidos a versões transpostas de si mesmo a combinação é dita transpositiva. Quando com versões invertidas, a combinação inversiva ocorre.

Combinações de operações também serão necessárias para formação de agregados-12 a partir de conjuntos de classes de notas não equivalentes.

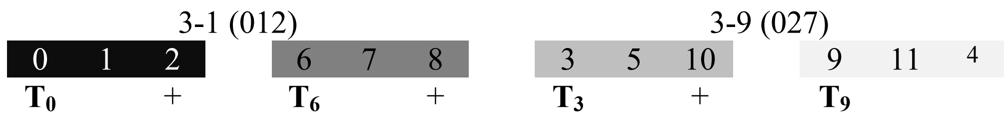



Figura 60 - Combinação híbrida (conjuntos não equivalentes) T3-1 + T3-1 + T3-9 + T3-9

Como no caso da construção de séries ou agregados derivados a partir de conjuntos equivalentes tal como tricordes, de classe de particionamento ($3^4$) (fig. 59), com exceção das 3 uniões, 4 operações foram necessárias para construção do agregado-12 da figura anterior. Duas operações foram aplicadas a cada uma das duas classes de conjunto não equivalentes de mesma cardinalidade, um particionamento do tipo ($3^2$ $3^2$). Isto acontece pois ainda assim somente versões T e/ou I-operacionalizadas (e R e RI no caso onde o ordenamento das classes de notas é relevante) específicas de certos conjuntos poderão unir-se para formar um agregado-12.

Neste caso de conjuntos não equivalentes a combinação de operações pode ser considerada como híbrida. Portanto, diferente da combinação normal na qual as operações são aplicadas à mesma classe de conjunto, a apresentação de uma combinação híbrida deve indicar as operações correspondentes a cada uma das classes de conjunto envolvidas. No caso da figura 60 foi $T_0$ (3-1) + $T_6$ (3-1) + $T_3$ (3-9) + $T_9$ (3-9).

### 4.2.18 Combinatoriedade original ou transpositiva

Um dos primeiros meios de classificação da combinatoriedade surge a partir do reconhecimento da importância das capacidades de automapeamento e autocomplemento dos conjuntos de classes de notas através das operações T e I no que diz respeito à viabilização da formação de agregados-12.

Conjuntos aptos a se autocomplementarem totalmente pela operação de transposição, no caso de hexacordes, ou pela classe de combinação homogênea T ou transpositiva, no caso de tetracordes, tricordes e bicordes, em um ou mais níveis transposicionais, são ditos possuírem combinatoriedade original.

De acordo estritamente com esta condição de classificação este tipo de combinatoriedade somente envolve a formação de agregados-12 a partir de conjuntos equivalentes cujas cardinalidades o dividem em partes iguais, com exceção do conjunto unitário $(1^{12})$ e do agregado-12 total $(12^{1})$: os particionamentos $(2^{6})$, $(3^{4})$, $(4^{3})$ e $(6^{2})$. No caso da união de conjuntos não equivalentes para formação de agregados-12 a combinatoriedade original de um dado conjunto, *a priori,* é irrelevante.

Abaixo vemos o exemplo do hexacorde 6-1 que possui combinatoriedade original a $T_6$. Na figura anterior tivemos um caso de tricorde apresentando combinatoriedade original pela classe de combinação T.

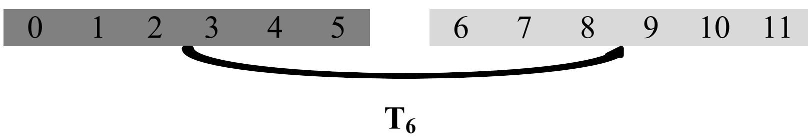



Figura 61 - 6-1 (012345) e a combinatoriedade original.

Conforme dito, a extração da capacidade de autocomplementação de um conjunto por transposição pode ser auxiliada pelo seu conteúdo intervalar. Um conjunto que possui esta capacidade deverá ter intervalos ausentes específicos em seu vetor. No caso dos hexacordes um 0 no vetor intervalar representa prontamente os níveis aos quais o hexacorde se autocomplementa, ou seja, os níveis através dos quais ele satisfaz a condição para que possa ser dito possuir combinatoriedade original.

Na figura a seguir está representado o hexacorde 6-1 (012345) da figura anterior. No seu vetor intervalar o intervalo ausente é o 6, o trítono. Transposto para este nível o hexacorde se autocomplementa totalmente e portanto possui combinatoriedade original.

Vetor Intervalar de 6-1
(012345)

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Intervalos | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 |
| Conteúdo | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| | | | | | | $T_6$ |

Figura 62 - Intervalos ausentes no vetor de 6-1 (012345) e a combinatoriedade original

No caso de conjuntos de cardinalidades diferentes de 6 um ou mais 0´s no vetor intervalar representam inicialmente os níveis em que estes conjuntos se mapeiam de maneira não interseccionada em versões operacionalizadas de si mesmo. No caso de bicordes, tricordes e tetracordes, respectivamente 6, 4 e 3 números 0 no vetor intervalar podem indicar os níveis transpositivos satisfatórios para as combinações de 6, 4 e 3 operações capazes de efetuarem suas autocomplementações.

$T_4$

4-1 (0123): 0 3 2 1 + 4 7 6 5 + 8 11 10 9

$T_0$

$T_8$

Vetor Intervalar de 6-1
(012345)

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Intervalos | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 |
| Conteúdo | 3 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| | | | | | | $T_6$ |

Figura 63 - Intervalos ausentes no vetor de 4-1 (0123) e a sua combinatoriedade original.

Na figura 63 temos o tetracorde 4-1 (0123). Em seu vetor intervalar estão ausentes os intervalos de classes 4, 5, 6. Eles representam a terça maior (4), a sexta menor (8), a quarta-justa (5), a quinta justa (7) e o trítono (6). Transposto para cada um destes níveis o tetracorde (0123) se mapeia não interseccionadamente. Porém somente haverá autocomplementação por transposição se a versão original do tetracorde $T_0$ for unida aos dois tetracordes transformados pelas operações de transposição $T_4$ e $T_8$. A combinação portanto é $T_0 + T_4 + T_8$. Portanto os 0´s nos vetores intervalares de conjuntos menores que card-6, ao contrário da certeza nos hexacordes, dão indícios da combinatoriedade original.

Diante disso é inferível que condições especiais estejam relacionadas ao tamanho do conjunto. No caso dos tetracordes e como constante temos que os *t´*s satisfatórios para a combinatoriedade-O devem diferir por 4, número que corresponde à cardinalidade do conjunto.

### 4.2.19 Combinatoriedade inversiva

Conjuntos capazes de se autocomplementarem totalmente pela operação de inversão, no caso de hexacordes, ou pela classe de combinação homogênea I ou inversiva, no caso de tetracordes, tricordes e bicordes, em um ou mais níveis transposicionais, são ditos possuírem combinatoriedade inversiva.

Tal como a combinatoriedade transpositiva somente classes de conjunto de cardinalidades 2, 3, 4 e 6 podem possuir combinatoriedade inversiva.

Na figura a seguir pode ser observado um tricorde que se une a 3 formas invertidas de si mesmo para formação de um agregado-12:

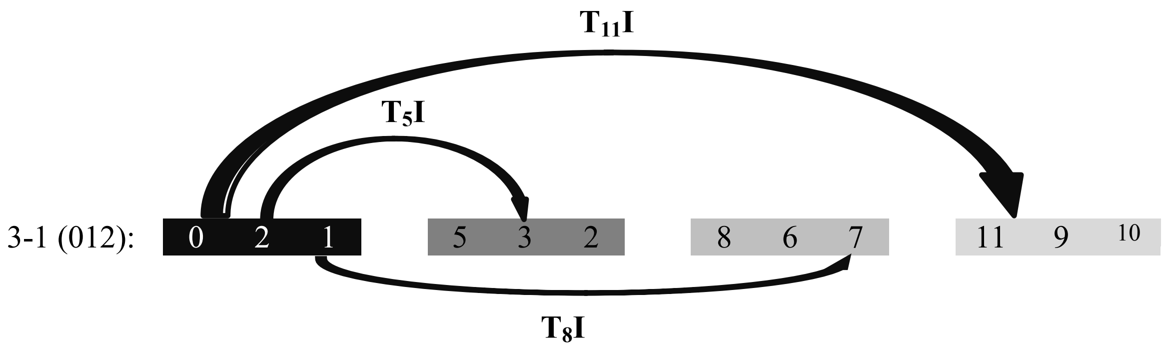



Figura 64 - Combinatoriedade inversiva no tricorde 3-1 (012)

Como na transposição a extração da capacidade de autocomplementação parcial e total de um conjunto por inversão pode ser também auxiliada, só que através do seu vetor de índices. A presença de um 0 no vetor de índices de um dado conjunto em forma prima sugere que se este for invertido no eixo 0 e posteriormente transposto no nível transposicional representado pelo número de índice ausente, a versão original e a(s) versão(ões) invertida(s) do conjunto não terão classes de notas em comum.

Vetor de Índices de 3-1 (012)

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Figura 65 - Vetor de índices do tricorde 3-1 (012) e a combinatoriedade inversiva

Na figura anterior está o vetor de índices do tricorde 3-1 (012) no qual consta um 0 nas casas 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 11. Estes indicam os *t*'s dos mapeamentos não interseccionados. No caso do tricorde e pensando em T0 como ponto de partida, a autocomplementação ocorrerá no níveis 5, 8 e 11, portanto $T_0 + T_5I + T_8I + T_{11}I$.

### 4.2.20 Combinatoriedade retrógrada

Conjuntos capazes de automapearem-se totalmente pela operação de transposição em um ou mais níveis transposicionais são ditos possuírem combinatoriedade retrógrada.

A utilização do termo "retrógrada" para este tipo de combinatoriedade advém da ideia de que um conjunto é capaz de formar um agregado-12 com o retrógrado do seu complemento-12.

Uma vez que a operação de retrógrado é, grosso modo, somente um reverso temporal das classes de notas de um conjunto ordenado, a classificação para este tipo de combinatoriedade é somente adequada em contextos em que este ordenamento é relevante, tal como o serial dodecafônico.

Obviamente, todo conjunto forma um agregado-12 com o retrógrado do seu complemento-12. Portanto, diferente dos dois outros tipos de combinatoriedade anteriores a classificação da combinatoriedade retrógrada é aplicável também para a formação de agregados-12 na qual conjuntos não equivalentes estão envolvidos.

Todos os conjuntos possuem combinatoriedade retrógrada em $T_0$. Conjuntos que possuem combinatoriedade retrógrada em níveis transposicionais além do comum $T_0$ são transpositivamente simétricos. Conjuntos simétricos geralmente possuem capacidades combinatoriais expandidas.

O vetor intervalar dos conjuntos pode ser utilizado para revelar suas capacidades de automapeamento total ou grau de simetria por transposição. Um número igual à cardinalidade do conjunto ou metade dele na casa dos trítonos (6) demonstra o nível transposicional ao qual ele satisfaz as condições da combinatoriedade retrógrada.

Na figura a seguir tricorde apresentado é o 3-12 (048). Um 3, equivalente a sua cardinalidade, surge em seu vetor intervalar na classe de intervalo 4. Transposto a uma terça maior e uma sexta menor ele portanto se automapeia totalmente.

Vetor Intervalar de 6-1
(012345)

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Intervalos | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 |
| Conteúdo | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 0 |
| | | | | $T_{4,8}$ | | |

3-12 (048): $0\ 4\ 8 \xrightarrow{T_4} 4\ 8\ 0$

Figura 66 - Automapeamento total por transposição ou combinatoriedade retrógrada do tricorde 3-12 (048)

### 4.2.21 Combinatoriedade retrógrado-inversional

Conjuntos capazes de se automapearem totalmente pela operação de inversão em um ou mais níveis transposicionais possuem combinatoriedade retrógrado-inversional.

Tal como a combinatoriedade retrógrada este tipo de combinatoriedade surge a partir da possibilidade de, num contexto serial, um conjunto ser capaz de formar um agregado-12 com uma forma retrógrado-invertida de seu complemento-12. Como na combinatoriedade retrógrada e também pelo envolvimento de somente automapeamentos totais condicionais este tipo de combinatoriedade pode ocorrer entre conjuntos não equivalentes.

Conjuntos que possuem combinatoriedade retrógrado-inversional são ditos inversamente simétricos.

O vetor de índices dos conjuntos pode ser utilizado para revelar suas capacidades de automapeamento total por inversão. Se o conjunto estiver em forma prima, a presença de um número igual a sua cardinalidade em seu vetor de índices demonstra o nível transposicional ao qual ele satisfaz as condições da combinatoriedade retrógrado-inversiva (automapeamento por inversão ou $T_nI$).

Na figura a seguir o tricorde apresentado é membro da classe de tricorde 3-12 (048). Um 3, equivalente a sua cardinalidade, surge em seu vetor intervalar nas classes de intervalo 0, 4 e 8. Somente invertido ($T_0I$), invertido e transposto a uma terça maior e a uma sexta menor ele se automapeia totalmente. Portanto, 3 são os níveis transposicionais satisfatórios para a combinatoriedade retrógrado-inversiva no caso de3-12 (048).

Vetor de Índices de 3-12 (048)

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 0 | 0 | 3 | 0 | 0 | 0 |

Figura 67 - Vetor de índices do tricorde 3-12 (048) e a combinatoriedade inversiva

### 4.2.22 Simultaneidade nas capacidades de automapeamento e autocomplementação

Conjuntos podem possuir simultaneamente capacidades de automapeamento e autocomplementação. Geralmente estas capacidades variam de conjunto para conjunto podendo ser vistas sob o prisma de cada uma das operações comuns T e I a eles aplicadas.

Na figura a seguir o hexacorde é capaz de se autocomplementar pela operação de transposição (combinatoriedadade original) e de se autocomplementar pela operação de inversão (combinatoriedade inversional).

Alguns conjuntos podem somente se autocomplementarem independentemente por uma combinação heterogênea de operações. Portanto não podem ser classificados como combinatoriais O ou I.

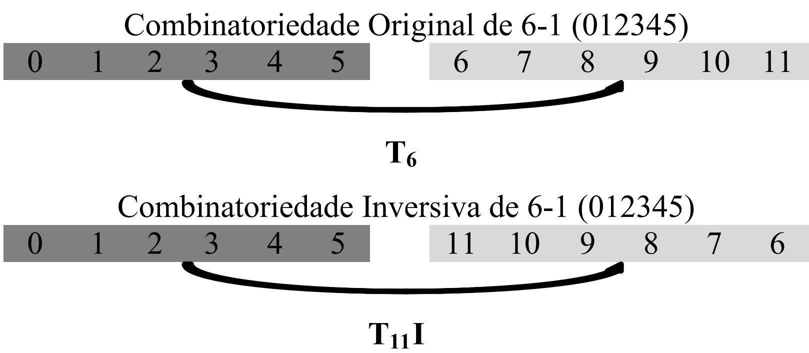



Figura 68 - Combinatoriedades O e I de 6-1 (012345)

Este é o caso do conjunto 3-5 (016) apresentado na figura 59. Ele tem vetor intervalar 100011 e vetor de índices 221000220000. Ele não possui nenhuma entrada igual à cardinalidade do conjunto nesses vetores, portanto não possui combinatoriedade RI, e somente combinatoriedade R em *t*=0. Os zeros nos vetores não revelam as combinatoriedades O ou I. Porém o conjunto é capaz de se autocomplementar por $T_0 + T_3 + T_8I + T_{11}I$ já demonstrado e também por $T_0 + T_9 + T_8I + T_5I$ formando portanto um agregado-12 a partir de $T_0$ com uma forma transposta e outras duas invertidas dele mesmo. O conjunto 3-5 (016) é uma exceção não contemplada pela classificação das combinatoriedades O e I[119].

### 4.2.23 Semicombinatoriedade

Conjuntos incapazes de se automapearem totalmente e autocomplementarem simultaneamente através de cada uma das operações ou classes de combinações T e I são ditos semicombinatoriais.

Os hexacordes utilizados por Schoenberg em seu Op. 31 e 37 que fizeram parte de grande parte dos exemplos anteriores são do tipo semicombinatoriais. O hexacorde 6-5 (012367) e 6-16 (014568) somente possuem a trivial combinatoriedade retrógrada a $T_0$ e a combinatoriedade inversiva a $T_{11}I$ e $T_3I$. Na maioria de suas obras Schoenberg utilizou-se de conjuntos semicombinatoriais.

Uma série derivada de um conjunto semicombinatorial terá uma quantidade restrita de formas da série parceiras combinatoriais tal como o comum modelo combinatorial schoenberguiano.

### 4.2.24 Combinatoriedade Absoluta

Conjuntos que satisfazem simultaneamente as condições para as combinatoriedades O, I, R e RI são ditos combinatoriais absolutos. Diante das restrições das combinatoriedades O e I somente conjuntos que dividem o agregado-12 em partes iguais podem ser assim devidamente classificados: bicordes, tricordes, tetracordes e hexacordes[120].

Uma série derivada de um conjunto combinatorial absoluto apresentará uma quantidade mais elevada de possibilidades combinatoriais entre suas formas da série no que diz respeito às derivadas de conjuntos semicombinatoriais.

Abaixo vemos uma série utilizada por Schoenberg em seu Op. 50b, *“Psalm 130, 'De profundis'"*, uma de suas últimas obras dodecafônicas. A série é derivada de um conjunto combinatorial absoluto, o hexacorde 6-7 (012678). Este hexacorde possui 2 *t*´s satisfatórios

---

[119] Em Ourives (2013) há uma sugestão para classificação da combinatoriedade do conjunto 3-5 (016) como O/I.

[120] A combinatoriedade absoluta é portanto um tipo de combinatoriedade igual *a priori*. Sobre combinatoriedade igual, ver próximo item. Conjuntos combinatoriais absolutos podem estar envolvidos na combinatoriedade do tipo desigual porém suas propriedades combinatoriais estarão muito mais restritas.

para cada tipo de combinatoriedade: 3 e 9 para a combinatoriedade original, 5 e 11 para a inversional, 0 e 6 para a retrógrada e 2 e 8 para a retrógrado inversional.


Figura 69 - Série base do Op. 50b de Schoenberg derivada de 6-7 (012345)

A partir de sua matriz dodecafônica na próxima figura podemos ver que, pelas diversas possibilidades de autocomplementação e automapeamento total deste hexacorde combinatorial absoluto, todos os quatro tipos de combinatoriedade são possíveis. Neste caso uma única forma da série poderá formar agregados-12 combinatoriais a partir de seus trechos hexacordais de alguma maneira combinados com formas da série relacionadas a ela por transposição (combinatoriedade original), inversão (combinatoriedade inversiva), retrogradação (combinatoriedade retrógrada) e retrógrado da inversão (combinatoriedade retrógrado-inversiva).

| Série Comb. Abs. Hexacordal Derivada de 6-7 (012678) - 2º Ordem | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $I_3$ | $I_9$ | | | | | | | $I_0$ | $I_6$ | | | |
| $T_3$ | 3 | 9 | 8 | 4 | 2 | 10 | 7 | 11 | 0 | 6 | 5 | 1 | $R_0$ |
| $T_9$ | 9 | 3 | 2 | 10 | 8 | 4 | 1 | 5 | 6 | 0 | 11 | 7 | $R_9$ |
| | 10 | 4 | 3 | 11 | 9 | 5 | 2 | 6 | 7 | 1 | 0 | 8 | |
| | 2 | 8 | 7 | 3 | 1 | 9 | 6 | 10 | 11 | 5 | 4 | 0 | |
| | 4 | 10 | 9 | 5 | 3 | 11 | 8 | 0 | 1 | 7 | 6 | 2 | |
| | 8 | 2 | 1 | 9 | 7 | 3 | 0 | 4 | 5 | 11 | 10 | 6 | |
| | 11 | 5 | 4 | 0 | 10 | 6 | 3 | 7 | 8 | 2 | 1 | 9 | |
| | 7 | 1 | 0 | 8 | 6 | 2 | 11 | 3 | 4 | 10 | 9 | 5 | |
| $T_6$ | 6 | 0 | 11 | 7 | 5 | 1 | 10 | 2 | 3 | 9 | 8 | 4 | $R_6$ |
| $T_0$ | 0 | 6 | 5 | 1 | 11 | 7 | 4 | 8 | 9 | 3 | 2 | 10 | $R_0$ |
| | 1 | 7 | 6 | 2 | 0 | 8 | 5 | 9 | 10 | 4 | 3 | 11 | |
| | 5 | 11 | 10 | 6 | 4 | 0 | 9 | 1 | 2 | 8 | 7 | 3 | |
| | $RI_3$ | $RI_9$ | | | | | | | $RI_0$ | $RI_6$ | | | |

Figura 70 - Série base do Op. 50b de Schoenberg derivada de 6-7 (012345)

Na figura 70 hexacordes de cores distintas são complementares e portanto $T_3$ e $T_6$ poderiam formar agregados-12 combinados verticalmente como na figura anterior. Nela $T_3$ e $I_6$ são utilizados. Com base na matriz abaixo, o mesmo tipo de combinação poderia ter acontecido se $T_3$ fosse substituído por $T_9$, $I_3$, $I_9$, $RI_0$, $RI_6$, $R_6$ ou $R_0$, e $I_6$ por $I_0$, $R_0$, $R_9$, $T_7$, $T_0$, $RI_3$ ou $RI_9$.

Já a matriz da série base do seu Op. 31, derivada do hexacorde semicombinatorial 6-5 (012357) como destacado na figura 71, não apresenta as mesmas possibilidades. $T_{10}$ somente poderia ser substituído por $RI_0$ e $I_7$ por $R_0$. Para se relacionar combinatorialmente através do tipo de combinação vertical vista na figura 61 $T_{10}$ na possui parceira combinatorial do tipo RI nem do tipo T ou O. Tal fato se dá por ele não ter as combinatoriedades original (autocomplemento por T) e retrógrado inversional (automapeamento total por I), tendo somente as combinatoriedades inversional (automapeamento por I) e a trivial retrógrada (automapeamento total por $T_0$), sendo portanto semicombinatorial.

| Série Semicomb. Hexacordal Derivada de 6-5 (012367) | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | $I_7$ | | | | |
| $T_{10}$ | 10 | 4 | 6 | 3 | 5 | 9 | 2 | 1 | 7 | 8 | 11 | 0 | $R_0$ |
| $T_9$ | 4 | 10 | 0 | 9 | 11 | 3 | 8 | 7 | 1 | 2 | 5 | 6 | |
| | 2 | 8 | 10 | 7 | 9 | 1 | 6 | 5 | 11 | 0 | 3 | 4 | |
| | 5 | 11 | 1 | 10 | 0 | 4 | 9 | 8 | 2 | 3 | 6 | 7 | |
| | 3 | 9 | 11 | 8 | 10 | 2 | 7 | 6 | 0 | 1 | 4 | 5 | |
| | 11 | 5 | 7 | 4 | 6 | 10 | 3 | 2 | 8 | 9 | 0 | 1 | |
| | 6 | 0 | 2 | 11 | 1 | 5 | 10 | 9 | 3 | 4 | 7 | 8 | |
| | 7 | 1 | 3 | 0 | 2 | 6 | 11 | 10 | 4 | 5 | 8 | 9 | |
| | 1 | 7 | 9 | 6 | 8 | 0 | 5 | 4 | 10 | 11 | 2 | 3 | |
| | 0 | 6 | 8 | 5 | 7 | 11 | 4 | 3 | 9 | 10 | 1 | 2 | |
| | 9 | 3 | 5 | 2 | 4 | 8 | 1 | 0 | 6 | 7 | 10 | 11 | |
| | 8 | 2 | 4 | 1 | 3 | 7 | 0 | 11 | 5 | 6 | 9 | 10 | |
| | | | | | | | | | $RI_0$ | $RI_6$ | | | |

Figura 71 - Série base do Op. 31 de Schoenberg derivada de 6-5 (012367)

A quantidade de formas da série parceiras combinatoriais da série derivada de 6-7 (012678) está relacionada com a quantidade de níveis transposicionais que seu conjunto gerador satisfaz cada tipo de combinatoriedade. Quanto mais níveis transposicionais satisfatórios para cada combinatoriedade maior é dita a ordem do conjunto.

O hexacorde combinatorial absoluto 6-7 utilizado por Schoenberg em seu Op. 50*b* satisfaz cada uma das condições para as combinatoriedades original, inversiva, retrógrada e retrógrado-inversiva em 2 níveis transposicionais cada, sendo portanto de 2º. Ordem. Um única forma da série portanto irá se relacionar combinatorial e hexacordalmente com 2 outras do tipo T, R, I e RI.

### 4.2.25 Cardinalidade e equivalência de conjuntos geradores de agregados-12

O universo das possibilidades de se construir agregados-12 é análogo ao de particioná-lo. Assim como agregados-12 podem ser particionados em partes de diversos tamanhos, partes de diversos tamanhos também poderão ser unidas para formação de agregados-12. A cardinalidade dos conjuntos geradores do agregado-12 combinatorial é utilizada como critério para a classificação do tipo de combinatoriedade empregada.

Se partes disjuntas de uma mesma cardinalidade geram o agregado-12 combinatorial a combinatoriedade é dita do tipo igual. Este termo advém da possibilidade de subdivisão do agregado-12 em partes iguais: no caso em 12 monocordes, 6 bicordes, 4 tricordes, 3 tetracordes e 2 hexacordes. Estes conjuntos ainda poderão ser ou não equivalentes.

Geralmente as combinatoriedades hexacordal, tetracordal e tricordal por conjuntos equivalentes são as mais encontradas na literatura. Estas estão mais relacionados com a combinatoriedade do tipo absoluta.

Se partes disjuntas de cardinalidades distintas são reunidas para formação do agregado-12 combinatorial a combinatoriedade é do tipo desigual[121]. Ela representa portanto qualquer união de partes não iguais de um agregado-12 para sua formação, tais como as representadas pelas classes de particionamento de duas partes (1 11), (2 10), (3 9), (4 8), (5 7), ou de mais partes constituintes tal como (3 4 5) dentre outros.

Cada um destes tipos de combinatoriedade envolverão processos de construção de agregados-12 distintos.

---

[121] O uso aqui dos termos iguais e desiguais para categorizar os tipos de combinatoriedade relacionado à cardinalidade do conjunto advém dos artigos referenciais, principalmente Starr e Morris (1978), no qual os autores falam das "*even*" e "*uneven combinatorialities*".

## 4.3 Combinatoriedade por conjuntos equivalentes

### 4.3.1 Hexacordes combinatoriais absolutos e áreas combinatoriais

Schoenberg utilizou-se da combinatoriedade principalmente através de hexacordes semicombinatoriais. Quando usou hexacordes combinatoriais absolutos como geradores de suas séries não se utilizou de todos os níveis transposicionais aos quais estes conjuntos permitiriam outras formas da série parceiras combinatoriais. Este é o caso da série utilizada no seu Op. 50b, visto no exemplo anterior. A utilização de todos os níveis transpositivos de um hexacorde combinatorial absoluto viria a acontecer no seu Op. 50c, "*Modern Psalms*" não finalizada. De acordo com o plano pré-compositivo da obra estavam elencados para uso combinatorial todos os 3 níveis transpositivos do hexacorde combinatorial absoluto 6-20 (014589) , de 3º ordem. Tal fato demonstra que houve uma crescente conscientização acerca das propriedades combinatoriais dos conjuntos por Schoenberg utilizados e consequentemente um gradual amadurecimento da técnica[122].

A investigação de conjuntos combinatoriais absolutos foi inicialmente empreendida por Babbitt ao observar as características dos hexacordes utilizados por Schoenberg nestas suas últimas obras combinatoriais. Nelas Schoenberg reconhece que as propriedades combinatoriais dos hexacordes permanecem inalteradas com flexibilidades realizadas em seus ordenamentos internos. A partir disso o compositor atribui ao hexacorde um papel de destaque como unidade de construção dodecafônica. A combinatoriedade emancipa-se então do serialismo e passa a funcionar como uma sistematização de primeiro plano na qual a formação de agregados-12 combinatoriais torna-se o principal objetivo. O agregado-12 combinatorial formado a partir de hexacordes começa a funcionar portanto como o elemento de progressão da música dodecafônica, posição que era anteriormente ocupada pelas formas da série base que eram utilizadas.

Baseando-se numa maior potencialidade combinatorial ao estilo schoenberguiano de alguns hexacordes geradores Babbitt desenvolve o conceito de conjuntos ou séries fontes combinatoriais absolutos(as). Através deles Babbitt expande a combinatoriedade schoenberguiana sendo capaz de ampliar significativamente as opções de formação de

[122] Uma breve análise da prática combinatorial madura de Schoenberg pode ser visto no próximo capítulo.

agregados-12 através do uso de conjuntos oferecendo por sua vez uma maior diversidade combinatorial[123].

Dentre as 50 classes de hexacordes possíveis somente 6 podem ser assim considerados, ou seja, satisfazer simultaneamente as condições para as combinatoriedades O, I, R e RI. Os outros 44 são ditos semicombinatoriais.

Na tabela a seguir estes hexacordes combinatoriais absolutos são apresentados juntamente com as séries combinatoriais absolutas deles derivadas nas quais o ordenamento interno dos hexacordes disjuntos pode ser alterado sem prejudicar suas propriedades combinatoriais.

| Nº | Séries Combinatoriais Absolutas Hexacordais | | Hexacordes Combinatoriais Absolutos Geradores | |
|---|---|---|---|---|
| | Hexacorde 1 | Hexacorde 2 | Nº de Forte | Forma Prima |
| 1 | 0-1-2-3-4-5 | 6-7-8-9-10-11 | 6-1 | (012345) |
| 2 | 0-2-3-4-5-7 | 6-8-9-10-11-1 | 6-8 | (023457) |
| 3 | 0-2-4-5-7-9 | 6-8-10-11-1-3 | 6-32 | (024579) |
| 4 | 0-1-2-6-7-8 | 3-4-5-9-10-11 | 6-7 | (012678) |
| 5 | 0-1-4-5-8-9 | 2-3-6-7-10-11 | 6-20 | (014589) |
| 6 | 0-2-4-6-8-10 | 1-3-5-7-9-11 | 6-35 | (02468A) |

Tabela 14 - Séries e hexacordes combinatoriais absoluto

Como condição para que um hexacorde possa apresentar a propriedade combinatorial original, ou seja, se autocomplementar por transposição, basta que um dado hexacorde satisfaça à seguinte expressão: $H_0 + T\mathit{t}H_0 = A$, onde $H_0$ é o hexacorde inicial, + é a operação de união, T é a operação de transposição, t é a variável representa o intervalo, número ou nível de transposição e A representa um agregado-12.

Como condição para que um hexacorde possa apresentar a propriedade combinatorial inversional e portanto se autocomplementar por inversão, basta que o hexacorde satisfaça à seguinte expressão: $H_0 + T_t IH_0 = A$, onde I é a operação de inversão[124] .

Para que um hexacorde possua combinatoriedade retrógrada, e portanto se automapear totalmente por transposição, é necessário que o hexacorde satisfaça à seguinte expressão: $H_0 + T\mathit{t}H_0 = H_0$.

[123] Segundo Mead (1994, p. 19) um dos aspectos que guiaram a teoria e a música de Babbitt é a sua busca pela diversidade máxima ("*maximal diversity*"). Isto será mais bem discutido no próximo capítulo.
[124] Uma vez que as operações T e I não comutam, a operação I deve ser aplicada anteriormente a T.

Já como condição para que um hexacorde possua combinatoriedade retrógrado-invertida, ou se automapeie por inversão, é necessário que o hexacorde satisfaça à seguinte expressão: $H_0 + T_tIH_0 = H_0$ .

Hexacordes combinatoriais absolutos podem ser classificados quanto à ordem. Esta diz respeito à quantidade de intervalos transposicionais aos quais esses hexacordes são capazes de satisfazer tais condições. Os 3 primeiros da tabela 14, 6-1, 6-8 e 6-32, possuem a comum propriedade de criação de relacionamentos combinatoriais a um e somente um intervalo transposicional e são assim chamadas de conjuntos de primeira ordem. O hexacorde 6-7 possui 2 desses níveis intervalares, sendo portanto de segunda ordem. O quinto, 6-20 é de terceira ordem e com 3 níveis e 6-35 de quarta ordem com 6 níveis.

Uma relação contendo os vetores intervalares, de índice, os níveis transposicionais satisfatórios para cada tipo de combinatoriedade, e a classificação quanto à ordem dos hexacordes combinatoriais absolutos podem ser vistos na tabela 15. Nela também pode ser encontrada uma amostra de um conjunto semicombinatorial que servirá como base para comparação das características combinatoriais. Nas colunas estão representados respectivamente os números de Forte dos conjuntos, forma prima, vetor intervalar, vetor de índices, os t´s que satisfazem as expressões referentes à combinatoriedade original (Comb-O), inversional (Comb-I), retrógrada (Comb-R) e retrógrado-inversional (Comb-RI), o número de t´s satisfatórios relativos a cada tipo de combinatoriedade, e a classificação desses conjuntos quanto à ordem.

No vetor intervalar uma cor foi atribuída aos zeros presentes, de maneira a destacar os níveis transposicionais responsáveis pela autocomplementação desses conjuntos por transposição (Comb-O). Outra cor foi atribuída aos números seis e três (na casa dos trítonos) que representam os níveis transposicionais responsáveis pelo automapeamento desses conjuntos por transposição (Comb-R). No vetor de índices o mesmo ocorre para os zeros (Comb-I) e seis (Comb-RI).

De acordo com a tabela 15, note, por exemplo, que o hexacorde 6-1 possui um 0 no vetor intervalar no lugar do trítono, portanto, o valor de $t$ que satisfaz a expressão para a combinatoriedade-O é igual a 6: $H_0 + T_{\mathbf{6}}H_0 = A$, ou [0,1,2,3,4,5] + [6,7,8,9,10,11] = A. Também em seu vetor intervalar 6-1 não possui nenhuma entrada igual à cardinalidade do conjunto (6) nem à metade dela (3) na casa dos trítonos, sendo combinatorial-R somente, e como todos os outros conjuntos, em $t$=0: $H_0 + T_0H_0 = H_0$, ou [0,1,2,3,4,5] + [0,1,2,3,4,5] = [0,1,2,3,4,5].

No seu vetor de índices, 6-1 possui um 0 no intervalo 11 (B), e esse é o valor que satisfaz a expressão para a combinatoriedade-I, onde $t$=11: $H_0 + T_{11}IH_0$=A, ou [0,1,2,3,4,5] + [11,10,9,8,7,6] = A. Também, em seu vetor de índices, 6-1 possui um 6 no intervalo 5, sendo assim combinatorial-RI em $t$=5: $H_0 + T_5IH_0 = H_0$, ou [0,1,2,3,4,5] + [5,4,3,2,1,0] = [0,1,2,3,4,5]. Assim, o hexacorde 6-1 satisfaz cada tipo de combinatoriedade em somente um nível transposicional e por isso é classificado como de primeira ordem.

As mesmas informações podem ser obtidas dos demais hexacordes combinatoriais absolutos da tabela, incluindo também o hexacorde semicombinatorial 6-14. Com base nessas informações, se utilizarmos um desses seis hexacordes combinatoriais absolutos para construção de uma série podemos observar que qualquer uma de suas formas da série poderá construir agregados entre os hexacordes de oito ou mais formas da série T, I, R e RI a elas relacionadas.

Note na figura 72 que a série geradora da matriz dodecafônica é derivada do hexacorde combinatorial absoluto de primeira ordem 6-1 (012345). Note que as séries $O_0$, $O_6$, $I_5$, $I_{11}$, $R_6$ $R_0$, $RI_5$ e $RI_{11}$ destacadas são formadas pelos mesmos hexacordes complementares: $T_0$ (012345) e $T_6$ (012345), por isso são consideradas como combinatorialmente relacionadas. Estes hexacordes são destacados por cores distintas. Com isso, percebemos que as formas da série $O_0$, $I_5$, $R_0$ e $RI_5$ possuem uma invariante em comum, ambas possuem o hexacorde $T_0$ (012345) seguido do hexacorde $T_6$ (012345). Já as formas da série $O_6$, $I_{11}$, $R_6$ e $RI_{11}$ possuem uma ordem inversa desses hexacordes: $T_6$ (012345) seguido de $T_0$ (012345). Podemos dizer então que esses dois grupos de formas da série possuem entre si e individualmente alguns tipos de particularidades em relação à execução da combinatoriedade.

Entre si, estes dois grupos possuem uma relação combinatorial direta para sobreposição, ou seja, melhor propiciam uma combinação do tipo horizontal. Eles podem então formar dois agregados consecutivos através da sobreposição nota contra nota de duas formas da série, uma forma da série pertencente a cada um dos dois grupos (fig. 73).

| Série Comb. Abs. Hexacordal Derivada de 6-1 (012345) - 1º Ordem | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | $I_5$ | $I_{11}$ | | | | | | |
| $O_0$ | 0 | 3 | 2 | 1 | 4 | 5 | 11 | 8 | 9 | 10 | 7 | 6 | $R_6$ |
| | 9 | 0 | 11 | 10 | 1 | 2 | 8 | 5 | 6 | 7 | 4 | 3 | |
| | 10 | 1 | 0 | 11 | 2 | 3 | 9 | 6 | 7 | 8 | 5 | 4 | |
| | 11 | 2 | 1 | 0 | 3 | 4 | 10 | 7 | 8 | 9 | 6 | 5 | |
| | 8 | 11 | 10 | 9 | 0 | 1 | 7 | 4 | 5 | 6 | 3 | 2 | |
| | 7 | 10 | 9 | 8 | 11 | 0 | 6 | 3 | 4 | 3 | 2 | 1 | |
| | 1 | 4 | 3 | 2 | 5 | 6 | 0 | 9 | 10 | 11 | 8 | 7 | |
| | 4 | 7 | 6 | 5 | 8 | 9 | 3 | 0 | 1 | 2 | 11 | 10 | |
| | 3 | 6 | 5 | 4 | 7 | 8 | 2 | 11 | 0 | 1 | 10 | 9 | |
| | 2 | 5 | 4 | 3 | 6 | 7 | 1 | 10 | 11 | 0 | 9 | 8 | |
| | 5 | 8 | 7 | 6 | 9 | 10 | 4 | 1 | 2 | 3 | 0 | 11 | |
| $O_6$ | 6 | 9 | 8 | 7 | 10 | 11 | 5 | 2 | 3 | 4 | 1 | 0 | $R_0$ |
| | | | | | | $RI_{11}$ | $RI_5$ | | | | | | |

Figura 72 - Matriz dodecafônica da série derivada do hexacorde 6-1.

| | Agregado 1 | | | | | | Agregado 2 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_0$ | 0 | 3 | 2 | 1 | 4 | 5 | 11 | 8 | 9 | 10 | 7 | 6 |
| $O_6$ | 6 | 9 | 8 | 7 | 10 | 11 | 5 | 2 | 3 | 4 | 1 | 10 |

Figura 73 - Agregados a partir de duas formas da série derivada do hexacorde 6-1

Assim, a forma da série $O_0$ vista na figura anterior pode ser substituída por qualquer uma das formas da série do seu grupo, $I_5$, $R_0$ ou $RI_5$, da mesma maneira que a forma da série $O_6$ por $I_{11}$, $R_6$ ou $RI_{11}$, sem que a formação desses dois agregados consecutivos seja afetada.

Já dentro de cada um desses dois grupos, as formas da série possuem uma relação combinatorial direta para sucessão e indireta para sobreposição. Elas podem portanto formar uma série secundária através da sucessão ou combinação vertical de duas formas da série quaisquer que sejam membros do mesmo grupo, e um agregado através da combinação oblíqua dessas formas da série, como pode ser visto na figura 74.

| $O_0$ | | | | | | | | | | | | $I_5$ | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 3 | 2 | 1 | 4 | 5 | 11 | 8 | 9 | 10 | 7 | 6 | 5 | 2 | 3 | 4 | 1 | 10 | 6 | 9 | 8 | 7 | 10 | 11 |

Série Secundária

| | | | | | | | Agregado | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_0$ | 0 | 3 | 2 | 1 | 4 | 5 | 11 | 8 | 9 | 10 | 7 | 6 | | | | | | |
| | | | | | | $I_5$ | 5 | 2 | 3 | 4 | 1 | 10 | 6 | 9 | 8 | 7 | 10 | 11 |

Figura 74 - Agregados a partir de duas formas da série derivada do hexacorde 6-1

Assim, as formas da série $O_0$ e $I_5$ poderiam ser substituídas por qualquer uma das formas da série $O_0$, $I_5$, $R_0$ e $RI_5$ mantendo a formação de agregados de maneira semelhante à figura anterior. O mesmo ocorre se forem substituídas pelas formas da série do grupo que contém $O_6$, $I_{11}$, $R_6$ e $RI_{11}$.

## Hexacordes Combinatoriais Absolutos

| Nº de Forte | Forma Prima | Vetor Intervalar | | | | | | Vetor de Índices | | | | | | | | | | | | *t´s satisfatórios* | | | | Nº de *t´s* | Ordem |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 B | 2 A | 3 9 | 4 8 | 5 7 | 6 6 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | Comb-O $H_0 + T_tH_0$=A | Comb-I $H_0 + T_tIH_0$=A | Comb-R (S.T.) $H_0 + T_tH_0 = H_0$ | Comb-RI (S.I.) $H_0 + T_tIH_0 = H_0$ | | |
| 6-1 | (012345) | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | 6 | 11 | 0 | 5 | 1 | 1º |
| 6-8 | (023457) | 3 | 4 | 3 | 2 | 3 | 0 | 3 | 0 | 3 | 2 | 3 | 4 | 3 | 6 | 3 | 4 | 3 | 2 | 6 | 1 | 0 | 7 | 1 | 1º |
| 6-32 | (024579) | 1 | 4 | 3 | 2 | 5 | 0 | 3 | 2 | 5 | 0 | 5 | 2 | 3 | 4 | 1 | 6 | 1 | 4 | 6 | 3 | 0 | 9 | 1 | 1º |
| 6-7 | (012678) | 4 | 2 | 0 | 2 | 4 | 3 | 2 | 4 | 6 | 4 | 2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 4 | 2 | 0 | 3, 9 | 5, 11 | 0, 6 | 2, 8 | 2 | 2º |
| 6-20 | (014589) | 3 | 0 | 3 | 6 | 0 | 3 | 3 | 6 | 3 | 0 | 3 | 6 | 3 | 0 | 3 | 6 | 3 | 0 | 2, 6, 10 | 3, 7 e 11 | 0, 4, 8 | 1, 5, 9 | 3 | 3º |
| 6-35 | (02468A) | 0 | 6 | 0 | 6 | 0 | 3 | 6 | 0 | 6 | 0 | 6 | 0 | 6 | 0 | 6 | 0 | 6 | 0 | 1, 3, 5, 7, 9, 11 | 1, 3, 5, 7, 9, 11 | 0, 2, 4, 6, 8, 10 | 0, 2, 4, 6, 8, 10 | 6 | 4º |
| **Amostra de um Hexacorde Semicombinatorial** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6-14 | (013458) | 3 | 2 | 3 | 4 | 3 | 0 | 3 | 4 | 1 | 2 | 5 | 4 | 3 | 2 | 5 | 4 | 1 | 2 | 6 | - | 0 | - | - | - |

0´s no vetor intervalar indicam os t´s satisfatórios para a combinatoriedade original (Comb-O).

0´s no vetor de índices indicam os t´s satisfatórios para a combinatoriedade inversional (Comb-I).

6´s, ou 3´s nos trítonos, no vetor intervalar indicam os t´s satisfatórios para a combinatoriedade retrógrada (Comb-R).

6´s no vetor de índices indicam os t´s satisfatórios para a combinatoriedade retrógrado- inversional (Comb-RI).

S.T. Graus de simetria transpositiva.

S.I. Graus de simetria inversiva.

$H_0$ Hexacorde inicial.

\+ Unido a.

T Transposto a.

t Número, nível ou intervalo de transposição (*n*).

I Invertido.

A Agregado.

Tabela 15 - Hexacordes combinatoriais absolutos e suas informações mais relevantes

Portanto, a forma da série $O_0$ é capaz de formar agregados ou séries secundárias com hexacordes disjuntos de oito formas da série, incluindo a própria forma da série $O_0$. Estas oito formas da série combinatorialmente relacionadas, divididas em dois grupos de formas da série relacionadas pela invariância no ordenamento dos seus hexacordes, formam um grupo maior chamado de área combinatorial[125].

A série combinatorial absoluta hexacordal derivada do hexacorde de primeira ordem 6-1 (012345) produz seis áreas combinatoriais contendo oito formas da série cada uma. Estas oito formas da série compartilham dois hexacordes disjuntos com o mesmo conteúdo de classes de notas. Tais áreas preestabelecidas podem servir como ponto de partida para a organização em grande escala de uma obra dodecafônica e concentram as formas séries que formam agregados e séries secundárias entre si através de uma disposição propícia dos seus hexacordes.

As formas da série destacadas na matriz dodecafônica da figura 72 estão contidas na primeira área ($A_0$) apresentada na figura a seguir, e dentro dessas áreas, as formas da série que tem em comum o mesmo ordenamento de hexacordes estão destacados com cores distintas, formando uma espécie de "subárea" dodecafônica.

| | $A_0$ | | | | $A_1$ | | | | $A_2$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $H_1 + H_2$ | $O_0$ | $I_5$ | $R_0$ | $RI_5$ | $O_1$ | $I_6$ | $R_1$ | $RI_6$ | $O_2$ | $I_7$ | $R_2$ | $RI_7$ |
| $H_2 + H_1$ | $O_6$ | $I_{11}$ | $R_6$ | $RI_{11}$ | $O_7$ | $I_0$ | $R_7$ | $RI_0$ | $O_8$ | $I_1$ | $R_8$ | $RI_1$ |

| | $A_3$ | | | | $A_4$ | | | | $A_5$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $H_1 + H_2$ | $O_3$ | $I_8$ | $R_3$ | $RI_8$ | $O_4$ | $I_9$ | $R_4$ | $RI_9$ | $O_5$ | $I_{10}$ | $R_5$ | $RI_{10}$ |
| $H_2 + H_1$ | $O_9$ | $I_2$ | $R_9$ | $RI_2$ | $O_{10}$ | $I_3$ | $R_{10}$ | $RI_3$ | $O_{11}$ | $I_4$ | $R_{11}$ | $RI_4$ |

Figura 75 - Áreas combinatoriais da série derivada do hexacorde 6-1 da figura 72

As séries derivadas dos outros dois hexacordes combinatoriais absolutos de primeira ordem, o hexacorde 6-8 (023457) e 6-32 (024579), também apresentam seis áreas combinatoriais com oito formas da série combinatorialmente relacionadas cada, de maneira semelhante à série baseada no hexacorde 6-1 (012345)[126].

Séries derivadas de hexacordes combinatoriais absolutos de maior ordem, ou seja, com mais *t*´s satisfatórios, tem maior quantidade de pares combinatoriais. Portanto, a classificação

[125] Áreas combinatoriais podem ser usadas sob ponto de vista da organização macroformal de uma obra.

[126] A quantidade de áreas combinatoriais está vinculada à quantidade de formas da série combinatorialmente relacionadas. Se uma série possui *x* formas da séries combinatorialmente relacionadas, ela possuirá 48/*x* áreas dodecafônicas.

quanto à ordem indica o quão combinatorial é um dado conjunto combinatorial absoluto. Porém, quanto mais combinatorial é um dado conjunto, menos áreas combinatoriais suas séries oferecem.

| Série Comb. Abs. Hexacordal Derivada de 6-7 (012678) - 2º Ordem | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $I_2$ | | $I_8$ | $I_{11}$ | | | | | $I_5$ | |
| $O_0$ | 0 | 7 | 1 | 2 | 6 | 8 | 11 | 10 | 9 | 3 | 4 | 5 | $R_5$ |
| | 5 | 0 | 6 | 7 | 11 | 1 | 4 | 3 | 2 | 8 | 9 | 10 | |
| | 11 | 6 | 0 | 1 | 5 | 7 | 10 | 9 | 8 | 2 | 3 | 4 | |
| | 10 | 5 | 11 | 0 | 4 | 6 | 9 | 8 | 7 | 1 | 2 | 3 | |
| $O_6$ | 6 | 1 | 7 | 8 | 0 | 2 | 5 | 4 | 3 | 9 | 10 | 11 | $R_{11}$ |
| | 4 | 11 | 5 | 6 | 10 | 0 | 3 | 2 | 1 | 7 | 8 | 9 | |
| | 1 | 8 | 2 | 3 | 7 | 9 | 0 | 11 | 10 | 4 | 5 | 6 | |
| | 2 | 9 | 3 | 4 | 8 | 10 | 1 | 0 | 11 | 5 | 6 | 7 | |
| $O_3$ | 3 | 10 | 4 | 5 | 9 | 11 | 2 | 1 | 0 | 6 | 7 | 8 | $R_8$ |
| $O_9$ | 9 | 4 | 10 | 11 | 3 | 5 | 8 | 7 | 6 | 0 | 1 | 2 | $R_2$ |
| | 8 | 3 | 9 | 10 | 2 | 4 | 7 | 6 | 5 | 11 | 0 | 1 | |
| | 7 | 2 | 8 | 9 | 1 | 3 | 6 | 5 | 4 | 10 | 11 | 0 | |
| | | | | $RI_9$ | | $RI_3$ | $RI_6$ | | | | | $RI_0$ | |

Figura 76 - Matriz da série derivada do hexacorde 6-7

| | $A_0$ | | | | $A_1$ | | | | $A_2$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $H_1 + H_2$ | $O_0$ | $I_2$ | $R_8$ | $RI_0$ | $O_1$ | $I_3$ | $R_9$ | $RI_1$ | $O_2$ | $I_4$ | $R_{10}$ | $RI_2$ |
| | $O_6$ | $I_8$ | $R_2$ | $RI_6$ | $O_7$ | $I_9$ | $R_3$ | $RI_7$ | $O_8$ | $I_{10}$ | $R_4$ | $RI_8$ |
| $H_2 + H_1$ | $O_3$ | $I_{11}$ | $R_5$ | $RI_3$ | $O_4$ | $I_0$ | $R_6$ | $RI_4$ | $O_5$ | $I_1$ | $R_7$ | $RI_5$ |
| | $O_9$ | $I_5$ | $R_{11}$ | $RI_9$ | $O_{10}$ | $I_6$ | $R_0$ | $RI_{10}$ | $O_{11}$ | $I_7$ | $R_1$ | $RI_{11}$ |

Figura 77 - Áreas combinatoriais da série derivada do hexacorde 6-7

Note nas figuras 76 e 77 que uma única forma da série derivada do hexacorde combinatorial absoluto de segunda ordem 6-7 (012678) poderá construir agregados e séries secundárias com dezesseis formas da série (incluindo ela mesma), diferentemente de uma forma da série derivada de 6-1 (012345), que se relacionará combinatorialmente com somente oito. Portanto, séries derivadas de 6-7 são duas vezes mais combinatoriais que séries derivadas de 6-1. Porém, estas séries geram somente três áreas combinatoriais distintas.

Já uma única forma da série baseada no hexacorde de terceira ordem 6-20 (014589) é capaz de se relacionar combinatorialmente com 24 formas da série, oferecendo somente duas áreas combinatoriais (figs. 78 e 79).

| Série Comb. Abs. Hexacordal Derivada de 6-20 (014589) - 3º Ordem | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $I_1$ | $I_5$ | $I_9$ | | $I_3$ | | $I_7$ | | $I_{11}$ | | |
| $O_0$ | 0 | 4 | 1 | 5 | 9 | 8 | 3 | 2 | 7 | 6 | 11 | 10 | $R_{10}$ |
| $O_8$ | 8 | 0 | 9 | 1 | 5 | 4 | 11 | 10 | 3 | 2 | 7 | 6 | $R_6$ |
| | 11 | 3 | 0 | 4 | 8 | 7 | 2 | 1 | 6 | 5 | 10 | 9 | |
| | 7 | 11 | 8 | 0 | 4 | 3 | 10 | 9 | 2 | 1 | 6 | 5 | |
| | 3 | 7 | 4 | 8 | 0 | 11 | 6 | 5 | 10 | 9 | 2 | 1 | |
| $O_4$ | 4 | 8 | 5 | 9 | 1 | 0 | 7 | 6 | 11 | 10 | 3 | 2 | $R_2$ |
| | 9 | 1 | 10 | 2 | 6 | 5 | 0 | 11 | 4 | 3 | 8 | 7 | |
| $O_{10}$ | 10 | 2 | 11 | 3 | 7 | 6 | 1 | 0 | 5 | 4 | 9 | 8 | $R_8$ |
| | 5 | 9 | 6 | 10 | 2 | 1 | 8 | 7 | 0 | 11 | 4 | 3 | |
| $O_6$ | 6 | 10 | 7 | 11 | 3 | 2 | 9 | 8 | 1 | 0 | 5 | 4 | $R_4$ |
| | 1 | 5 | 2 | 6 | 10 | 9 | 4 | 3 | 8 | 7 | 0 | 11 | |
| $O_2$ | 2 | 6 | 3 | 7 | 11 | 10 | 5 | 4 | 9 | 8 | 1 | 0 | $R_0$ |
| | | | $RI_3$ | $RI_7$ | $RI_{11}$ | | $RI_5$ | | $RI_9$ | | $RI_1$ | | |

Figura 78 - Matriz da série derivada do hexacorde 6-20

| | $A_0$ | | | | $A_1$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $H_1 + H_2$ | $O_0$ | $I_1$ | $R_0$ | $RI_1$ | $O_1$ | $I_2$ | $R_1$ | $RI_2$ |
| | $O_4$ | $I_5$ | $R_4$ | $RI_5$ | $O_5$ | $I_6$ | $R_5$ | $RI_6$ |
| | $O_8$ | $I_9$ | $R_8$ | $RI_9$ | $O_9$ | $I_{10}$ | $R_9$ | $RI_{10}$ |
| $H_2 + H_1$ | $O_2$ | $I_3$ | $R_2$ | $RI_3$ | $O_3$ | $I_4$ | $R_3$ | $RI_4$ |
| | $O_6$ | $I_7$ | $R_6$ | $RI_7$ | $O_7$ | $I_8$ | $R_7$ | $RI_8$ |
| | $O_{10}$ | $I_{11}$ | $R_{10}$ | $RI_{11}$ | $O_{11}$ | $I_0$ | $R_{11}$ | $RI_0$ |

Figura 79 - Área combinatorial da série derivada do hexacorde 6-20

A quantidade de formas da série combinatorialmente relacionadas aumenta para 48 em séries baseadas no hexacorde de quarta ordem 6-35 (02478A). Tais séries oferecem somente uma grande área combinatorial contendo todas as 48 formas da série (figs. 80 e 81).

| Série Comb. Abs. Hexacordal Derivada de 6-35 (02468A) - 4º Ordem | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $I_0$ | $I_4$ | $I_2$ | $I_6$ | $I_8$ | $I_{10}$ | $I_{11}$ | $I_9$ | $I_7$ | $I_5$ | $I_3$ | $I_1$ | |
| $O_0$ | 0 | 4 | 2 | 6 | 8 | 10 | 11 | 9 | 7 | 5 | 3 | 1 | $R_1$ |
| $O_8$ | 8 | 0 | 10 | 2 | 4 | 6 | 7 | 5 | 3 | 1 | 11 | 9 | $R_9$ |
| $O_{10}$ | 10 | 2 | 0 | 4 | 6 | 8 | 9 | 7 | 5 | 3 | 1 | 11 | $R_{11}$ |
| $O_6$ | 6 | 10 | 8 | 0 | 2 | 4 | 5 | 3 | 1 | 11 | 9 | 7 | $R_7$ |
| $O_4$ | 4 | 8 | 6 | 10 | 0 | 2 | 3 | 1 | 11 | 9 | 7 | 5 | $R_5$ |
| $O_2$ | 2 | 6 | 4 | 8 | 10 | 0 | 1 | 11 | 9 | 7 | 5 | 3 | $R_3$ |
| $O_1$ | 1 | 5 | 3 | 7 | 9 | 11 | 0 | 10 | 8 | 6 | 4 | 2 | $R_2$ |
| $O_3$ | 3 | 7 | 5 | 9 | 11 | 1 | 2 | 0 | 10 | 8 | 6 | 4 | $R_4$ |
| $O_5$ | 5 | 9 | 7 | 11 | 1 | 3 | 4 | 2 | 0 | 10 | 8 | 6 | $R_6$ |
| $O_7$ | 7 | 11 | 9 | 1 | 3 | 5 | 6 | 4 | 2 | 0 | 10 | 8 | $R_8$ |
| $O_9$ | 9 | 1 | 11 | 3 | 5 | 7 | 8 | 6 | 4 | 2 | 0 | 10 | $R_{10}$ |
| $O_{11}$ | 11 | 3 | 1 | 5 | 7 | 9 | 10 | 8 | 6 | 4 | 2 | 0 | $R_0$ |
| | $RI_{11}$ | $RI_3$ | $RI_1$ | $RI_5$ | $RI_7$ | $RI_9$ | $RI_{10}$ | $RI_8$ | $RI_6$ | $RI_4$ | $RI_2$ | $RI_0$ | |

Figura 80 - Matriz da série derivada do hexacorde 6-35

| | $A_0$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $H_1 + H_2$ | $O_0$ | $O_2$ | $O_4$ | $O_6$ | $O_8$ | $O_{10}$ |
| | $I_0$ | $I_2$ | $I_4$ | $I_6$ | $I_8$ | $I_{10}$ |
| | $R_0$ | $R_2$ | $R_4$ | $R_6$ | $R_8$ | $R_{10}$ |
| | $RI_0$ | $RI_2$ | $RI_4$ | $RI_6$ | $RI_8$ | $RI_{10}$ |
| $H_2 + H_1$ | $O_1$ | $O_3$ | $O_5$ | $O_7$ | $O_9$ | $O_{11}$ |
| | $I_1$ | $I_3$ | $I_5$ | $I_7$ | $I_9$ | $I_{11}$ |
| | $R_1$ | $R_3$ | $R_5$ | $R_7$ | $R_9$ | $R_{11}$ |
| | $RI_1$ | $RI_3$ | $RI_5$ | $RI_7$ | $RI_9$ | $RI_{11}$ |

Figura 81 - Áreas combinatoriais da série derivada do hexacorde 6-35

É interessante frisar que o restante dos hexacordes, por não satisfazerem simultaneamente a todas as condições apresentadas, são capazes de construir séries cuja formação de agregados entre hexacordes é possível somente entre poucos pares de formas da série, e por isso são chamados de hexacordes semicombinatoriais.

Esse é o exemplo do hexacorde semicombinatorial 6-14 (013458) representado na parte inferior da tabela 15. Note que ele somente possui *t*´s satisfatórios para os tipos de combinatoriedade original e retrógrada, sendo *t*=6 para a combinatoriedade original: $H_0$ + $T_6H_0$=A , ou [0,1,3,4,5,8] + [6,7,9,10,11,2] = A, e o comum *t*=0 para a combinatoriedade retrógrada. Dessa forma, em uma série derivada de 6-14 uma forma da série formará agregados entre hexacordes somente com quatro formas da série (incluindo ela mesma), e por isso, possuirá doze áreas combinatoriais (figs. 82e 83).

| Série Semicombinatorial Derivada de 6-14 (013458) | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_0$ | 0 | 1 | 3 | 4 | 5 | 8 | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 | 2 | $R_2$ |
| | 11 | 0 | 2 | 3 | 4 | 7 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 1 | |
| | 9 | 10 | 0 | 1 | 2 | 5 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 11 | |
| | 8 | 9 | 11 | 0 | 1 | 4 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 10 | |
| | 7 | 8 | 10 | 11 | 0 | 3 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 9 | |
| | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 0 | 10 | 11 | 1 | 2 | 3 | 6 | |
| $0_6$ | 6 | 7 | 9 | 10 | 11 | 2 | 0 | 1 | 3 | 4 | 5 | 8 | $R_8$ |
| | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 1 | 11 | 0 | 2 | 3 | 4 | 7 | |
| | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 11 | 9 | 10 | 0 | 1 | 2 | 5 | |
| | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 10 | 8 | 9 | 11 | 0 | 1 | 4 | |
| | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 9 | 7 | 8 | 10 | 11 | 0 | 3 | |
| | 10 | 11 | 1 | 2 | 3 | 6 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 0 | |

Figura 82 - Matriz da série derivada do hexacorde 6-14

| | $A_0$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $H_1 + H_2$ | $O_0$ $R_8$ | $O_1$ $R_9$ | $O_2$ $R_{10}$ | $O_3$ $R_{11}$ | $O_4$ $R_0$ | $O_5$ $R_1$ |
| $H_2 + H_1$ | $O_6$ $R_2$ | $O_7$ $R_3$ | $O_8$ $R_4$ | $O_9$ $R_5$ | $O_{10}$ $R_6$ | $O_{11}$ $R_7$ |

| | $A_6$ | $A_7$ | $A_8$ | $A_9$ | $A_{10}$ | $A_{11}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $H_1 + H_2$ | $I_0$ $RI_8$ | $I_1$ $RI_9$ | $I_2$ $RI_{10}$ | $I_3$ $RI_{11}$ | $I_4$ $RI_0$ | $I_5$ $RI_1$ |
| $H_2 + H_1$ | $I_6$ $RI_2$ | $I_7$ $RI_3$ | $I_8$ $RI_4$ | $I_9$ $RI_5$ | $I_{10}$ $RI_6$ | $I_{11}$ $RI_7$ |

Figura 83 - Áreas combinatoriais da série derivada do hexacorde 6-14

### 4.3.2 Tetracordes combinatoriais absolutos

Existem 29 classes de tetracordes, 23 são combinatoriais e somente 6 são combinatoriais absolutos. Estes podem ser vistos na tabela 16.

| Tetracordes Combinatoriais Absolutos | |
|---|---|
| Nº de Forte | Forma Prima |
| 4-1 | (0123) |
| 4-10 | (0235) |
| 4-23 | (0257) |
| 4-6 | (0127) |
| 4-9 | (0167) |
| 4-28 | (0369) |

Tabela 16 - Tetracordes combinatoriais absolutos

Para que um tetracorde possa ser classificado como combinatorial-O ou se autocomplementar por transposição basta que satisfaça à seguinte expressão ou combinação de operações de transposição: $Te_0 + T_{t1}Te_0 + T_{t2}Te_0 = A$. $Te_0$ é o tetracorde inicial, + é a operação de união, T é a operação de transposição, $t_1$ é o nível de transposição relativo à primeira transposição aplicada à $Te_0$, $t_2$ é o nível de transposição relativo à segunda transposição aplicada à $Te_0$, e A representa um agregado qualquer.

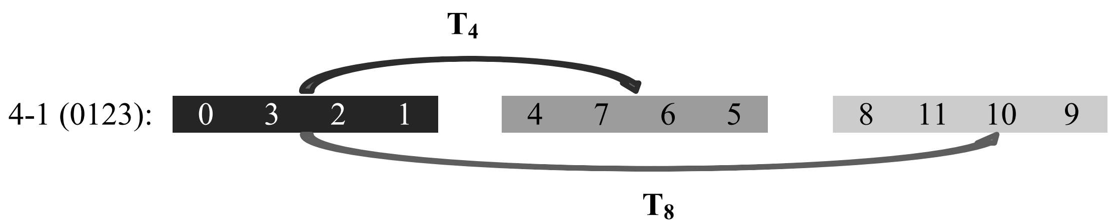



Figura 84 - O tetracorde 4-1 e sua autocomplementação por transposição

Note na figura anterior que, no caso do tetracorde 4-1 (0123), os valores $t_1 = 4$ e $t_2=8$ satisfazem a expressão para a combinatoriedade O: $T_0$ [0, 3, 2, 1] + $T_4$ [0, 3, 2, 1] + $T_8$ [0, 3, 2, 1] = [0, 3, 2, 1, 4, 7, 6, 5, 8, 11, 10, 9]. Portanto, o tetracorde 4-1 é combinatorial-O ao menos no par de níveis transposicionais {4,8}.

Para que seja classificado como combinatorial-I ou se autocomplementar por inversão basta que um tetracorde satisfaça à seguinte expressão: $Te_0 + T_{t1}ITe_0 + T_{t2}ITe_0 = A$. I é a operação de inversão e $t_1$ e $t_2$ são os níveis transposicionais referentes a primeira e segunda inversão aplicada a $Te_0$.

Assim, se utilizarmos ainda como exemplo o tetracorde 4-1 (0123), veremos que ele satisfaz a expressão se utilizarmos como valores para $t_1$ e $t_2$ respectivamente 7 e 11, como pode ser visto na figura a seguir:

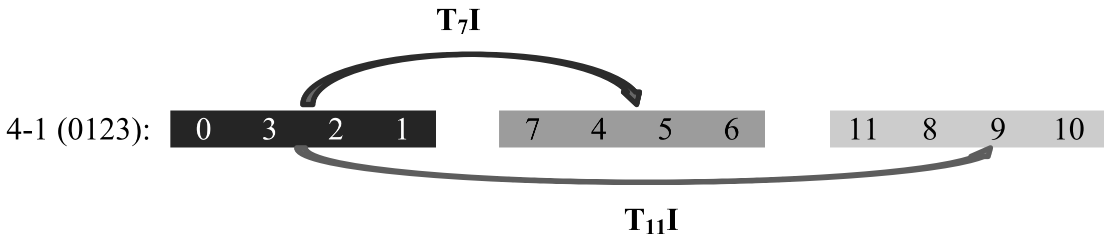



Figura 85 - O tetracorde 4-1 e sua autocomplementação por inversão

Já para as combinatoriedades R e RI, segue-se exatamente o mesmo princípio visto no caso dos hexacordes, onde basta que um conjunto possa mapear-se nele mesmo por transposição ($Te_0 + T_tTe_0 = Te_0$) e inversão ($Te_0 + T_tITe_0 = Te_0$).

Todos os 6 tetracordes combinatoriais absolutos, os tetracordes 4-1 (0123), 4-10 (0235), 4-23 (0257), 4-6 (0127), 4-9 (0167) e 4-28 (0369) satisfazem simultaneamente as quatro condições a um ou mais pares de níveis transposicionais (combinatoriedades O e I), e a um ou mais níveis transposicionais (combinatoriedades R e RI), podendo ser também classificados quanto à ordem.

O método para saber a quantidade e a qualidade dos níveis transposicionais satisfatórios para os tipos de combinatoriedade O, I, R e RI e, portanto, classificá-los devidamente quanto à ordem, tem algumas semelhanças e diferenças em relação ao visto no caso dos hexacordes.

Tratando-se da combinatoriedade R, basta procurar no vetor intervalar dos tetracordes entradas com valor referente à cardinalidade do conjunto (4) ou metade dela na casa do trítono (2). Estes serão os *t*´s com que esses tetracordes se automapearão por transposição. Para a combinatoriedade RI, basta haver uma entrada igual à cardinalidade do conjunto (4) no vetor de índices. Este será o *t* com que um dado tetracorde se automapeará por inversão.

Já ao tratarmos das combinatoriedades O e I, o método torna-se mais complexo. No caso dos hexacordes a presença de zeros no vetor intervalar e de índices prontamente identifica os níveis transposicionais em que ocorre autocomplemento por transposição e inversão, respectivamente, já que dois hexacordes equivalentes que não tem nenhuma nota em comum formam consequentemente um agregado-12. Porém e conforme já dito, tetracordes podem possuir capacidade de mapearem-se em parte do seu complemento (automapeamento parcial) sem necessariamente possuir capacidade de se autocomplementar. Assim, a mera presença de um zero no seu vetor intervalar e de índices não é o bastante para indicar respectivamente as combinatoriedades O e I de um dado tetracorde.

Para tal, é necessária a presença de no mínimo um par zeros, no qual um zero indica o nível transposicional com que o tetracorde inicial se mapeia no segundo tetracorde do futuro agregado-12, e o outro zero indica o nível transposicional com que o tetracorde inicial se mapeia no terceiro e último tetracorde. Como no vetor intervalar a presença de um zero em alguma classe de intervalos indica dois intervalos transposicionais que são complementares, um único zero pode indicar prontamente uma autocomplementação. O mesmo fato não é verdadeiro para o caso do vetor de índices. Porém, todos os tetracordes combinatoriais absolutos possuem mais do que um zero em seus vetores intervalares e de índices, e nesse caso, deverão ser feitas combinações com todos os pares de níveis transposicionais possíveis indicados por tais zeros para saber qual par é capaz de causar uma autocomplementação de um dado tetracorde.

Uma relação contendo os vetores intervalares, de índice, os níveis transposicionais satisfatórios para cada tipo de combinatoriedade, e a classificação quanto à ordem dos tetracordes combinatoriais absolutos podem ser vistos na tabela 17. Nela também pode ser encontrada uma amostra de um conjunto semicombinatorial que servirá como base para comparação das características combinatoriais. O modo de leitura é semelhante ao da tabela 15 que contém os hexacordes combinatoriais absolutos e que pôde ser vista na seção anterior, salvo a diferença das combinatoriedades O e I, já que são levados em conta pares de níveis transposicionais e os zeros destacados nos vetores intervalares e de índices são somente os zeros que representam os intervalos que foram testados e que satisfazem as expressões para esses tipos de combinatoriedade.

## Tetracordes Combinatoriais Absolutos

| Nº de Forte | Forma Prima | Vetor Intervalar | Vetor de Índices | Comb-O | | Comb-I | | Comb-R (S.T.) | Comb-RI (S.I.) | Nº de *t´s* | Ordem |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 2 3 4 5 6 | | $Te_0 + T_{t1}Te_0 + T_{t2}Te_0 = A$ | | $Te_0 + T_{t1}ITe_0 + T_{t2}ITe_0 = A$ | | $Te_0 + T_tTe_0 = Te_0$ | $Te_0 + T_tITe_0 = Te_0$ | | |
| | | B A 9 8 7 6 | 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B | *t1* | *t2* | *t1* | *t2* | *t* | *t* | | |
| 4-1 | (0123) | 3 2 1 0 0 0 | 1 2 3 4 3 2 1 0 0 0 0 0 | 4 | 8 | 7 | 11 | 0 | 3 | 1 | 1º |
| 4-10 | (0235) | 1 2 2 0 1 0 | 1 0 2 2 1 4 1 2 2 0 1 0 | 4 | 8 | 9 | 1 | 0 | 5 | 1 | 1º |
| 4-23 | (0257) | 0 2 1 0 3 0 | 3 0 3 0 1 2 0 4 0 2 1 0 | 4 | 8 | 11 | 3 | 0 | 7 | 1 | 1º |
| 4-6 | (0127) | 2 1 0 0 2 1 | 1 2 4 2 1 0 0 2 2 2 0 0 | 4 | 8 | 6 | 10 | 0 | 2 | 1 | 1º |
| 4-9 | (0167) | 2 0 0 0 2 2 | 2 4 2 0 0 0 2 4 2 0 0 0 | 4, 10 | 8, 2 | 3, 9 | 5, 11 | 0, 6 | 1, 7 | 2 | 2º |
| 4-28 | (0369) | 0 0 4 0 0 2 | 4 0 0 4 0 0 4 0 0 4 0 0 | 1, 4, 7, 10 | 5, 8, 11, 2 | 1, 4, 7, 10 | 5, 8, 11, 2 | 0, 3, 6, 9 | 0, 3, 6, 9 | 4 | 3º |
| **Amostra de um Tetracorde Semicombinatorial** | | | | | | | | | | | |
| 4-13 | (0136) | 1 1 2 0 1 1 | 2 2 1 2 2 0 3 2 0 2 0 0 | 4 | 8 | - | | 0 | - | - | - |

0´s no vetor intervalar que indicam possíveis t´s satisfatórios para combinatoriedade original

4´s, ou 2´s nos trítonos, no vetor intervalar indicam os t´s satisfatórios para a combinatoriedade retrógrada (Comb-R).

0´s no vetor de índices que indicam possíveis t´s satisfatórios para a combinatoriedade inversional

4´s no vetor de índices indicam os t´s satisfatórios para a combinatoriedade retrógrado-inversional (Comb-RI).

S.T. Graus de simetria transpositiva.

$Te_0$ Tetracorde inicial.

T Transposto a.

I Invertido.

A Agregado.

S.I. Graus de simetria inversiva.

\+ Unido a.

t1 Número, nível ou intervalo de transposição (*n*) da primeira operação aplicada a $Te_0$.

t2 Número, nível ou intervalo de transposição (*n*) da segunda operação aplicada a $Te_0$.

Tabela 17 - Tetracordes combinatoriais absolutos e suas informações mais relevantes

Assim, no caso dos tetracordes 4-9 (0167) e 4-28 (0369) que possuem mais pares de níveis transposicionais satisfatórios, qualquer valor contido na coluna $t_1$ poderá formar par com qualquer valor contido na coluna $t_2$, ou seja, para a combinatoriedade-O de 4-9 (0167), serão igualmente satisfatórios os pares $\{t_1,t_2\}$ : {4, 8}, {4, 2}, {10, 8} e {10, 2}. Tal fato pode ser visto na figura 86. A mesma maneira de leitura é aplicável para a combinatoriedade-I do mesmo conjunto e para as combinatoriedades O e I do conjunto 4-28 (0369).

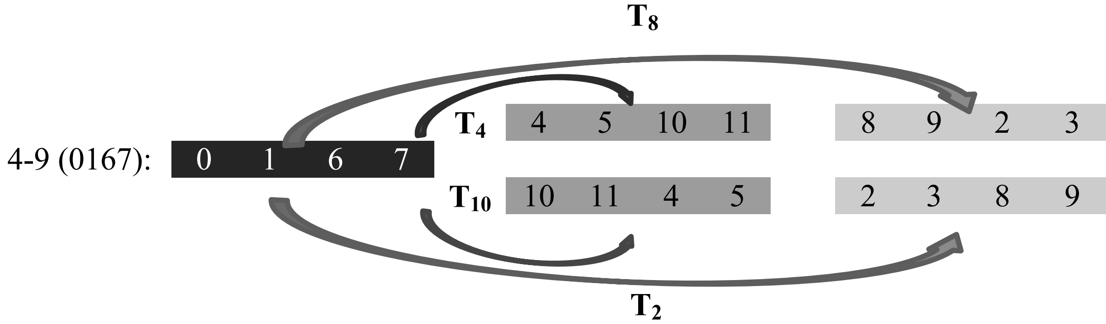



Figura 86 - Pares satisfatórios para a autocomplementação de 4-9 por transposição

Os quatro primeiros tetracordes, o tetracorde 4-1 (0123), 4-10 (0235), 4-23 (0257), 4-6 (0127), por possuírem um único nível transposicional satisfatório para $t_1$ e $t_2$ da combinatoriedade-O, $t_1$ e $t_2$ da combinatoriedade-I, e para os *t´*s das combinatoriedades R e RI, são chamados de tetracordes combinatoriais absolutos de primeira ordem. Por possuir dois níveis satisfatórios para cada um desses *t´*s, 4-9 (0167) é de segunda ordem. Já 4-28 (0369), por possuir quatro, é de terceira ordem.

De acordo com o vetor intervalar dos tetracordes e segundo Martino (1961, p. 236), "dos 29 tetracordes , aqueles que excluem o intervalo '4', são combinatoriais independentemente"[127], ou seja, são capazes de autocomplementarem[128]. Os 7 tetracordes apresentados na tabela 17, que inclui uma amostra do tetracorde semicombinatorial 4-13 (0136)[129], são os únicos que apresentam essa característica.

Na tabela 18 estão representadas 6 possíveis séries combinatoriais absolutas tetracordais formadas por conjuntos equivalentes ($4^3$) e uma amostra de um série semicombinatorial

127 "*Of the twenty-nine source tetrachords [...] seven, those which exclude the interval '4', are independently combinatorial"*. (MARTINO, 1961, p. 236).
128 A presença de um 0 no vetor intervalar dos tetracordes que representa a classe de intervalos 4 é um atalho para se descobrir os tetracordes combinatoriais absolutos facilmente, apesar de incluir o tetracorde semicombinatorial 4-13.
129 O tetracorde 4-13 é semicombinatorial por somente possuir combinatoriedade-O no par de t´s {4, 8} e a comum combinatoriedade-R em t=0.

tetracordal. Assim, se utilizarmos uma das 6 primeiras, ordenar seus tetracordes disjuntos e os seus conteúdos internos de classes de notas livremente, podemos observar que qualquer uma de suas formas da série poderá construir agregados entre os tetracordes de doze ou mais formas da série T, I, R ou RI a elas relacionadas.

| Série Combinatoriais Absolutas Tetracordais | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Nº | Tetracordes | Exemplos de Séries Combinatoriais Absolutas Tetracordais | | |
| | Te1 / Te2 / Te3 | | | |
| $(4^3)$ | | | | |
| 1 | 4-1 (0123) | 0-1-2-3 | 4-5-6-7 | 8-9-A-B |
| 2 | 4-10 (0235) | 0-2-3-5 | 4-6-7-9 | 8-A-B-1 |
| 3 | 4-23 (0257) | 0-2-5-7 | 4-6-9-B | 8-A-1-3 |
| 4 | 4-6 (0127) | 0-1-2-7 | 4-5-6-B | 8-9-A-3 |
| 5 | 4-9 (0167) | 0-1-6-7 | 4-5-A-B | 8-9-2-3 |
| 6 | 4-28 (0369) | 0-3-6-9 | 4-7-A-1 | 8-B-2-5 |
| Exemplo de Série Semicombinatorial Tetracordal | | | | |
| 7 | 4-13 (0136) | 0-1-3-6 | 4-5-7-A | 8-9-B-2 |

Tabela 18 - Séries combinatoriais absolutas tetracordais

Note na figura a seguir que a série geradora da matriz dodecafônica é derivada do tetracorde combinatorial absoluto de primeira ordem 4-10 (0235), e que as formas destacadas por cores são formadas pelos mesmos tetracordes, $T_0$, $T_4$ e $T_8$ de (0235), fazendo parte da mesma área combinatorial.

| Série Comb. Abs. Tetracordal Derivada de 4-10 (0235) - 1º Ordem | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $I_5$ | | | | $I_9$ | | | | $I_1$ | |
| $O_0$ | 0 | 2 | 3 | 5 | 4 | 6 | 7 | 9 | 8 | 10 | 11 | 1 | $R_1$ |
| | 10 | 0 | 1 | 3 | 2 | 4 | 5 | 7 | 6 | 8 | 9 | 11 | |
| | 9 | 11 | 0 | 2 | 1 | 3 | 4 | 6 | 5 | 7 | 8 | 10 | |
| | 7 | 9 | 10 | 0 | 11 | 1 | 2 | 4 | 3 | 5 | 6 | 8 | |
| $O_8$ | 8 | 10 | 11 | 1 | 0 | 2 | 3 | 5 | 4 | 6 | 7 | 9 | $R_9$ |
| | 6 | 8 | 9 | 11 | 10 | 0 | 1 | 3 | 2 | 4 | 5 | 7 | |
| | 5 | 7 | 8 | 10 | 9 | 11 | 0 | 2 | 1 | 3 | 4 | 6 | |
| | 3 | 5 | 6 | 8 | 7 | 9 | 10 | 0 | 11 | 1 | 2 | 4 | |
| $O_4$ | 4 | 6 | 7 | 9 | 8 | 10 | 11 | 1 | 0 | 2 | 3 | 5 | R5 |
| | 2 | 4 | 5 | 7 | 6 | 8 | 9 | 11 | 10 | 0 | 1 | 3 | |
| | 1 | 3 | 4 | 6 | 5 | 7 | 8 | 10 | 9 | 11 | 0 | 2 | |
| | 11 | 1 | 2 | 4 | 3 | 5 | 6 | 8 | 7 | 9 | 10 | 0 | |
| | | | | $RI_4$ | | | | $RI_8$ | | | | $RI_0$ | |

Figura 87 - Matriz dodecafônica da série derivada de 4-10

Séries derivadas dos tetracordes combinatoriais absolutos equivalentes de primeira ordem 4-1 (0123), 4-10 (0235), 4-23 (0257) e 4-6 (0127) possuem quatro áreas combinatoriais contendo doze formas da série combinatorialmente relacionadas cada. Abaixo seguem as áreas combinatoriais da série derivada do tetracorde 4-10, cada uma delas com subagrupamentos contendo as formas da série que compartilham do mesmo ordenamento de tetracordes, ou seja, divididas em "subáreas combinatoriais":

| | | | $A_0$ | | $A_1$ | | $A_2$ | | $A_3$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Subáreas | 1 | $Te_1 + Te_2 + Te_3$ | $O_0$ | $RI_0$ | $O_1$ | $RI_1$ | $O_2$ | $RI_2$ | $O_3$ | $RI_3$ |
| | 2 | $Te_1 + Te_3 + Te_2$ | $I_5$ | $R_5$ | $I_6$ | $R_6$ | $I_7$ | $R_7$ | $I_8$ | $R_8$ |
| | 3 | $Te_2 + Te_1 + Te_3$ | $I_9$ | $R_9$ | $I_{10}$ | $R_{10}$ | $I_{11}$ | $R_{11}$ | $I_0$ | $R_0$ |
| | 4 | $Te_2 + Te_3 + Te_1$ | $O_4$ | $RI_4$ | $O_5$ | $RI_5$ | $O_6$ | $RI_6$ | $O_7$ | $RI_7$ |
| | 5 | $Te_3 + Te_1 + Te_2$ | $O_8$ | $RI_8$ | $O_9$ | $RI_9$ | $O_{10}$ | $RI_{10}$ | $O_{11}$ | $RI_{11}$ |
| | 6 | $Te_3 + Te_2 + Te_3$ | $I_1$ | $R_1$ | $I_2$ | $R_2$ | $I_3$ | $R_3$ | $I_4$ | $R_4$ |

Figura 88 - Áreas combinatoriais da série derivada de 4-10

Assim, da mesma forma que os hexacordes, cada subgrupo de cada área combinatorial apresenta algumas particularidades para formação de agregado entre si e individualmente. Somente formarão três agregados consecutivos através de combinação vertical ou sobreposição nota contra nota três formas da série que possuírem um ordenamento complementar de tetracordes, ou seja, formas da série pertencentes aos subgrupos 1, 4 e 5, e 2, 3 e 6, uma série pertencente a cada subgrupo.

| | Agregado 1 | | | | Agregado 2 | | | | Agregado 3 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_0$ | 0 | 2 | 3 | 5 | 4 | 6 | 7 | 9 | 8 | 10 | 11 | 1 |
| $O_4$ | 4 | 6 | 7 | 9 | 8 | 10 | 11 | 1 | 0 | 2 | 3 | 5 |
| $O_8$ | 8 | 10 | 11 | 1 | 0 | 2 | 3 | 5 | 4 | 6 | 7 | 9 |

Figura 89 - Agregados a partir de três formas da série derivada do hexacorde 4-10

Assim, na figura acima, as forma da séries $O_0$, $O_4$ e $O_8$ pertencentes ao subgrupo 1, 4 e 5 respectivamente, podem ser substituídas pelas formas das série $RI_0$, $RI_4$ e $RI_8$, pertencentes ao subgrupo 2, 3, 6, sem alterar a formação dos três agregados consecutivos. Ignorando estes subagrupamentos, dentro de cada área combinatorial agregados podem ser conseguidos de outras maneiras, como por exemplo através de uma combinação do tipo oblíqua como pode ser visto na figura 90.

| | | | | | | | | | Agregado | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_0$ | 0 | 2 | 3 | 5 | 4 | 6 | 7 | 9 | 8 | 10 | 11 | 1 | | | | | | | | |
| | | | | $I_9$ | 9 | 7 | 6 | 4 | 5 | 3 | 2 | 0 | 1 | 11 | 10 | 8 | | | | |
| | | | | | | | | $RI_4$ | 4 | 6 | 7 | 9 | 8 | 10 | 11 | 1 | 0 | 2 | 3 | 5 |

Figura 90 - Agregados a partir de 3 formas dispostas obliquamente da série derivada do hexacorde 4-10

Séries derivadas de tetracordes combinatoriais absolutos equivalentes ($4^3$) de maior ordem, ou seja, com mais *t*´s satisfatórios, tem maior quantidade de trios combinatoriais e, portanto, menos áreas combinatoriais. Este é o caso da série derivada do tetracorde combinatorial absoluto de segunda ordem 4-9 (0167), geradora da matriz dodecafônica da figura 91, onde uma única forma da série poderá construir agregados com 24 formas da série (incluindo ela mesma). Estas 24 formas da série combinatorialmente relacionadas formam uma das duas áreas combinatoriais possíveis geradas através de séries derivadas desse conjunto.

| Série Comb. Abs. Tetracordal Derivada de 4-9 (0167) - 2º Ordem | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $I_{1}$ | $I_{7}$ | | $I_{5}$ | | | $I_{11}$ | | | $I_{9}$ | $I_{1}$ | |
| $O_{0}$ | 0 | 1 | 7 | 6 | 5 | 10 | 4 | 11 | 2 | 8 | 9 | 3 | $R_{1}$ |
| | 11 | 0 | 6 | 5 | 4 | 9 | 3 | 10 | 1 | 7 | 8 | 2 | |
| | 5 | 6 | 0 | 11 | 10 | 3 | 9 | 4 | 7 | 1 | 2 | 8 | |
| $O_{6}$ | 6 | 7 | 1 | 0 | 11 | 4 | 10 | 5 | 8 | 2 | 3 | 9 | $R_{9}$ |
| | 7 | 8 | 2 | 1 | 0 | 5 | 11 | 6 | 9 | 3 | 4 | 10 | |
| $O_{2}$ | 2 | 3 | 9 | 8 | 7 | 0 | 6 | 1 | 4 | 10 | 11 | 5 | $R_{5}$ |
| $O_{8}$ | 8 | 9 | 3 | 2 | 1 | 6 | 0 | 7 | 10 | 4 | 5 | 11 | $R_{11}$ |
| | 1 | 2 | 8 | 7 | 6 | 11 | 5 | 0 | 3 | 9 | 10 | 4 | |
| $O_{4}$ | 10 | 11 | 5 | 4 | 3 | 8 | 2 | 9 | 0 | 6 | 7 | 1 | $R_{1}$ |
| $O_{10}$ | 4 | 5 | 11 | 10 | 9 | 2 | 8 | 3 | 6 | 0 | 1 | 7 | $R_{7}$ |
| | 3 | 4 | 10 | 9 | 8 | 1 | 7 | 2 | 5 | 11 | 0 | 6 | |
| | 9 | 10 | 4 | 3 | 2 | 7 | 1 | 8 | 11 | 5 | 6 | 0 | |
| | | $RI_{10}$ | $R_{4}$ | | $RI_{2}$ | | | $RI_{8}$ | | | $R_{6}$ | $R_{0}$ | |

Figura 91 - Matriz dodecafônica da série derivada de 4-9

De maneira semelhante, porém oferecendo maiores possibilidades combinatoriais absolutas tetracordais, é a série derivada do tetracorde de terceira ordem 4-28 (0369), geradora da matriz dodecafônica da figura 92, onde todas as formas da série são combinatorialmente relacionadas e formam uma única grande área combinatorial, assim como o caso de séries derivadas do hexacorde 6-35 (02468A) visto no subitem anterior.

| Série Comb. Abs. Tetracordal Derivada de 4-28 (0369) - 3º Ordem | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $I_{0}$ | $I_{9}$ | $I_{3}$ | $I_{6}$ | $I_{10}$ | $I_{1}$ | $I_{4}$ | $I_{7}$ | $I_{11}$ | $I_{5}$ | $I_{2}$ | $I_{8}$ | |
| $O_{0}$ | 0 | 9 | 3 | 6 | 10 | 1 | 4 | 7 | 11 | 5 | 2 | 8 | $R_{8}$ |
| $O_{3}$ | 3 | 0 | 6 | 9 | 1 | 4 | 7 | 10 | 2 | 8 | 5 | 11 | $R_{11}$ |
| $O_{9}$ | 9 | 6 | 0 | 3 | 7 | 10 | 1 | 4 | 8 | 2 | 11 | 5 | $R_{5}$ |
| $O_{6}$ | 6 | 3 | 9 | 0 | 4 | 7 | 10 | 1 | 5 | 11 | 8 | 2 | $R_{2}$ |
| $O_{2}$ | 2 | 11 | 5 | 8 | 0 | 3 | 6 | 9 | 1 | 7 | 4 | 10 | $R_{10}$ |
| $O_{11}$ | 11 | 8 | 2 | 5 | 9 | 0 | 3 | 6 | 10 | 4 | 1 | 7 | $R_{7}$ |
| $O_{8}$ | 8 | 5 | 11 | 2 | 6 | 9 | 0 | 3 | 7 | 1 | 10 | 4 | $R_{4}$ |
| $O_{5}$ | 5 | 2 | 8 | 11 | 3 | 6 | 9 | 0 | 4 | 10 | 7 | 1 | $R_{1}$ |
| $O_{1}$ | 1 | 10 | 4 | 7 | 11 | 2 | 5 | 8 | 0 | 6 | 3 | 9 | $R_{9}$ |
| $O_{7}$ | 7 | 4 | 10 | 1 | 5 | 8 | 11 | 2 | 6 | 0 | 9 | 3 | $R_{3}$ |
| $O_{10}$ | 10 | 7 | 1 | 4 | 8 | 11 | 2 | 5 | 9 | 3 | 0 | 6 | $R_{6}$ |
| $O_{4}$ | 4 | 1 | 7 | 10 | 2 | 5 | 8 | 11 | 3 | 9 | 6 | 0 | $R_{0}$ |
| | $RI_{4}$ | $RI_{1}$ | $RI_{7}$ | $RI_{10}$ | $RI_{2}$ | $RI_{5}$ | $RI_{8}$ | $RI_{11}$ | $RI_{3}$ | $RI_{9}$ | $RI_{6}$ | $RI_{0}$ | |

Figura 92 - Matriz dodecafônica da série derivada de 4-28

Já séries derivadas de tetracordes semicombinatoriais têm possibilidades combinatoriais tetracordais reduzidas. Este é o caso da série derivada do tetracorde semicombinatorial 4-13 (0136), geradora da matriz dodecafônica da figura 93. O tetracorde 4-13, como pôde ser visto na tabela 17, é somente combinatorial-O no par de *t*´s satisfatórios {4, 8}, e R somente para *t*=0. Por isso, séries derivadas desse tetracorde possuem oito áreas combinatoriais contendo cada uma seis formas da série combinatorialmente relacionadas.

| Série Semicombinatorial Tetracordal Derivada de 4-13 (0136) | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_0$ | 0 | 3 | 1 | 6 | 7 | 10 | 5 | 4 | 8 | 11 | 2 | 9 | $R_9$ |
| | 9 | 0 | 10 | 3 | 4 | 7 | 2 | 1 | 5 | 8 | 11 | 6 | |
| | 11 | 2 | 0 | 5 | 6 | 9 | 4 | 3 | 7 | 10 | 1 | 8 | |
| | 6 | 9 | 7 | 0 | 1 | 4 | 11 | 10 | 2 | 5 | 8 | 3 | |
| | 5 | 8 | 6 | 11 | 0 | 3 | 10 | 9 | 1 | 4 | 7 | 2 | |
| | 2 | 5 | 3 | 8 | 9 | 0 | 7 | 6 | 10 | 1 | 4 | 11 | |
| | 7 | 10 | 8 | 1 | 2 | 5 | 0 | 11 | 3 | 6 | 9 | 4 | |
| $O_8$ | 8 | 11 | 9 | 2 | 3 | 6 | 1 | 0 | 4 | 7 | 10 | 5 | $R_5$ |
| $O_4$ | 4 | 7 | 5 | 10 | 11 | 2 | 9 | 8 | 0 | 3 | 6 | 1 | $R_1$ |
| | 1 | 4 | 2 | 7 | 8 | 11 | 6 | 5 | 9 | 0 | 3 | 10 | |
| | 10 | 1 | 11 | 4 | 5 | 8 | 3 | 2 | 6 | 9 | 0 | 7 | |
| | 3 | 6 | 4 | 9 | 10 | 1 | 8 | 7 | 11 | 2 | 5 | 0 | |

Figura 93 - Matriz dodecafônica da série derivada de 4-13

### 4.3.3 Tricordes combinatoriais absolutos

Existem 12 classes de tricordes, 8 são semicombinatoriais e somente 4 são tricordes fontes combinatoriais absolutos. Estes últimos podem ser vistos na tabela abaixo:

| Tricordes Combinatoriais Absolutos | |
|---|---|
| Nº de Forte | Forma Prima |
| 3-1 | (012) |
| 3-6 | (024) |
| 3-9 | (027) |
| 3-12 | (048) |

Tabela 19 - Tricordes fontes combinatoriais absolutos

A maneira para saber se tricordes são combinatoriais absolutos ou semicombinatoriais é semelhante à vista no caso dos tetracordes, diferindo somente no fato de que, para se autocomplementar, um tricorde deve se unir a outros três tricordes a ele relacionados por T ou I, e assim ser devidamente classificado como combinatório-O ou I, respectivamente.

Para que um tetracorde possa ser classificado como combinatorial-O ou se autocomplementar por transposição, basta que satisfaça à seguinte expressão: $Tr_0 + T_{t1}Tr_0 + T_{t2}Tr_0 + T_{t3}Tr_0 = A$. $Tr_0$ é o tricorde inicial, + é a operação de união, T é a operação de transposição, $t_1$ é o nível de transposição relativo à primeira transposição aplicada à $Tr_0$, $t_2$ é o nível de transposição relativo à segunda transposição aplicada à $Tr_0$, $t_3$ é o nível de transposição relativo à terceira transposição aplicada à $Tr_0$, e A representa um agregado qualquer.

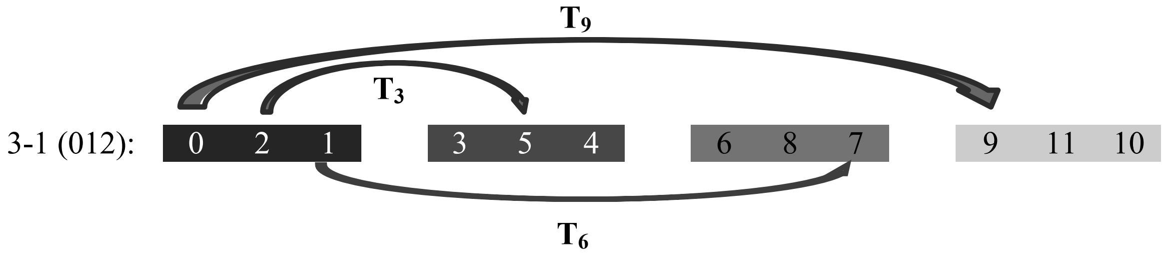



Figura 94 - O tricorde 3-1 e sua autocomplementação por transposição

Note na figura anterior que, no caso do tricorde 3-1 (012), os valores $t_1$ = 3, $t_2$=6, $t_3$=9 da combinação de operações T são satisfatórios para sua combinatoriedade-O: [0, 2, 1] + $T_3$ [0, 2, 1] + $T_6$ [0, 2, 1] + $T_6$ [0, 2, 1] = [0, 2, 1, 3, 5, 4, 6, 8, 7, 9, 11, 10]. Portanto, o tricorde 3-1 é combinatorial-O ao menos no trio de níveis transposicionais {3,6,9}.

Para que seja classificado como combinatorial-I, ou se autocomplementar por inversão, basta que um tetracorde satisfaça à seguinte expressão: $Tr_0 + T_{t1}ITr_0 + T_{t2}ITr_0 + T_{t3}ITr_0 = A$. I é a operação de inversão, e $t_1$, $t_2$ e $t_3$ são os níveis transposicionais referentes à primeira, segunda e terceira inversão aplicada a $Tr_0$. Assim, se utilizarmos ainda como exemplo o tricorde 3-1 (012), veremos que ele satisfaz a expressão se utilizarmos como valores para $t_1$, $t_2$ e $t_3$ respectivamente 5, 8 e 11, como pode ser visto na figura a seguir:

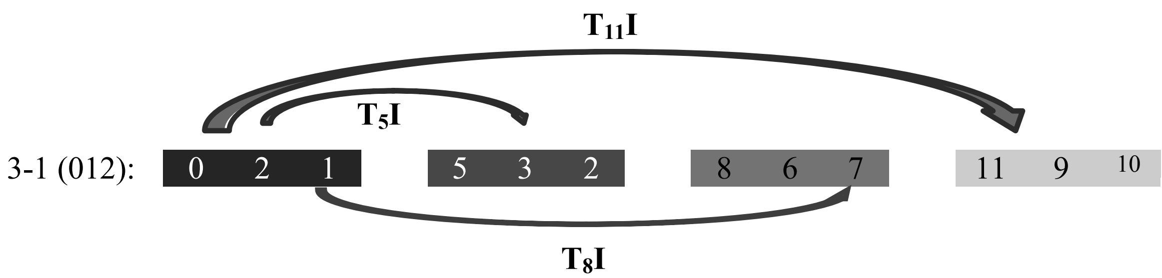



Figura 95 - O tricorde 3-1 e sua autocomplementação por inversão

Já para as combinatoriedades R e RI, segue-se exatamente o mesmo princípio para qualquer outro conjunto. Basta que um tricorde possa então mapear-se nele mesmo respectivamente por transposição ($Tr_0 + T_tTr_0 = Tr_0$) e inversão ($Tr_0 + T_tITr_0 = Tr_0$).

Todos os quatro tricordes combinatoriais absolutos, os tricordes 3-1 (012), 3-6 (024), 3-9 (027) e 3-12 (048), satisfazem simultaneamente as quatro condições a um ou mais trios de níveis transposicionais (combinatoriedades O e I), e a um ou mais níveis transposicionais (combinatoriedades R e RI). Salvo o caso especial do tricorde 3-6 (024) a ser comentado a seguir, estes tricordes podem ser devidamente classificados quanto à ordem.

O método para saber a quantidade e a qualidade dos níveis transposicionais satisfatórios para os tipos de combinatoriedade O, I, R e RI e, portanto, classificá-los é bastante semelhante ao visto no caso dos tetracordes. Difere somente que para as combinatoriedades O e I, um trio de zeros devem estar presentes nos vetores intervalares[130] e de índices, respectivamente, e que números 3 nos vetores (valor referente à cardinalidade do conjunto) acusam os *t*´s satisfatórios para as combinatoriedades R e RI.

Uma relação contendo os vetores intervalares, de índice, os níveis transposicionais satisfatórios para cada tipo de combinatoriedade, e a classificação quanto à ordem dos tricordes fontes combinatoriais absolutos podem ser vistos na tabela 14. Nela também pode ser encontrada uma amostra de um conjunto semicombinatorial que servirá como base para comparação das características combinatoriais.

O modo de leitura é semelhante ao da tabela 17 que contém os tetracordes combinatoriais absolutos e que pôde ser vista na seção anterior, salvo a diferença das combinatoriedades O e I, já que são levados em conta trios de níveis transposicionais e os zeros destacados nos vetores intervalares e de índices são somente os zeros que representam os intervalos que foram testados e que satisfazem as expressões para esses tipos de combinatoriedade.

Assim, no caso do tricorde 3-12 (048) que possui mais trios de níveis transposicionais satisfatórios, quaisquer valores contidos nas colunas $t_1$, $t_2$ e $t_3$ poderão formá-los, ou seja, para a combinatoriedade-O serão igualmente satisfatórios os trios $\{t_1, t_2, t_3\}$ : {1, 2, 3}, {1, 2, 7}, {1, 2, 11} e etc., perfazendo um total de 27 trios de *t*´s distintos. A mesma maneira de leitura é aplicável para a combinatoriedade-I do mesmo conjunto. Já para o conjunto 3-6 (024) são apresentados trios específicos para $\{t_1, t_2, t_3\}$ e, como pode ser visto na tabela, para as combinatoriedades O e I existem três trios de *t*´s satisfatórios cada.

[130] É interessante relembrar que um único zero no vetor representa dois intervalos complementares (uma classe de intervalos), portanto, dois zeros no vetor intervalar pode ser suficiente para indicar a (auto)complementação total de um tricorde.

| Nº de Forte | Forma Prima | Vetor Intervalar<br>1 2 3 4 5 6<br>B A 9 8 7 6 | Vetor de Índices<br>0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B | Comb-O<br>$Tr_0 + T_{t1}Tr_0 + T_{t2}Tr_0 + T_{t3}Tr_0 = A$<br>*t*1 | <br><br>*t*2 | <br><br>*t*3 | Comb-I<br>$Tr_0 + T_{t1}ITr_0 + T_{t2}ITr_0 + T_{t3}ITr_0 = A$<br>*t*1 | <br><br>*t*2 | <br><br>*t*3 | Comb-R (S.T.)<br>$Tr_0 + T_tTr_0 = Tr_0$<br>*t* | Comb-RI (S.I.)<br>$Tr_0 + T_tITr_0 = Tr_0$<br>*t* | Nº de *t´s* | Ordem |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Tricordes Combinatoriais Absolutos** | | | | | | | | | | | | | |
| 3-1 | (012) | 2 1 0 0 0 0 | 1 2 3 2 1 0 0 0 0 0 0 0 | 3 | 6 | 9 | 5 | 8 | 11 | 0 | 2 | 1 | 1º |
| 3-9 | (027) | 0 1 0 0 2 0 | 1 0 3 0 1 0 0 2 0 2 0 0 | 3 | 6 | 9 | 5 | 8 | 11 | 0 | 2 | 1 | 1º |
| 3-12 | (048) | 0 0 0 3 0 0 | 3 0 0 0 3 0 0 0 3 0 0 0 | 1,5,9 | 2,6,10 | 3,7,11 | 1,5,9 | 2,6,10 | 9,7,11 | 0,4,8 | 0,4,8 | 3 | 2º |
| 3-6 | (024) | 0 2 0 1 0 0 | 1 0 2 0 3 0 2 0 1 0 0 0 | (*t*1, *t*2, *t*3)<br>{3,6,9}, {1,6,7}, {5,6,11} | | | {*t*1, *t*2, *t*3}<br>{7,10,1}, {5,10, 11}, {9,10,3} | | | 0 | 4 | *[1] | *[2] |
| **Amostra de um Tricorde Semicombinatorial** | | | | | | | | | | | | | |
| 3-4 | (015) | 1 0 0 1 1 0 | 2 2 1 0 0 0 2 2 0 0 0 0 | {3, 6, 9} | | | - | | | 0 | - | - | - |

0´s no vetor intervalar que indicam os possíveis t´s satisfatórios para a combinatoriedade original (Comb-O).

3´s no vetor intervalar indicam os t´s satisfatórios para a combinatoriedade retrógrada (Comb-R).

0´s no vetor de índices que indicam os possíveis t´s satisfatórios para a combinatoriedade inversional (Comb-I).

3´s no vetor de índices indicam os t´s satisfatórios para a combinatoriedade retrógrado-inversional (Comb-RI).

S.T. Graus de simetria transpositiva.

$Tr_0$ Tricorde inicial.

T Transposto a.

I Invertido.

A Agregado.

*[1] Três trios de t´s específicos para Comb-O e I, e um t para Comb-R e RI.

*[2] Ordem indefinida.

S.I. Graus de simetria inversiva.

\+ Unido a.

t1 Número, nível ou intervalo de transposição (*n*) da primeira operação aplicada a $Tr_0$.

t2 Número, nível ou intervalo de transposição (*n*) da segunda operação aplicada a $Tr_0$.

t3 Número, nível ou intervalo de transposição (*n*) da terceira operação aplicada a $Tr_0$.

Tabela 20 - Tricordes fontes combinatoriais absolutos e suas informações mais relevantes

Os dois primeiros tricordes, o tricorde 3-1 (012) e 3-9 (027), por possuírem um único nível transposicional satisfatório para $t_1$, $t_2$ e $t_3$ das combinatoriedades O e I, e para os *t*´s das combinatoriedades R e RI, podem ser classificados como tricordes combinatoriais absolutos de primeira ordem. Por possuir três níveis satisfatórios para cada um desses *t*´s, 3-12 (048) pode ser classificado como de segunda ordem.

Já o tricorde 3-6 (024), diferentemente de todos os conjuntos até agora classificados, não apresenta uma regularidade na quantidade dos *t*´s satisfatórios para cada tipo de combinatoriedade, tornando-se um caso especial. Este se situa entre os tricordes de primeira e segunda ordem, uma vez que possui um *t* satisfatório para as combinatoriedades R e RI, e três trios de *t*´s específicos satisfatórios para a combinatoriedade O e I[131]. Por isso, na tabela 20, na coluna que representa a classificação quanto à ordem do tricorde 3-6 há um asterisco.

Das doze classes de tricordes existentes, somente a tríade diminuta, o tricorde 3-10 (036), não é capaz de gerar séries sozinho, ou seja, não se (auto)complementa totalmente. Porém, séries combinatoriais absolutas tricordais só são possíveis de construir através da utilização de tricordes fontes combinatoriais absolutos.

Na tabela 21 temos quatro exemplos de séries combinatoriais absolutas tricordais formadas por conjuntos equivalente ($3^4$).

| Série Combinatoriais Absolutas Tricordais | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nº | Tricordes | | | | Exemplos de Séries Combinatoriais Absolutas Tricordais | | | |
| | Tr1 | Tr2 | Tr3 | Tr4 | | | | |
| ($3^4$) | | | | | | | | |
| 1 | 3-1 (012) | | | | 0-1-2 | 3-4-5 | 6-7-8 | 9-A-B |
| 2 | 3-9 (027) | | | | 0-2-7 | 1-6-8 | 3-5-A | 9-B-4 |
| 3 | 3-6 (024) | | | | 0-2-4 | 1-3-5 | 6-8-A | 7-9-B |
| 4 | 3-12 (048) | | | | 0-4-8 | 1-5-9 | 2-6-A | 3-7-B |

Tabela 21 - Séries combinatoriais absolutas tricordais

Se utilizarmos uma dessas séries combinatoriais absolutos tricordais, ordenar seus tricordes disjuntos e os seus conteúdos internos de classes de notas livremente, podemos observar que qualquer uma de suas formas da série poderá construir agregados entre tricordes de 16 ou mais formas da série T, I, R ou RI a elas relacionadas.

[131] É importante afirmar que, talvez por tal caso especial, na literatura não foi encontrada uma classificação dos tricordes quanto à ordem como pode ser vista no caso dos hexacordes e tetracordes em Babbitt (1955) e Martino (1961).

Note na figura 96 anterior que a série geradora da matriz dodecafônica é derivada do tricorde combinatorial absoluto de primeira ordem 3-1 (012). As dezesseis formas da série destacadas por cores são formadas pelos mesmos tricordes, $T_0$, $T_3$, $T_6$ e $T_9$ de (012), e fazem parte da mesma área combinatorial. Séries derivadas dos tricordes fontes combinatoriais absolutos de primeira ordem 3-1 (012) e 3-9 (027) possuem três áreas combinatoriais contendo dezesseis formas da série combinatorialmente relacionadas cada.

| Série Comb. Abs. Tricordal Derivada de 3-1 (012) - 1º Ordem | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $I_2$ | | | $I_5$ | | | $I_8$ | | | | $I_{11}$ | |
| $O_0$ | 0 | 2 | 1 | 4 | 5 | 3 | 7 | 8 | 6 | 10 | 9 | 11 | $R_{11}$ |
| | 10 | 0 | 11 | 2 | 3 | 1 | 5 | 6 | 4 | 8 | 7 | 9 | |
| | 11 | 1 | 0 | 3 | 4 | 2 | 6 | 7 | 5 | 9 | 8 | 10 | |
| | 8 | 10 | 9 | 0 | 1 | 11 | 3 | 4 | 2 | 6 | 5 | 7 | |
| | 7 | 9 | 8 | 11 | 0 | 10 | 2 | 3 | 1 | 5 | 4 | 6 | |
| $O_9$ | 9 | 11 | 10 | 1 | 2 | 0 | 4 | 5 | 3 | 7 | 6 | 8 | $R_8$ |
| | 5 | 7 | 6 | 9 | 10 | 8 | 0 | 1 | 11 | 3 | 2 | 4 | |
| | 4 | 6 | 5 | 8 | 9 | 7 | 11 | 0 | 10 | 2 | 1 | 3 | |
| $O_6$ | 6 | 8 | 7 | 10 | 11 | 9 | 1 | 2 | 0 | 4 | 3 | 5 | $R_5$ |
| | 2 | 4 | 3 | 6 | 7 | 5 | 9 | 10 | 8 | 0 | 11 | 1 | |
| $O_3$ | 3 | 5 | 4 | 7 | 8 | 6 | 10 | 11 | 9 | 1 | 0 | 2 | $R_2$ |
| | 1 | 3 | 2 | 5 | 6 | 4 | 8 | 9 | 7 | 11 | 10 | 0 | |
| | | $RI_3$ | | | $RI_6$ | | | $RI_8$ | | | | $RI_0$ | |

Figura 96 - Matriz dodecafônica da série derivada de 3-1

Séries derivadas de tricordes fontes combinatoriais absolutos de maior ordem, ou seja, com mais *t´*s satisfatórios, tem maior quantidade de quartetos combinatoriais. Este é o caso de série derivada do tricorde fonte combinatorial absoluto 3-12 (048) de segunda ordem, geradora da matriz dodecafônica da figura 97. Todas as suas formas da série podem se relacionar combinatorialmente e ela possui somente uma grande área combinatorial contendo todas elas tal como as áreas de 6-35 (02468A) e 4-28 (0369).

Já a série derivada do tricorde fonte combinatorial absoluto 3-6 (024), de ordem indefinida, uma vez que se autocomplementa por transposição e inversão por três trios de *t´*s específicos, possui três tipos de áreas combinatoriais que variam de acordo com cada de trio de *t´*s autocomplementares utilizados como referência

| Série Comb. Abs. Tricordal Derivada de 3-12 (048) - 2º Ordem | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $I_0$ | $I_8$ | $I_4$ | $I_5$ | $I_9$ | $I_1$ | $I_{10}$ | $I_2$ | $I_6$ | $I_{11}$ | $I_7$ | $I_3$ | |
| $O_0$ | 0 | 8 | 4 | 5 | 9 | 1 | 10 | 2 | 6 | 11 | 7 | 3 | $R_3$ |
| $O_4$ | 4 | 0 | 8 | 9 | 1 | 5 | 2 | 6 | 10 | 3 | 11 | 7 | $R_7$ |
| $O_8$ | 8 | 4 | 0 | 1 | 5 | 9 | 6 | 10 | 2 | 7 | 3 | 11 | $R_{11}$ |
| $O_7$ | 7 | 3 | 11 | 0 | 4 | 8 | 5 | 9 | 1 | 6 | 2 | 10 | $R_{10}$ |
| $O_3$ | 3 | 11 | 7 | 8 | 0 | 4 | 1 | 5 | 9 | 2 | 10 | 6 | $R_6$ |
| $O_{11}$ | 11 | 7 | 3 | 4 | 8 | 0 | 9 | 1 | 5 | 10 | 6 | 2 | $R_2$ |
| $O_2$ | 2 | 10 | 6 | 7 | 11 | 3 | 0 | 4 | 8 | 1 | 9 | 5 | $R_5$ |
| $O_{10}$ | 10 | 6 | 2 | 3 | 7 | 11 | 8 | 0 | 4 | 9 | 5 | 1 | $R_1$ |
| $O_6$ | 6 | 2 | 10 | 11 | 3 | 7 | 4 | 8 | 0 | 5 | 1 | 9 | $R_9$ |
| $O_1$ | 1 | 9 | 5 | 6 | 10 | 2 | 11 | 3 | 7 | 0 | 8 | 4 | $R_4$ |
| $O_5$ | 5 | 1 | 9 | 10 | 2 | 6 | 3 | 7 | 11 | 4 | 0 | 8 | $R_8$ |
| $O_9$ | 9 | 5 | 1 | 2 | 6 | 10 | 7 | 11 | 3 | 8 | 4 | 0 | $R_0$ |
| | $RI_9$ | $RI_5$ | $RI_1$ | $RI_2$ | $RI_6$ | $RI_{10}$ | $RI_7$ | $RI_{11}$ | $RI_3$ | $RI_4$ | $RI_8$ | $RI_0$ | |

Figura 97 - Matriz dodecafônica da série derivada de 3-12

Nas figuras 98, 99 e 100 a seguir, a série geradora da matriz dodecafônica é derivada do conjunto 3-6 (024) e as transposições do conjunto que geraram a série são as transposições $T_0$, $T_1$, $T_6$ e $T_7$, ou seja, uma autocomplementação por transposição usando o trio de *t´*s {1, 6, 7}. Este trio forma, junto com os trios de *t´*s {3,6,9} e {5,6,11}, os três trios de *t´*s específicos satisfatórios para a formação de agregado-12 através da autocomplementação por transposição. Na figura 98 os tricordes destacados por cores distintas são complementares e a autocomplementação é baseada no trio de t´s {1, 6, 7} por transposição, ou no seu equivalente por inversão, o trio {5, 10, 11}. Sob esse ponto de vista, cada série pode se relacionar combinatorialmente com dezesseis formas da série, incluindo ela mesma, o que produz três áreas combinatoriais.

| Série Comb. Abs. Tricordal Derivada de 3-6 (024) - Trio {1, 6, 7} | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $I_4$ | | $I_5$ | | | $I_{10}$ | | | $I_{11}$ | | | |
| $O_0$ | 0 | 4 | 2 | 5 | 1 | 3 | 10 | 8 | 6 | 11 | 7 | 9 | $R_9$ |
| | 8 | 0 | 10 | 1 | 9 | 11 | 6 | 4 | 2 | 7 | 3 | 5 | |
| | 10 | 2 | 0 | 3 | 11 | 1 | 8 | 6 | 4 | 9 | 5 | 7 | |
| $O_7$ | 7 | 11 | 9 | 0 | 8 | 10 | 5 | 3 | 1 | 6 | 2 | 4 | |
| | 11 | 3 | 1 | 4 | 0 | 2 | 9 | 7 | 5 | 10 | 6 | 8 | $R_8$ |
| | 9 | 1 | 11 | 2 | 10 | 0 | 7 | 5 | 3 | 8 | 4 | 6 | |
| | 2 | 6 | 4 | 7 | 3 | 5 | 0 | 10 | 8 | 1 | 9 | 11 | |
| | 4 | 8 | 6 | 9 | 5 | 7 | 2 | 0 | 10 | 3 | 11 | 1 | |
| $O_6$ | 6 | 10 | 8 | 11 | 7 | 9 | 4 | 2 | 0 | 5 | 1 | 3 | $R_3$ |
| $O_1$ | 1 | 5 | 3 | 6 | 2 | 4 | 11 | 9 | 7 | 0 | 8 | 10 | |
| | 5 | 9 | 7 | 10 | 6 | 8 | 3 | 1 | 11 | 4 | 0 | 2 | $R_2$ |
| | 3 | 7 | 5 | 8 | 4 | 6 | 1 | 11 | 9 | 2 | 10 | 0 | |
| | $RI_3$ | | | $RI_8$ | | | | | $RI_9$ | $RI_2$ | | | |

Figura 98 - Matriz dodecafônica da série derivada de 3-6

Já na figura 99 a autocomplementação destacada é baseada no trio de t´s {3, 6, 9} por transposição, ou no seu equivalente por inversão, o trio {7, 10, 1}, também com dezesseis formas combinatorialmente relacionadas e três áreas combinatoriais. O mesmo ocorre com na figura 100, cuja autocomplementação destacada é baseada no último dos trios específicos de t´s, {5, 6, 11} por transposição, ou no seu equivalente por inversão, o trio {9, 10, 3}.

| Série Comb. Abs. Tricordal Derivada de 3-6 (024) – Trio {3, 6, 9} | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $I_4$ | | | $I_1$ | | $I_{10}$ | | | | $I_7$ | | |
| $O_0$ | 0 | 4 | 2 | 5 | 1 | 3 | 10 | 8 | 6 | 11 | 7 | 9 | |
| | 8 | 0 | 10 | 1 | 9 | 11 | 6 | 4 | 2 | 7 | 3 | 5 | $R_5$ |
| | 10 | 2 | 0 | 3 | 11 | 1 | 8 | 6 | 4 | 9 | 5 | 7 | |
| | 7 | 11 | 9 | 0 | 8 | 10 | 5 | 3 | 1 | 6 | 2 | 4 | |
| | 11 | 3 | 1 | 4 | 0 | 2 | 9 | 7 | 5 | 10 | 6 | 8 | $R_8$ |
| $O_9$ | 9 | 1 | 11 | 2 | 10 | 0 | 7 | 5 | 3 | 8 | 4 | 6 | |
| | 2 | 6 | 4 | 7 | 3 | 5 | 0 | 10 | 8 | 1 | 9 | 11 | $R_{11}$ |
| | 4 | 8 | 6 | 9 | 5 | 7 | 2 | 0 | 10 | 3 | 11 | 1 | |
| $O_6$ | 6 | 10 | 8 | 11 | 7 | 9 | 4 | 2 | 0 | 5 | 1 | 3 | |
| | 1 | 5 | 3 | 6 | 2 | 4 | 11 | 9 | 7 | 0 | 8 | 10 | |
| | 5 | 9 | 7 | 10 | 6 | 8 | 3 | 1 | 11 | 4 | 0 | 2 | $R_2$ |
| $O_3$ | 3 | 7 | 5 | 8 | 4 | 6 | 1 | 11 | 9 | 2 | 10 | 0 | |
| | | | $RI_5$ | $RI_8$ | | | | $RI_{11}$ | | $RI_2$ | | | |

Figura 99 - Matriz dodecafônica da série derivada de 3-6

| Série Comb. Abs. Tricordal Derivada de 3-6 (024) - Trio {5, 6, 11} | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $I_4$ | | | | $I_3$ | $I_{10}$ | | | | | $I_9$ | |
| $O_0$ | 0 | 4 | 2 | 5 | 1 | 3 | 10 | 8 | 6 | 11 | 7 | 9 | |
| | 8 | 0 | 10 | 1 | 9 | 11 | 6 | 4 | 2 | 7 | 3 | 5 | |
| | 10 | 2 | 0 | 3 | 11 | 1 | 8 | 6 | 4 | 9 | 5 | 7 | $R_7$ |
| | 7 | 11 | 9 | 0 | 8 | 10 | 5 | 3 | 1 | 6 | 2 | 4 | |
| $O_{11}$ | 11 | 3 | 1 | 4 | 0 | 2 | 9 | 7 | 5 | 10 | 6 | 8 | $R_8$ |
| | 9 | 1 | 11 | 2 | 10 | 0 | 7 | 5 | 3 | 8 | 4 | 6 | |
| | 2 | 6 | 4 | 7 | 3 | 5 | 0 | 10 | 8 | 1 | 9 | 11 | |
| | 4 | 8 | 6 | 9 | 5 | 7 | 2 | 0 | 10 | 3 | 11 | 1 | $R_1$ |
| $O_6$ | 6 | 10 | 8 | 11 | 7 | 9 | 4 | 2 | 0 | 5 | 1 | 3 | |
| | 1 | 5 | 3 | 6 | 2 | 4 | 11 | 9 | 7 | 0 | 8 | 10 | |
| $O_5$ | 5 | 9 | 7 | 10 | 6 | 8 | 3 | 1 | 11 | 4 | 0 | 2 | $R_2$ |
| | 3 | 7 | 5 | 8 | 4 | 6 | 1 | 11 | 9 | 2 | 10 | 0 | |
| | | $RI_7$ | | $RI_8$ | | | $RI_1$ | | | $RI_2$ | | | |

Figura 100 - Matriz dodecafônica da série derivada de 3-6

Assim, cada um desses três tipos de áreas possui três áreas combinatoriais contendo dezesseis formas da série combinatorialmente relacionadas cada, fato semelhante ao que ocorre com os tricordes de primeira ordem 3-1 (012) e 3-9 (027). Todas as três opções de (auto)complementação dos tricordes fazem com que todas as formas da série possam se relacionar combinatorialmente, semelhante ao que ocorre com o tricorde de segunda ordem 3-12 (048), formando uma única grande área dodecafônica.

### 4.3.4 Bicordes combinatoriais absolutos, ciclos intervalares e conjuntos cíclicos

Uma vez que um bicorde é considerado como um intervalo um equivalente ao que seria a combinatoriedade absoluta bicordal será vista sob o ponto de vista dos ciclos intervalares.

Um ciclo intervalar completo pode ser considerado, grosso modo, como uma sequência de transposições utilizando-se um intervalo específico e constante que é iniciada a partir de uma classe de notas de partida que deve ser igual à de chegada.

Existem 6 classes de intervalos e portanto 6 classes de ciclos intervalares possíveis: C1, C2, C3, C4, C5 e C6. Por serem classes representam também as suas inversões (C11, C10, C9, C8, C7 e C6) e seus intervalos enarmônicos.

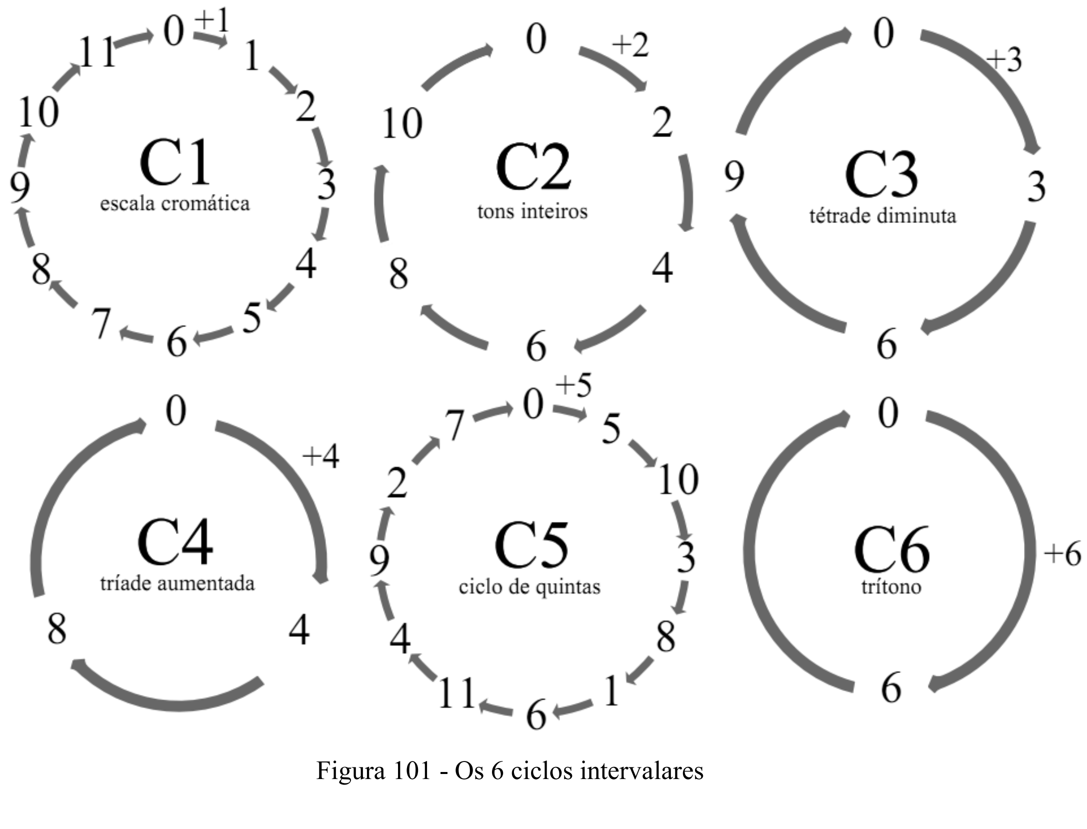



Figura 101 - Os 6 ciclos intervalares

Todas estas 6 classes de intervalo podem ser também consideradas como as únicas 6 classes de bicordes existentes. Destas, somente uma não é combinatorial absoluta, a classe de de conjunto 2-4 (04) (ver tabela 22).

| Nº | Bicordes Combinatoriais absolutos | |
|---|---|---|
| | Nº de Forte | Forma Prima |
| 1 | 2-1 | (01) |
| 2 | 2-2 | (02) |
| 3 | 2-3 | (03) |
| 4 | 2-5 | (05) |
| 5 | 2-6 | (06) |
| | Bicorde Semicombinatorial | |
| 6 | 2-4 | (04) |

Tabela 22 - Bicordes combinatoriais absolutos.

Para explicar a combinatoriedade absoluta bicordal através dos ciclos intervalares o agregado-12 será tido portanto como um conjunto cíclico formado por uma única classe de ciclo geradora.

Cada ciclo intervalar possui *n*-cliques[132] possíveis que correspondem a cada uma das possibilidades de ciclos completos disjuntos de um mesmo intervalo. Cliques diferentes portanto são ciclos de um mesmo intervalo sem interseção de nenhuma de suas classes de notas (de partida, final e intermediárias). A quantidade de cliques de um dado ciclo intervalar está diretamente ligada à classe do conjunto construída a partir de um mesmo ciclo completo e consequentemente com quantas vezes ele é capaz de subdividir o agregado-12 em partes iguais disjuntas. Exceto os ciclos C1 e C5 que constroem todo o agregado-12, um mesmo clique completo de um mesmo ciclo intervalar constrói conjuntos combinatoriais absolutos.

Os ciclos de semitom e quarta-justa, ou seja C1 e C5, partindo de Dó (0) passarão por todas as 12 classes de notas construindo, portanto, um agregado-12. Eles são ditos possuírem um único clique, conforme pode ser visto na figura anterior.

O ciclo de tons inteiros C2, partindo de Dó (0) construirá a versão $T_0$, ou seja [0, 2, 4, 6, 8, 10], do hexacorde combinatorial absoluto 6-35 (02468A). Portanto, metade de um agregado-12. A outra metade corresponde a outro ciclo completo disjunto ao primeiro representado $T_1$ de 6-35 (023468A): [1, 3, 5, 7, 9, 11]. O ciclo C2 é, portanto, dito possuir 2 cliques.

---

[132] O termo "*clique*" aqui não traduzido é usado por Starr e Morris (1978). Os autores apontam uma discussão quanto aos "*cliques*" em Babbitt (1955). Porém o autor não se utiliza do termo e sim "*cyclical connection*" e "*cyclical circuit*" quando lida com contextos de ciclos intervalares. A ideia utilizada pelos autores pode ter advindo da noção de "*clique*" da Teoria dos Grafos introduzida por Luce e Perry (1949) no qual representa, grosso modo, um grupo de pessoas que se relacionam. No caso em questão funciona como um grupo de classes de notas que se relacionam por um dado ciclo intervalar.

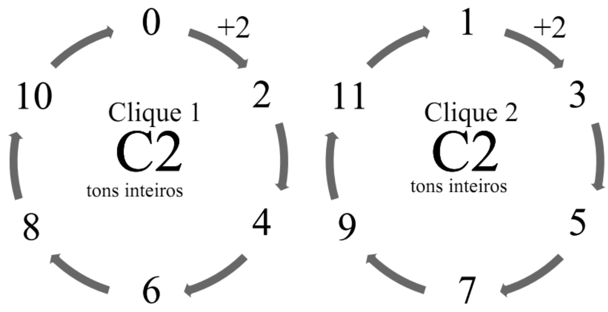



Figura 102 - Os 2 cliques de C2

O ciclo de terças menores C3 construirá 4 versões disjuntas do tetracorde combinatorial absoluto 4-28 (0369), possuindo então 3 cliques.

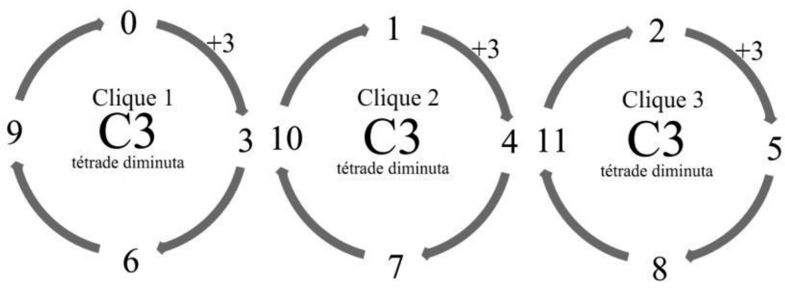



Figura 103 - Os 3 cliques de C3

O ciclo de terças maiores C4 de 4 cliques construirá 3 versões disjuntas do tetracorde combinatorial absoluto 3-12 (048).

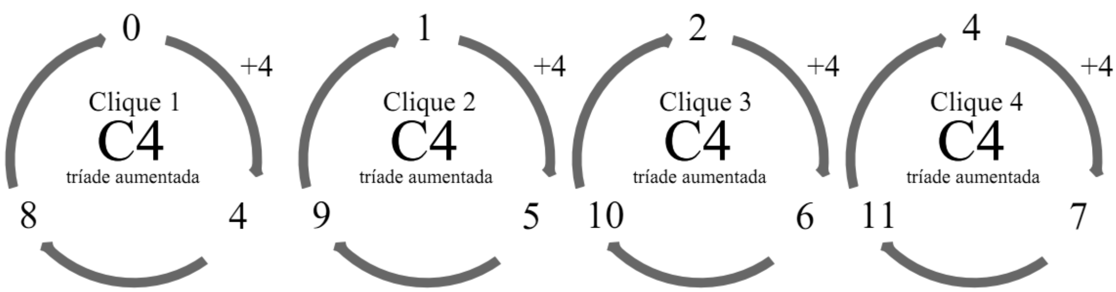



Figura 104 - Os 4 cliques de C4

Já o ciclo de trítono C6 terá 6 cliques e construirá consequentemente 6 versões disjuntas do bicorde combinatorial absoluto 2-6 (06).

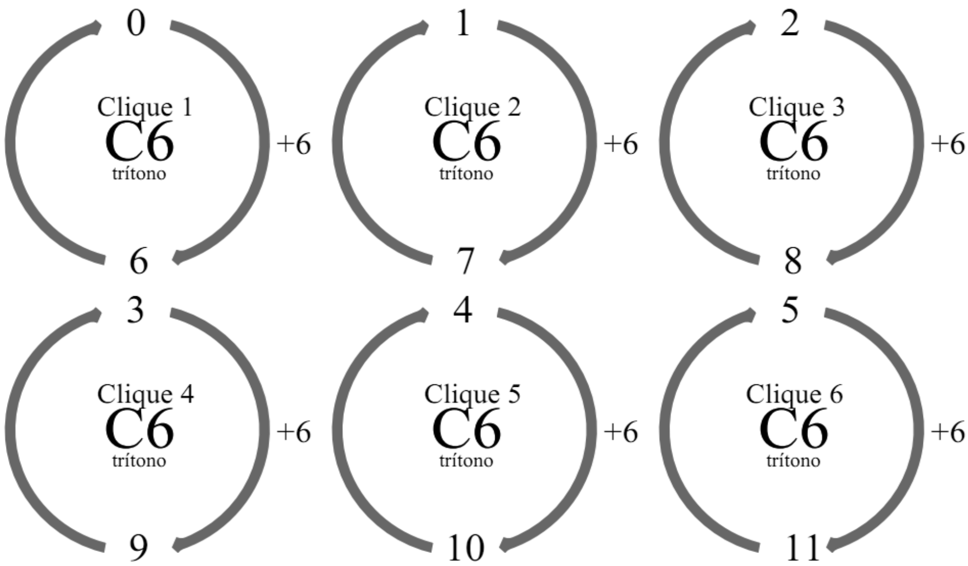



Figura 105 - Os 6 cliques de C6

A partir de tais cliques os relacionamentos combinatoriais para formação por transposição e inversão do agregado-12 através de bicordes ($2^6$), e portanto equivalentes, fica facilmente obtível. Todos os 6 conjuntos possuem as combinatoriedades R e RI, ou seja, se automapeiam por transposição e inversão.

Na figura 106 pode ser visto o ciclo de 1-clique C1. Dentro dele relacionamentos entre classes de notas para formação de versões de bicordes 2-1 (01) somente poderão ocorrer entre notas adjacentes. Dentro de C1 existem 12 possibilidades destes bicordes. Porém a formação de um agregado-12 a partir dele deverá ocorrer a partir da escolha de 6 bicordes 2-1 (01) disjuntos.

Fixada como versão base do bicorde gerador 2-1 (01) a transposição $T_0$, a união de bicordes disjuntos somente ocorrerá através de somente um conjunto não ordenado de *t*´s satisfatórios para a combinação de operações do tipo T (combinatoriedade-O), e 1 outro do tipo I (combinatoriedade-I).

Portanto, como nas combinatoriedades hexacordal, bicordal e tricordal, deverão satisfazer as seguintes expressões representadas pelas combinações de operações $T_0Bi_0 + T_{t1}Bi_0 + T_{t2}Bi_0 + T_{t3}Bi_0 + T_{t4}Bi_0 + T_{t5}Bi_0 = A$, e $I\,Bi_0 + T_{t1}IBi_0 + T_{t2}IBi_0 + T_{t3}IBi_0 + T_{t4}IBi_0 + T_{t5}IBi_0 = A$. $Bi_0$ é o bicorde inicial, + é a operação de união, T é a operação de transposição, I de inversão, $t_1$ é o nível de transposição relativo à primeira transposição ou inversão aplicada à $Bi_0$, $t_2$ é o nível de transposição relativo à segunda transposição ou inversão aplicada e assim até $t_5$. "A" representa um agregado-12 qualquer.

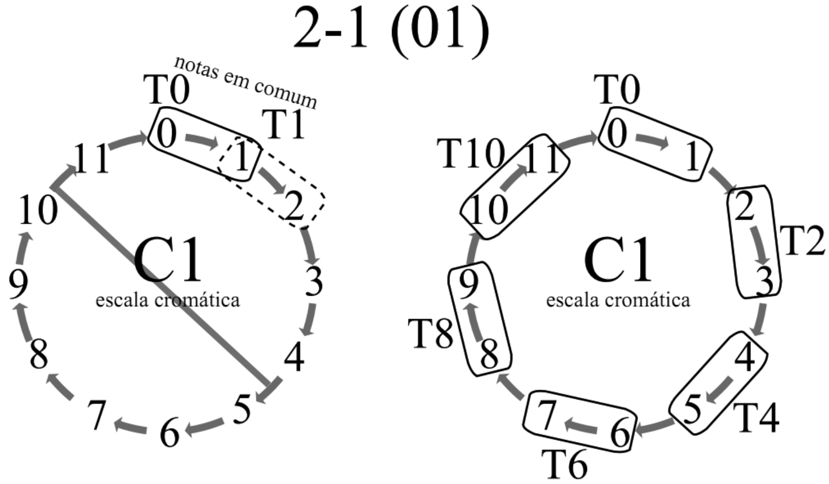



Figura 106 - Bicordes 2-1 (01) em C1 e t´s satisfatórios para a combinatoriedade original

O mesmo ocorrerá com o ciclo de 1 clique C5 ou classe de conjunto 2-5 (05) como pode ser visto na figura 107.

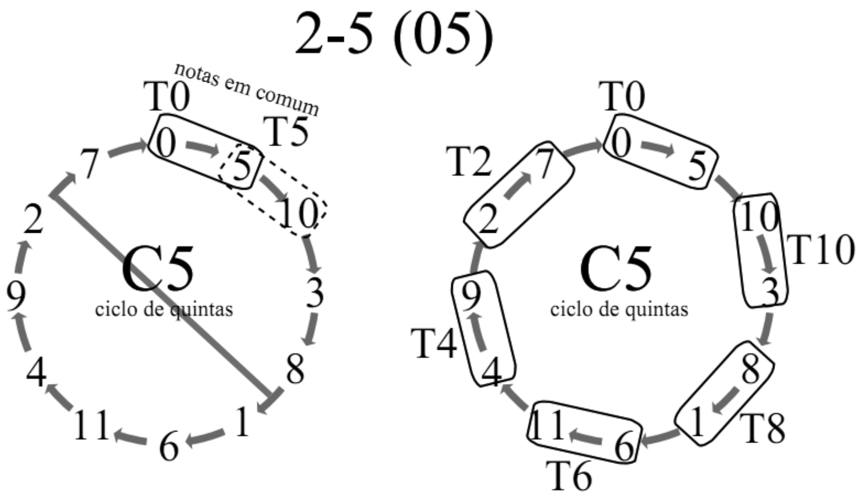



Figura 107 - Bicordes 2-5 (05) em C5 e t´s satisfatórios para a combinatoriedade original.

Para ambas as classes de conjunto 2-1 (01) e 2-5 (05) os *t*´s satisfatórios cambiáveis dentro da combinação de operações T são 0, 2, 4, 6, 8 e 10. Portanto, de forma simplificada, $T_0 + T_2 + T_4 + T_6 + T_8$ de 2-1 (01) ou 2-5 (05) = A.

Os t´s satisfatórios para a combinatoriedade inversiva da classe de bicorde 2-1 (01) são 0, 3, 5, 7, 9 e 11. Portanto $T_0 + T_3I + T_5I + T_7I + T_9I + T_{11}I$de 2-1 (01) = A. Já se tratando de

2-5 (05) os t´s satisfatórios serão 0, 3, 1, 11, 9 e 7, ou seja, $T_0 + T_3I + T_1I + T_{11}I + T_9I + T_7I$ de 2-1 (05) = A.

Uma vez que em 2-1 (01) $T_0$ e $T_1I$ de automapeiam totalmente o conjunto e que o ordenamento das classes de notas é neste caso irrelevante, $T_0$ pode ser substituído por $T_1I$ na combinação de operações de inversão formando igualmente o agregado. Assim o conjunto de t´s satisfatórios cambiáveis equivale alternativamente a 1, 3, 5, 7, 9 e 11. O mesmo pode ocorrer no caso de 2-5 (05), na qual $T_0$ pode ser substituída por $T_5I$ formando o mesmo conjunto de t´s satisfatórios 1, 3, 5, 7, 9 e 11.

Estes conjuntos de *t´*s satisfatórios são equivalentes ao hexacorde combinatorial absoluto 6-35 (02468A), o que sugere novamente uma estreita relação da combinatoriedade absoluta bicordal com a hexacordal.

Já que somente um grupo de *t´*s satisfatórios é possível para cada uma das combinatoriedades O e I, 2-1 (01) e 2-5 (05) são ditos combinatoriais de primeira ordem.

No caso da classe de conjunto 2-2 (02), diante dos 2 cliques possíveis de C2, cada um deles poderá ser visto isoladamente tal como os únicos cliques de C1 e C5.

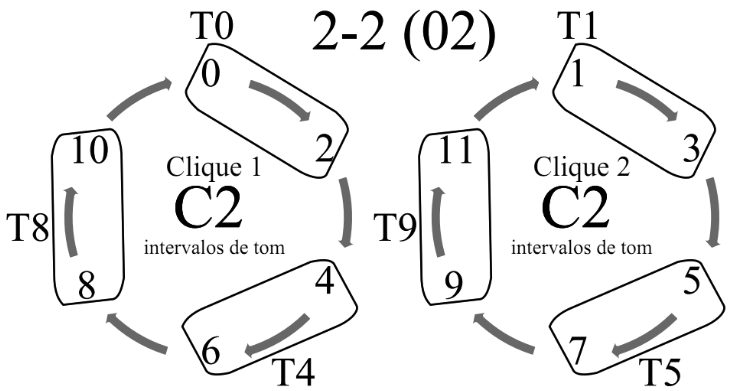



Figura 108 - Bicordes 2-2 (02) nos cliques de C2 e t´s satisfatórios para a combinatoriedade original.

Dentro de cada um deles relacionamentos entre classes de notas para formação de versões de bicordes 2-2 (02) somente poderão ocorrer entre notas adjacentes. Existem 6 possibilidades deste bicordes em cada clique. Porém, devido à mútua exclusividade obrigatória para formação do agregado-12, em cada um deles somente duas opções de escolha bicordal 2-2 são possíveis. Só 3 bicordes deverão fazer parte de cada clique.

Fixando como versão base dos bicordes 2-2 (02) para formação do agregado-12 a transposição $T_0$ do primeiro clique, os outros dois bicordes 2-2 restantes estão definidos. Porém no outro clique as outras duas possibilidades são de possível interação bicordal e portanto igualmente passíveis de escolha para a formação do agregado-12 junto com os 3 bicordes definidos do clique anterior.

Com isso dois conjuntos de t´s satisfatórios de ordem cambiável para a combinação de operações T tendo $T_0$ como operação base serão possíveis: {0, 1, 4, 5, 8, 9} e {3, 4, 7, 8, 11, 0}. Todos eles são membros do classe de conjunto 6-20 (014589), um hexacorde combinatorial absoluto de 3º ordem.

O mesmo vai ocorrer com os t´s satisfatórios de ordem cambiável para a combinatoriedade inversiva tendo $T_0$ como operação base: {0, 3, 6, 7, 10, 11} e {0, 1, 5, 6, 9, 10}. Como nos casos de C1 e C5, substituindo em cada um delas os $T_0$ por inversões a ela equiparadas, temos também duas versões de 6-20 (014589): {2, 3, 6, 7, 10, 11} e {1, 2, 5, 6, 9, 10}.

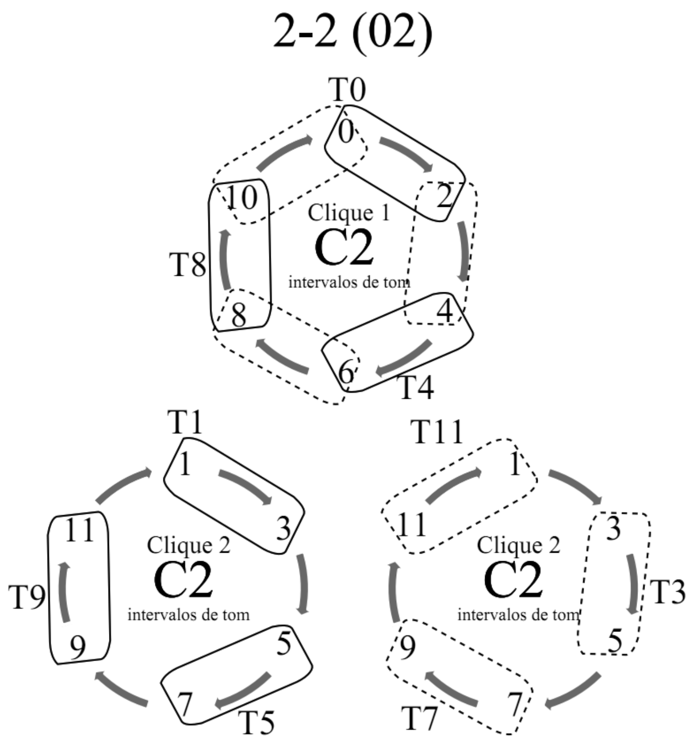



Figura 109 - Bicordes 2-2 (02) nos cliques de C2 e t´s satisfatórios para a combinatoriedade original.

Os conjuntos não ordenados de classes de notas {0, 1, 4, 5, 8, 9},{3, 4, 7, 8, 11, 0}, {2, 3, 6, 7, 10, 11} e {1, 2, 5, 6, 9, 10} são todos os representantes da classe de conjunto 6-20 (014589). .

Diante desta dupla possibilidade o bicorde combinatorial absoluto 2-2 (02) é de segunda ordem.

Outro fato importante é que, em cada clique disjunto de C2 os *t*´s satisfatórios são escolhas tricordais equivalentes a um conjunto da classe de conjunto combinatorial absoluta 3-12 (048) ou ainda a dois dos 4 cliques C4.

Portanto o conjunto 6-20 (014589), cujas versões correspondem aos *t*´s satisfatórios para as combinatoriedades T e I do bicorde combinatorial absoluto 2-2 (02), pode ser visto como um conjunto cíclico formado a partir da união de 2 dos cliques de C4: {0,4,8} e {1, 5, 9} .

Tal fato demonstra através da ideia de ciclos intervalares uma relação entre 3 tipos de combinatoriedades absolutas, a do tipo hexacordal por 6-20 (014589), tricordal por 3-12 (048) e bicordal por 2-2 (02). A partir disso é inferível portanto a noção de pluricombinatoriedade que será mais bem discutida no item seguinte.

O mesmo fato visto no que diz respeito ao bicorde combinatorial absoluto 2-2 (02) ou ciclo de dois cliques C2 pode ser observado no bicorde combinatorial absoluto 2-3 (03).

O ciclo C3 possui 3 cliques contendo 4 notas cada. Cada um dos cliques oferece duas possibilidades de escolhas de bicordes 2-3 (03) disjuntos que são formados por classes de notas adjacentes. Fixado $T_0$ no primeiro clique as possibilidades de interações de bicordes disjuntos para formação do agregado-12 será 4. Este número equivale à multiplicação do número de possibilidades de interação dos bicordes dos outros dois cliques nos quais $T_0$ não está presente. Portanto 2 (segundo clique) *x* 2 (terceiro clique) = 4 (fig. 110).

O conjunto 2-3 (03) então se autocomplementa pela combinação de operações T (combinatoriedade T ou O) partindo de $T_0$ através dos conjuntos cambiáveis de t´s satisfatórios {0, 1, 2, 6, 7, 8}, {5, 6, 7, 11, 0, 1}, {4, 5, 6, 10, 11, 0} e {0, 2, 4, 6, 8, 10}.

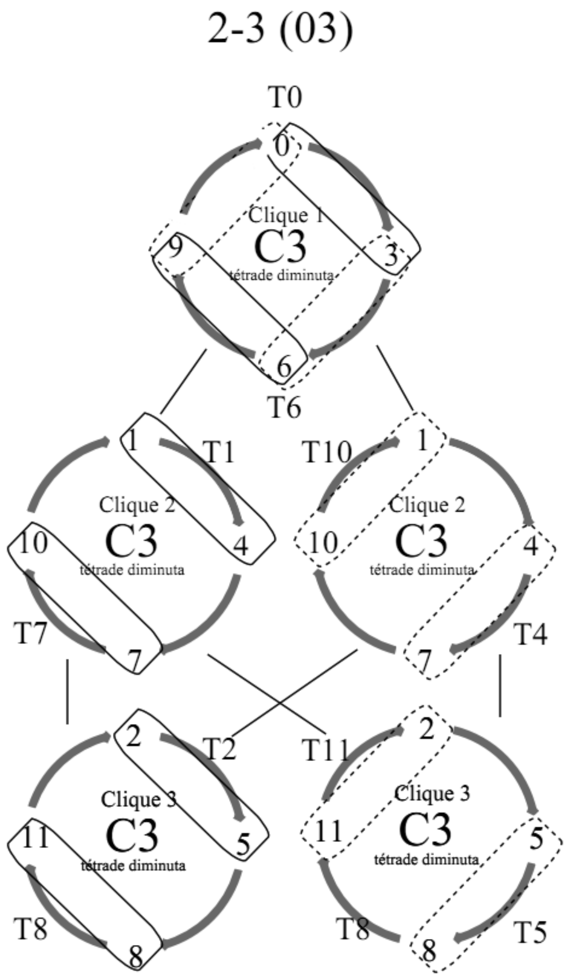



Figura 110 - Bicordes 2-3 (03) nos cliques de C3 e t´s satisfatórios para a combinatoriedade original.

É possível extrair os *t*´s satisfatórios para a combinatoriedade inversional bicordal a partir dos t´s satisfatórios da combinatoriedade transpositiva bicordal. Simplesmente basta adicionar a estes últimos o intervalo constante que é equivalente ao bicorde gerador. No caso de 2-3 (03), mantendo $T_0$ como operação de referência, o número 3 (*i*3) foi adiciono a cada um dos t´s do conjunto de t´s satisfatórios para a sua combinatoriedade O com exceção do 0. Portanto, para a combinatoriedade inversiva de 2-3 (03), partindo de $T_0$ e seguindo para outras 5 operações T*t*I´s, temos {0, 4, 5, 9, 10, 11}, {0, 2, 4, 8, 9, 10}, {0, 1, 2, 7, 8, 9} e {0, 1, 5, 7, 9, 11}.

Como nos casos anteriores, substituindo os 0 da operação fixa $T_0$ por 3 temos {3, 4, 5, 9, 10, 11}, {2, 3, 4, 8, 9, 10}, {1, 2, 3, 7, 8, 9} e {1, 3, 5, 7, 9, 11}.

Tal como com os hexacordes *t* de 2-2 (02), estes são todos os conjuntos ordenados de classes de notas possíveis para 6-7 (012678), então 6, e 6-35 (02468AB), somente 2.

Em cada conjunto de t´s satisfatórios paras as combinatoriedades O e I temos portanto 3 versões do hexacorde combinatorial absoluto 6-7 (012678) e uma versão do hexacorde combinatorial absoluto 6-35 (02468A).

Semelhante ao que ocorreu na formação do agregado-12 por versões disjuntas de 2-2 (02) deve ser observado que em cada um dos 3 cliques de 2-3 (03) as escolhas foram equivalentes a versões do bicorde combinatorial absoluto 2-6 (02) ou a 3 cliques de C6.

Os hexacordes formados pelos t´s satisfatórios das combinatoriedades O e I de 2-3 (02) 6-7 (012678) e 6-35 (02468A) podem ser considerados portanto como conjuntos cíclicos formados pela união de 3 cliques de C6.

O ciclo C6 por sua vez está contido em C3. Seus 6 cliques são agrupados 2 a dois em cada um dos 3 cliques de C3.

Portanto, neste caso, há um intrincado relacionamento entre 4 conjuntos combinatoriais absolutos: 6-7 (012678), 6-35 (02468A), 2-3 (03) e 2-6 (06).

Para a combinatoriedade absoluta do bicorde 2-6 (06) iremos diretamente para uma visualização dos hexacordes que podem ser tidos como os t´s satisfatórios para as suas combinatoriedades O e I.

Para isso partiremos da constante de que uma classe de hexacordes que pode ser considerada como um conjunto de *t*´s satisfatórios para as combinatoriedades O e I de um dado bicorde combinatorial absoluto não contém em seu vetor intervalar a classe de intervalo que representa este bicorde.

As informações sobre os bicordes combinatoriais absolutos e os hexacordes *t* estão sumarizadas na tabela a seguir. O vetor intervalar do hexacorde combinatorial absoluto 6-35 (02468A) exclui as classes de intervalo 1, 3 e 5, portanto ele pode ser utilizado como hexacorde *t* para as combinatoriedades O e I das classes de conjuntos 2-1 (01), 2-3 (03) e 2-5 (05). Entre as classes de notas do hexacorde combinatorial absoluto 6-20 (014589) não há as classes de intervalo 2 e 6, portanto o mesmo pode ser utilizado como t´s satisfatórios para as combinatoriedades O e I dos bicordes 2-2 (02) e 2-6 (06). 6-7 (012678) exclui a classe de intervalo 3 atribuída a 2-3 (03).

| Relação entre Bicordes Comb. Abs. e Hexacordes *t´s* | | | | Vetor Intervalor | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Bicordes | Ordem | Hexacordes *t´s* satisfatórios | Qntd. de versões contendo de t=0 | 1 B | 2 A | 3 9 | 4 8 | 5 7 | 6 6 |
| 2-1 (01) | 1º | 6-35 (02468A) | 1 | 0 | 6 | 0 | 6 | 0 | 3 |
| 2-2 (02) | 2º | 6-20 (014589) | 2 | 3 | 0 | 3 | 6 | 3 | 0 |
| 2-3 (03) | 3º | 6-7 (012678) | 3 | 4 | 2 | 0 | 2 | 4 | 3 |
| | | 6-35 (02468A) | 1 | 0 | 6 | 0 | 6 | 0 | 3 |
| 2-5 (05) | 1º | 6-35 (02468A) | 1 | 0 | 6 | 0 | 6 | 0 | 3 |
| 2-6 (06) | 4º | 6-1 (012345) | 7 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| | | 6-14 (013458) | 1 | 3 | 2 | 3 | 4 | 3 | 0 |
| | | 6-20 (014589) | 1 | 3 | 0 | 3 | 6 | 3 | 0 |
| | | 6-8 (023457) | 1 | 3 | 4 | 3 | 2 | 3 | 0 |
| | | 6-32 (024579) | 1 | 1 | 4 | 3 | 2 | 5 | 0 |

Tabela 23 - relação entre bicordes combinatoriais absolutos e hexacordes t´s.

No caso do bicorde combinatorial absoluto 2-6 (06), além do hexacorde combinatorial absoluto 6-20 (014589), outros 5 poderão servir como hexacordes *t* para as suas combinatoriedades O e I: os hexacordes combinatoriais absolutos 6-1 (012345), 6-8 (023457), 6-32 (024579) e o hexacorde semicombinatorial 6-14 (013458).

Todos os conjuntos de classes de notas destas classes de conjunto podem ser igualmente utilizadas como t´s satisfatórios para as combinatoriedades O e I destes 5 bicordes.

Não há a possibilidade de formação de agregados-12 a partir de somente versões disjuntas da classe de conjunto 2-4 (04) pelas operações T e I. Na figura 111 temos um dos 4 cliques do ciclo C4. Como nos outros casos, somente duas notas adjacentes poderão formar versões de 2-4 (04). Fixando $T_0$ como operação base para início da formação do agregado-12 temos então a seleção [0,4]. Uma vez que os cliques são tricordais e que os bicordes devem ser mutuamente exclusivos, a classe de notas 8 terá obrigatoriamente suas duas parceiras *i*4 incluídas em $T_0$ inviabilizando a progressão da formação do agregado-12. O mesmo irá ocorrer com os outros cliques.

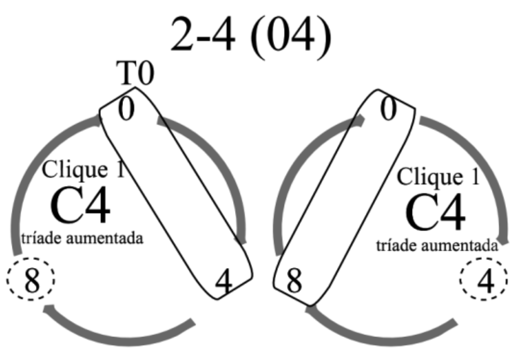



Figura 111 - Bicordes 2-4 (04) nos cliques de C3 e t´s satisfatórios para a combinatoriedade original.

Tal fato se dá pois todos os cliques dos outros ciclos puderam ser divisíveis em partes bicordais, dentre os quais C6 já os apresentava sob a forma de bicordes.

Neste âmbito os cliques destes ciclos intervalares podem ser considerados cada um como agregados de *n* classes de notas de passível particionamento ou união das partes para sua formação tal como o agregado-12.

Grosso modo e como exemplo uma divisão do tipo bicordal está para um clique hexacordal de C2 tal como a combinatoriedade tetracordal está para o agregado-12, uma vez que ambos dividem o agregado-*n* referencial em 3 partes iguais[133].

Outro indício desta impossibilidade de formação de um agregado-12 através de bicordes disjuntos 2-4 (04) é presença da classe de intervalos 4 nos vetores intervalares de todas as classes de hexacordes.

O bicorde 2-4 (04) é portanto semicombinatorial, possuindo somente as combinatoriedades R e RI[134].

A matriz dodecafônica das figuras 112 a 114 são geradas a partir de séries combinatoriais absolutas bicordais de ordens distintas.

| Série Comb. Abs. Bicordal Derivada de 2-1 (01) (1º. Ordem) | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $I_0$ | $I_2$ | | | $I_6$ | $I_4$ | | | $I_8$ | $I_{10}$ | | |
| $O_1$ | 1 | 0 | 2 | 3 | 7 | 6 | 4 | 5 | 9 | 8 | 10 | 11 | $R_1$ |
| | 2 | 1 | 3 | 4 | 8 | 7 | 5 | 6 | 10 | 9 | 11 | 0 | |
| | 0 | 11 | 1 | 2 | 6 | 5 | 3 | 4 | 8 | 7 | 9 | 10 | |
| $O_{11}$ | 11 | 10 | 0 | 1 | 5 | 4 | 2 | 3 | 7 | 6 | 8 | 9 | $R_{11}$ |
| $O_7$ | 7 | 6 | 8 | 9 | 1 | 0 | 10 | 11 | 3 | 2 | 4 | 5 | $R_7$ |
| | 8 | 7 | 9 | 10 | 2 | 1 | 11 | 0 | 4 | 3 | 5 | 6 | |
| | 10 | 9 | 11 | 0 | 4 | 3 | 1 | 2 | 6 | 5 | 7 | 8 | |
| $O_9$ | 9 | 8 | 10 | 11 | 3 | 2 | 0 | 1 | 5 | 4 | 6 | 7 | $R_9$ |
| $O_5$ | 5 | 4 | 6 | 7 | 11 | 10 | 8 | 9 | 1 | 0 | 2 | 3 | $R_5$ |
| | 6 | 5 | 7 | 8 | 0 | 11 | 9 | 10 | 2 | 1 | 3 | 4 | |
| | 4 | 3 | 5 | 6 | 10 | 9 | 7 | 8 | 0 | 11 | 1 | 2 | $R_4$ |
| $O_3$ | 3 | 2 | 4 | 5 | 9 | 8 | 6 | 7 | 11 | 10 | 0 | 1 | $R_3$ |
| | | $RI_0$ | $RI_2$ | | | $RI_6$ | $RI_4$ | | | $RI_8$ | $RI_{10}$ | | |

Figura 112 - Matriz dodecafônica de série derivada de 2-1 (01) de primeira ordem.

[133] Sobre agregados de outras cardinalidades capítulo 5.
[134] Um agregado-12 será formado por 2-4 (04) se unido a versões de, no mínimo, outro bicorde tal como o combinatorial absoluto 2-1 (01). Sobre este tipo de formação de agregados-12 próximo capítulo.

A da figura 112 é formada a partir da série derivada do bicorde combinatorial absoluto de 1º ordem 2-1 (01). Nela podemos ver que 24 formas da série poderão interagir combinatorialmente formando uma área combinatorial. Duas áreas são possíveis são portanto possíveis. Séries derivadas de 2-5 (05), também de 1º. ordem, apresentarão possibilidades semelhantes.

Nas figuras 113 e 114 uma mesma série derivada do bicorde combinatorial absoluto de 3º ordem 2-3 (03) gerou 4 matrizes. Cada uma delas é se deu por um dos 4 hexacordes *t*´s satisfatórios possíveis para formação do agregado-12. Em *a* (fig. 113) o hexacorde *t* usado para a combinação de operações I começando em $T_0I$ foi {0, 1, 2, 6, 7, 8}. Em *b* (fig. 114) foi usado {5, 6, 7, 11, 0, 1}, em *c* {4, 5, 6, 10, 11, 0} e em *d* {0, 2, 4, 6, 8, 10}.

| Matriz *a* - Hexacorde *t* {0, 1, 2, 6, 7, 8} | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $I_0$ | | | $I_6$ | $I_7$ | | $I_2$ | | $I_1$ | | $I_8$ | | |
| | 0 | 3 | 9 | 6 | 7 | 4 | 2 | 5 | 1 | 10 | 8 | 11 | |
| $O_9$ | 9 | 0 | 6 | 3 | 4 | 1 | 11 | 2 | 10 | 7 | 5 | 8 | $R_9$ |
| $O_3$ | 3 | 6 | 0 | 9 | 10 | 7 | 5 | 8 | 4 | 1 | 11 | 2 | $R_3$ |
| | 6 | 9 | 3 | 0 | 1 | 10 | 8 | 11 | 7 | 4 | 2 | 5 | |
| $O_5$ | 5 | 8 | 2 | 11 | 0 | 9 | 7 | 10 | 6 | 3 | 1 | 4 | |
| | 8 | 11 | 5 | 2 | 3 | 0 | 10 | 1 | 9 | 6 | 4 | 7 | $R_8$ |
| $O_{10}$ | 10 | 1 | 7 | 4 | 5 | 2 | 0 | 3 | 11 | 8 | 6 | 9 | |
| | 7 | 10 | 4 | 1 | 2 | 11 | 9 | 0 | 8 | 5 | 3 | 6 | $R_7$ |
| $O_{11}$ | 11 | 2 | 8 | 5 | 6 | 3 | 1 | 4 | 0 | 9 | 7 | 10 | |
| | 2 | 5 | 11 | 8 | 9 | 6 | 4 | 7 | 3 | 0 | 10 | 1 | $R_2$ |
| $O_4$ | 4 | 7 | 1 | 10 | 11 | 8 | 6 | 9 | 5 | 2 | 0 | 3 | |
| | 1 | 4 | 10 | 7 | 8 | 5 | 3 | 6 | 2 | 11 | 9 | 0 | $R_1$ |
| | | $RI_3$ | $RI_9$ | | | $RI_4$ | $RI_2$ | | | $RI_{10}$ | $RI_{18}$ | | |

Figura 113 - Matriz dodecafônica *a* de série derivada de 2-3 (03) de terceira ordem

Semelhante ao caso do tricorde 3-6 (024) as áreas combinatoriais de 2-3 (03) podem ser vistas sob quatro pontos de vista e cada uma oferecerá, como em 2-1 (01), 24 relações combinatoriais possíveis 6 a 6 entre suas formas da série.

Formas de uma série derivada de 2-6 (06), devido a multiplicidade de hexacordes t´s possíveis, terá uma única área combinatorial tal como 6-35 (02468A), 4-28 (0369) e 3-12 (048)

Matrizes Dodecafônicas geradas a partir de uma série derivada de 2-3 (3º. Ordem)

**Matriz *b* - Hexacorde *t* {5, 6, 7, 11, 0, 1}**

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $I_0$ | | | $I_6$ | | $I_4$ | $I_2$ | | | $I_{10}$ | $I_8$ | | |
| | 0 | 3 | 9 | 6 | 7 | 4 | 2 | 5 | 1 | 10 | 8 | 11 | |
| $O_9$ | 9 | 0 | 6 | 3 | 4 | 1 | 11 | 2 | 10 | 7 | 5 | 8 | $R_9$ |
| $O_3$ | 3 | 6 | 0 | 9 | 10 | 7 | 5 | 8 | 4 | 1 | 11 | 2 | $R_3$ |
| | 6 | 9 | 3 | 0 | 1 | 10 | 8 | 11 | 7 | 4 | 2 | 5 | |
| $O_5$ | 5 | 8 | 2 | 11 | 0 | 9 | 7 | 10 | 6 | 3 | 1 | 4 | $R_5$ |
| | 8 | 11 | 5 | 2 | 3 | 0 | 10 | 1 | 9 | 6 | 4 | 7 | |
| | 10 | 1 | 7 | 4 | 5 | 2 | 0 | 3 | 11 | 8 | 6 | 9 | |
| $O_7$ | 7 | 10 | 4 | 1 | 2 | 11 | 9 | 0 | 8 | 5 | 3 | 6 | $R_7$ |
| $O_{11}$ | 11 | 2 | 8 | 5 | 6 | 3 | 1 | 4 | 0 | 9 | 7 | 10 | $R_{11}$ |
| | 2 | 5 | 11 | 8 | 9 | 6 | 4 | 7 | 3 | 0 | 10 | 1 | |
| $O_4$ | 4 | 7 | 1 | 10 | 11 | 8 | 6 | 9 | 5 | 2 | 0 | 3 | |
| | 1 | 4 | 10 | 7 | 8 | 5 | 3 | 6 | 2 | 11 | 9 | 0 | $R_1$ |
| | $RI_0$ | | | $RI_6$ | | $RI_4$ | $RI_2$ | | | $RI_{10}$ | $RI_{18}$ | | |

**Matriz *c* - Hexacorde *t* {4, 5, 6, 10, 11, 0}**

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $I_0$ | | | $I_6$ | $I_7$ | | | $I_5$ | $I_1$ | | | $I_{11}$ | |
| | 0 | 3 | 9 | 6 | 7 | 4 | 2 | 5 | 1 | 10 | 8 | 11 | $R_0$ |
| $O_9$ | 9 | 0 | 6 | 3 | 4 | 1 | 11 | 2 | 10 | 7 | 5 | 8 | |
| $O_3$ | 3 | 6 | 0 | 9 | 10 | 7 | 5 | 8 | 4 | 1 | 11 | 2 | |
| | 6 | 9 | 3 | 0 | 1 | 10 | 8 | 11 | 7 | 4 | 2 | 5 | $R_5$ |
| | 5 | 8 | 2 | 11 | 0 | 9 | 7 | 10 | 6 | 3 | 1 | 4 | |
| $O_8$ | 8 | 11 | 5 | 2 | 3 | 0 | 10 | 1 | 9 | 6 | 4 | 7 | $R_8$ |
| $O_{10}$ | 10 | 1 | 7 | 4 | 5 | 2 | 0 | 3 | 11 | 8 | 6 | 9 | |
| | 7 | 10 | 4 | 1 | 2 | 11 | 9 | 0 | 8 | 5 | 3 | 6 | $R_7$ |
| | 11 | 2 | 8 | 5 | 6 | 3 | 1 | 4 | 0 | 9 | 7 | 10 | |
| $O_2$ | 2 | 5 | 11 | 8 | 9 | 6 | 4 | 7 | 3 | 0 | 10 | 1 | $R_1$ |
| $O_4$ | 4 | 7 | 1 | 10 | 11 | 8 | 6 | 9 | 5 | 2 | 0 | 3 | |
| | 1 | 4 | 10 | 7 | 8 | 5 | 3 | 6 | 2 | 11 | 9 | 0 | $R_0$ |
| | | $RI_3$ | $RI_9$ | | $RI_7$ | | $RI_3$ | | $RI_1$ | | $RI_8$ | | |

**Matriz *d* - Hexacorde *t* {0, 2, 4, 6, 8, 10}**

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $I_0$ | | | $I_6$ | | $I_4$ | | $I_5$ | | $I_{10}$ | $I_8$ | | |
| | 0 | 3 | 9 | 6 | 7 | 4 | 2 | 5 | 1 | 10 | 8 | 11 | $R_0$ |
| $O_9$ | 9 | 0 | 6 | 3 | 4 | 1 | 11 | 2 | 10 | 7 | 5 | 8 | $R_9$ |
| $O_3$ | 3 | 6 | 0 | 9 | 10 | 7 | 5 | 8 | 4 | 1 | 11 | 2 | |
| | 6 | 9 | 3 | 0 | 1 | 10 | 8 | 11 | 7 | 4 | 2 | 5 | $R_6$ |
| | 5 | 8 | 2 | 11 | 0 | 9 | 7 | 10 | 6 | 3 | 1 | 4 | $R_5$ |
| $O_8$ | 8 | 11 | 5 | 2 | 3 | 0 | 10 | 1 | 9 | 6 | 4 | 7 | |
| | 10 | 1 | 7 | 4 | 5 | 2 | 0 | 3 | 11 | 8 | 6 | 9 | |
| $O_7$ | 7 | 10 | 4 | 1 | 2 | 11 | 9 | 0 | 8 | 5 | 3 | 6 | $R_7$ |
| | 11 | 2 | 8 | 5 | 6 | 3 | 1 | 4 | 0 | 9 | 7 | 10 | $R_{11}$ |
| $O_2$ | 2 | 5 | 11 | 8 | 9 | 6 | 4 | 7 | 3 | 0 | 10 | 1 | |
| | 4 | 7 | 1 | 10 | 11 | 8 | 6 | 9 | 5 | 2 | 0 | 3 | |
| $O_1$ | 1 | 4 | 10 | 7 | 8 | 5 | 3 | 6 | 2 | 11 | 9 | 0 | $R_1$ |
| | $RI_0$ | | | $RI_6$ | $RI_8$ | | $RI_2$ | | $RI_1$ | | $RI_{18}$ | | |

Figura 114 - Matrizes dodecafônicas b, c e d de série derivada de 2-3 (03) de terceira ordem.

### 4.3.5 Conjuntos combinatoriais absolutos de outras cardinalidades

Apesar das condições para as combinatoriedades O e I que envolvem a possibilidade de autocomplementação-12 de conjuntos restringirem esta classificação somente para conjuntos que dividem a série em partes iguais, alguns autores classificaram conjuntos como pentacordes, septacordes e octacordes como combinatoriais absolutos.

Martino (1961, p. 269) é o primeiro autor a apresentar uma classificação para a combinatoriedade absoluta dos pentacordes:

> Dos 38 pentacordes nove, aqueles que preservam conteúdo através da inversão, são combinatoriais absolutos. [...] Sete combinam com I ou T (não ambos) e por isso são chamados do tipo I/T; vinte e um são do tipo I; e um conjunto, o conjunto inversionalmente simétrico 5-Z12 (01356) não tem nenhuma propriedade especial[135].

O autor trata a combinatoriedade do tipo R, ou seja, a capacidade de automapeamento total dos conjuntos por transposição trivial, uma vez que todos os conjuntos se automapeam totalmente em $T_0$. Portanto, para a classificação da combinatoriedade absoluta somente leva em conta os outros 3 tipos de combinatoriedades (T, I e RI).

Dentre os pentacordes, dos 10 que se automapeiam totalmente por inversão (combinatoriedade I), 9 também se mapeiam em parte do seu complemento por transposição e inversão. Estas duas últimas capacidades destes conjuntos, por serem mais próximas das capacidades de autocomplemento por transposição (combinatoriedade original) e inversão (combinatoriedade inversiva), foram as levadas em conta por Martino para a classificação dos pentacordes como combinatoriais absolutos.

Na tabela 24 há uma lista dos 9 pentacordes combinatoriais absolutos para Martino. Uma ideia aproximada da classificação quanto à ordem é aqui apresentada[136].

---

[135] "*Of the 38 source pentads [...], nine, those which preserve content on inversion, are all-combinatorial.[...] Seven sets combine with I or P (not both) and are termed I/P types; twenty-one are I type; one set, the inversionally symmetric set #16 has no special properties.*"

[136] A classificação quanto a ordem não é feita por Martino mas os níveis transposicionais satisfatórios para as combinatoriedades aproximadas T e I são apresentadas pelo autor.

| | | Vetor intervalar | | | | | | t´s satisfatórios | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| No. de Forte | Forma Prima | 1 B | 2 A | 3 9 | 4 8 | 5 7 | 6 6 | Comb- O $Pe_0 + T_tPe_0 =$ A-10 | Comb- I $Pe_0 + T_tI\ Pe_0 =$ A-10 | Comb-R $Pe_0 + T_tPe_0 =$ $Pe_0$ | Comb-RI $Pe_0 + T_tI\ Pe_0 =$ $Pe_0$ | Ordem |
| 5-1 | (01234) | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | 0 | 5, 6, 7 | 9, 10, 11 | 0 | 4 | 3º |
| 5-15 | (01268) | 2 | 2 | 0 | 2 | 2 | 2 | 3, 9 | 5, 11 | 0 | 2 | 2º |
| 5-Z17 | (01348) | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 2 | 6 | 10 | 0 | 4 | 1º |
| 5-22 | (01478) | 2 | 0 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2, 10 | 10, 6 | 0 | 8 | 2º |
| 5-8 | (02346) | 2 | 3 | 2 | 2 | 0 | 1 | 5, 7 | 11, 1 | 0 | 6 | 2º |
| 5-33 | (02468) | 0 | 4 | 0 | 4 | 0 | 2 | 1, 3, 5, 7, 9, 11 | 9, 11, 1, 3, 5, 7 | 0 | 8 | 4º |
| 5-34 | (02469) | 0 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1, 11 | 7, 5 | 0 | 6 | 2º |
| 5-35 | (02479) | 0 | 3 | 2 | 1 | 4 | 0 | 6, 1 | 10, 5 | 0 | 4 | 2º |
| 5-Z37 | (03458) | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 0 | 6 | 8 | 0 | 8 | 1º |

Tabela 24 - Pentacordes combinatoriais absolutos segundo Martino (1961)

Duas versões de um mesmo pentacorde combinatorial absoluto irão formar agregados-12 se unidos a outras duas classes de notas singular ou bicordalmente, uma combinatoriedade do tipo desigual.

Com base nesta classificação dos pentacordes de Martino, Forte (1972, p. 82), tratando da relação de complemento entre conjuntos, apresenta uma suposta classificação dos septacordes e octacordes ao afirmar que "conjuntos que mantém seus complementos invariantes sob inversão seguida de transposição são combinatoriais absolutos, exceto 8-6 e 7-8"[137].

Os septacordes e octacordes apresentados por ele como combinatoriais absolutos seguem na tabela a seguir. O autor não aponta exatamente o critério utilizado para a classificação[138]:

| Septacordes | |
|---|---|
| Nº de Forte | Forma Prima |
| 7-1 | (0123456) |
| 7-22 | (0125689) |
| 7-34 | (013468A) |
| 7-35 | (013568A) |
| **Octacordes** | |
| 8-1 | (01234567) |
| 8-9 | (01236789) |
| 8-10 | (02345679) |
| 8-23 | (0123578A) |

Tabela 25 - Alguns septacordes e octacordes combinatoriais absolutos segundo Forte (1972)

[137] *"It should be pointed out that of the sets that hold their complements invariant under inversion followed by transposition all are all combinatorial except for 8-6 e 7-8."*

[138] Forte referencia Martino (1961) como ratificador da informação por ele prestada mas Martino não trata de septacordes nem octacordes combinatoriais absolutos. Os conjuntos apresentados na tabela 25 seguem junto dos 6 hexacordes combinatoriais absolutos na página 82 em Forte (1972).

Diferente do que ocorre com bicordes, tricordes, tetracordes, pentacordes e hexacordes, conjuntos de maiores cardinalidades como septacordes, octacordes e etc., quando T ou I-operados sempre se mapeiam em partes maiores que o seu complemento-12, ou seja, se automapeiam parcialmente em maior ou menor nível. Portanto outra aproximação com a combinatoriedade absoluta tal como a feita por Martino aos pentacordes, neste caso agora a tais conjuntos seria necessária.

No caso dos octacordes, a maioria das transposições e inversões irá completar o agregado-12 não interseccionadamente. Já no caso dos septacordes, algumas transposições de um dado septacorde irão ter mais ou menos notas em comum com o seu complemento-12 que outras.

O que pode ser dito é que, com base nas combinatoriedades R e RI, 15 dos 28 octacordes terão simultaneamente estes dois tipos de combinatoriedade. No caso de septacordes, 10 dos 38 possíveis.

Uma solução alternativa para um pensamento da combinatoriedade absoluta operando em conjuntos destas duas cardinalidades pode ser vista através da contingência. No caso de octacordes, hexacordes e/ou tetracordes disjuntos combinatoriais absolutos neles contidos podem torná-los mais ou menos combinatoriais. No caso de septacordes hexacordes ou um tricorde e um tetracorde combinatoriais absolutos disjuntamente unidos neles incluídos funcionariam igualmente.

No caso do octacorde 8-1 (01234567), ele pode ser pensado como formado por duas versões do tetracorde combinatorial absoluto 4-1 (0123), $T_0 + T_4$. Portanto 8-1 seria visto simultaneamente como um possível superconjunto de 4-1 (0123) criado por combinação transpositiva, do qual este seria um dos seus subconjuntos. Adicionalmente pode ser pensado como formado por 4 versões do bicorde combinatorial absoluto 2-1 (01), $T_0 + T_2 + T_4 + T_6$. Ou ainda como um conjunto cíclico formado por ciclos incompletos de C1 ou C2.

A mesma forma de pensamento pode ser vista no caso de conjuntos de cardinalidades 9, 10 e 11.

## 4.4 Combinatoriedade por conjuntos não equivalentes

### 4.4.1 Combinatoriedade igual por tetracordes, tricordes e bicordes não equivalentes

A combinatoriedade exposta no item anterior foi vista sob o ponto de vista da combinatoriedade igual por conjuntos de classes de notas equivalentes.

Com exceção dos hexacordes, uma vez que hexacordes z-relacionados não são combinatoriais absolutos, tetracordes, tricordes e bicordes combinatoriais absolutos não equivalentes podem formar agregados-12 entre si.

No caso de tetracordes dois tipos de particionamentos são possíveis: ($4^2$ 4) e (4 4 4). Algumas possibilidades podem ser observadas tabela a seguir:

| Série Combinatoriais Absolutas por Tetracordes Não Equivalentes | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nº | Tetracordes | | | Exemplos de Séries Fontes Combinatoriais Absolutas Tetracordais | | |
| | Te1 | Te2 | Te3 | | | |
| ($4^2$ 4) | | | | | | |
| 1 | 4-1 (0123) | | 4-6 (0127) | 0-1-2-3 | 5-6-7-8 | 9-A-B-4 |
| 2 | 4-1 (0123) | | 4-9 (0167) | 0-1-2-3 | 6-7-8-9 | 4-5-A-B |
| 3 | 4-10 (0235) | | 4-28 (0369) | 0-2-3-5 | 6-8-9-B | 4-7-A-1 |
| 4 | 4-23 (0257) | | 4-6 (0127) | 0-2-5-7 | 1-3-6-8 | 9-A-B-4 |
| 5 | 4-23 (0257) | | 4-9 (0167) | 0-2-5-7 | 6-8-B-1 | 3-4-9-A |
| 6 | 4-6 (0127) | | 4-10 (0235) | 0-1-2-7 | 3-4-5-A | 6-8-9-B |
| 7 | 4-9 (0167) | | 4-28 (0369) | 0-1-6-7 | 3-4-9-A | 2-5-8-B |
| (4 4 4) | | | | | | |
| 8 | 4-1 (0123) | 4-10 (0235) | 4-23 (0257) | 0-1-2-3 | 5-7-8-A | 4-6-9-B |

Tabela 26 - Séries combinatoriais absolutas tetracordais (tetracordes não equivalente)

A possibilidade de junção de tetracordes combinatoriais absolutos não equivalentes para construção de séries combinatoriais absolutas tetracordais faz com que suas séries “híbridas” não apresentem uma regularidade no que diz respeito a quantidade de trios combinatoriais possíveis, já que cada tetracorde constituinte possui qualidade e quantidade de níveis transposicionais satisfatórios diferentes para cada tipo de combinatoriedade.

| Série Combinatorial Absoluta Tetracordal Nº. 5 – ($4^2$ 4) | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $I_7$ | | | $I_{11}$ | | $I_3$ | | | | |
| $O_0$ | 0 | 2 | 5 | 7 | 6 | 8 | 11 | 1 | 3 | 4 | 9 | 10 | $R_{10}$ |
| | 10 | 0 | 3 | 5 | 4 | 6 | 9 | 11 | 1 | 2 | 7 | 8 | |
| | 7 | 9 | 0 | 2 | 1 | 3 | 6 | 8 | 10 | 11 | 4 | 5 | |
| | 5 | 7 | 10 | 0 | 11 | 1 | 4 | 6 | 8 | 9 | 2 | 3 | |
| | 6 | 8 | 11 | 1 | 0 | 2 | 5 | 7 | 9 | 10 | 3 | 4 | |
| $O_4$ | 4 | 6 | 9 | 11 | 10 | 0 | 3 | 5 | 7 | 8 | 1 | 2 | $R_2$ |
| | 1 | 3 | 6 | 8 | 7 | 9 | 0 | 2 | 4 | 5 | 10 | 11 | |
| | 11 | 1 | 4 | 6 | 5 | 7 | 10 | 0 | 2 | 3 | 8 | 9 | |
| | 9 | 11 | 2 | 4 | 3 | 5 | 8 | 10 | 0 | 1 | 6 | 7 | |
| $O_8$ | 8 | 10 | 1 | 3 | 2 | 4 | 7 | 9 | 11 | 0 | 5 | 6 | $R_6$ |
| | 3 | 5 | 8 | 10 | 9 | 11 | 2 | 4 | 6 | 7 | 0 | 1 | |
| | 2 | 4 | 7 | 9 | 8 | 10 | 1 | 3 | 5 | 6 | 11 | 0 | |
| | | | | $RI_9$ | | | $RI_1$ | | $RI_5$ | | | | |

Figura 115 - Matriz dodecafônica da série n º. 5 da tabela 13 – Tetracordes 4-23

Na figura anterior a série presente na matriz é a série número 5 apresentada na tabela 26, uma das possibilidades de formação de agregado pela união das partes de um particionamento ($4^2$ 4). Esta é formada por dois tetracordes de primeira ordem 4-23 (0257), o primeiro e o segundo da série, unidos a um tetracorde de segunda ordem 4-9 (0167), o terceiro da série. Os tetracordes destacados são membros de 4-23 (0257). Os destacados pela mesma cor possuem o mesmo conteúdo de classes de notas, e três tetracordes em tons distintos formam um agregado. Perceba que, pelo menos sob o ponto de vista do tetracorde de primeira ordem 4-23 (0257), a série apresenta doze formas da série combinatorialmente relacionadas, e, portanto, quatro áreas combinatoriais, como todas as séries derivadas de tetracordes combinatoriais absolutos de primeira ordem.

Já sob o ponto de vista do tetracorde constituinte 4-9 (0167), percebemos que, por ele ser de segunda ordem, a quantidade de formas da série combinatorialmente relacionadas aumenta para 24 (fig. 116).

O restante das séries combinatoriais absolutas tetracordais onde estão incluídos tetracordes não equivalentes apresentam a mesma característica, e certos trios de formas da série podem ser considerados como combinatorialmente relacionados somente em relação a uma porção específica da série, ou seja, a tetracordes combinatoriais absolutos específicos nelas contidos.

| Série Combinatorial Absoluta Tetracordal Nº 5 – ($4^2$ 4) | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $O_5$ | $O_7$ | | | $O_{11}$ | $O_1$ | $O_3$ | | $O_9$ | | |
| $O_0$ | 0 | 2 | 5 | 7 | 6 | 8 | 11 | 1 | 3 | 4 | 9 | 10 | $R_{10}$ |
| $O_{10}$ | 10 | 0 | 3 | 5 | 4 | 6 | 9 | 11 | 1 | 2 | 7 | 8 | $R_8$ |
| | 7 | 9 | 0 | 2 | 1 | 3 | 6 | 8 | 10 | 11 | 4 | 5 | |
| | 5 | 7 | 10 | 0 | 11 | 1 | 4 | 6 | 8 | 9 | 2 | 3 | |
| $O_6$ | 6 | 8 | 11 | 1 | 0 | 2 | 5 | 7 | 9 | 10 | 3 | 4 | $R_4$ |
| $O_4$ | 4 | 6 | 9 | 11 | 10 | 0 | 3 | 5 | 7 | 8 | 1 | 2 | $R_2$ |
| | 1 | 3 | 6 | 8 | 7 | 9 | 0 | 2 | 4 | 5 | 10 | 11 | |
| | 11 | 1 | 4 | 6 | 5 | 7 | 10 | 0 | 2 | 3 | 8 | 9 | |
| | 9 | 11 | 2 | 4 | 3 | 5 | 8 | 10 | 0 | 1 | 6 | 7 | |
| $O_8$ | 8 | 10 | 1 | 3 | 2 | 4 | 7 | 9 | 11 | 0 | 5 | 6 | $R_6$ |
| | 3 | 5 | 8 | 10 | 9 | 11 | 2 | 4 | 6 | 7 | 0 | 1 | |
| $O_7$ | 2 | 4 | 7 | 9 | 8 | 10 | 1 | 3 | 5 | 6 | 11 | 0 | $R_0$ |
| | | | $RI_7$ | $RI_9$ | | | $RI_1$ | $RI_3$ | $RI_5$ | | $RI_{11}$ | | |

Figura 116 - Matriz dodecafônica da série n º. 5 da tabela 26 – Tetracordes 4-9

No caso dos tricordes combinatoriais absolutos, além da equivalência ($3^4$) visto no item anterior, a formação de agregado-12 também ocorrerá através de ($3^3$ 3), três tricordes equivalentes unidos a um tricorde não equivalente, ($3^2$ $3^2$), dois tricordes equivalentes unidos a outros dois tricordes equivalentes entre si, e ($3^2$ 3 3), dois tricordes equivalentes unidos a outros dois tricordes não equivalentes. Os quatro tricordes combinatoriais absolutos não são capazes de se unir para formar uma série e, portanto, o particionamento (3 3 3 3), quatro tricordes não equivalentes, não forma séries combinatoriais absolutas.

Como com os tetracordes, caso um dos tricordes envolvidos seja semicombinatorial, a série fonte torna-se automaticamente semicombinatorial tricordal.

Exemplos de séries fontes geradas a partir de tricordes combinatoriais absolutos podem ser vistos na tabela 27.

| Séries Combinatoriais Absolutas por Tricordes Não Equivalentes | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Tricordes | | | | Exemplos de Séries Fontes Combinatoriais Absolutas Tricordais | | | |
| Nº | Tr1 | Tr2 | Tr3 | Tr4 | | | | |
| ($3^3$ 3) | | | | | | | | |
| 1 | 3-1 (012) | | | 3-12 (048) | 0-1-2 | 4-5-6 | 8-9-A | 3-7-B |
| 2 | 3-9 (027) | | | 3-12 (048) | 0-2-7 | 4-6-B | 8-A-3 | 1-5-9 |
| ($3^2$ $3^2$) | | | | | | | | |
| 3 | 3-1 (012) | | 3-9 (027) | | 0-1-2 | 6-7-8 | 3-5-A | 9-B-4 |
| 4 | 3-1 (012) | | 3-6 (024) | | 0-1-2 | 3-4-5 | 6-8-A | 7-9-B |
| 5 | 3-9 (027) | | 3-6 (024) | | 0-5-7 | 2-4-9 | 6-8-A | B-1-3 |
| 6 | 3-6 (024) | | 3-12 (048) | | 0-2-4 | 6-8-A | 1-5-9 | 3-7-B |
| ($3^2$ 3 3) | | | | | | | | |
| 7 | 3-1 (012) | | 3-9 (027) | 3-6 (024) | 0-1-2 | 4-5-6 | 7-9-B | 3-8-A |
| 8 | 3-9 (027) | | 3-1 (012) | 3-6 (024) | 0-5-7 | 1-3-8 | 9-A-B | 2-4-6 |
| 9 | 3-6 (024) | | 3-1 (012) | 3-9 (027) | 0-2-4 | 3-5-7 | 6-8-1 | 9-A-B |

Tabela 27 - Séries combinatoriais absolutas tricordais por tricordes não equivalentes

Tal como visto no caso do tetracordes, séries fontes combinatoriais absolutas tricordais “híbridas” apresentam quantidade de áreas combinatoriais e formas da série combinatorialmente relacionadas que variam de acordo com o tricorde referencial nelas inserido.

<table>
<tr><th colspan="13">Séries Combinatoriais Absolutas por Bicordes Não Equivalentes</th></tr>
<tr><th>Nº</th><th colspan="6">Tricordes</th><th colspan="6">Exemplos de Séries Combinatoriais Absolutas Tricordais</th></tr>
<tr><th></th><th>Bi1</th><th>Bi2</th><th>Bi3</th><th>Bi4</th><th>Bi5</th><th>Bi6</th><th colspan="6"></th></tr>
<tr><td colspan="13">$(2^5\ 2)$</td></tr>
<tr><td>1</td><td colspan="5">2-1 (01)</td><td>2-3 (03)</td><td>0-1</td><td>3-4</td><td>5-6</td><td>7-8</td><td>9-10</td><td>2-11</td></tr>
<tr><td colspan="13">$(2^4\ 2^2)$</td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="4">2-1 (01)</td><td colspan="2">2-3 (03)</td><td>0-1</td><td>3-4</td><td>6-7</td><td>9-10</td><td>2-5</td><td>8-11</td></tr>
<tr><td colspan="13">$(2^4\ 2\ 2)$</td></tr>
<tr><td>3</td><td colspan="4">2-2 (02)</td><td>2-5 (05)</td><td>2-1 (01)</td><td>0-2</td><td>1-3</td><td>5-7</td><td>6-8</td><td>4-9</td><td>10-11</td></tr>
<tr><td colspan="13">$(2^3\ 2^3)$</td></tr>
<tr><td>4</td><td colspan="3">2-3 (03)</td><td colspan="3">2-1 (01)</td><td>0-3</td><td>4-7</td><td>8-11</td><td>1-2</td><td>5-6</td><td>9-10</td></tr>
<tr><td colspan="13">$(2^3\ 2^2\ 2)$</td></tr>
<tr><td>5</td><td colspan="3">2-3 (03)</td><td colspan="2">2-1 (01)</td><td>2-5 (05)</td><td>0-3</td><td>1-4</td><td>2-5</td><td>7-8</td><td>9-10</td><td>6-11</td></tr>
<tr><td colspan="13">$(2^3\ 2\ 2\ 2)$</td></tr>
<tr><td>6</td><td colspan="3">2-2 (02)</td><td>2-1(01)</td><td>2-3 (03)</td><td>2-6 (06)</td><td>0-2</td><td>1-3</td><td>6-8</td><td>9-10</td><td>4-7</td><td>5-11</td></tr>
<tr><td colspan="13">$(2^2\ 2^2\ 2^2)$</td></tr>
<tr><td>7</td><td colspan="2">2-1 (01)</td><td colspan="2">2-3 (03)</td><td colspan="2">2-5 (05)</td><td>0-1</td><td>2-3</td><td>5-8</td><td>7-10</td><td>4-9</td><td>6-11</td></tr>
<tr><td colspan="13">$(2^2\ 2^2\ 2\ 2)$</td></tr>
<tr><td>8</td><td colspan="2">2-6 (06)</td><td colspan="2">2-3 (03)</td><td>2-5 (05)</td><td>2-1 (01)</td><td>0-6</td><td>3-9</td><td>2-5</td><td>4-7</td><td>1-8</td><td>10-11</td></tr>
<tr><td colspan="13">$(2^2\ 2\ 2\ \ 2\ 2)$</td></tr>
<tr><td>9</td><td colspan="2">2-3 (03)</td><td>2-1 (01)</td><td>2-2 (02)</td><td>2-6 (06)</td><td>2-5 (05)</td><td>0-3</td><td>1-4</td><td>6-7</td><td>8-10</td><td>5-11</td><td>9-2</td></tr>
<tr><td colspan="13">Amostra de série semicombinatorial por tricordes não equivalentes / 2-4 (04) - $(24\ 2^2)$</td></tr>
<tr><td>10</td><td colspan="5">2-4 (04)</td><td>2-1 (01)</td><td>0-4</td><td>1-5</td><td>2-6</td><td>3-7</td><td>8-9</td><td>10-11</td></tr>
</table>

Tabela 28 - Séries combinatoriais absolutas por bicordes não equivalente

No caso de agregados-12 construídos através da união de bicordes combinatoriais absolutos não equivalentes as possibilidades de construção de séries combinatoriais absolutas “híbridas” são bem vastas: $(2^5\ 2)$, $(2^4\ 2^2)$, $(2^4\ 2\ 2)$, $(2^3\ 2^3)$, $(2^3\ 2^2\ 2)$, $(2^3\ 2\ 2\ 2)$, $(2^2\ 2^2\ 2^2)$, $(2^2\ 2^2\ 2\ 2)$, $(2^2\ 2\ 2\ \ 2\ 2)$. A possibilidade (2 2 2 2 2 2), ou seja, por 6 bicordes combinatoriais absolutos todos não equivalentes entre si, é impossível por somente haver 5 deles. Portanto, um deles deverá se repetir tornando então $(2^5\ 2)$ (ver tabela 28).

No escopo da combinatoriedade igual, a feita por tetracordes, tricordes e bicordes semicombinatoriais não equivalentes também é possível.

A seguir temos 2 tabelas contendo exemplos de séries semicombinatoriais tetracordais e tricordais “híbridas” com particionamentos diversos. No caso dos tricordes, ao contrário do que ocorre com os combinatoriais absolutos, com os semicombinatoriais a partição (3 3 3 3) é possível.

| Séries Semicombinatoriais por Tricordes Não Equivalentes | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Tetracordes | | | Exemplos de Séries Semicombinatoriais Tetracordais | | |
| Te1 | Te2 | Te3 | | | |
| ($4^2$ 4) | | | | | |
| 4-13 (0136) | | 4-1 (0123) | 0-1-3-6 | *5-4-2-B | 7-8-9-A |
| (4 4 4) | | | | | |
| 4-13 (0136) | 4-1 (0123) | 4-10 (0235) | 0-1-3-6 | 8-9-A-B | 2-4-5-7 |
| *Tetracorde invertido ($T_5I$) | | | | | |

Tabela 29 - Séries fontes semicombinatoriais tetracordais por tricordes não equivalentes

| Séries Semicombinatoriais por Tricordes Não Equivalentes | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nº | Tricordes | | | | Exemplos de Séries Semicombinatoriais Tricordais | | | |
| | Tr1 | Tr2 | Tr3 | Tr4 | | | | |
| ($3^3$ 3) | | | | | | | | |
| 1 | 3-3 (014) | | | 3-2 (013) | 0-1-4 | 2-3-5 | 6-7-9 | 8-10-11 |
| ($3^2$ $3^2$) | | | | | | | | |
| 2 | 3-10 (036) | | 3-8 (026) | | 0-3-6 | 1-4-7 | 2-8-10 | 5-9-11 |
| ($3^2$ 3 3) | | | | | | | | |
| 3 | 3-11 (037) | | 3-10 (036) | 3-3 (014) | 0-3-7 | 1-4-8 | 2-5-11 | 6-9-10 |
| (3 3 3 3) | | | | | | | | |
| 4 | 3-2 (013) | 3-3 (014 | 3-11 (037) | 3-7 (025) | 0-1-3 | 4-5-8 | 2-7-10 | 6-9-11 |

Tabela 30 - Séries semicombinatoriais tricordais por tricordes não equivalentes

Já se tratando de bicordes a variedade semicombinatorial é reduzida, já que somente há um bicorde semicombinatorial, o 2-4 (04), que não se autocomplementa. Diante desta restrição 2-4 (04) irá necessariamente formar agregado-12 com no mínimo outro bicorde combinatorial absoluto. Na tabela a seguir há um exemplo de uma série formada no qual ele está contido com a maior quantidade de versões suas possíveis ($2^4$ $2^2$).

| Série Combinatoriais Absolutas por Bicordes Não Equivalentes | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nº | Tricordes | | | | | | Exemplo de Série Semicombinatoriais Absolutas Bicordal | | | | | |
| | Bi1 | Bi2 | Bi3 | Bi4 | Bi5 | Bi6 | | | | | | |
| Amostra de série semicombinatorial por tricordes não equivalentes / 2-4 (04) - ($2^4$ $2^2$) | | | | | | | | | | | | |
| 10 | 2-4 (04) | | | | | 2-1 (01) | 0-4 | 1-5 | 2-6 | 3-7 | 8-9 | 10-11 |

Tabela 31 - Séries semicombinatoriais bicordais por bicordes não equivalentes

### 4.4.2 Combinatoriedade desigual

Um primeiro *approach* para lidar com a formação de agregados através de conjuntos de diferentes cardinalidades é pensar na relação de contingência entre conjuntos. Nele as ideias de particionamento e derivação de maneira geral, e não mais somente de agregados-12, estarão implícitas.

Um hexacorde, tal como o agregado-12, pode ser particionado em partes iguais ou derivado a partir de partes de igual tamanho. Seis seriam os particionamentos de partes iguais possíveis para um hexacorde: ($3^2$) (3 3), ($2^3$), ($2^2$ 2), (2 2 2) e ($1^6$). Dois deles são importantes neste tópico e equivalem à ideia da construção de hexacordes por tricordes e por bicordes geradores.

Algumas relações entre hexacordes combinatoriais absolutos e seus possíveis tricordes geradores disjuntos por ($3^2$) ou (3 3) podem ser vistas na tabela 32.

| Hexacordes Combinatoriais Absolutos | | 1 Tricorde Gerador - ($3^2$) | 2 Tricordes Geradores - (3 3) |
|---|---|---|---|
| Nº de Forte | Forma Prima | | |
| 6-1 | (012345) | **(012)*, (013), (014), *(024)* | *(012)* + (015), (013) + (014), (013) + (025) |
| 6-8 | (023457) | (013), (015), *(024),* (025) | *(012)* + *(027)*, (013) + (037), (014) + (025) |
| 6-32 | (024579) | (024), (025), *(027)*, (037) | (013) + (025), (015) + *(027)*, (025) + (037) |
| 6-7 | (012678) | *(012)*, (015), (016), *(027)* | (016) + (026) |
| 6-20 | (014589) | (014), (015), (037), *(048)* | - |
| 6-35 | (02468A) | *(024),* (026), (028) | - |

*tricordes combinatoriais absolutos estão em itálico.

Tabela 32 - Relação entre tricordes geradores e hexacordes gerados

Como pode ser visto nos tricordes em itálico cada hexacorde combinatorial absoluto poderá ser gerado por no mínimo um tricorde combinatorial absoluto.

A relação entre tricordes combinatoriais absolutos e hexacordes combinatoriais absolutos pode ser visto na tabela a seguir.

| Tricordes Combinatoriais Absolutos | | t´s satisfatórios agregados-12 por T | t´s satisfatórios agregados-12 por $T_tI$ | Hexacordes Combinatoriais Absolutos |
|---|---|---|---|---|
| Nº de Forte | Forma Prima | | | |
| 3-1 | (012) | 0, 3, 6, 9 | 2, 5, 8, 11 | 6-1 (012345), 6-7 (012678) |
| | | | | |
| 3-6 | (024) | 0, 1, 6, 7 | 4, 5, 10, 11 | 6-1 (012345), 6-32 (024579), 6-35 (02468A) |
| | | 0, 5, 6, 11 | 4, 9, 10, 3 | 6-1 (012345), 6-32 (024579), 6-35 (02468A) |
| | | 0, 3, 6, 9 | 4, 7, 10, 1 | 6- 8, (023457), 6-35 (02468A) |
| | | | | |
| 3-9 | (027) | 0, 3, 6, 9 | 2, 5, 8, 11 | 6-32 (024579), 6-7 (012678) |
| | | | | |
| 3-12 | (048) | 0, 1, 2, 3 | 8, 9, 10, 11 | 6-20 (014589), 6-35 (02468A) |
| | | 4, 5, 6, 7 | 0, 1, 2, 3 | 6-20 (014589), 6-35 (02468A) |
| | | 8, 9, 10, 11 | 4, 5, 6, 7 | 6-20 (014589), 6-35 (02468A) |

Tabela 33 - Relação entre tricordes geradores e hexacordes gerados

Cada par de *t*´s satisfatórios para as combinatoriedades original e inversiva oferecerá a possibilidade de formação de um hexacorde. No caso do tricorde combinatorial de primeira ordem 3-1 (012), hexacordes 6-1 (012345) serão formados pelos pares de *t*´s {0, 3}, {0, 9}, {3, 6}, {3, 9}. Já 6-7 (012678) pelos pares {0, 6} e {3, 9}.

Assim, a partir de ($6^2$), uma combinatoriedade desigual poderia ser pensada como (6 3 3), ou seja, pela união de um hexacorde com outro hexacorde particionado em 2 tricordes. A ordem das partes neste caso não interessa e portanto (3 6 3) e (3 3 6) seriam equivalentes.

Na tabela 34 há algumas relações entre hexacordes e bicordes. Como no caso dos tricordes, hexacordes combinatoriais absolutos poderão ser pensados como derivados de bicordes combinatoriais absolutos.

Portanto, a partir de ($6^2$) , uma possível combinatoriedade desigual poderia ser pensada, por exemplo, como (6 $2^2$ 2), dentre outras possibilidades equivalentes.

Seguindo a mesma ideia, bicordes podem ser também geradores de tetracordes. Todos os tetracordes combinatoriais absolutos podem ser derivados de bicordes combinatoriais absolutos. Na tabela 35 estão apresentadas as possibilidades de derivação de tetracordes por um mesmo bicorde ou por dois bicordes não equivalentes.

| Construção de hexacordes combinatoriais absolutos por bicordes combinatoriais absolutos | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Um bicorde gerador ($2^3$) | | | | | | |
| 6-1 (012345) | | 6-8 (023457) | | 6-32 (024579) | | |
| 2-1 (01) | 01-23-45 | | | 2-2 (02) | 02-45-79 | |
| 2-3 (03) | 03-14-25 | 2-2 (02) | 02-34-57 | 2-3 (03) | 25-47-90 | |
| | | | | 2-5 (05) | 05-27-49 | |
| 6-7 (012678) | | 6-20 (014589) | | 6-35 (02468A) | | |
| | | 2-1 (01) | 01-45-89 | 2-2 (02) | 02-46-8A | |
| 2-6 (06) | 06-17-28 | 2-3 (03) | 14-58-90 | 2-6 (06) | 06-28-4A | |
| | | 2-5(05) | 05-81-49 | | | |
| Exemplos por dois bicordes geradores ($2^2$ 2) | | | | | | |
| 6-1 (012345) | | 6-8 (023457) | | 6-32 (024579) | | |
| 2-2 (02) | 2-1 (01) | 2-2 (02) | 2-1 (01) | 2-2 (02) | 2-1 (01) | |
| 02-13 | 45 | 02-57 | 34 | 02-79 | 45 | |
| Exemplo por três bicordes geradores (2 2 2) | | | | | | |
| 6-8 (023457) | 2-1 (01) | 2-3 (03) | 2-5 (05) | 45 | 03 | 27 |

Tabela 34 - Relação entre bicordes geradores e hexacordes gerados

Assim, num caso como o da formação de agregados-12 por (7 5) uma possibilidade é reparticionar cada uma das partes. A parte de *card*-7 pode ser pensada como (4 3) e a de *card*-5 como (3 2). Assim teremos o particionamento (3 3 4 2) ou ($3^2$ 4 2). Cada uma destas partes podem ser conjuntos combinatoriais absolutos. Na figura117 temos 2 representantes de 3-1 (012), um representante de 4-1 (0123) e um representante de 2-1 (01).

| Construção de tetracordes combinatoriais absolutos por bicordes combinatoriais absolutos | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Um bicorde gerador ($2^2$) | | | | | |
| 4-1 (0123) | | 4-10 (0235) | | 4-2 (0257) | |
| 2-1 (01) | 01-23 | 2-2 (02) | 02-35 | 2-2 (02) | 02-57 |
| 2-2 (02) | 02-13 | 2-3 (03) | 03-25 | 2-5 (05) | 05-27 |
| 4-26 (0127) | | 4-9 (0167) | | 4-28 (0369) | |
| _ | | 2-1 (01) | 01-67 | 2-3 (03) | 03-69 |
| | | 2-5 (05) | 16-70 | 2-6 (06) | 06-39 |
| | | 2-6 (06) | 06-17 | | |
| Dois bicordes geradores ($2^2$) | | | | | |
| 4-1 (0123) | | 4-10 (0235) | | 4-2 (0257) | |
| 2-3 (03) | 2-1 (01) | 2-5 (05) | 2-1 (01) | 2-3 (03) | 2-5 (05) |
| 03 | 12 | 05 | 23 | 25 | 07 |
| 4-26 (0127) | | 4-9 (0167) | | 4-28 (0369) | |
| 2-1 (01) | 2-6 (06) | _ | | _ | |
| 01 | 27 | | | | |
| 12 | 70 | | | | |
| 2-2 (02) | 2-6 (06) | | | | |
| 02 | 17 | | | | |

Tabela 35 - Relação entre bicordes geradores e tetracordes gerados

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 3-1 (012) | | | 4-1 (0123) | | | | 2-1 (01) | | 3-1 (012) | | |
| $T_0$: | 0 | 1 | 2 | 6 | 7 | 5 | 8 | 4 | 3 | 11 | 10 | 9 |
| | 7-7 (0123678) | | | | | | | 5-7 (01267) | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 7-7 (0123678) | | | | | | | | | 5-7 (01267) | | | | |
| $T_0$: | 0 | 1 | 2 | 6 | 7 | 5 | 8 | | | 4 | 3 | 11 | 10 | 9 |
| $T_9$: | 9 | 10 | 11 | 3 | 4 | | | 2 | 5 | 1 | 0 | 8 | 7 | 6 |
| | 5-7 (01267) | | | | | | | 7-1 (0123678) | | | | | | |

Figura 117 - Combinatoriedade por (7 5) a partir de (3 4 2 3)

Um segundo *approach* para a formação de agregados por (5 7) seria o cruzamento das informações do item 4.4.5. Sabendo que 5-1 (01234) é um conjunto combinatorial absoluto e 7-1 (0123456), seu complemento, também é, podemos construir séries combinatoriais penta-septacordais. Nas figuras 118 e 119 agregados são formados por (5 7) e a matriz dodecafônica da série aponta a possibilidade de relacionamento combinatorial assimétrico.

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 5-1 (01234) | | | | | | | 7-1 (0123456) | | | | | | |
| $T_0$: | 0 | 2 | 1 | 3 | 4 | | | 9 | 8 | 7 | 5 | 6 | 11 | 10 |
| $RI_4$: | 6 | 5 | 10 | 11 | 9 | 8 | 7 | | | 0 | 1 | 3 | 2 | 4 |
| | 7-1 (0123456) | | | | | | | | | 5-1 (01234) | | | | |

Figura 118 - Combinatoriedade por (7 5). Pentacorde unido a um septacordes combinatoriais absoluto

| Série Matriz de uma Série Derivada de 5-1 e 7-1(5 7) | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $I_4$ | | | | | | | | |
| $T_0$ | 0 | 2 | 1 | 3 | 4 | 9 | 8 | 7 | 5 | 6 | 11 | 10 | $R_0$ |
| | 10 | 0 | 11 | 1 | 2 | 7 | 6 | 5 | 3 | 4 | 9 | 8 | |
| | 11 | 1 | 0 | 2 | 3 | 8 | 7 | 6 | 4 | 5 | 10 | 9 | |
| | 9 | 11 | 10 | 0 | 1 | 6 | 5 | 4 | 2 | 3 | 8 | 7 | |
| | 8 | 10 | 9 | 11 | 0 | 5 | 4 | 3 | 1 | 2 | 7 | 6 | |
| | 3 | 5 | 4 | 6 | 7 | 0 | 11 | 10 | 8 | 9 | 2 | 1 | |
| | 4 | 6 | 5 | 7 | 8 | 1 | 0 | 11 | 9 | 10 | 3 | 2 | |
| | 5 | 7 | 6 | 8 | 9 | 2 | 1 | 0 | 10 | 11 | 4 | 3 | |
| | 7 | 9 | 8 | 10 | 11 | 4 | 3 | 2 | 0 | 1 | 6 | 5 | |
| | 6 | 8 | 7 | 9 | 10 | 3 | 2 | 1 | 11 | 0 | 5 | 4 | |
| | 1 | 3 | 2 | 4 | 5 | 10 | 9 | 8 | 6 | 7 | 0 | 11 | |
| | 2 | 4 | 3 | 5 | 6 | 11 | 10 | 9 | 7 | 8 | 1 | 0 | |
| | | | | | $RI_4$ | | | | | | | | |

Figura 119 - Matriz de (7 5) de pentacordes e septacordes combinatoriais absolutos

### 4.4.3 A combinatoriedade madura schoenberguiana: um novo modelo

A relação entre conjuntos combinatoriais presente nos itens anteriores foi vista somente sob o nível da construção geral do agregado-12.

Schoenberg, ao fim da carreira, utilizou-se de relações um pouco mais profundas entre conjuntos para construção de agregados-12 combinatoriais.

Na figura 120 vemos o compasso 48 do Op. 50*b* de Schoenberg. Duas formas da série base estão combinadas verticalmente $O_3$ [3, 9, 8, 4, 2, 10, 7, 11, 0, 6, 5, 1] e $I_6$ [6, 0, 1, 5, 7, 11, 2, 10, 9, 3, 4, 8]. O primeiro agregado-12 combinatorial é formado pelos dois primeiros hexacordes combinatoriais absolutos 6-7 de 2º. Ordem pertencentes a estas duas formas da série.

Diante de flexibilidades no ordenamento, os dois hexacordes são dispostos de maneira que as quatro porções tricordais (horizontais), duas pertencentes a cada um dos hexacordes, se encontram sobrepostas, neste caso todos pertencentes à classe de tricorde combinatorial absoluta 3-1 (012).

Os dois tricordes horizontalmente dispostos combinados verticalmente podem ser vistos como particionamentos do tipo ($2^2$ 2) no qual duas versões de 2-4 (04) e outra de2-6 (06) estão presentes em cada uma das combinações.

Devido a esta disposição, três tetracordes são formados verticalmente, dois representantes do tetracorde semicombinatorial 4-14 (0347) nas extremidades e o tetracorde combinatorial absoluto 4-28 (0369) no centro. Estes tetracordes são encadeados por Schoenberg segundo princípios tonais.

O primeiro deles, um representante de 4-14, pode ser considerado como um acorde de Dó Sustenido cujo modo é ambíguo, ao mesmo tempo maior e menor , uma espécie intenção bitonal.  A mesma consideração pode ser feita para o terceiro tetracorde e representante de 4-14, só que neste caso o acorde de Sol (também de modo ambíguo) na primeira inversão. O acorde central , o tetracorde 4-28 ou a tétrade diminuta, poderia servir ao mesmo tempo como acorde de *vii*$^{o}$*7* do Dó Sustenido (B#$^{o}$7) e como *vii*$^{o}$ na terceira inversão (F#$^{o}$) do Sol.

Entre eles a tétrade diminuta proporcionaria então uma espécie de modulação bidirecional  e seus dois intervalos de trítonos integrantes (indicados pelas setas finas e azuis) teriam resolução como na música tonal tradicional.

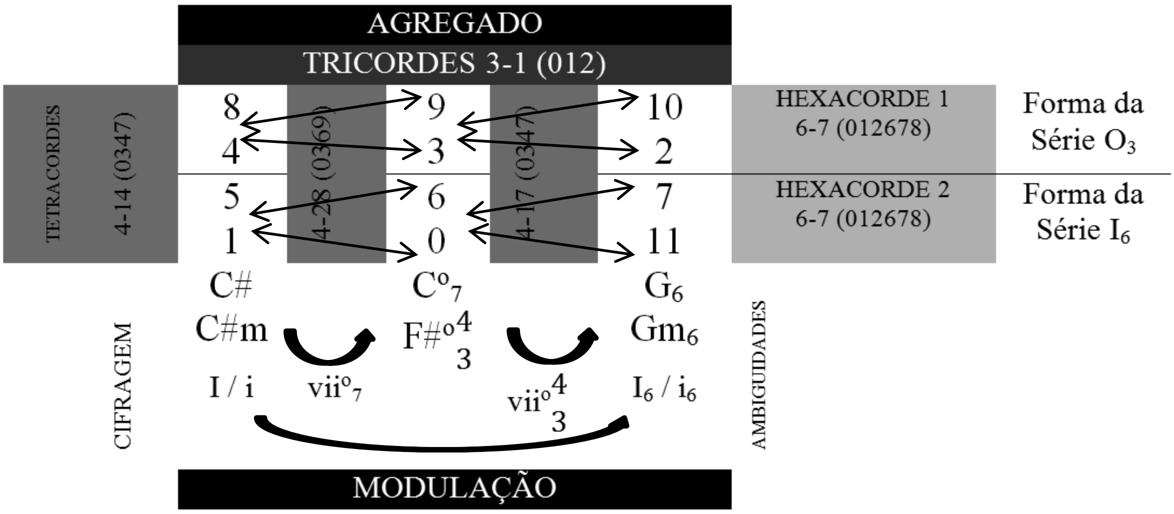



Figura 120   Combinatoriedade no Op. 50b de Schoenberg

Outro elemento combinatorialmente significativo feito por Schoenberg no exemplo é a evidenciação de conjuntos de classes de notas não adjacentes da série base.

Utilizando-se de tricordes 3-1 (012) empilhados para dispor dos hexacordes 6-7 e uma vez que estes podem ser, diferentes destes último, considerados como geradores da série base somente por mistura, Schoenberg demonstra uma intencionalidade na liberdade dada ao ordenamento das classes de notas da série.

Mas esta liberdade é limitada pelas possibilidades de particionamento tricordal do hexacorde pertencente à classe de conjunto 6-7 [3, 9, 8, 4, 2, 10] que se restringem a versões dos tricordes 3-1 (012), 3-4 (015), 3-5 (016), 3-9 (027).

Portanto, a predileção por 3-1 (012) também é intencional e reflete, por sua vez, na construção também intencional dos tetracordes 4-14 e 4-28.

Por sua, o posicionamento de 4-28 (0369) no centro dos outros dois tetracordes 4-14 (0347) fez com que Schoenberg habilitasse conscientemente as relações “tonais” internas do agregado-12. Colocados em outro ordenamento esta relação ficaria menos nítida. Porém não haveria qualquer alteração nos outros relacionamentos. Portanto o agregado-12 permaneceria como 2 hexacordes 6-7 (012678) dispostos através da combinação vertical de 4 tricordes 3-1 (012) horizontalmente dispostos e/ou 3 tetracordes verticalmente dispostos combinados horizontalmente permanecendo por sua vez como empilhamentos de bicordes 2-4 (04) e 2-6 (06).

Esta clara busca por outras relações entre coleções além das puramente hexacordais evitam questionamentos quanto a possibilidade de fortuidades.

Apesar destas relações a combinatoriedade schoenberguiana no Op. 50*b* não pode ser totalmente considerada como emancipada dos domínios do hexacorde uma vez que o hexacorde não ordenado é utilizado como a unidade de construção musical sob o ponto de vista tanto horizontal quanto vertical que estão interpenetrados.

Neste âmbito a combinatoriedade hexacordal está para as combinatoriedades tetracordais, tricordais e bicordais como o serialismo dodecafônico esteve para a combinatoriedade hexacordal clássica schoenberguiana. A combinatoriedade assume então um papel operacional sobre o hexacorde muito maior do que o serialismo dodecafônico.

Originários de um mesmo embrião, a liberdade de ordenamento funciona como um ponto de partida para um questionamento acerca da necessidade do serialismo estrito como elemento balanceador das 12 classes de notas quando a combinatoriedade está sendo utilizada. A torna-se então capaz de emancipar o dodecafonismo do serialismo ou funcionar de forma independente.

Uma análise do tipo de combinatoriedade feita por Schoenberg ao fim da carreira é apresentada a seguir. Baseado no exemplo anterior o processo combinatorial schoenberguiano então mais maduro é decomposto e sequenciado em possíveis passos ou etapas. Este pode servir como um modelo da combinatoriedade madura schoenberguiana e consequentemente para utilização da técnica.

*1º. Passo: A derivação comum*

*(Qual ordenamento impor às classes de notas da série?)*

Dentre diversos possíveis pontos de partida, aqui o primeiro passo foi considerado, a partir de uma intenção combinatorial prévia, a seleção das partes constituintes da série propícia à realização da combinatoriedade. No caso de Schoenberg, ela revela-se pela escolha do hexacorde combinatorial absoluto 6-7 (012678) como maior gerador possível – pela união não interseccionada e concatenada de versões T e/ou I operacionalizada - da série base. Portanto uma derivação do tipo comum.

A escolha de um conjunto gerador é um pré-ordenamento das classes de notas uma vez que vai delimitar o "*range*" de notas ordenáveis. Dentro de cada uma das partes disjuntas dos hexacordes disposições temporais diversas de classes de notas poderão ser empregadas (por imposição de um ordenamento inicial estrito ou pela sua flexibilidade durante ato compositivo).

*2º. Passo: A combinatoriedade (início)*

*(Quais formas da série devem ser utilizadas?)*

A partir, *a priori*, de uma intenção combinatorial hexacordal prévia há a escolha das formas da série a serem parceiras combinatoriais hexacordais. Isto reduz o escopo das formas da série utilizáveis. No caso de 6-7 serão 16 formas da série parceiras combinatoriais que formarão uma das 3 áreas combinatoriais possíveis.

*3º. Passo: A combinação vertical*

*(Quantas formas da série devem ser utilizadas e Quando?)*

Segue-se para a escolha da maneira de dispor temporalmente as formas da série T, I, R ou RI. Uma combinação do tipo vertical é vista na figura 105. No que tange à combinatoriedade absoluta hexacordal ($6^2$) combinações diretas requerem um mínimo de duas formas da série cada uma fornecendo uma das partes hexacordais para o agregado-12 combinatorial. Combinações verticais do tipo da figura anterior são feitos somente entre formas da série de subáreas combinatoriais distintas. Portanto, a partir de 6-7 (012678), dentro da mesma área contento 16 formas da séries somente 8 são combináveis verticalmente nota contra nota.

*4º. Passo: O particionamento combinatorial 1 ($6^2$)*

*(Como estas formas da série devem ser utilizadas?)*

Posteriormente ocorre um primeiro particionamento no qual as duas formas da série são subdivididas hexacordalmente, ou seja, por ($6^2$).

*5º. Passo: A derivação combinatorial 1 – A combinatoriedade ("fim conceitual")*

*(Como estas formas da série devem ser utilizadas?)*

Segue-se então a derivação combinatorial na qual as partes hexacordais complementares das duas formas da série distintas são unidas ou associadas através da proximidade temporal gerando assim um agregado-12 combinatorial entre as primeiras seis classes de notas de cada uma.

*6º. Passo: O particionamento combinatorial 2 ($3^4$) - A combinatoriedade expandida*

*(Como estas formas da série devem ser utilizadas?)*

Cada um dos 2 hexacordes do agregado-12 combinatorial é por sua vez particionado em ($3^2$) e o agregado-12 combinatorial pode passar a ser também pensado como um particionamento do tipo ($3^4$). Este particionamento é evidenciado pelo disposição horizontal de 2 tricordes sobrepostos em cada hexacorde.

*7º. Passo: O particionamento combinatorial 3 ($2^4$ 2).*

O particionamento de cada um dos hexacordes das formas da série constituintes do agregado em tricordes horizontais sobrepostos pode ser visto sob o ponto de vista vertical como um terceiro particionamento, o particionamento ($2^2$ 2). No caso, duas classes de bicordes estão envolvidas, duas versões de 2-4 (04) e uma versão do bicorde combinatorial absoluto 2-6 (06). Sob o ponto de vista total do agregado-12 o particionamento é do tipo ($2^4$ 2).

*8º. Passo: O particionamento combinatorial 4 ($4^2$ 4).*

O empilhamento de bicordes dispostos verticalmente por sua vez equivale ao particionamento ($4^2$ 4) do agregado-12. Além da disposição temporal a evidenciação destes conjuntos se dá contextualmente na qual há uma relação de sintaxe e do tipo de semântica a eles atribuída e que é referente à música tonal.

Neste modelo ou, grosso modo, "algoritmo", da prática combinatorial schoenberguiana do fim da carreira a maioria do que foi discutido nos itens anteriores estão envolvidos.

Até o *5º. passo* a combinatoriedade seria realizada e equivaleria ao modelo visto no item 4.2.2. A partir dos passos restantes a combinatoriedade se dá em outros níveis de construção musical mais específicos.

Alguns destes passos não deveriam ser decompostos sequencialmente já que algumas de das ações neles descritas são simultâneas. Por exemplo, a opção de dispor 2 hexacordes em 4 tricordes empilhados nota contra nota gera, inevitavelmente e sob o ponto de vista vertical, 3 tetracordes que por sua vez podem ser vistos como 2 bicordes harmônicos empilhados.

Apesar disso é importante se ter em conta que um pensamento destas ações dissociadas as habilitam para serem aproveitadas composicionalmente e funcionam como possíveis camadas do pensamento combinatorial.

Independente de que estejam restadas dúvidas quanto ao uso consciente das possibilidades de relacionamento entre os conjuntos utilizados por Schoenberg[139] a sua série base pode ser vista portanto como capaz de oferecer possibilidades de evidenciações de conjuntos diversas dentro da combinatoriedade.

Num caso como o de Schoenberg no qual conjuntos de 4 cardinalidades podem ser vistos como geradores simultâneos em diversos níveis de um único agregado-12 combinatorial haverá a exigência de distinções compositivas diversas não só deste agregado-12 em relação às formas da série que lhe dão origem como também de cada uma destas possíveis partes geradoras.

Tratando-se do Op. 50*b* a organização interna do agregado-12 combinatorial, traduzida tanto pela disposição de ordem flexível das classes de notas das formas da série, quanto pela combinação vertical entre elas, tornou, junto com as relações "tonais" tetracordais, torna esta pluralidade evidente. Porém o que pode ser visto como sistematizações ou sistematização de primeiro plano - se somente um dodecafonismo, um dodecafonismo com relações harmônicas

[139] É importante frisar que nesta obra Schoenberg utiliza-se de todos os pontos de inversão possíveis através dos quais o hexacorde combinatorial absoluto 6-7 (012678) é capaz de se autocomplementar. Tal fato não pode ser visto nas obras anteriores. Portanto, nesta obra, última obra composta por ele, bem como nos rascunhos do seu Op. 50*c,* Schoenberg já estava consciente das propriedades combinatoriais dos hexacordes utilizados.

tonais, uma combinatoriedade do tipo comum, ou uma combinatoriedade num nível mais profundo e intrincado - é uma questão de interpretação.

### 4.4.4 A pluricombinatoriedade

A combinatoriedade tal como feita por Schoenberg em seu Op. 50*b* é aqui chamada de pluricombinatoriedade. Para diferencia-la dos tipos anteriores, uma vez que a pluricombinatoriedade pode envolver conjuntos equivalentes ou não equivalentes de diversas cardinalidades, será levado em conta para sua a definição a exploração simultânea de propriedades combinatoriais de diversos conjuntos.

De acordo com o modelo anteriormente apresentado ela consiste basicamente em (re)particionamentos e (re)derivações constantes. Para isso as informações contidas principalmente no item anterior são bastante úteis.

Diretamente vinculado ao exemplo anteriormente visto do Op. 50*b* de Schoenberg, as relações entre tetracordes e tricordes na formação do agregado-12 não foi incluído no item anterior por questões conceituais. Apesar de uma possível relação de inclusão entre eles tetracordes não podem ser particionados em tricordes.

Um ponto relevante para a sua compreensão é a consideração de que diante de uma combinação vertical de tricordes horizontalmente dispostos tal como o feito por Schoenberg o ordenamento das classes de notas de cada um deles tricorde isolado não afetará as suas propriedades combinatoriais mas afetará o tetracorde horizontalmente construído.

Uma pluricombinatoriedade em 4 passos com base nas diretrizes gerais do modelo apresentado nesta seção pode ser vista nas figuras 121 a 124.

Em *a* (fig. 121) que a série é derivada do hexacorde combinatorial absoluto de primeira ordem 6-1 (012345).

Em *b* (fig. 122) esta série é disposta combinada verticalmente com seu próprio retrógrado. Os trechos tricordais sobrepostos formam o hexacorde semicombinatorial 6-15 (012458) e dois agregados sucessivos são formados a partir de quatro versões do hexacorde 6-15.

Em *c* (fig. 123) uma combinação de 4 partes é gerada a partir do acréscimo por sobreposição de outras duas formas da série vistas em *a.* Trechos tricordais sobrepostos formam desta vez duas versões de 6-15 (012458), uma entre as duas formas da série superiores e outra entre as duas inferiores, formando assim um agregado. Quatro agregados são então formados sucessivamente.

Já em *d* (fig. 124) um ordenamento secundário é dado às classes de notas dos agregados formados em *c*, mantendo ainda os ordenamentos individuais de cada uma das formas da série (verticalmente) tal como visto em *c*. Assim, uma série secundária é formada, derivada do hexacorde semicombinatorial 6-30 (013679), seguida posteriormente por sua forma transposta a *t*=4. Portanto, estes três hexacordes 6-1, 6-15 e 6-30 (estes último considerados como "hexacordes resultantes harmônicos"), cada um responsável pela formação de agregados segundo três pontos de vistas distintos, podem ser simultaneamente evidenciados.

| | *a* | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Hexacorde 6-1 (012345) | | | | | | Hexacorde 6-1 (012345) | | | | | |
| O | 0 | 4 | 11 | 3 | 2 | 1 | 5 | 6 | 9 | 8 | 10 | 7 |
| | Série Original | | | | | | | | | | | |

Figura 121 - Pluricombinatoriedade em 4 passos (*a*)

| | *b* | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Hexacorde 6-15 (012458) | | | Hexacorde 6-15 (012458) | | | Hexacorde 6-15 (012458) | | | Hexacorde 6-15 (012458) | | |
| O | 0 | 4 | 11 | 3 | 2 | 1 | 5 | 6 | 9 | 8 | 10 | 7 |
| R | 7 | 10 | 8 | 9 | 6 | 5 | 2 | 1 | 3 | 11 | 4 | 0 |
| | Agregado 1 | | | | | | Agregado 1 | | | | | |

Figura 122 - Pluricombinatoriedade em 4 passos (*b*)

| | *c* | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Hexacorde 6-15 (012458) | | | Hexacorde 6-15 (012458) | | | Hexacorde 6-15 (012458) | | | Hexacorde 6-15 (012458) | | |
| O | 0 | 4 | 11 | 3 | 2 | 1 | 5 | 6 | 9 | 8 | 10 | 7 |
| R | 7 | 10 | 8 | 9 | 6 | 5 | 2 | 1 | 3 | 11 | 4 | 0 |
| I | 1 | 9 | 2 | 10 | 0 | 11 | 8 | 7 | 4 | 5 | 3 | 6 |
| RI | 6 | 3 | 5 | 4 | 7 | 8 | 11 | 0 | 10 | 2 | 9 | 1 |
| | Hexacorde 6-15 (012458) | | | Hexacorde 6-15 (012458) | | | Hexacorde 6-15 (012458) | | | Hexacorde 6-15 (012458) | | |
| | Agregado 1 | | | Agregado 2 | | | Agregado 3 | | | Agregado 4 | | |

Figura 123 - Pluricombinatoriedade em 4 passos (*c*)

| | *d* | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Hexacorde 6-30 (013679) | Hexacorde 6-30 (013679) | Hexacorde 6-30 (013679) | Hexacorde 6-30 (013679) | |
| O | 0 4 | 11 | 3 1 | 2 | Hexacorde 6-1 |
| R | 7 10 | 8 | 9 | 5 6 | Hexacorde 6-1 |
| | Hexacordes 6-15 (012458) | | Hexacordes 6-15 (012458) | | |
| I | 1 | 9 2 | 10 | 0 | Hexacorde 6-1 |
| RI | 6 | 3 5 | 4 7 | 11 | Hexacorde 6-1 |
| | Série Secundária | | $T_9$ Série Secundária | | |

Figura 124 - Pluricombinatoriedade em 4 passos (*d*)

Em comparação a pluricombinatoriedade de Schoenberg em seu Op. 50*b* 4 ao invés de 2 formas da série são utilizadas combinadas diretamente nota contra nota até *c*. A pluricombinatoriedade é vista somente sob o ponto de vista de hexacordes. Porém outros conjuntos tais como tricordes e tetracordes poderiam ser explorados em outros níveis de estrutura. Em *d* um ordenamento é imposto entre as classes de notas nos dois agregados-12 combinatoriais tornando-os secundárias T relacionadas. Um novo ordenamento poderia então passar a ser utilizado a partir do ponto *d* paralelamente ou substituindo a série base inicial.

Mais formas da série poderiam ser acrescentadas às 4 formas iniciais. Abaixo segue uma combinação de 8 partes utilizando trechos hexacordais de formas da mesma série base vista figura anterior. Como destacado na figura por tons de cinza distintos, agregados-12 combinatoriais podem ser obtidos sob diversos pontos de vista.

Em *a* (fig. 125), horizontalmente, agregados-12 são formados hexacordalmente. Verticalmente são formados por partes desiguais de 2 e 1 classe de notas (bicordes e monocordes). O mesmo ocorre em *b* horizontalmente (fig. 126). Sob o ponto de vista vertical um octacorde se une a um tetracorde. Em *c* horizontalmente temos a formação de agregados-12 por trechos tricordais e verticalmente por trechos tetracordes unidos a bicordes (fig. 127)..

Nas figuras 121 a 124 somente partes iguais foram levadas em conta para a pluricombinatoriedade, nas figuras 125 a 127 há a possibilidade de visualização do agregado-12 em partes desiguais.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | O | 0 | 4 | 11 | | 3 | 1 | 2 | |
| | R | 7 | 10 | 8 | | 9 | | 6 | 5 |
| | I | 1 | | 9 | 2 | 10 | | 0 | 11 |
| *a* | RI | 6 | | 3 | 5 | 4 | 7 | 8 | |
| | O | 2 | | 6 | 1 | 5 | | 3 | 4 |
| | R | 9 | | 0 | 10 | 11 | 8 | 7 | |
| | I | 3 | 11 | 4 | | 0 | 2 | 1 | |
| | RI | 8 | 5 | 7 | | 6 | | 9 | 10 |

Figura 125 - Combinação vertical *a* de 8 partes derivada da figura 105

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | O | 0 | 4 | 11 | | 3 | 1 | 2 | |
| | R | 7 | 10 | 8 | | 9 | | 6 | 5 |
| | I | 1 | | 9 | 2 | 10 | | 0 | 11 |
| | RI | 6 | | 3 | 5 | 4 | 7 | 8 | |
| *b* | O | 2 | | 6 | 1 | 5 | | 3 | 4 |
| | R | 9 | | 0 | 10 | 11 | 8 | 7 | |
| | I | 3 | 11 | 4 | | 0 | 2 | 1 | |
| | RI | 8 | 5 | 7 | | 6 | | 9 | 10 |

Figura 126 - Combinação vertical *b* de 8 partes derivada da figura 105

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | O | 0 | 4 | 11 | | 3 | 1 | 2 | |
| | R | 7 | 10 | 8 | | 9 | | 6 | 5 |
| | I | 1 | | 9 | 2 | 10 | | 0 | 11 |
| | RI | 6 | | 3 | 5 | 4 | 7 | 8 | |
| *c* | O | 2 | | 6 | 1 | 5 | | 3 | 4 |
| | R | 9 | | 0 | 10 | 11 | 8 | 7 | |
| | I | 3 | 11 | 4 | | 0 | 2 | 1 | |
| | RI | 8 | 5 | 7 | | 6 | | 9 | 10 |

Figura 127 - Combinação vertical *c* de 8 partes derivada da figura 105

### 4.4.5 A combinatoriedade babbittiniana 1: séries pluricombinatoriais

Os aspectos da teoria musical desenvolvida por Babbitt podem ser vistos sobre o prisma da sua busca pela máxima diversidade. Esta corresponde, grosso modo, à ideia do uso de todas as combinações possíveis de algum parâmetro ou combinações de parâmetros musicais.

Uma vez que Schoenberg usava geralmente formas invertidas da série combinadas para formar agregados-12 pelas suas partes hexacordais semicombinatoriais, Babbitt, com a ideia de hexacordes, tetracordes e tricordes combinatoriais absolutos, expõe todos as possibilidades de interações combinatoriais pelas operações T, I, R e RI destes conjuntos[140].

Com sua música não é diferente. A partir do seu maximalismo Babbitt desenvolveu uma série de recursos compositivos, muitos deles relacionados à combinatoriedade.

A partir de sua investigação acerca das construção de agregados-12 por conjuntos equivalentes que o dividem em partes iguais Babbitt, em sua "*Composition for Twelve Instruments*" (1948), utiliza uma série que apresenta naturezas combinatoriais complexas viabilizando diversos tipos de combinatoriedades simultaneamente.

Na figura adiante as 12 formas da série combinatorialmente relacionadas são dispostas de forma a tornar nítida estas combinatoriedades.  Através dela agregados-12 podem ser formados por porções equivalentes de cinco cardinalidades: hexacordes ($6^2$), tetracordes ($4^3$), tricordes ($3^4$), bicordes ($2^6$), e "monocordes" ($1^{12}$).[141]

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_0$ | 0 | 1 | 4 | 9 | 5 | 8 | 3 | 10 | 2 | 11 | 6 | 7 |
| $O_4$ | 4 | 5 | 8 | 1 | 9 | 0 | 7 | 2 | 6 | 3 | 10 | 11 |
| $O_8$ | 8 | 9 | 0 | 5 | 1 | 4 | 11 | 6 | 10 | 7 | 2 | 3 |
| $I_1$ | 1 | 0 | 9 | 4 | 8 | 5 | 10 | 3 | 11 | 2 | 7 | 8 |
| $I_5$ | 5 | 4 | 1 | 8 | 0 | 9 | 2 | 7 | 3 | 6 | 11 | 10 |
| $I_9$ | 9 | 8 | 5 | 0 | 4 | 1 | 6 | 11 | 7 | 10 | 3 | 2 |
| R | 7 | 6 | 11 | 2 | 10 | 3 | 8 | 5 | 9 | 4 | 1 | 0 |
| $R_{11}$ | 11 | 10 | 3 | 6 | 2 | 7 | 0 | 9 | 1 | 8 | 5 | 4 |
| $R_3$ | 3 | 2 | 7 | 10 | 6 | 11 | 4 | 1 | 5 | 0 | 9 | 8 |
| $RI_6$ | 6 | 7 | 2 | 11 | 3 | 10 | 5 | 8 | 4 | 9 | 0 | 1 |
| $RI_{10}$ | 10 | 11 | 6 | 3 | 7 | 2 | 9 | 0 | 8 | 1 | 4 | 5 |
| $RI_2$ | 2 | 3 | 10 | 7 | 11 | 6 | 1 | 4 | 0 | 5 | 8 | 9 |

Agregados

($6^2$)

($4^3$)

($3^4$)

($2^6$)

($1^{12}$)

Figura 128 - Série pluricombinatoriais de Babbitt

[140] Em sua busca consciente ou inconsciente pela máxima diversidade Babbitt expande a combinatoriedade em múltiplos níveis. Uma delas é a ideia de agregados rítmicos ou de *time-points* que pode ser vista mais adiante.

[141] A mesma série permite o uso de particionamentos diferentes dos que dividem a série em partes iguais, tal como o (8 2 $1^2$).

### 4.4.6 Associações multiparamêtricas em agregados-12 pluricombinatoriais

Agregados-12 pluricombinatoriais requerem uma quantidade elevada de métodos de associação (por registro, timbre, e etc.) das classes de notas das suas partes geradoras capazes de tornar evidente a intenção pluricombinatorial.

Um simples exemplo hipotético destes tipos de associação pode ser visto na figura a seguir. O primeiro agregado formado por ($3^4$) ou ($4^3$) entre as formas da série $O_0$, $I_9$, R, $RI_2$ extraídas da série base da "*Composition for twelve instruments*" (1948) de Babbitt demonstrada na figura anterior pode ser evidenciado e portanto diferenciado do segundo agregado simultaneamente ou alternativamente através da associação de classes de notas de suas partes (conjuntos) por timbre (apresentado somente nas madeiras, no caso de uma peça orquestral), registro (apresentado somente na oitava equivalente à C3-C4), dinâmica (com classes de notas nas quais são atribuídas classes ***f***) e ritmicamente (com classes de notas atreladas a um mesmo motivo rítmico "a" qualquer para os quatro tetracordes), dentre outras possibilidades. Neste caso o segundo agregado construído simultaneamente por ($6^2$) entre as formas da série $O_8$ e $RI_6$ deve possuir um diferente tipo de associação tal como o demonstrado na figura a seguir.

| | Agregado 1 | | | timbre | registro | dinâmica | ritmo |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_0$ | 0 | 1 | 4 | madeiras | Entre C3-C4 | Dinâmicas de classe ***f*** | Motivo rítmico "*a*" |
| $I_9$ | 9 | 8 | 5 | | | | |
| R | 7 | 6 | 11 | | | | |
| $RI_2$ | 2 | 3 | 10 | | | | |

| | Agregado 2 | | | | | | timbre | registro | dinâmica | ritmo |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_8$ | 8 | 9 | 0 | 5 | 1 | 4 | metais | *Entre C2-C3* | Dinâmicas de classe ***p*** | Motivo rítmico "*b*" |
| $RI_6$ | 6 | 7 | 2 | 11 | 3 | 10 | | | | |

Figura 129 - Associação de classes de notas (ou conjuntos) para evidenciação/diferenciação de agregados

Um exemplo musical pode ser visto na figura 131. Agregados-12 são formados com base na pluricombinatoriedade das formas da série contida na figura 130. Ela é derivada simultaneamente do hexacorde combinatorial absoluto 6-7 (012678) e de um tricorde a ele relacionado, o tricorde combinatorial absoluto 3-1 (012), um dos seus possíveis tricordes geradores. Este por sua vez se relaciona com o tetracorde combinatorial absoluto 4-28 (0369), visto que, quando sobrepostas as suas formas transpostas aos níveis transposicionais 0, 3, 6 e 9, quatro versões harmônicas de 4-28 (0369) são geradas. Dessa forma, três tipos de combinatoriedades serão simultaneamente possíveis, a combinatoriedade hexacordal, através da partição ($6^2$), a combinatoriedade tetracordal, através da partição ($4^3$), e a combinatoriedade tricordal, através de ($3^4$). Estes agregados podem ser vistos sob diversas dimensões compositivas bem como seus conjuntos componentes.

As quatro formas da série $O_0$, $O_9$, $O_6$ e $O_3$ estão timbricamente delimitadas. Cada uma está presente em um dos 4 instrumentos escolhidos no experimento. Porém, diferenciando os tipos de agregado-12, os 2 agregados combinatoriais 1 e 2 estão “separados” por motivos rítmicos distintos. Já 3 e 4 estão associados por registro, 3 no registro agudo e o 4 no grave. Sob o ponto de vista das partes destes agregados-12 tetracordes 4-28 são evidenciados pela disposição vertical e tricordes 3-1 (012) pelas disposições horizontais separados por pausa. Hexacordes 6-7 podem ser vistos, além de horizontalmente, associados ou por *staccatos* ou por *legatos*. Já o hexacorde harmônico resultante 6-1 (012345) pode ser visto entre os tricordes próximos por registro de formas da série distintas.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_0$ | 0 | 2 | 1 | 7 | 8 | 6 | 3 | 5 | 4 | 10 | 11 | 9 |
| $O_9$ | 9 | 11 | 10 | 4 | 5 | 3 | 0 | 2 | 1 | 7 | 8 | 6 |
| $O_6$ | 6 | 8 | 7 | 1 | 2 | 0 | 9 | 11 | 10 | 4 | 5 | 3 |
| $O_3$ | 3 | 5 | 4 | 10 | 11 | 9 | 6 | 8 | 7 | 1 | 2 | 0 |

Agregados

($6^2$) 6-7 (012678)

($4^3$) 4-28 (0369)

($3^4$) 3-1 (012)

Figura 130 - “Pluricombinatoriedade” através da sobreposição de formas de uma série derivada simultaneamente dos conjuntos combinatoriais absolutos 6-7 (012678), 4-28 (0369) e 3-1 (012).

Alguns recursos são capazes de melhor evidenciar estas partes constituintes e portanto hierarquizá-las texturalmente colocando-as em *foreground*, *middleground* ou *background* uma entre as outras.

Apesar de, por questões psicoacústicas, haver impossibilidades de dissociações paramétrico-musicais sob o ponto de vista da percepção, um simples exemplo do uso destes recursos é se ater à homogeneidade e heterogeneidade tímbrica.

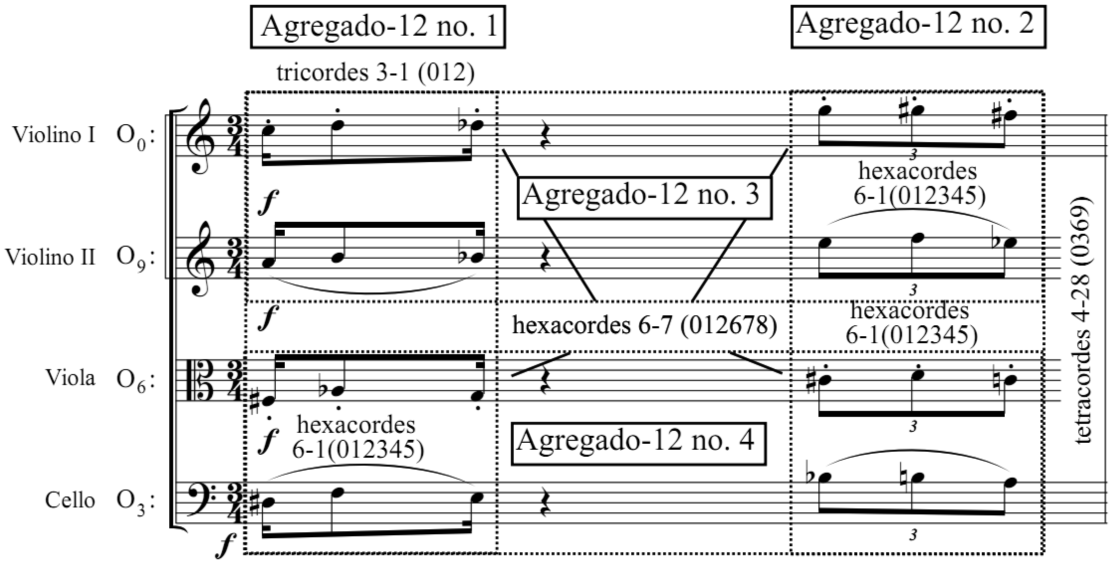



Figura 131 - Associação de partes de agregados-12 pluricombinatoriais

No caso anterior somente instrumentos de uma mesma família foram utilizados e portanto são tidos como timbres homogêneos em potencial. Tal fato foi corroborado pelo uso da mesma classe de dinâmica *f* no trecho. Uma tentativa de diferenciação tímbrica foi feita com base no uso das articulações *staccato* e *legato*. Uma primeira possibilidade de maior diferenciação seria o uso de *pizzicatos* no lugar do *legato*. Num caso mais extremo outra possibilidade seria o uso de 2 instrumentos de outra família no lugar do Violino II e do cello, fato que causaria um maior contraste sob o ponto de vista tímbrico destacando os hexacordes 6-7 (012678) dos agregados formados.

## 4.5 Novas combinatoriedades

### 4.5.1 A combinatoriedade babbittiniana 2: "*trichordal arrays*"

Dentro os diversos recursos criados por Babbitt relacionados à prática combinatorial e à sua busca pela máxima diversidade um dos mais conhecidos são seus "*trichordal arrays*" ou arranjos ou matrizes tricordais.

No sentido babbittiniano um "*array*" é uma sucessão de agregados-12 combinatoriais tal como já apresentada nos exemplos anteriores. Portanto é um arranjo de partes de um agregado-12 dispostas em forma de matriz de maneira que geralmente uma linha corresponde a um agregado-12 do tipo formas da série ou outras permutações e as colunas a agregados-12 combinatoriais[142].

Estas matrizes tem o mesmo caráter pré-composicional da matriz dodecafônica. Nas figuras 132 e 133 há uma diferenciação entre uma matriz dodecafônica e uma possível matriz tricordal ambas geradas pela mesma série base. Tricordes iguais estão separados por cores e cada coluna correspondente a um agregado-12 combinatorial corresponde a uma permutação distinta destes 4 tricordes. Agregados-12 combinatoriais são vistos sob o ponto de vista das combinações verticais das partes dispostas horizontalmente e portanto ($6^2$) por 6-1 (012345) e ($3^4$) por 3-1 (012) estão evidentes. Sob o ponto de vista da combinação horizontal das partes verticalizadas agregados-12 combinatoriais são também possíveis por ($4^3$) de 4-28 (0369).

Informações para a construção de matrizes tais como as de Babbitt foram dadas nos itens anteriores. Porém é importante demonstrar esta prática específica do autor. Uma vez que a matriz é tratada somente como um ponto de partida pré-compositivo algumas decisões compositivas de Babbitt sobre a forma de dispor e relacionar as partes formadoras do agregado-12 combinatorial utilizando-se da matriz serão demonstradas nos próximos exemplos.

| Matriz Dodecafônica de um Série Derivada de 3-1 (012) | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $I_2$ | | | $I_5$ | | | $I_8$ | | | | $I_{11}$ | |
| $O_0$ | 0 | 2 | 1 | 4 | 5 | 3 | 7 | 8 | 6 | 10 | 9 | 11 | $R_{11}$ |
| | 10 | 0 | 11 | 2 | 3 | 1 | 5 | 6 | 4 | 8 | 7 | 9 | |
| | 11 | 1 | 0 | 3 | 4 | 2 | 6 | 7 | 5 | 9 | 8 | 10 | |
| | 8 | 10 | 9 | 0 | 1 | 11 | 3 | 4 | 2 | 6 | 5 | 7 | |
| | 7 | 9 | 8 | 11 | 0 | 10 | 2 | 3 | 1 | 5 | 4 | 6 | |
| $O_9$ | 9 | 11 | 10 | 1 | 2 | 0 | 4 | 5 | 3 | 7 | 6 | 8 | $R_8$ |
| | 5 | 7 | 6 | 9 | 10 | 8 | 0 | 1 | 11 | 3 | 2 | 4 | |
| | 4 | 6 | 5 | 8 | 9 | 7 | 11 | 0 | 10 | 2 | 1 | 3 | |
| $O_6$ | 6 | 8 | 7 | 10 | 11 | 9 | 1 | 2 | 0 | 4 | 3 | 5 | $R_5$ |
| | 2 | 4 | 3 | 6 | 7 | 5 | 9 | 10 | 8 | 0 | 11 | 1 | |
| $O_3$ | 3 | 5 | 4 | 7 | 8 | 6 | 10 | 11 | 9 | 1 | 0 | 2 | $R_2$ |
| | 1 | 3 | 2 | 5 | 6 | 4 | 8 | 9 | 7 | 11 | 10 | 0 | |
| | | $RI_3$ | | | $RI_6$ | | | $RI_8$ | | | | $RI_0$ | |

Figura 132 - Matrizes dodecafônica de uma série derivada de 3-1 (0123)

[142] Bordini (2003) sugere como tradução para "*trichordal arrays*" o termo matrizes tricordais. Aqui opto por evidenciar a possibilidade alternativa de tradução do termo "arrays" por arranjos, já que a ideia matemática de arranjo está também implícita. O termo matriz como um arranjo retangular (ou bidimensional) de elementos em linhas e colunas é também útil, bem como a ideia de matriz como o lugar onde algo de se gera ou cria no que tange os aspecto pré-composicional da mesma. Martino (1961) utiliza o termo "*trichordal* mosaic" ou mosaicos tricordais no mesmo sentido. A ideia advém da noção das artes plásticas de mosaico que corresponde, grosso modo, a formação de um desenho pelo embutido de pequenas peças de diversos tipo de material.

| Matriz Tricordal a partir da série do exemplo anterior | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_0$ | Agregado $(4^3)$ | 0 | 2 | 1 | 4 | 5 | 3 | 7 | 8 | 6 | 10 | 9 | 11 | Agregado $(6^2)$ | $R_{11}$ |
| $O_9$ | | 9 | 11 | 10 | 1 | 2 | 0 | 4 | 5 | 3 | 7 | 6 | 8 | | $R_8$ |
| $O_6$ | | 6 | 8 | 7 | 10 | 11 | 9 | 1 | 2 | 0 | 4 | 3 | 5 | Agregado $(6^2)$ | $R_5$ |
| $O_3$ | | 3 | 5 | 4 | 7 | 8 | 6 | 10 | 11 | 9 | 1 | 0 | 2 | | $R_2$ |
| | | Agregado $(3^4)$ | | | Agregado $(3^4)$ | | | Agregado $(3^4)$ | | | Agregado $(3^4)$ | | | | |

Figura 133 - Matrizes tricordal de uma série derivada de 3-1 (012) (mesma do exemplo anterior)

Na figura 134 há os primeiros 9 compassos de sua obra "*Composition for Four Instruments*" e na figura 135 a sua matriz tricordal constando das primeiras 6 notas da série "base" utilizada.


Figura 134 - Primeiros nove compassos de "*Composition for Four Instrument*" (Babbitt)

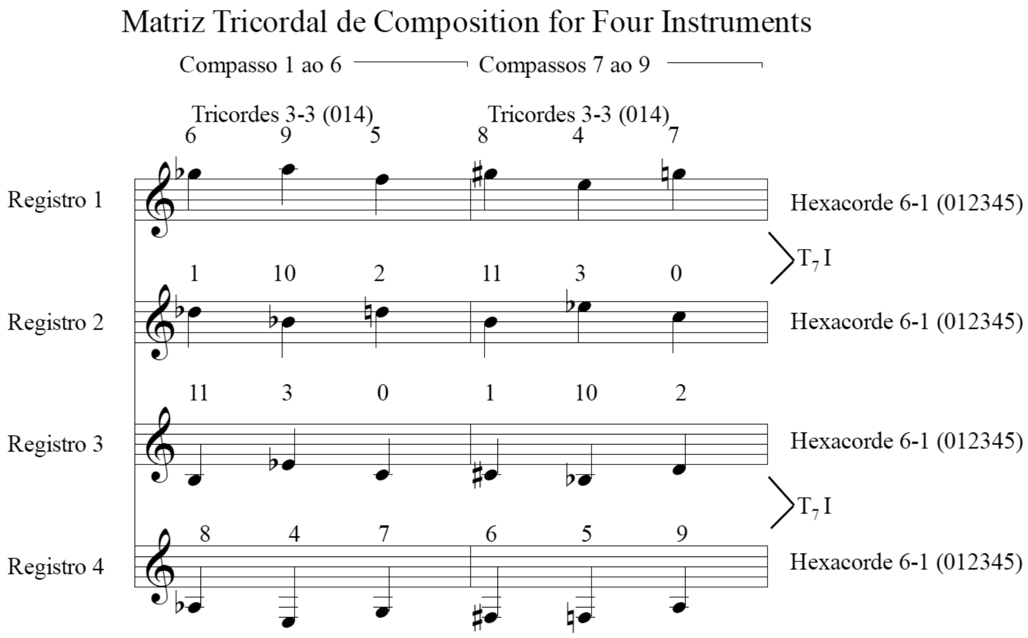



Figura 135 - atriz tricordal de "*Composition for Four Instruments*"

Como pode ser observado, as séries 1 e 2 obtíveis na figura 134 não se relacionam por T, I, R ou RI. Isto é percebido prontamente pelos intervalos iniciais e finais de cada série (em *i*). Elas também não se relacionam nitidamente com a matriz tricordal presente na figura 135. Esta relação é um pouco mais complexa, já que as classes de notas de cada tricorde podem ser consideradas como associadas por registro. Na figura 136 esta associação pode ser vista mais claramente.

Salvo o primeiro tricorde, o restante das classes de notas dos demais tricordes não estão em proximidade temporal. Tal fato demonstra a causa da dificuldade na obtenção das formas da série base utilizadas. A série base torna-se presente como um elemento pré-composicional[143].

A presença direta destes agregados-12 combinatoriais, ou neste caso, séries secundárias, com a ausência das formas da série que lhes foram geradores acrescenta possibilidades aos modelos combinatoriais schoenberguianos aqui apresentados.

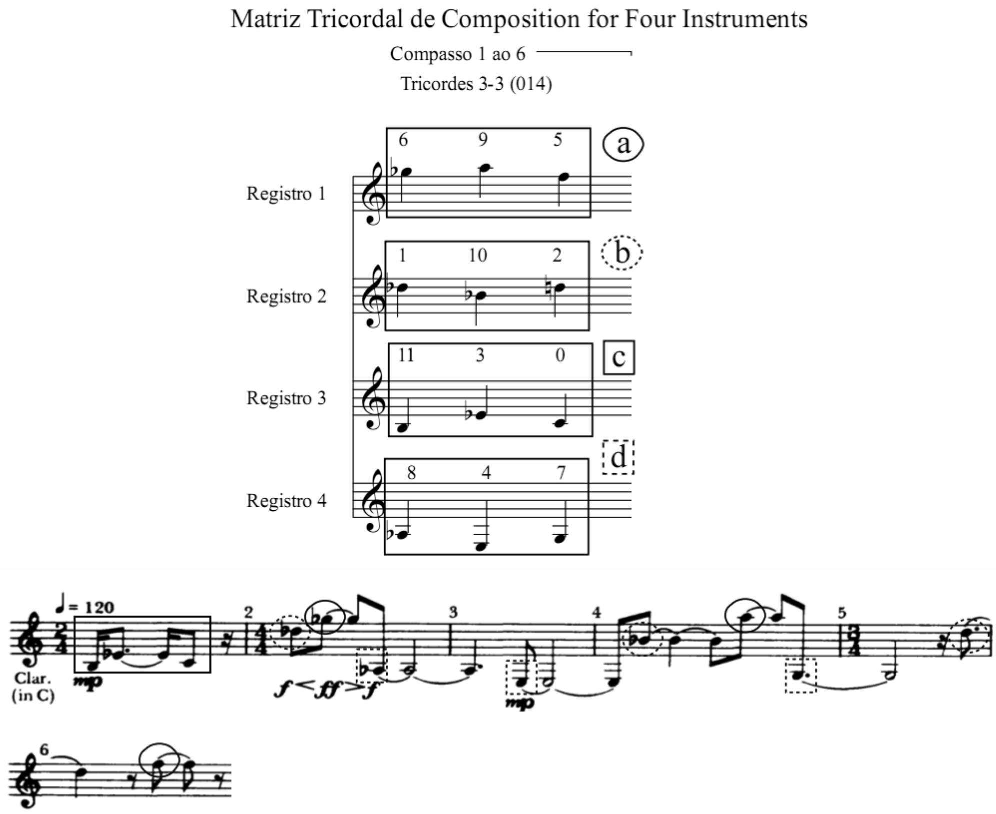



Figura 136 - Tricordes associados por registro em "*Composition for Four Instruments*"

[143] Nesta prática de Babbitt a série base é algumas vezes revelada ao final da obra.

A ideia de apresentação do agregado-12 particionado tricordalmente em 4 registros distintos ($3^4$)  é condizente com o princípio da máxima diversidade seguido pelo compositor. Outros parâmetros musicais foram utilizados por ele com o mesmo fim tanto nesta como em outras nas quais podemos encontrar uma variedade imensa de formas de apresentações e associações de agregados de diversas naturezas.

### 4.5.2 Agregados de classes de notas de outros tamanhos (Agregados-*n*)

Babbitt (1961) apresenta uma primeira ideia de emancipação do agregado da cardinalidade 12 ao levantar as possibilidades do que chamou de "*weighted aggregates*" e "*incomplete aggregates*", ou agregados "pesados" e incompletos[144]. O primeiro consiste numa coleção de doze notas em que a décima segunda não aparece até, ao menos, uma classe de notas terem sido representada pelo menos duas vezes em cada uma destas representações supridas por segmentos de diferentes formas da série. O segundo consiste num segmento máximo sem repetição de classes de notas e menor que um agregado-12.

Ambas as ideias expandem o conceito de agregado tanto para cardinalidades maiores quanto para menores do que 12. Cada uma destas direções sugere uma tradução de todos os processos envolvidos na formação de agregados-12 e de agregados-12 combinatoriais para estes novos agregados ou agregados-*n*[145].

Esta tradução tem certas implicações relacionadas com uma mudança no sistema referencial. Sob o ponto de vista das operações T, I, R e RI, a formação de agregados menores que 12 funcionaria semelhante ao sistema tonal no qual, aplicadas a uma dada escala diatônica (7 notas), afetaria mudanças na coleção referencial. Tal fato não ocorre dentro do sistema serial dodecafônico originário da combinatoriedade, já que operações T, I, R e RI somente causam permutações específicas de classes de notas de uma série dodecafônica, permanecendo esta sempre como um agregado do tipo 12.

Portanto os processos relacionados à formação de agregados-12 para agregados de *n* cardinalidades não são diretamente traduzíveis.

[144] Babbitt (1961) somente cita as ideias de "*weighted*" e "*incomplete aggregates*". Martino (1961)  é o primeiro a apresentar exemplos de agregados diferentes de 12.

[145] Swift (1976) utiliza a ideia de "n-aggregates", onde *n* é o número de elementos do agregado, para tratar de agregados de outras cardinalidades.

Uma das possibilidades mais superficiais de tradução é apontada em Martino (1961). O autor sugere tomar um dado conjunto de classes de notas específico e torná-lo como agregado referencial.

Tratando-se o conjunto [0, 1, 2, 3] pertencente à classe de tetracordes combinatoriais absolutos 4-1 (0123) como agregado-*n* (agregado-4) teremos 24 permutações possíveis (4!) de suas classes de notas. Destas 24 somente uma pode ser considerada como resultante de transposição ($T_0$) e outra como inversão ($T_3I$), sendo elas degeneradas e portanto iguais respectivamente ao retrógrado da inversão ($RI_3$) e ao retrógrado ($R_0$). As outras operações T, I, R e RI mudariam o agregado-4 referencial. Dispostas numa combinação vertical com duas destas partes que não sejam degeneradas teremos dois agregados-4 formados por ($2^2$) tendo como gerador 2-1 (01) (horizontalmente):

| | Agregado 1 | | Agregado 2 | |
|---|---|---|---|---|
| O ou RI | 0 | 1 | 2 | 3 |
| I ou R | 3 | 2 | 1 | 0 |

Figura 137 - Agregado-4 tendo [0, 1, 2, 3] como referencial

Já impondo um ordenamento distinto ao agregado-4 referencial tal como [0, 1, 3, 2] as formas R e RI diferenciam-se de I e T e tornam-se habilitadas para uma combinação vertical de 4 partes como pode ser visto na figura a seguir:

| | Agregados-4 | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 1º | 2º | 3º | 4º |
| O | 0 | 1 | 3 | 2 |
| I | 3 | 2 | 0 | 1 |
| R | 2 | 3 | 1 | 0 |
| RI | 1 | 0 | 2 | 3 |

Figura 138 - Combinação de 4 partes formando agregados-4 [0, 1, 2, 3]

Nota na figura anterior que agregados são formados verticalmente e por "quadrantes". Na figura a seguir temos uma combinação oblíqua e outra mista utilizando [0, 1, 3, 2] como agregado-4.

| | | | Agregado-4 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| O | 0 | 1 | 3 | 2 | | |
| I | | | 2 | 3 | 1 | 0 |

| | Agregados-4 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| O | 0 | 1 | 3 | 2 | | |
| R | | | 2 | 3 | 1 | 0 |
| I | 3 | 2 | 0 | 1 | | |
| RI | | | 1 | 0 | 2 | 3 |

Figura 139 - Combinações oblíqua e mista para formação de agregados-4 [0, 1, 2, 3]

| | | Agregado-12 | | Agregado-12 | | Agregado -12 | | | | Agregado-12 | | Agregado-12 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| O | Agregados-4 | 0 | 1 | 3 | 2 | 10 | 11 | 4 | 5 | 6 | 9 | 8 | 7 | Agregados-4 |
| | | 3 | 2 | 0 | 1 | | | | | 8 | 7 | 6 | 9 | |
| RI | | 6 | 5 | 4 | 7 | 8 | 9 | 2 | 3 | 11 | 10 | 0 | 1 | |
| | | 4 | 7 | 6 | 5 | | | | | 0 | 1 | 11 | 10 | |
| P | | 8 | 9 | 11 | 10 | 6 | 7 | 0 | 1 | 2 | 5 | 4 | 3 | |
| | | 11 | 10 | 8 | 9 | | | | | 4 | 3 | 2 | 5 | |

Figura 140 - Agregados-4 e 12 simultâneos

O próprio Martino (1961) apresenta a partir da ideia de construção de agregado-12 paralela à construção de agregados-4. Um exemplo pode ser visto na figura a 140.

No caso de um hexacorde combinatorial absoluto do tipo 6-1 [0, 1, 2, 3, 4, 5] como agregado-*n* ou agregado-6 existem 720 (ou 6!) possíveis permutações de suas classes de notas. Para cada ordenamento, tal como aconteceu nos exemplos anteriores, somente poucas operações T, R, I e RI não automapeiam totalmente o conjunto, fato que restringe a quantidade de partes de combinação.

Uma forma simples de filtrar estas 720 possibilidades, tal como as 48 formas T, I, R e RI operacionalizadas de uma série, e sair das poucas formas T, I, R e RI operacionalizadas possíveis em contextos de agregados menores que 12 é utilizar operações do tipo cíclicas tais como a rotação[146]. São 5 as rotações ($Rot_{1,\ 2,\ 3,\ 4}$ e $_{5}$) possíveis para cada um dos lados de um conjunto de 6 classes de notas até que este seja colocado novamente em ordem original. Estas

[146] Após a permutação identidade a permutação cíclica é o tipo de permutação mais simples a ser pensado. Rotações aplicadas a uma série dodecafônica promovem geralmente uma nova série de classes de intervalos e portanto tem resultados distintos das operações T e I.

10 rotações estão representadas na figura a seguir através de duas matrizes rotacionais[147], uma no sentido horário e outra no sentido anti-horário. Todas apresentam agregados vertical e horizontalmente.

| Rotação Horária | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Agregado-6 [0, 1, 2, 3, 4, 5] | | | | | | |
| Rot$_0$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Agregado-6 |
| Rot$_1$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 0 | |
| Rot$_2$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 0 | 1 | |
| Rot$_3$ | 3 | 4 | 5 | 0 | 1 | 2 | |
| Rot$_4$ | 4 | 5 | 0 | 1 | 2 | 3 | |
| Rot$_5$ | 5 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | |

| Rotação Anti-horária | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Agregado-6 [0, 1, 2, 3, 4, 5] | | | | | | |
| Rot$_0$ | 0 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | Agregado-6 |
| Rot-$_1$ | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | |
| Rot-$_2$ | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | 5 | |
| Rot-$_3$ | 3 | 2 | 1 | 0 | 5 | 4 | |
| Rot-$_4$ | 2 | 1 | 0 | 5 | 4 | 3 | |
| Rot-$_5$ | 1 | 0 | 5 | 4 | 3 | 2 | |

Figura 141 - Rotações para formação de agregados-6 [0, 1, 2, 3, 4, 5]

Cada ordenamento aplicado ao agregado-6 referencial vai gerar possibilidades distintas de formação de agregados por rotação. Semelhante aplicação de operações de rotação tal como dispostas nas matrizes anteriores funcionará, num contexto não serial, para a formação de agregados de todos os tipos de cardinalidades.

Tal como a combinatoriedade absoluta hexacordal está para a formação de agregados-12 a combinatoriedade absoluta tricordal está para a formação de agregados-6. Ambas dividem os seus agregados referenciais em 2 partes iguais. Uma diferença básica reside no fato de que não mais classes de conjuntos devem ser levados em conta e sim conjuntos de classes de notas específicos.

---

[147] Apesar de similar estas matrizes diferem-se operacionalmente das Matrizes Rotatórias ("*rotational arrays*") de Stravinsky.

Outra possibilidade semelhante à primeira é utilizar-se das informações da relação entre conjuntos de classes de notas vista nos itens anteriores. São 11 os particionamentos possíveis para o agregado-6 [0, 1, 2, 3, 4, 5][148]. Tomando-se exatamente a coleção referencial [0,1,2,3,4,5] e ($3^2$) como um destes 11 particionamentos 4 serão suas classes de tricordes geradores possíveis: 3-1 (012), 3-2 (013), 3-3 (014), 3-6 (024). Estas podem ser consideradas como pontos de partida para a formação do agregado-6 [0, 1, 2, 3, 4, 5] com base em conteúdos tricordais específicos (tabela 36). O mesmo pensamento pode ser aplicado para agregados de outras cardinalidades.

| Tricordes geradores possíveis de 6-1 [0, 1, 2, 3, 4, 5] | | |
|---|---|---|
| Classe de Tricorde | Tr1 | Tr2 |
| 3-1 (012) | 012 | 345 |
| 3-2 (013) | 013 | 245 |
| 3-3 (014) | 014 | 235 |
| 3-6 (024) | 024 | 357 |

Tabela 36 - Tricordes geradores de 6-1 [0, 1, 2, 3, 4, 5]

### 4.5.3 A combinatoriedade sem o agregado (agregado-*cc*)

A ideia de agregados incompletos de Babbitt gera um segunda interpretação diferente da feita por Martino (1961) e apresentada no item anterior:, o que Morris (1982) chamou de combinatoriedade sem agregado.

Morris considerava, tal como muitos outros autores, o agregado somente como um conjunto de cardinalidade 12 e portanto a sua combinatoriedade sem agregado pode ser compreendida como a combinatoriedade para formação de agregados diferentes de 12 tal como visto no item anterior. Porém, há uma distinção que a torna importante sob o ponto de vista geral da combinatoriedade. O autor não considera, como Martino (1961), um conjunto de classes de notas fixo como agregado-*n* e sim uma classe de conjuntos. Portanto há uma abstração na ideia de combinatoriedade para a formação multidimensional de conjuntos de classes de notas pertencentes à mesma classe de conjunto a partir de particionamento e

[148] Relembrando: os valores *p* para primeiros 12 números inteiros são: $p(0) = 1$, $p(1) = 1$, $p(2) = 2$, $p(3) = 3$, $p(4) = 5$, $p(5) = 7$, $p(6) = 11$, $p(7) = 15$, $p(8) = 22$, $p(9) = 30$, $p(10) = 42$, $p(11) = 56$, e $p(12) = 77$.

derivação. Um dos exemplos destes agregados de classes de conjunto (agregados-*cc*[149]) apresentados por Morris (1983) é demonstrado a seguir.

Na figura 142 os conjuntos formadores das linhas e colunas pertencem à classe de tetracordes 4-16 (0168).

| Agregados-4-16 (0168) | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $T_6$ | $T_7$ | $T_0$ | $T_2$ |
| $T_0$ | 0 | 1 | 6 | 8 |
| $T_2$ | 2 | 3 | 8 | 10 |
| $T_6$ | 6 | 7 | 0 | 2 |
| $T_7$ | 7 | 8 | 1 | 3 |

Figura 142 - Agregado-4-16 (0168)

Através desta prática o conceito de agregado é expandido já que dentro das dimensões de formação o agregado referencial, sob o ponto de vista das classes de notas, é variável, mas invariável no que diz respeito à mesma classe de conjunto.

Um fato importante a ser observado é que, comparado ao que foi visto no item anterior, tal como as formas de uma série dodecafônica que servem de matéria-prima para formação do agregado-12, os hexacordes estão relacionados pelas operações T e I.

Outro fato importante é que o Morris (1982), ao passo que apresenta, tal como Babbitt, maior diversidade à esta prática, quebra o paradigma combinatorial da identificação no mínimo bidimensional de um mesmo tipo de agregado ao permitir neste tipo de combinatoriedade duas classes de conjunto como referenciais simultâneos:

| | | $T_0$ | $T_4$ | $T_9$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | de [5, 7, 9, 10] | | | |
| $T_0$ | de [5,9,2] | 5 | 9 | 2 | Agregados-4-7 (0145) |
| $T_1$ | | 6 | 10 | 3 | |
| $T_4$ | | 9 | 1 | 6 | |
| $T_5$ | | 10 | 2 | 7 | |
| | | Agregados-3-11 (037) | | | |

Figura 143 - Agregados-4-7(0145) / 3-11(037)

[149] Aqui utilizo o termo agregado-*cc* ou de classes de conjunto para diferenciar a natureza deste agregado das demais apresentadas.

Na figura os conjuntos contidos nas linhas pertencem à classe de tricorde 3-11 (037), os presentes nas colunas à classe dos tetracordes 4-7 (0145).

Sob o ponto de vista da gradual transformação da técnica, em Morris (1982) a combinatoriedade emancipa-se tanto do agregado-12 quanto do conjunto referencial fixo, permanecendo somente nos processos de formação destas classes de conjunto, nos quais toda a gama de informações acerca destes processos e das propriedades combinatoriais dos conjuntos são utilizadas.

### 4.5.4 A combinatoriedade babbittiniana 3: agregados rítmicos (de "*time-point*")

Além de todas o acréscimos feitos à combinatoriedade de Schoenberg, Babbitt expande a combinatoriedade desta vez para além dos limites do parâmetro altura através da noção de agregados rítmicos. A ideia de agregados rítmicos é proposta pelo compositor antes de desenvolver uma tradução mais isomórfica ou completa do sistema dodecafônico para o domínio do ritmo nos seus chamados "*time-points*".

O exemplo a seguir é o mesmo trecho apresentado anteriormente, os 9 compassos iniciais da sua obra "*Compositions for Four Instruments*". O agregado rítmico base *A* tem quatro elementos. Cada elemento rítmico ou duração é representado por um número inteiro cuja unidade de referência é a semicolcheia. *A* = [1, 4, 3, 2] no primeiro compasso equivale portanto a 1 semicolcheia, a duração equivalente a 4 semicolcheias, posteriormente a 3 semicolcheias (duas colcheias somadas com uma pausa de semicolcheia), seguidas da duração equivalente a 2 semicolcheias. Os demais blocos seguem o mesmo princípio. Os 3 blocos ou agregados rítmicos seguintes estão relacionados a *A* por multiplicação utilizando os números inteiros representantes dos elementos de *A*. Portanto o primeiro bloco seria *A* ou 1 x *A*, segundo bloco é 4 x *A*, seguido de 3 x *A* e 2 x *A*. O quinto bloco equivale ao retrógrado do primeiro com as "duas durações" centrais particionadas: 6 como (5 1) e 8 como (5 1 2).


Figura 144 - Agregados rítmicos baseados em [1, 4, 3, 2] em “Composition for Four Instruments” (Babbitt)

Portanto, além do ponto de vista das matrizes tricordais e dos tricordes apresentados por registro visto anteriormente, em “*Composition for Four Instruments*” o ritmo é tratado sobre como um agregado-4 que é manipulado pelas operações de multiplicação, retrógrado e particionamento. Sob o ponto de vista da maximização da diversidade, 5 formas de agregados-4 são apresentadas.

Já a formação simultânea bidimensional de agregados temporais tal como ocorre na combinatoriedade no domínio da altura é exposta no exemplo abaixo onde também pode ser visto o real “*time-point”* babbittiniano:


Figura 145 - Agregados de “*time-point*”

Na figura anterior dois “hexacordes temporais” iniciais de duas formas de uma mesma série relacionadas por inversão podem ser observados. E tal como uma combinatoriedade do tipo hexacordal, um agregado de “*time-point*” é observado. Em comparação com o primitivo da figura 144, nela somente a quantidade duracional, ou seja, o intervalo de tempo de cada elemento, era estabelecida pelos números inteiros de acordo com a unidade de duração referencial[150]. No "*time-point"* em 145 somente a qualidade ou o ponto de ataque é definido pelos números inteiros. Cada compasso, dividido em 12 ponto de tempo (0 a 11) cuja unidade é a semicolcheia, representa um equivalente à oitava nos domínios da altura no qual a escolha do "registro" é facultativo no sistema serial dodecafônico. Portanto esta é uma das representações possíveis da série de "*time-points"* apresentada. A resultante rítmica que pode ser vista na linha superior é portanto um agregado-12 combinatorial de "*time-points"*.

Desta forma tudo o que foi apresentado até então relacionado ao parâmetro altura pode ser convertido para a combinatoriedade por "*time-points"*. Algum deles são recomendáveis, tal como os cuidados com a detectibilidade das formas da série que originam o agregado.  O uso simultâneo destes dois domínios ou tipos de combinatoriedade também é possível.


Figura 146 - Agregados rítmico-melódicos em "*Axis*", de Natan Ourives

[150] Este tipo de projeção de números inteiros de maneira temporal baseados na quantidade duracional babbittiniana é semelhante à utilizada por Pierre Boulez ("*Structures No.1*"), Luigi Nono ("*Il Canto Sospeso*") e os modos de valores / escala cromática de duração de Olivier Messiaen ("*Quatre Études de Rythme*").

Na figura 146 está um exemplo no qual agregados temporais são construídos. A forma da série é a mesma utilizada num dos exemplos anteriores cuja matriz é tricordalmente derivada do tricorde combinatorial absoluto 3-1 (012). No trecho 4 formas da série relacionadas por transposição, $O_0$, $O_9$, $O_6$ e $O_3$, estão dispostas e agregados rítmico-melódicos de cardinalidade 12 podem ser vistos em diversas dimensões.

### *4.5.5* **A combinatoriedade babbittiniana 4: "*array classes*" e "*all-partition array*"**

O maximalismo de Babbitt o levou ao uso de agregados de diversas naturezas tal como visto nos itens anteriores. Para cada um dos tipos de agregados o autor construiu "*arrays*" similares aos seus "*trichordal arrays*" utilizando-os também como elemento pré-composicional. Porém cada classe de arranjo ou matriz[151] utilizada pelo autor apresentava, obviamente, uma quantidade reduzida de possibilidades.

A matriz tricordal de "*Composition for Four Instruments*" (Babbitt) apresentada anteriormente estava incompleta (fig. 114). Ela continha somente dois agregados-12 combinatoriais que correspondem a somente 2 das 24 possibilidades (4!) de ordenamentos dos 4 tricordes formadores do agregado. A seguir está apresentada uma matriz tricordal mais extensa utilizada na obra. Ela está dividida em duas matrizes nas quais 8 ordenamentos de tricordes podem ser observados em duas dimensões. Verticalmente temos *a*, *b*, *c* e *d,* e horizontalmente temos *e, f, g* e *h*. O ordenamento interno dos tricordes não foi levado em conta neste nível de etiquetação. Portanto, estes tricordes foram tratados como conjuntos não ordenados. Porém, se tratados como conjuntos ordenados podemos distinguir no mínimo 3 camadas de relevância de ordenamento: (1) a ordem horizontal dos agregados em cada uma das matrizes (*a, b, c, d / b, a, d, c*), (2) a ordem vertical destes (*e, f, g, h / h, g, f, e*), e (3) a ordem das classes de notas dentro de cada tricorde que faz com que *a* seja diferente de $a^1$, *b* de $b^1$ e assim sucessivamente. Neste agrupamento feito com as possibilidades de permutação apresentadas há uma relação de retrogradação entre *a* e *b*, *c* e *d*, *e* e *g*, *f* e *h.*

A matriz da figura 147, apesar de complexa é "incompleta" no que tange as variáveis que podem ser aproveitadas composicionalmente sob o ponto de vista de uma única "classe de

---

[151] O termo classes de matriz ("*array classes*") aqui utilizado advém de Lake (1986, p. 89).

variáveis", a exemplo das 24 permutações destes 4 tricordes[152]. Portanto não seria, apesar de factível, uma matriz que apresenta todas as possibilidades de permutações tricordais.

| | a | | | b | | | c | | | d | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Agregado ($4^3$) | 6 | 9 | 5 | 8 | 4 | 7 | 1 | 10 | 2 | 11 | 3 | 0 | e |
| | 1 | 10 | 2 | 11 | 3 | 0 | 6 | 9 | 5 | 8 | 4 | 7 | f |
| | 11 | 3 | 0 | 1 | 10 | 2 | 8 | 4 | 7 | 6 | 9 | 5 | g |
| | 8 | 4 | 7 | 6 | 5 | 9 | 11 | 3 | 0 | 1 | 10 | 2 | h |
| | Agregado ($3^4$) | | | Agregado ($3^4$) | | | Agregado ($3^4$) | | | Agregado ($3^4$) | | | |

| | $b^1$ | | | $a^1$ | | | $d^1$ | | | $c^1$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Agregado ($4^3$) | 7 | 4 | 8 | 5 | 9 | 6 | 0 | 3 | 11 | 2 | 10 | 1 | $h^1$ |
| | 0 | 3 | 11 | 2 | 10 | 1 | 7 | 4 | 8 | 5 | 9 | 6 | $g^1$ |
| | 2 | 10 | 1 | 0 | 3 | 11 | 5 | 9 | 6 | 7 | 4 | 8 | $f^1$ |
| | 5 | 9 | 6 | 7 | 4 | 8 | 2 | 10 | 1 | 0 | 3 | 11 | $e^1$ |
| | Agregado ($3^4$) | | | Agregado ($3^4$) | | | Agregado ($3^4$) | | | Agregado ($3^4$) | | | |

Figura 147 - Matriz tricordal estendida de "*Composition for Four Instruments*" e variáreis de ordenamento.

Esta busca pelo todo ("*all*") de possibilidades babbittiniana que o levou inicialmente para os conjuntos combinatoriais absolutos ("*all-combinatorial sets*") que correspondem, grosso modo, a conjuntos capazes de formar agregados por todas as operações básicas dodecafônicas T, I, R e RI, o levou também ao conceito do seu "*all- partition array*".

Ainda no seu "*Composition for Four Instruments*" podemos ver, tal como o agregado-4 temporal apresentado no item anterior no que tange ao seu "*time-point*" maduro, um ponto de partida para este conceito.

Na figura 148, correspondente aos 6 primeiros compassos da obra, vemos que além do registro que associa as classes de notas de um mesmo tricorde as porções tricordais entre si são, em outro nível, associadas por proximidade temporal.

O primeiro tricorde correspondente ao registro 3 ("*c"*) tem classes de notas adjacentes ou concatenadas e os outros 3 tricordes restantes estão misturados ou mesclados ("*merged*"). Portanto há um particionamento de duas partes do tipo (1 3). Nos compassos seguintes, buscando variedade, o compositor utiliza sequencialmente 8 combinações distintas destes tricordes ordenados e relacionados pelas operações T, I, R e RI, levando em consideração a ideia de concatenação e mistura. Estas 8 combinações podem ser vistas na figura 149.

[152] Agregados-12 tricordais podem ser formado de outras formas na matriz, diagonalmente são duas destas possibilidades.

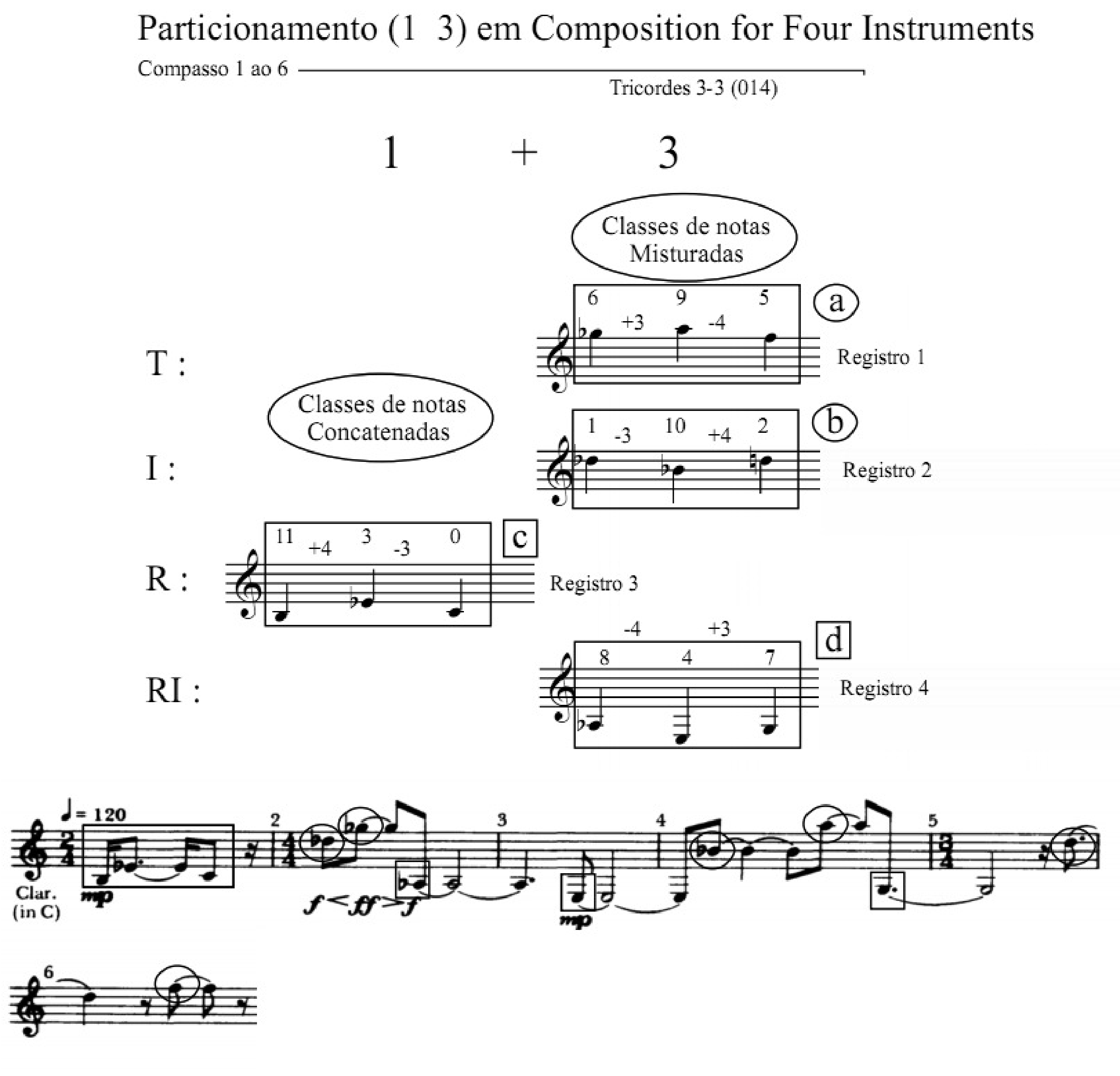



Figura 148 - Particionamento 3-1 em "*Composition for Four Instruments*"

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | | 7 | | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (1 3) | | (2 2) | | (3 1) | | (2 2) | | (3 1) | | (2 2) | | (1 3) | | (4) |
| | *a* | | *d* | *b* | | | *c* | | *b* | *c* | | | *a* | *d* |
| | *b* | *c* | | | *a* | *d* | | *a* | | *d* | | | *b* | *c* |
| *c* | | | *a* | *c* | | *b* | | *c* | | | *b* | *d* | | *a* |
| | *d* | *b* | | *d* | | | *a* | *d* | | | *a* | | *c* | *b* |
| Agregado 1 | | Agregado 1 | | Agregado 1 | | Agregado 1 | | Agregado 1 | | Agregado 1 | | Agregado 1 | | A8 |

Figura 149 - Combinações tricordes em "*Composition for Four Instruments*"

Portanto cada tricorde é apresentado isolado temporalmente (1 3), mesclado com outro tricorde (2 2), com outros dois tricordes (3 1), que equivale a (1 3)[153], e posteriormente mesclado aos outros três (4). Todas as partições de 1 e 2 partes do número 4 foram utilizadas[154]. Como uma das partes de cada uma das 8 partições todas as combinações simples possíveis dos 4 tricordes foram utilizadas: 1 a 1, 2 a 2, 3 a 3 e 4 a 4 elementos (*p*). Estas dados podem ser observados através do cruzamento das informações contidas na fig. 149 e na tabela 37 seguinte.

Na obra a mesma ideia é projetada ("*composing out"*) macroformalmente, já que a são 8 seções e 4 instrumentos. Os agrupamentos instrumentais em cada seção seguem o mesmo padrão apresentado na figura 128. Diante de tamanha diversidade este é o modo em que o compositor busca unificação.

| Combinações Simples do Agregado-12 formado pelos tricordes *a, b, c* e *d* | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Total de elementos (*n*) | Qntd. de elementos por agrupamento (*p* a *p*) | Partes de Partição | Qntd. de agrupamentos possíveis | Número da partição na figura 128 | Resultado |
| 4 | 1 a 1 | Contendo 1 | 1 | 1 | c |
| | | | | 3 | a |
| | | | | 5 | b |
| | | | | 7 | d |
| 4 | 2 a 2 | Contendo 2 | 6 | 2 | (c, b) (d, a) |
| | | | | 4 | (d, b) (c, a) |
| | | | | 6 | (c, d) (b, a) |
| 4 | 3 a 3 | Contendo 3 | 4 | 1 | (a, b, d) |
| | | | | 3 | (b, c, d) |
| | | | | 5 | (a, c, d) |
| | | | | 7 | (a, b, c) |
| 4 | 4 a 4 | Contendo 4 | 1 | 8 | (a, b, c, d) |

Tabela 37 - Combinações Simples dos tricordes a, b, c e d.

[153] A ordem das partes não foi levado em conta por Babbitt e, neste caso, (1 3) foi igual a (3 1). Caso contrário seria uma composição.
[154] As partições possíveis do número 4 são (4), (3 1), (2 2), (2 1 1) e (1 1 1 1).


Figura 150 - Parte de uma "*all-partition array*" aplicada compositivamente

Derivada desta ideia surge o seu "*all-partition array*", uma matriz contendo todas as 77 partições do número 12. Na figura 150 há um exemplo no qual 12 formas da série combinatorialmente relacionadas são combinadas horizontalmente. Destas 77 partições 12 são apresentadas e correspondem a uma possível seção de uma obra na qual as seções restantes apresentarão, tal como essa, as 65 partições complementares. As séries são relacionadas por inversão duas a duas e formam agregados por seus trechos hexacordais tais como combinatoriedade hexacordal de Schoenberg. O hexacorde gerador da série é o combinatorial absoluto 6-1 (012345). Agregados-12 são formados portanto na dimensão horizontal duas formas da série a duas, e vertical num único compasso. Também verticalmente em cada compasso cada tipo de partição é apresentada. Estes particionamentos são do tipo instrumentais, ou seja, cada instrumento apresenta uma das partes da partição indicada na parte superior da partitura. Portanto, no primeiro compasso as partes de dois elementos da partição ($2^3$ $1^6$) são apresentadas nas séries $T_0$, $T_5I$ e $RI_3$, as partes de um elemento nas formas da série $R_7$, $T_2$, $T_7I$, $R_9$, $T_4$ e $T_9I$.

# Capítulo 5: o uso da combinatoriedade nas obras "*Diptera*" e "*Axis*"

## 5.1 "Axis"

"*Axis*" é uma miniatura composta por mim em 2015 baseada na formação de agregados-12 rítmico-melódicos como delimitadores microgestuais.

A sua série é derivada do hexacorde combinatorial absoluto de segunda ordem 6-7 (012678). que por sua vez é derivado do tricorde combinatorial absoluto de primeira ordem 3-1 (012). Dentro do hexacorde 6-7 a ordem imposta às suas classes de notas permitiu que dois tricordes 3-1 possam ser encontrados concatenados. Portanto a forma da série pode ser pensada como derivada de ambos os conjuntos sob o ponto de vista da concatenação.

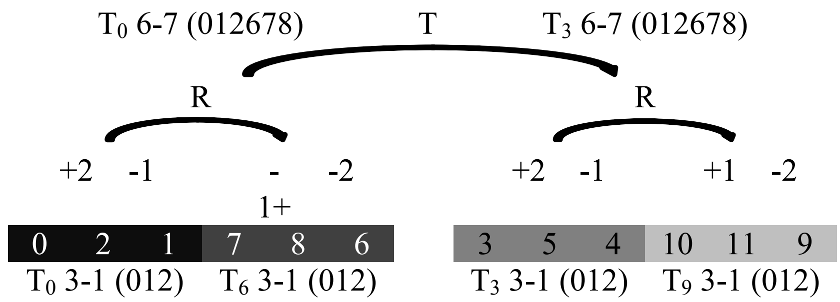


Figura 151 - A série base de "Axis" e sua derivação pelo hexacorde 6-7 e pelo tricorde 3-1

Conforme pode ser visto na figura 151, levando-se em conta 6-7 (012678), o primeiro hexacorde está relacionado com o segundo por $T_3$, portanto [0, 2, 1, 7, 8, 6] + $T_3$ [0, 2, 1, 7, 8, 6] = [0, 2, 1, 7, 8, 6, 3, 5, 4, 10, 11, 9]. As possibilidades de relações combinatoriais hexacordais encontram-se na figura 152. Como qualquer série derivada do hexacorde 6-7 de segunda ordem, uma única forma da série poderá se relacionar hexacordalmente com 16 formas da série, incluindo ela mesma. Portanto, com base na posição dos hexacordes, $O_0$, $O_6$, $I_2$, $I_8$, $R_9$, $R_3$ $RI_5$ e $RI_{11}$ são equivalentes e pertencem a uma mesma subárea combinatorial (subárea 1, fig. 153). Já $O_9$, $O_3$, $I_5$, $I_{11}$, $R_0$, $R_6$, $RI_3$ e $RI_6$ formam a outra subárea (2).

| Derivação por 6-7 (012678) - 2º Ordem | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $I_2$ | | | $I_8$ | | | $I_5$ | | | $I_{11}$ | | |
| $O_0$ | 0 | 2 | 1 | 7 | 8 | 6 | 3 | 5 | 4 | 10 | 11 | 9 | $R_0$ |
| | 10 | 0 | 11 | 5 | 6 | 4 | 1 | 3 | 2 | 8 | 9 | 7 | |
| | 11 | 1 | 0 | 6 | 7 | 5 | 2 | 4 | 3 | 9 | 10 | 8 | |
| | 5 | 7 | 6 | 0 | 1 | 11 | 8 | 10 | 9 | 3 | 4 | 2 | |
| | 4 | 6 | 5 | 11 | 0 | 10 | 7 | 9 | 8 | 2 | 3 | 1 | |
| $O_6$ | 6 | 8 | 7 | 1 | 2 | 0 | 9 | 11 | 10 | 4 | 5 | 3 | $R_6$ |
| $O_9$ | 9 | 11 | 10 | 4 | 5 | 3 | 0 | 2 | 1 | 7 | 8 | 6 | $R_9$ |
| | 7 | 9 | 8 | 2 | 3 | 1 | 10 | 0 | 11 | 5 | 6 | 4 | |
| | 8 | 10 | 9 | 3 | 4 | 2 | 11 | 1 | 0 | 6 | 7 | 5 | |
| | 2 | 4 | 3 | 9 | 10 | 8 | 5 | 7 | 6 | 0 | 1 | 11 | |
| | 1 | 3 | 2 | 8 | 9 | 7 | 4 | 6 | 5 | 11 | 0 | 10 | |
| $O_3$ | 3 | 5 | 4 | 10 | 11 | 9 | 6 | 8 | 7 | 1 | 2 | 0 | $R_3$ |
| | | $RI_3$ | | | $RI_6$ | | | $RI_5$ | | | $RI_{11}$ | | |

Figura 152 - Áreas e subáreas combinatoriais hexacordais em "Axis"

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | A | B | $O_0$, $O_6$, $I_2$, $I_8$, $R_9$, $R_3$ $RI_5$ e $RI_{11}$ |
| 2 | B | A | $O_9$, $O_3$, $I_5$, $I_{11}$, $R_0$, $R_6$, $RI_3$ e $RI_6$ |

Figura 153 - Subáreas combinatoriais hexacordais em "Axis"

Com base na derivação por 3-1 (012) a combinação de operações utilizada foi $T_0$ [0, 2, 1]+ $R_6$ [0, 2, 1] + $T_3$ [0, 2, 1] + $R_9$ [0, 2, 1] = [0, 2, 1, 7, 8, 6, 3, 5, 4, 10, 11, 9]. As áreas combinatoriais tricordais da série base de "*Axis*" podem ser vistas na figura 154. Diferente do caso dos hexacordes, podemos ter mais do que 2 subáreas combinatoriais numa única área combinatorial tricordal. São 4 conjuntos de classes de notas pertencentes à classe de conjunto 3-1 (012) e portanto eles podem ocupar posições distintas dentro do agregado serial. Existem 24 possibilidades (4!) e somente oito estão dentro da matriz. Estas podem ser vistas na tabela 38. Uma letra (A, B, C e D) e uma cor (tons de cinza) foi atribuída a cada um dos tricordes (as mesmas atribuídas na figura 154).

| Derivação por 3-1(012) - 1º Ordem | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $I_2$ | | | $I_8$ | | | $I_5$ | | | $I_{11}$ | | |
| $O_0$ | 0 | 2 | 1 | 7 | 8 | 6 | 3 | 5 | 4 | 10 | 11 | 9 | $R_0$ |
| | 10 | 0 | 11 | 5 | 6 | 4 | 1 | 3 | 2 | 8 | 9 | 7 | |
| | 11 | 1 | 0 | 6 | 7 | 5 | 2 | 4 | 3 | 9 | 10 | 8 | |
| | 5 | 7 | 6 | 0 | 1 | 11 | 8 | 10 | 9 | 3 | 4 | 2 | |
| | 4 | 6 | 5 | 11 | 0 | 10 | 7 | 9 | 8 | 2 | 3 | 1 | |
| $O_6$ | 6 | 8 | 7 | 1 | 2 | 0 | 9 | 11 | 10 | 4 | 5 | 3 | $R_6$ |
| $O_9$ | 9 | 11 | 10 | 4 | 5 | 3 | 0 | 2 | 1 | 7 | 8 | 6 | $R_9$ |
| | 7 | 9 | 8 | 2 | 3 | 1 | 10 | 0 | 11 | 5 | 6 | 4 | |
| | 8 | 10 | 9 | 3 | 4 | 2 | 11 | 1 | 0 | 6 | 7 | 5 | |
| | 2 | 4 | 3 | 9 | 10 | 8 | 5 | 7 | 6 | 0 | 1 | 11 | |
| | 1 | 3 | 2 | 8 | 9 | 7 | 4 | 6 | 5 | 11 | 0 | 10 | |
| $O_3$ | 3 | 5 | 4 | 10 | 11 | 9 | 6 | 8 | 7 | 1 | 2 | 0 | $R_3$ |
| | | $RI_3$ | | | $RI_6$ | | | $RI_5$ | | | $RI_{11}$ | | |

Figura 154 - Áreas combinatoriais tricordais em "*Axis*"

| | | Permutações | | | | F. da Série | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Subáreas | *1* | A | B | C | D | $O_0$ | $RI_{11}$ |
| | 2 | A | B | D | C | $I_2$ | $R_3$ |
| | *3* | B | A | D | C | $O_6$ | $RI_5$ |
| | 4 | B | A | C | D | $I_8$ | $R_9$ |
| | *5* | D | C | A | B | $RI_6$ | $O_9$ |
| | 6 | D | C | B | A | $I_{11}$ | $R_0$ |
| | *7* | C | D | B | A | $RI_3$ | $O_3$ |
| | 8 | C | D | A | B | $I_5$ | $R_6$ |
| Exemplo de Permutação fora da Matriz | | | | | | | |
| | 9 | A | C | B | D | | |
| Hexacordes | | 6-1 | | 6-1 | | (012345) | |

Tabela 38 - Subáreas combinatoriais tricordais em "*Axis*"

Portanto, para a formação de, por exemplo, 4 agregados tricordais horizontalmente consecutivos através da combinação vertical de 4 forma da série, deverá haver a seleção de formas da série dentro das subáreas de forma que não ocorra a repetição vertical de tricordes. Assim, formas da série das subáreas 1, 3, 5 e 7 (em itálico) permitem este tipo de formação de agregados-12. Outra possibilidade seria, por exemplo, a escolha de formas da série dentro das subáreas 1, 3, 6 e 7.

Na tabela 38 há também o exemplo da permutação 9 que, por corresponder a união dos tricordes [0, 2, 1] (A) e [3, 5, 4] (C), formando o hexacorde 6-1 (012345) e não 6-7 (012678), equivalem a um ordenamento de classes de notas fora da matriz mas que pode ser aproveitado combinatorialmente através da derivação combinatorial[155].

Para a formação de agregados cruzando as duas áreas utilizando, portanto, os dois tipos de propriedades combinatoriais oferecidas pela série (hexacordal e tricordal) é preciso ter em conta quais e como as formas da série devem ser dispostas. Selecionado $O_0$, $O_6$, $O_9$ e $O_3$ pertencentes respectivamente às subáreas tricordais distintas 1, 3, 5 e 7, e combinando-as verticalmente nesta mesma ordem agruparemos formas da série pertencentes à mesma subárea combinatorial hexacordal: $O_0$ e $O_6$ pertencentes à subárea hexacordal 1, e $O_9$ e $O_3$ que estão dentro da subárea hexacordal 2. Portanto não haveria formação de agregados-12 hexacordais entre $O_0$ e $O_6$ e entre $O_9$ e $O_3$ neste tipo de combinação.

Em "*Axis*", as formas da série selecionadas foram combinadas conforme aponta a figura a seguir (já demonstrada em exemplos anteriores). $O_0$, $O_9$, $O_6$, $O_3$ estão sobrepostas e há a formação de agregados sob o ponto de vista tricordal (esquerda), hexacordal por formas da séries contíguas (direita) e no centro há um pensamento harmônico baseado no tetracorde combinatorial absoluto 4-28 (0369) de terceira ordem.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_0$ | 0 | 2 | 1 | 7 | 8 | 6 | 3 | 5 | 4 | 10 | 11 | 9 |
| $O_9$ | 9 | 11 | 10 | 4 | 5 | 3 | 0 | 2 | 1 | 7 | 8 | 6 |
| $O_6$ | 6 | 8 | 7 | 1 | 2 | 0 | 9 | 11 | 10 | 4 | 5 | 3 |
| $O_3$ | 3 | 5 | 4 | 10 | 11 | 9 | 6 | 8 | 7 | 1 | 2 | 0 |

Agregados

- ($6^2$) 6-7 (012678)
- ($4^3$) 4-28 (0369)
- ($3^4$) 3-1 (012)

Figura 155 - Combinação de formas da série em "Axis" e pluricombinatoriedade.

As formas da série são também projetadas ritmicamente com base na quantidade de tempos (quantidade duracional) conforme unidade baseada na semicolcheia. Nas figuras seguintes temos os compassos iniciais da peça.

[155] Por exemplo, a sobreposição vertical das formas da série $O_0$ e $O_9$ formam o hexacorde 6-1 (012345) por seus tricordes 3-1 (012) correspondentes de posição 1. Esta é uma harmonia hexacordal que pode ser alternativamente utilizada além de 6-7 (012678), já que ambos compartilham de tricordes 3-1 (012) disjuntos concatenados.

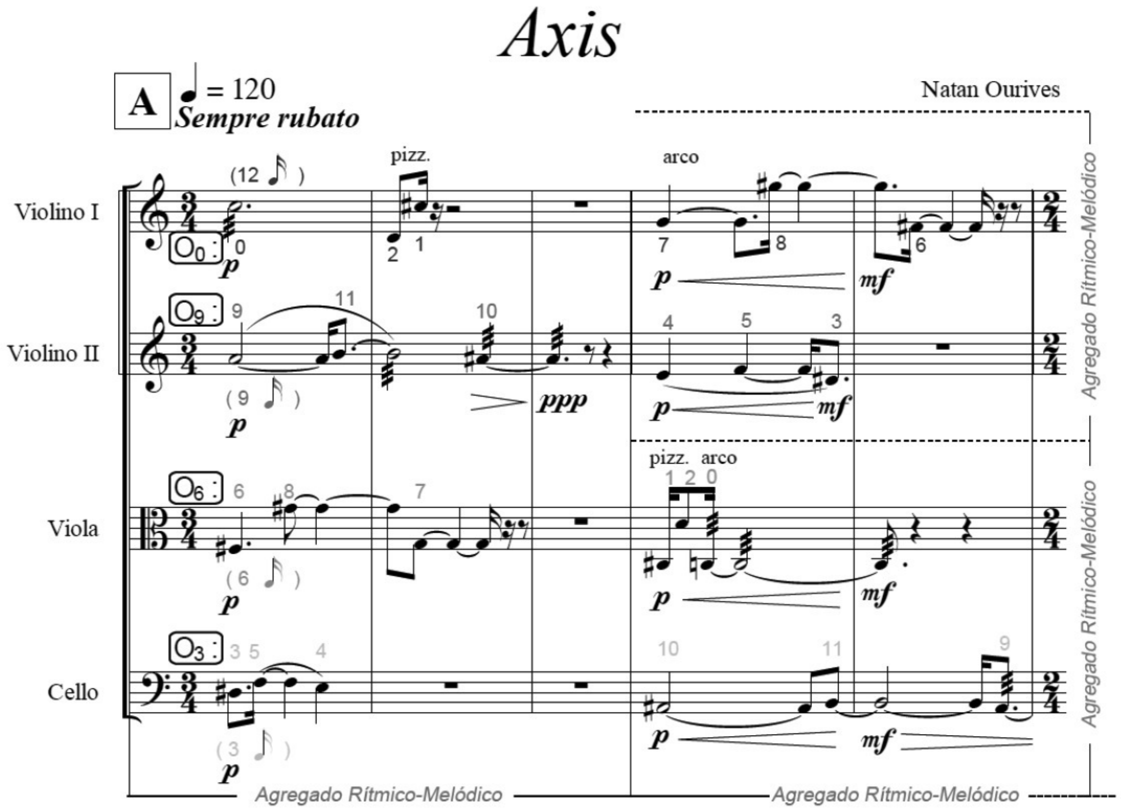



Figura 156 - Agregados rítmico-melódicos em “Axis” (parte e 1)

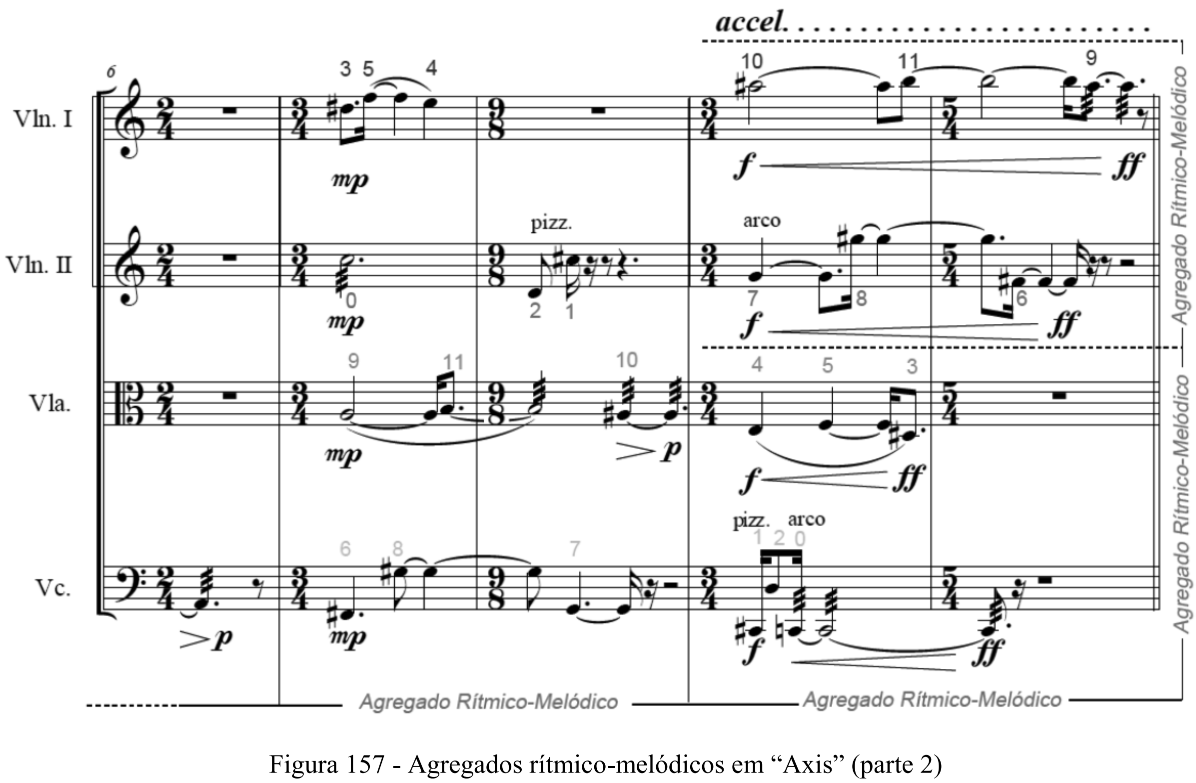



Figura 157 - Agregados rítmico-melódicos em “Axis” (parte 2)

As 4 formas da série relacionadas, $O_0$, $O_9$, $O_6$ e $O_3$, estão dispostas respectivamente no violino 1, violino 2, viola e violoncelo. Agregados rítmico-melódicos-12 são formados pela sobreposição de tricordes correspondentes (posição 1) de cada forma da série. Hexacordalmente agregados são formados a cada 2 formas da série sobrepostas: entre $O_0$ e $O_9$, $O_9$ e $O_6$, e $O_6$ e $O_3$. Dada a estrutura da série e da relação de retrógrado entre os tricordes cada um dos fragmentos tricordais de cada agregado-12 tricordal tem seu retrógrado apresentado no agregado seguinte:


Figura 158 - Tricordes relacionados por retrogradação rítmica.

Nos primeiros 10 compassos da obra temos, portanto, 4 microgestos delimitados pela formação de agregados-12 rítmico-melódicos. Outro elemento delimitador gestual é o material harmônico baseado em tetracordes 4-28 (0369) formados pela sobreposição vertical de 3-1 (012) dispostos horizontalmente (tetracorde resultante harmônico). Eles marcam o início (e fim) de cada agregado tricordalmente formado. Esta evidenciação de 4-28 (0369) como delimitador gestual fica mais clara ao fim do compasso 13 (fig. 159).


Figura 159 - Tetracorde 4-28 (0369) como delimitador gestual

No compasso 14 (fig. 160) agregados são formados de maneira mais livre no tocante ao uso da série base. Ritmicamente as classes de notas são projetadas em "*time-point*" babbittiniano, já que tanto a quantidade (duração temporal) quanto a qualidade (ponto de ataque dentro do compasso) são levados em conta. A unidade é a fusa.


Figura 160 - Agregados de "*time-point*"

No compasso 18 (fig. 161) surge um agregado rítmico-melódico de natureza diferente das interiormente demonstradas. Tendo a mínima como unidade, cada uma delas é particionada temporalmente em quantidades de ataque equidistantes equivalentes ao número da classe de notas das formas da série que são combinadas. Estas são $O_{10}$, $O_7$, $O_4$ e $O_1$ e pertencem a uma nova área combinatorial utilizada a partir do trecho (fig. 162).

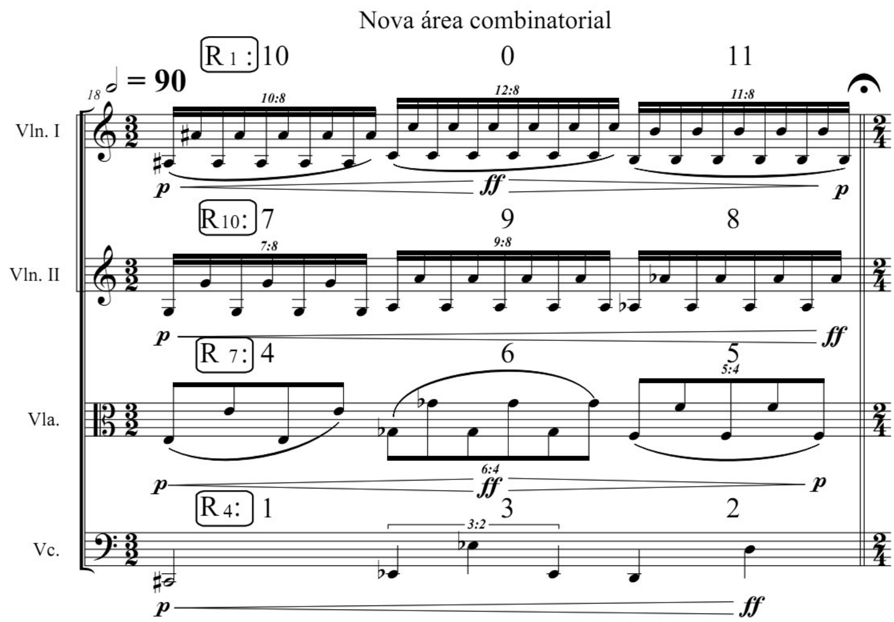



Figura 161 - Particionamento temporal e nova área combinatorial

**Derivação por 3-1(012) - 1º Ordem**

| | $I_0$ | | | | | $I_6$ | $I_3$ | | | | | $I_9$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 2 | 1 | 7 | 8 | 6 | 3 | 5 | 4 | 10 | 11 | 9 | |
| $O_{10}$ | 10 | 0 | 11 | 5 | 6 | 4 | 1 | 3 | 2 | 8 | 9 | 7 | $R_{10}$ |
| | 11 | 1 | 0 | 6 | 7 | 5 | 2 | 4 | 3 | 9 | 10 | 8 | |
| | 5 | 7 | 6 | 0 | 1 | 11 | 8 | 10 | 9 | 3 | 4 | 2 | |
| $O_4$ | 4 | 6 | 5 | 11 | 0 | 10 | 7 | 9 | 8 | 2 | 3 | 1 | $R_0$ |
| | 6 | 8 | 7 | 1 | 2 | 0 | 9 | 11 | 10 | 4 | 5 | 3 | |
| | 9 | 11 | 10 | 4 | 5 | 3 | 0 | 2 | 1 | 7 | 8 | 6 | |
| $O_7$ | 7 | 9 | 8 | 2 | 3 | 1 | 10 | 0 | 11 | 5 | 6 | 4 | $R_7$ |
| | 8 | 10 | 9 | 3 | 4 | 2 | 11 | 1 | 0 | 6 | 7 | 5 | |
| | 2 | 4 | 3 | 9 | 10 | 8 | 5 | 7 | 6 | 0 | 1 | 11 | |
| $O_1$ | 1 | 3 | 2 | 8 | 9 | 7 | 4 | 6 | 5 | 11 | 0 | 10 | $R_1$ |
| | 3 | 5 | 4 | 10 | 11 | 9 | 6 | 8 | 7 | 1 | 2 | 0 | |
| | $RI_0$ | | | | | $RI_6$ | $RI_3$ | | | | $RI_{11}$ | $RI_9$ | |

Figura 162 - Área combinatorial tricordal 2 (de 3)

As formas da série do compasso 18 são completadas nos compassos 21, 22, 23 e 24, após a formação mais livre de agregados de "*time-point*" entre os compassos 19 e 20:


Figura 163 - Agregados em outra área combinatorial em "Axis"

Nos compassos 18, 21, 22, 23 e 24 os encontros harmônicos são tetracordes do tipo 4-28 (0369).

## 5.2 Partitura de "*Axis*"

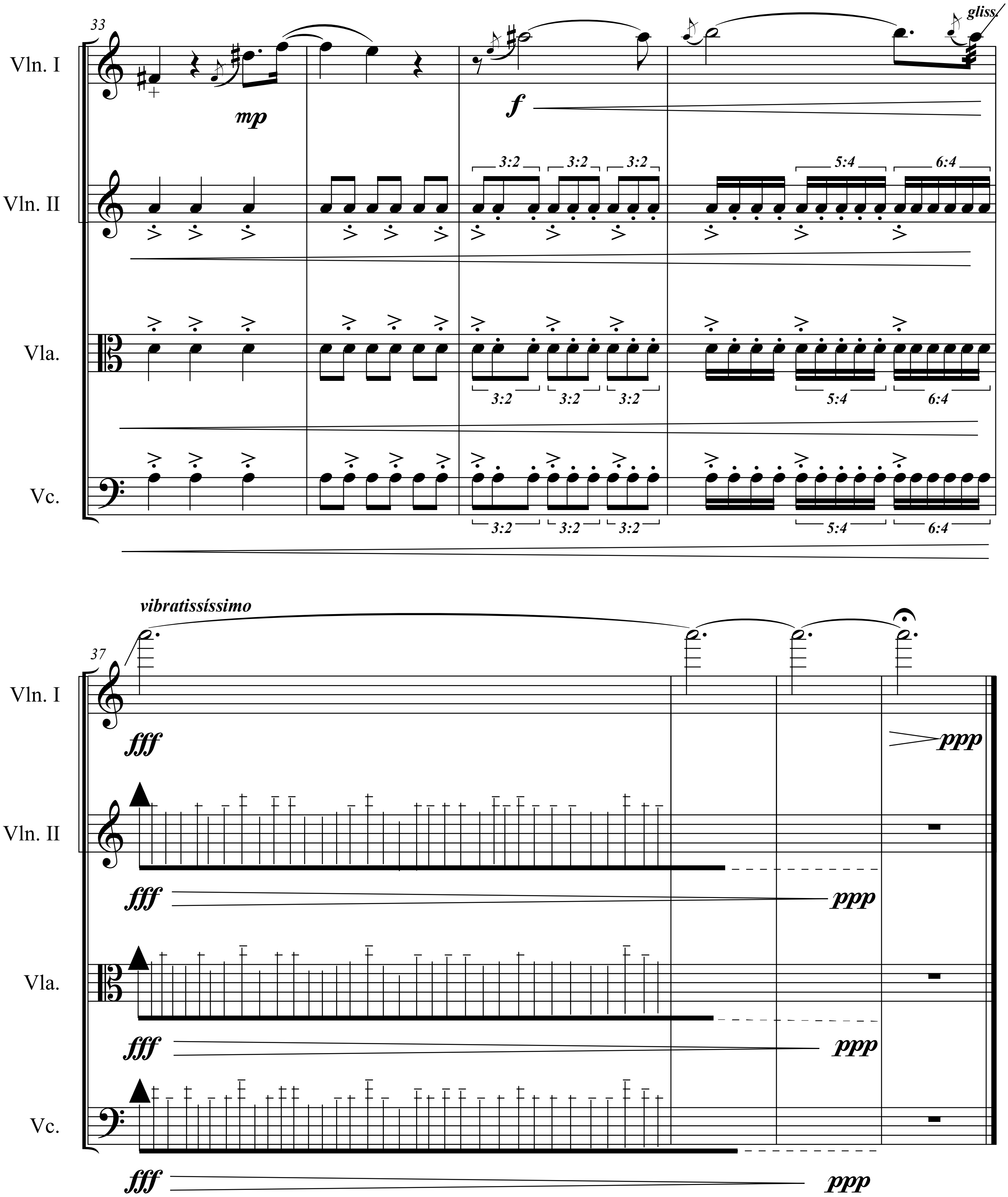
# *Axis*

Natan Ourives


= 160 rit.
11
(♪=♪)
(♪=♪)
(♪=♪)
Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.
fff
p
IV.
gliss.
B
a tempo
Com firmeza
f


𝅗𝅥 = 90
18
Vln. I
10:8
12:8
11:8
p
ff
p
Vln. II
7:8
9:8
p
ff
Vla.
5:4
6:4
p
ff
p
Vc.
3:2
p
ff
C
♩= 160
Vln. I
3:2
3:2
3:2
f
ff
Vln. II
3:2
6:4
3:2
3:2
3:2
6:4
3:2
f
ff
Vla.
3:2
6:4
6:4
6:4
3:2
3:2
f
ff
Vc.
3:2
6:4
3:2
f
ff


rit.
22
sul. pont.
II.
gliss.
ord.
Vln. I
p
f
pp
sul. pont.
III.
gliss.
ord.
II.
gliss.
Vln. II
p
f
pp
sul. pont.
II.
gliss.
ord.
II.
gliss.
Vla.
p
f
pp
sul. pont.
I.
gliss.
ord.
I.
gliss.
Vc.
p
f
pp
D
♩= 80
Com suavidade
Vln. I
mf express.
Vln. II
ppp
mp
p
pp
p
cresc.
Vla.
ppp
mp
p
pp
p
cresc.
Vc.
ppp
mp
p
pp
p
cresc.


33
Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.
mp
f
gliss.
3:2
5:4
6:4
37
vibratissíssimo
fff
ppp

## 5.3 “*Diptera*” (Duas Asas) – Nematocera (MOV. I)

Iniciada em 2010 e finalizada em 2014, “*Diptera*” é uma homenagem aos Novos Baianos e Raul Seixas. A obra foi estreada pelo “*Camará Ensemble*” em 2014. O nome advém da ordem de insetos de duas asas. A obra consta de dois movimentos correspondentes a duas subordens da ordem dos Dipteras: “*Nematocera*”, a qual estão incluídas as muriçocas, e “*Brachycera*”, subordem contendo as moscas. Estes nomes advêm dos trechos das obras destes autores que são utilizadas como material pré-compositivo e através de citações em cada um deles.

Em “*Nematocera*”, movimento finalizado que segue incluído no presente material (apêndice 4), é utilizado um fragmento da música “*Com Qualquer Dois Mil Réis*” dos Novos Baianos. O nome é inspirado na frase: “*você é incapaz de matar uma muriçoca mas como tem capacidade de mexer meu coração*”. Este fragmento pode ser visto na figura a seguir:

Figura 164 - Fragmento inicial (ao bandolim) de “*Com Qualquer Dois Mil Réis*”

A meta compositiva inicial é baseada na utilização constante de partes deste fragmento, alternando entre maiores e menores níveis de transformação ou descaracterização do mesmo até o surgimento da citação original.

Um dos elementos utilizados para efetuar estes níveis de transformação foi a combinatoriedade efetuada sob o ponto de vista do parâmetro altura.

Inicialmente foi tomada como série base a série [4, 5, 8, 9, 0, 1, 6, 7, 10, 11, 2, 3]. Ela é derivada do hexacorde combinatorial absoluto de 3º ordem 6-20 (014589). Cada um dos hexacordes disjuntos foi tomado como um agregado-6.

6-20 (014589) **$T_2$** 6-20 (014589)

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 5 | 8 | 9 | 0 | 1 | 6 | 7 | 10 | 11 | 2 | 3 |

Figura 165 - Série base derivada de 6-20


Figura 166 - Agregados-6 [4, 5, 8, 9, 0, 1] em “*Diptera*”.

Na figura 166 vemos 5 formas de apresentação do hexacorde [4, 5, 8, 9, 0, 1]. A primeira se dá de maneira horizontal dobrada entre violoncelos e contrabaixos. Sob o ponto de vista rítmico o primeiro fragmento (agregado-6 1) corresponde ao 1º compasso.

Um segundo agregado-6 "pesado" ("'*weighted*'") é apresentado harmonicamente no segundo compasso. Das três "naturezas tímbricas" do trecho (madeiras, cordas friccionadas, e cordas pinçadas)  duas possuem comportamento semelhante no que tange ao envelope, as cordas friccionadas e as madeiras, por possibilitarem maior "*sustain*", diferente do que ocorre com o bandolim e violão. Há portanto um particionamento (2 4) do hexacorde [4, 5, 8, 9, 0, 1] no que diz respeito ao aspecto tímbrico supracitado. O bicorde [4, 5] está nas madeiras e o tetracorde [1, 0, 8, 9] está nas cordas do grave ao agudo. Todas as notas estão sustentadas. No bandolim está [8, 9, 0, 1] que é completado pelo [4, 5] ao violão. O mesmo hexacorde está disposto harmonicamente em cada um destes agrupamentos de homogeneidades tímbricas.

No mesmo trecho outro particionamento, do tipo ($2^3$), pode ser visto sob dois pontos de vista. Ambos se dão de maneira melódica entre os compassos 2 e 3. O primeiro pode ser pensado como uma formação através de concatenação de [4, 5, 8, 9, 0, 1], já que [4, 5] encontram-se na flauta, [8, 9] no violino 1 e [0, 1] no contrabaixo, ambos representam a classe de bicorde combinatorial absoluto 2-1 (01).

O segundo representante de ($2^3$) pode ser visto como uma formação através de mistura de [4, 5, 8, 9, 0, 1]. No violino 2 temos [5, 8], no clarone [1, 4] e no violoncelo [9, 0]. Estes bicordes representam a classe de tricordes combinatoriais absolutos 2-3 (03).

O terceiro agregado-6 tendo [4, 5, 8, 9, 0, 1] como referencial surge no compasso 7, no bandolim, violão e vibrafone. Um particionamento do tipo ($3^2$) pode ser então observado.  No violão temos [5, 4, 1] e no bandolim e vibrafone [0, 9, 8]. Ambos são representantes do tricorde semicombinatorial 3-3 (014).

Portanto 4 representantes de [4, 5, 8, 9, 0, 1] podem ser vistos até o compasso todos de alguma forma diferenciados ou agrupados. Três foram os particionamentos apresentados: (2 4), ($2^3$) e ($3^2$), e 3 possíveis conjuntos geradores de [4, 5, 8, 9, 0, 1] foram evidenciados: 2-1 (01), 2-3 (03) e 3-3 (014).

A segunda parte da série é trabalhada rapidamente no compasso 10. Sob o ponto de vista do ritmo resultante, ele corresponde ao 2º compasso da figura 164.

No que tange a altura, o hexacorde é [6, 7, 10, 11, 2, 3]. Instrumentalmente um quarto particionamento, o (1 5), é utilizado simultaneamente por 4 instrumentos, 2 a 2. O hexacorde é apresentado em sua ordem normal nas madeiras com primeira nota na flauta, e as outras 5 restantes no clarone. Um retrógrado do hexacorde é apresentado pelas cordas pinçadas (mais vibrafone) começando com primeira nota no violão e as 5 restantes no bandolim. Sob o ponto de vista tricordal dois agregados-6 são formados.

6-20 (014589)
Hexacorde 2 de $O_4$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 7 | 10 | 11 | 2 | 3 |
| 3 | 2 | 11 | 10 | 7 | 6 |

Figura 167 - Agregado-6 [6, 7, 10, 11, 2, 3]

## 5.4 Partitura de "*Diptera*"

# Diptera (Duas Asas)

Uma homenagem aos Novos Baianos e à Raul Seixas

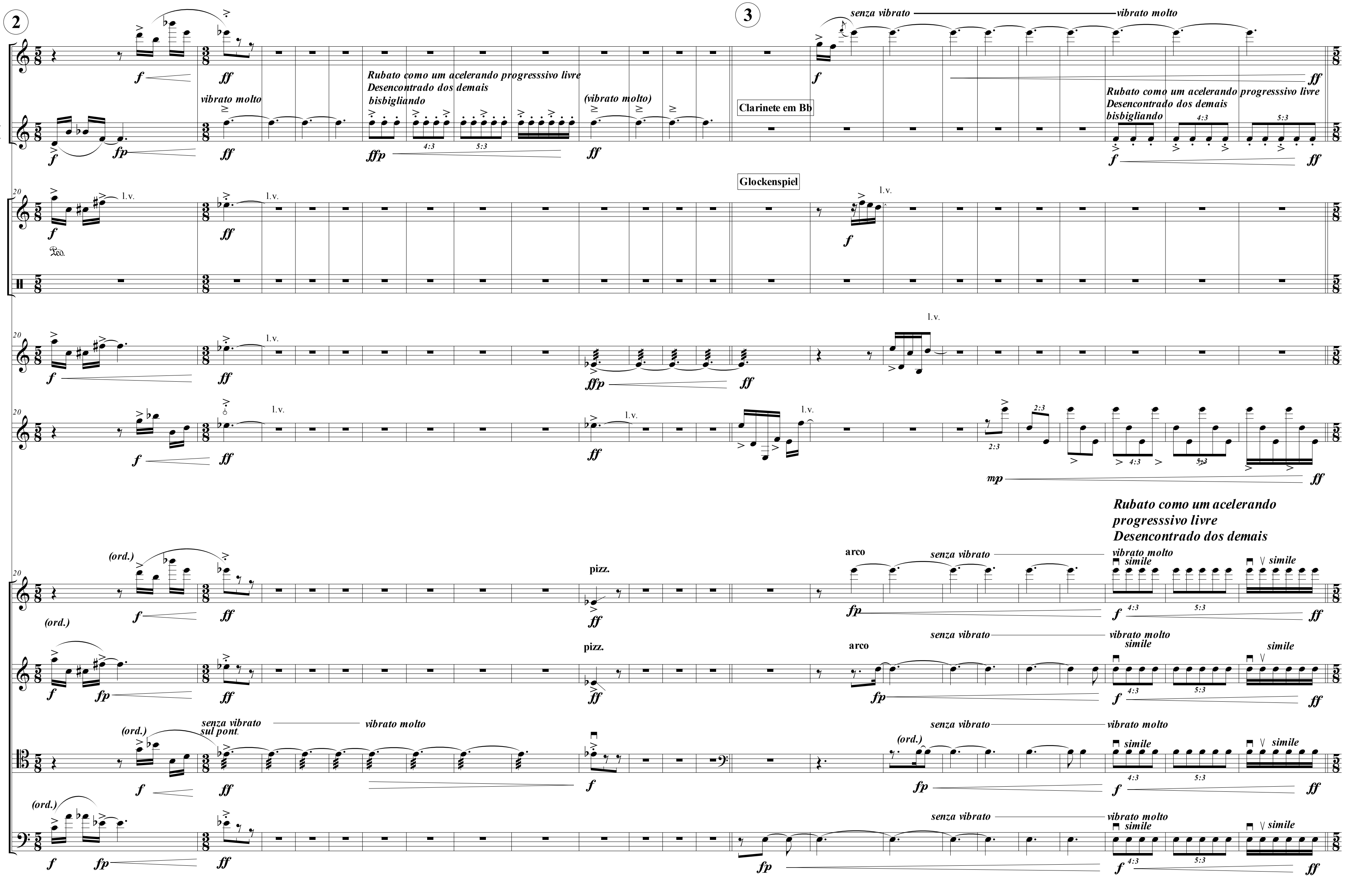
dedicada ao Camará Ensemble

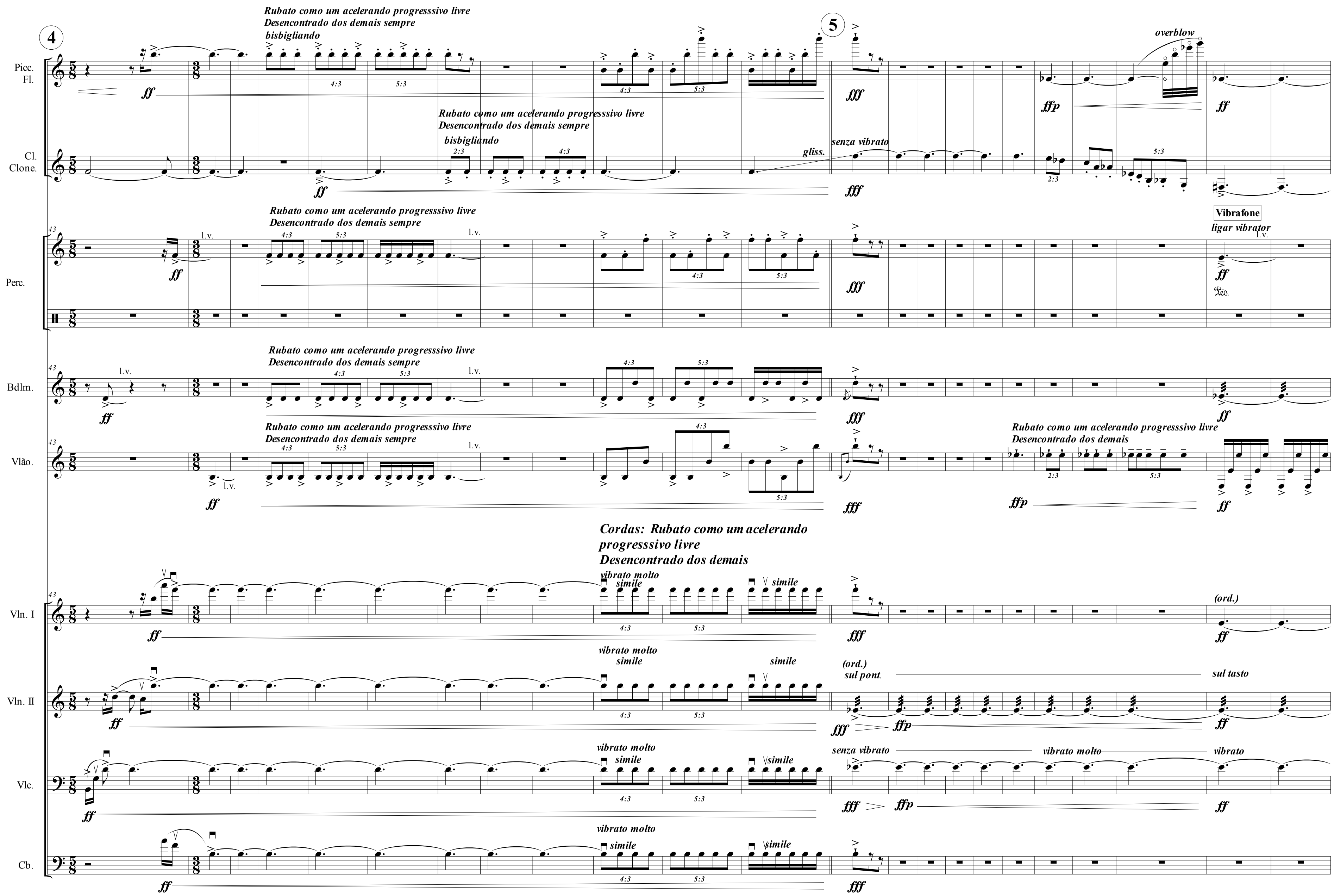
## I - nematocera (a MURIÇOCA)

Natan Ourives

**Com pegada sempre...**

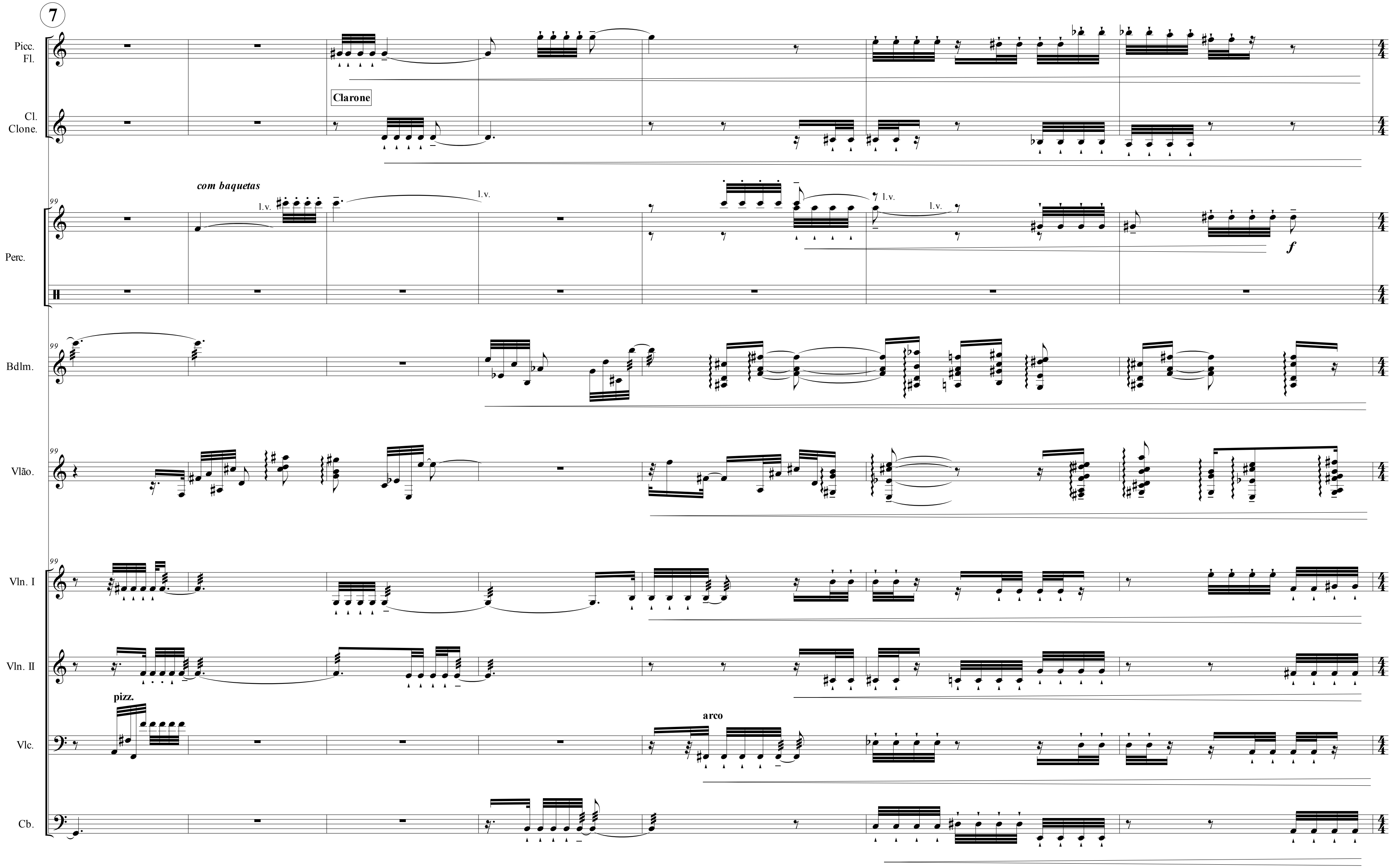
♩. = 100

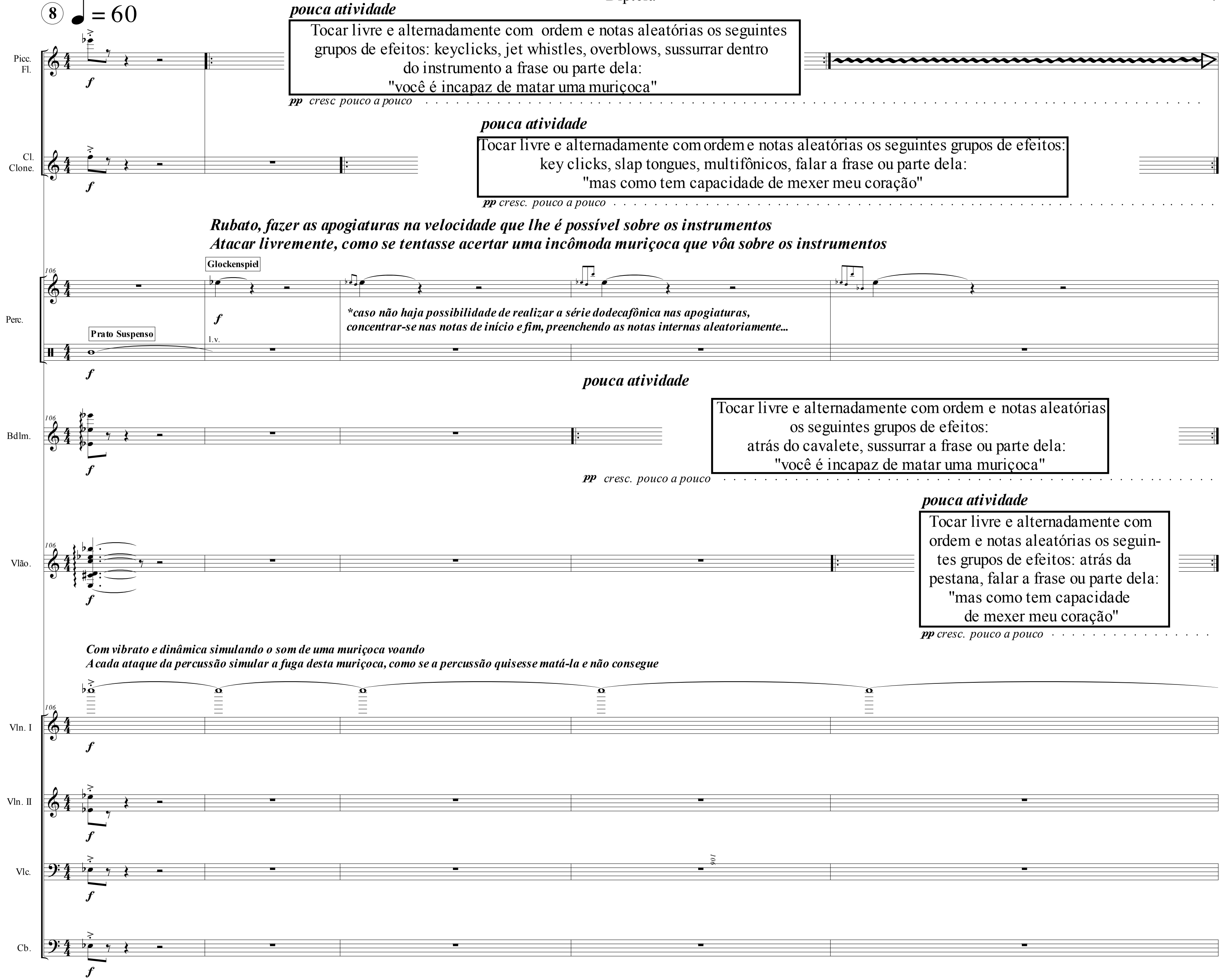

2
3
Picc.
Fl.
Cl.
Clone.
Perc.
Bdlm.
Vlão.
Vln. I
Vln. II
Vlc.
Cb.
Clarinete em Bb
Glockenspiel
senza vibrato
vibrato molto
(vibrato molto)
Rubato como um acelerando progresssivo livre
Desencontrado dos demais
bisbigliando
l.v.
(ord.)
pizz.
arco
sul pont.
simile
f
ff
fp
ffp
mp

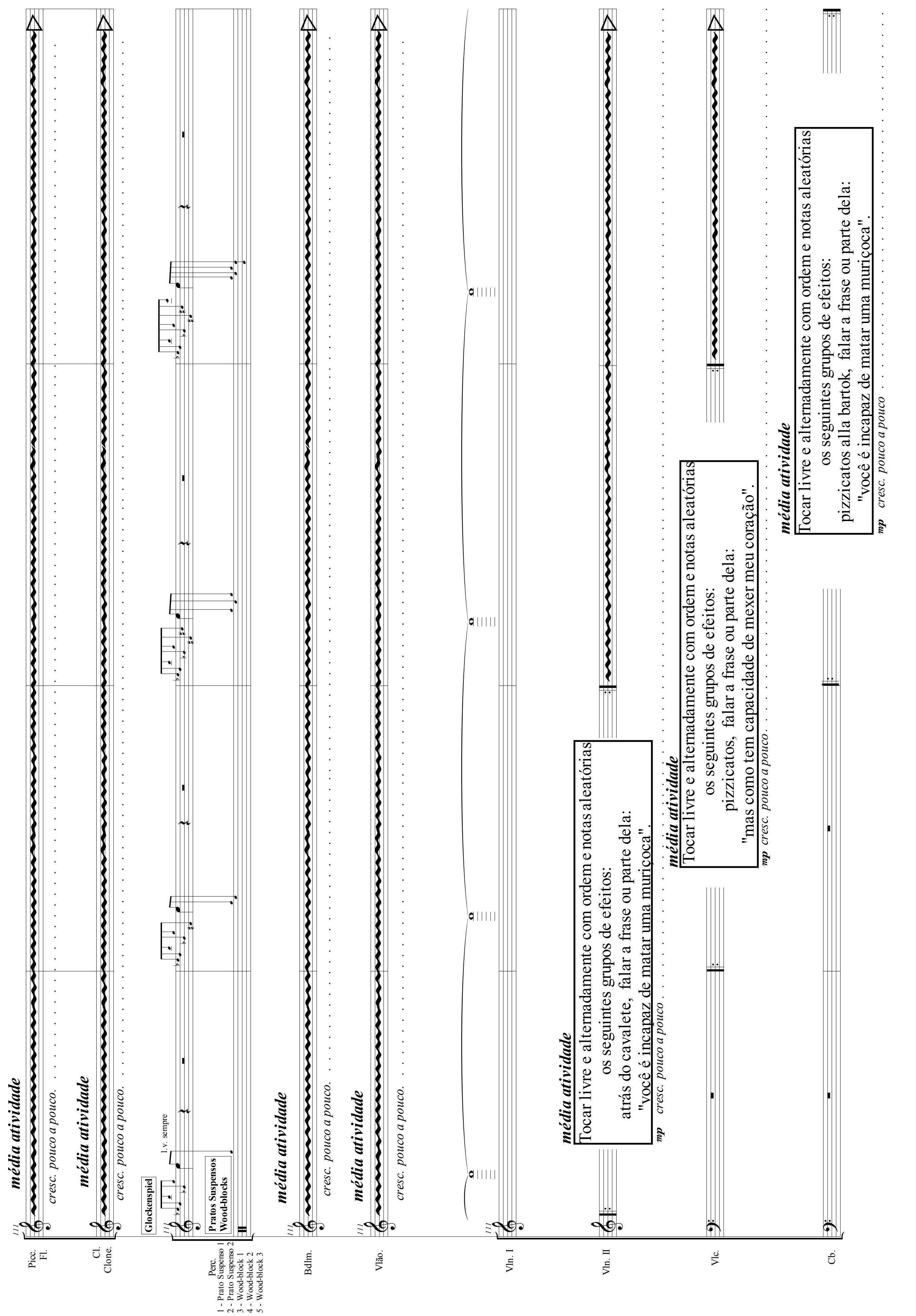

Picc.
Fl.
Cl.
Clone.
Perc.
Bdlm.
Vlão.
Vln. I
Vln. II
Vlc.
Cb.
Rubato como um acelerando progresssivo livre
Desencontrado dos demais sempre
bisbigliando
senza vibrato
gliss.
overblow
Vibrafone
ligar vibrator
l.v.
Rubato como um acelerando progresssivo livre
Desencontrado dos demais
Cordas: Rubato como um acelerando progresssivo livre
Desencontrado dos demais
vibrato molto
simile
(ord.)
sul pont.
sul tasto
senza vibrato
vibrato

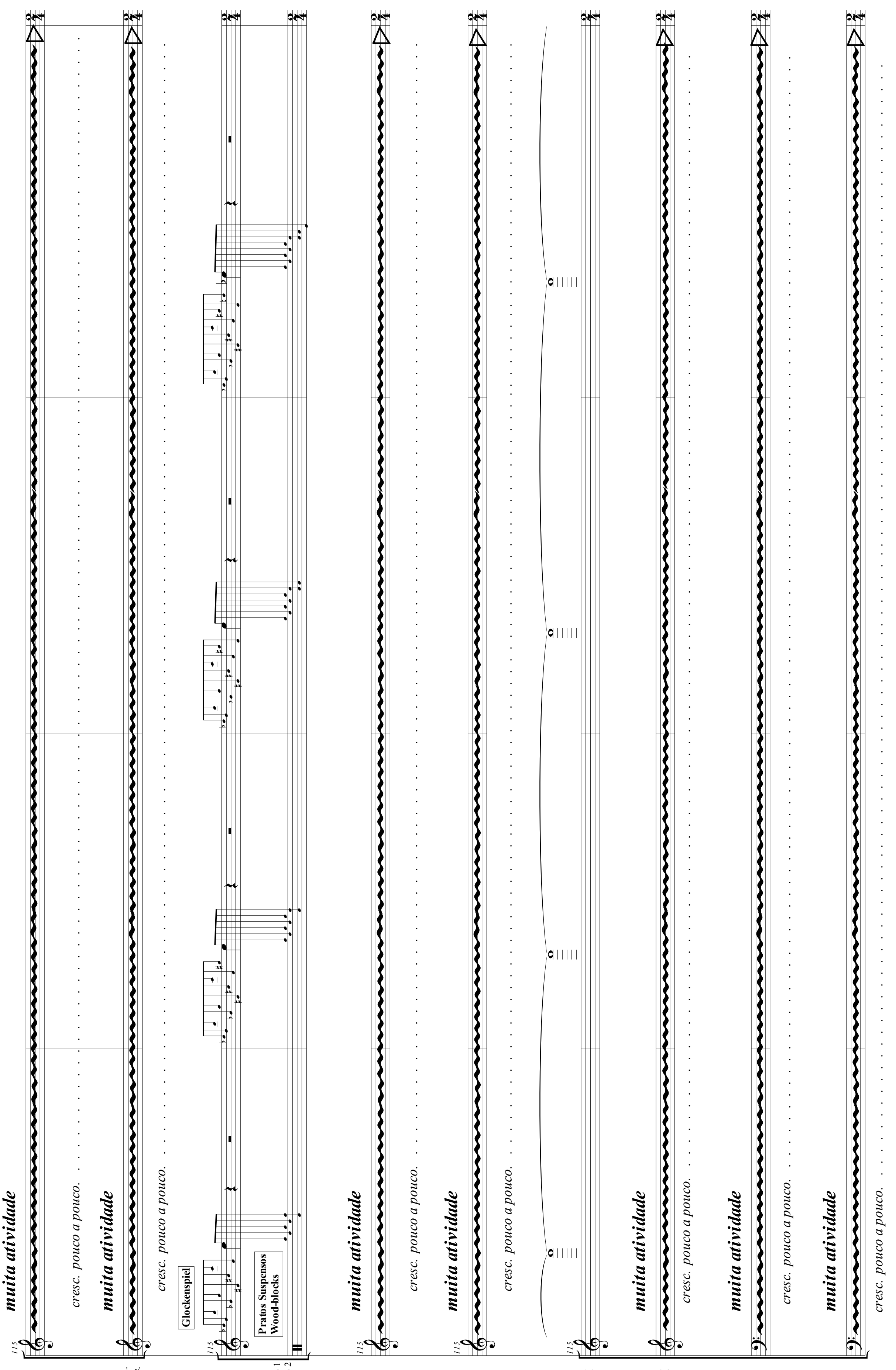

accel.
a tempo
rit. molto
vibrato
vibrato molto
Picc.
Fl.
Cl.
Clone.
Perc.
Rubato como um acelerando progresssivo livre
Desencontrado dos demais
mp
ff
l.v.
Prato Suspenso
baq(s). macias
ppp
fff
Bdlm.
Rubato como um acelerando progresssivo livre
Desencontrado dos demais sempre
ascendente e descendente
simile
Vlão.
Vln. I
senza vibrato
Vln. II
(sul tasto)
sul pont.
gliss.
(ord.)
Vlc.
Cb.
ff
ffff


6 ♩. = 50
Picc.
Fl.
Cl.
Clone.
Perc.
Bdlm.
Vlão.
Vln. I
Vln. II
Vlc.
Cb.
Rubato como um acelerando progresssivo livre
Desencontrado dos demais
ligar vibrator
com arco
l.v.
Rubato como um acelerando progresssivo livre
Desencontrado dos demais sempre
(ord.)
(vibrato molto)
pp
mp
p
fff

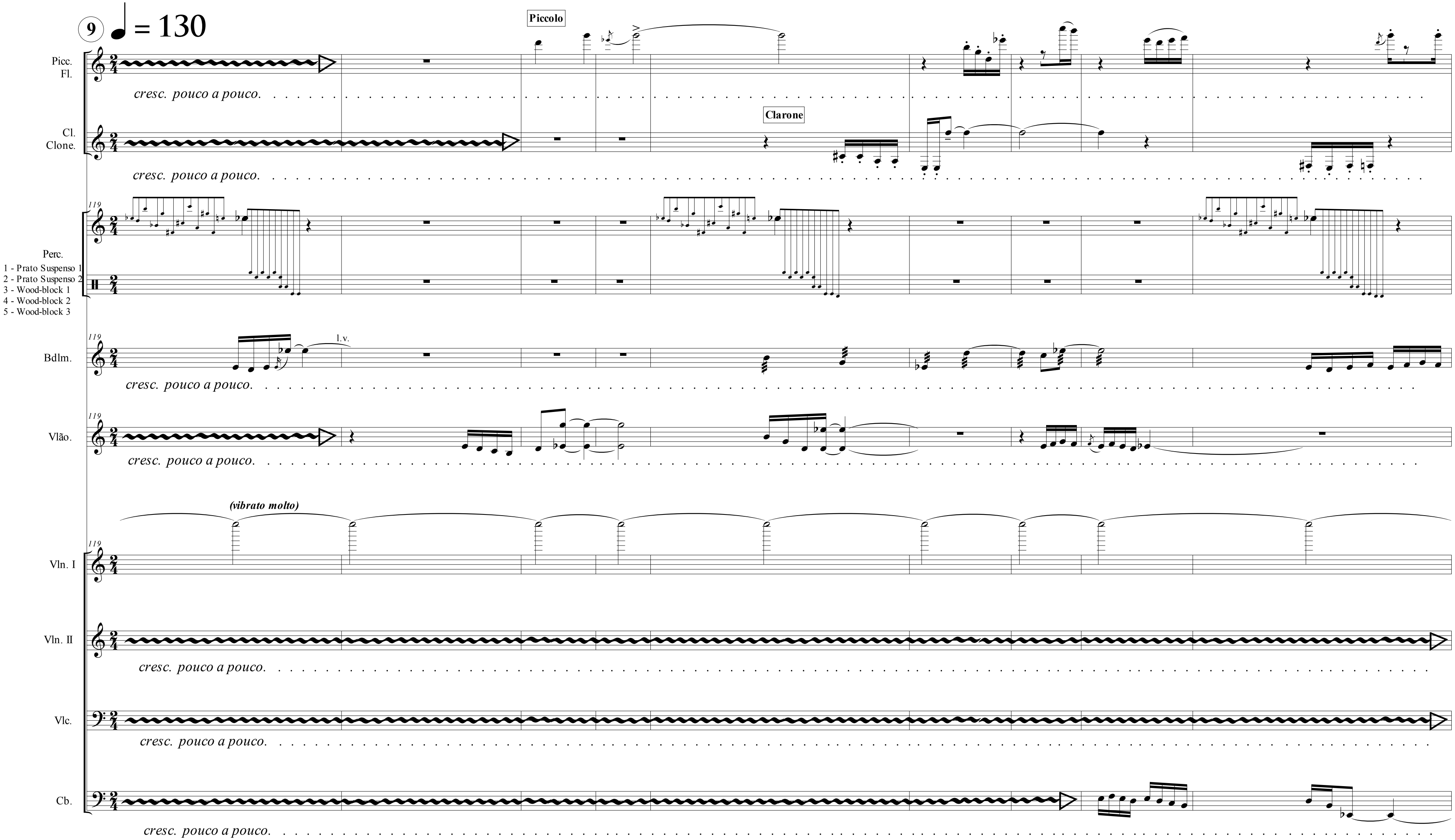

7
Picc.
Fl.
Clarone
Cl.
Clone.
com baquetas
l.v.
l.v.
99
Perc.
f
Bdlm.
Vlão.
Vln. I
Vln. II
pizz.
arco
Vlc.
Cb.


8
= 60
Picc.
Fl.
pouca atividade
Tocar livre e alternadamente com ordem e notas aleatórias os seguintes grupos de efeitos: keyclicks, jet whistles, overblows, sussurrar dentro do instrumento a frase ou parte dela: "você é incapaz de matar uma muriçoca"
pp cresc pouco a pouco
Cl.
Clone.
pouca atividade
Tocar livre e alternadamente com ordem e notas aleatórias os seguintes grupos de efeitos: key clicks, slap tongues, multifônicos, falar a frase ou parte dela: "mas como tem capacidade de mexer meu coração"
pp cresc. pouco a pouco
Rubato, fazer as apogiaturas na velocidade que lhe é possível sobre os instrumentos
Atacar livremente, como se tentasse acertar uma incômoda muriçoca que vôa sobre os instrumentos
Glockenspiel
Perc.
Prato Suspenso
l.v.
*caso não haja possibilidade de realizar a série dodecafônica nas apogiaturas, concentrar-se nas notas de início e fim, preenchendo as notas internas aleatoriamente...
Bdlm.
pouca atividade
Tocar livre e alternadamente com ordem e notas aleatórias os seguintes grupos de efeitos: atrás do cavalete, sussurrar a frase ou parte dela: "você é incapaz de matar uma muriçoca"
pp cresc. pouco a pouco
Vlão.
pouca atividade
Tocar livre e alternadamente com ordem e notas aleatórias os seguintes grupos de efeitos: atrás da pestana, falar a frase ou parte dela: "mas como tem capacidade de mexer meu coração"
pp cresc. pouco a pouco
Com vibrato e dinâmica simulando o som de uma muriçoca voando
A cada ataque da percussão simular a fuga desta muriçoca, como se a percussão quisesse matá-la e não consegue
Vln. I
Vln. II
Vlc.
Cb.
106


Diptera
8
Picc. Fl.
Cl. Clone.
Perc. 1 - Prato Suspenso 1 2 - Prato Suspenso 2 3 - Wood-block 1 4 - Wood-block 2 5 - Wood-block 3
Bdlm.
Vlão.
Vln. I
Vln. II
Vlc.
Cb.
média atividade
cresc. pouco a pouco.
Glockenspiel
l.v. sempre
Pratos Suspensos Wood-blocks
Tocar livre e alternadamente com ordem e notas aleatórias os seguintes grupos de efeitos: atrás do cavalete, falar a frase ou parte dela: "você é incapaz de matar uma muriçoca".
mp cresc. pouco a pouco
Tocar livre e alternadamente com ordem e notas aleatórias os seguintes grupos de efeitos: pizzicatos, falar a frase ou parte dela: "mas como tem capacidade de mexer meu coração".
Tocar livre e alternadamente com ordem e notas aleatórias os seguintes grupos de efeitos: pizzicatos alla bartok, falar a frase ou parte dela: "você é incapaz de matar uma muriçoca".


115
Picc.
Fl.
muita atividade
cresc. pouco a pouco.
Cl.
Clone.
muita atividade
cresc. pouco a pouco.
Perc.
1 - Prato Suspenso 1
2 - Prato Suspenso 2
3 - Wood-block 1
4 - Wood-block 2
5 - Wood-block 3
Glockenspiel
Pratos Suspensos
Wood-blocks
Bdlm.
muita atividade
cresc. pouco a pouco.
Vlão.
muita atividade
cresc. pouco a pouco.
Vln. I
Vln. II
muita atividade
cresc. pouco a pouco.
Vlc.
muita atividade
cresc. pouco a pouco.
Cb.
muita atividade
cresc. pouco a pouco.

Diptera


9
♩ = 130
Piccolo
Clarone
Picc.
Fl.
Cl.
Clone.
Perc.
1 - Prato Suspenso 1
2 - Prato Suspenso 2
3 - Wood-block 1
4 - Wood-block 2
5 - Wood-block 3
Bdlm.
Vlão.
Vln. I
Vln. II
Vlc.
Cb.
119
l.v.
(vibrato molto)
cresc. pouco a pouco.


Picc.
Fl.
Cl.
Clone.
Perc.
1 - Prato Suspenso
2 - Tom 1
3 - Tom 2
4 - Tom 3
5 - Tom 4
Prato Suspenso
4 Tom-tons
l.v. sempre
bisbigliando
Bdlm.
Vlão.
(vibrato molto)
Vln. I
Vln. II
Vlc.
Cb.
cresc. pouco a pouco.
ff

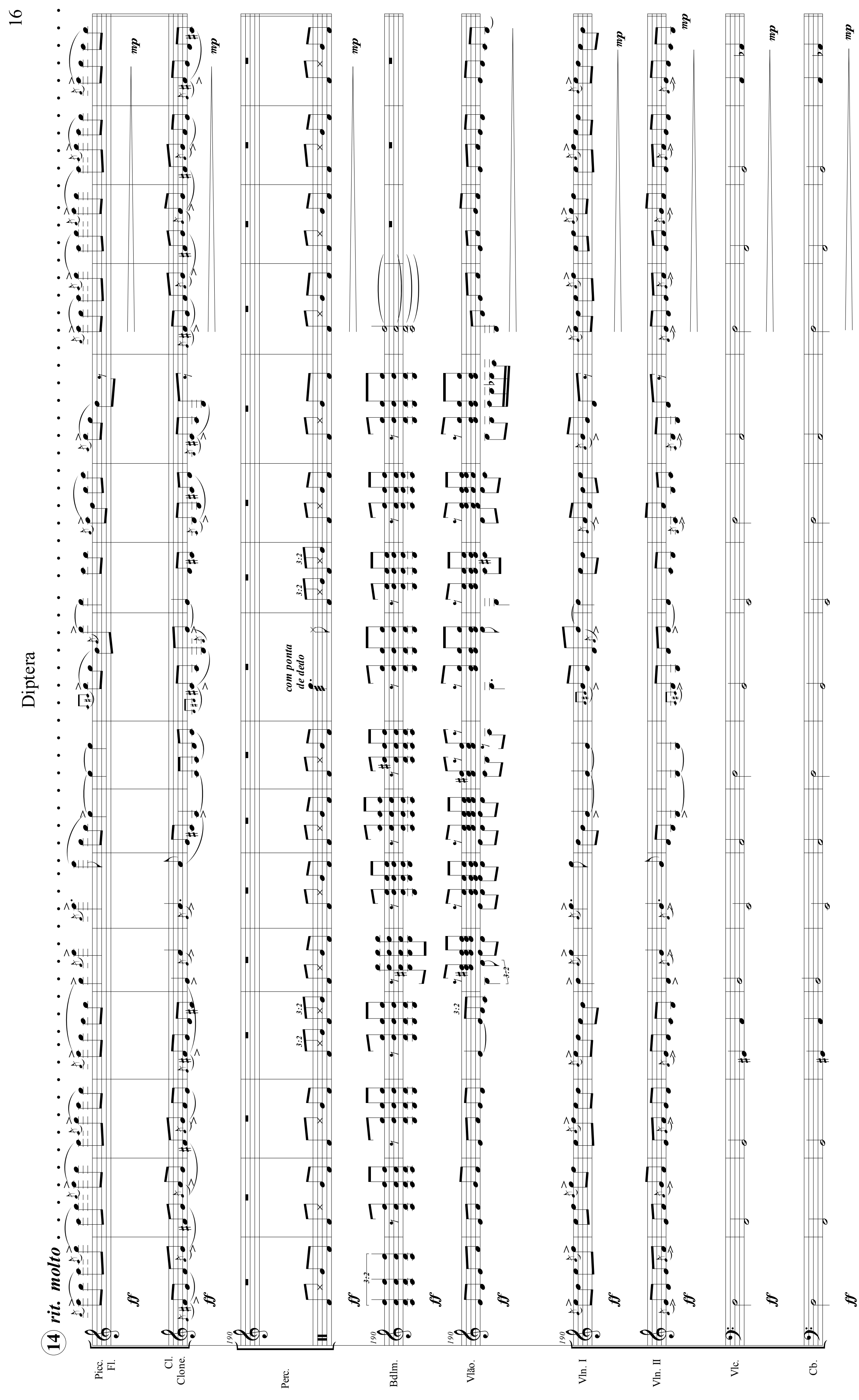

10
♩ = 60 accel.
Picc. Fl.
ff
Cl. Clone.
ff
Glockenspiel
l.v.
mp
5:4
l.v.
3:2
l.v.
5:4
l.v.
mf
6:4
cresc. pouco a pouco
Perc.
Bdlm.
mp
cresc. pouco a pouco
Vlão.
mf
cresc. pouco a pouco
senza vibrato
Vln. I
mp
cresc. pouco a pouco.
Vln. II
mp
cresc. pouco a pouco.
pizz.
3:2
Vlc.
mf
cresc. pouco a pouco
Cb.
mp
cresc. pouco a pouco

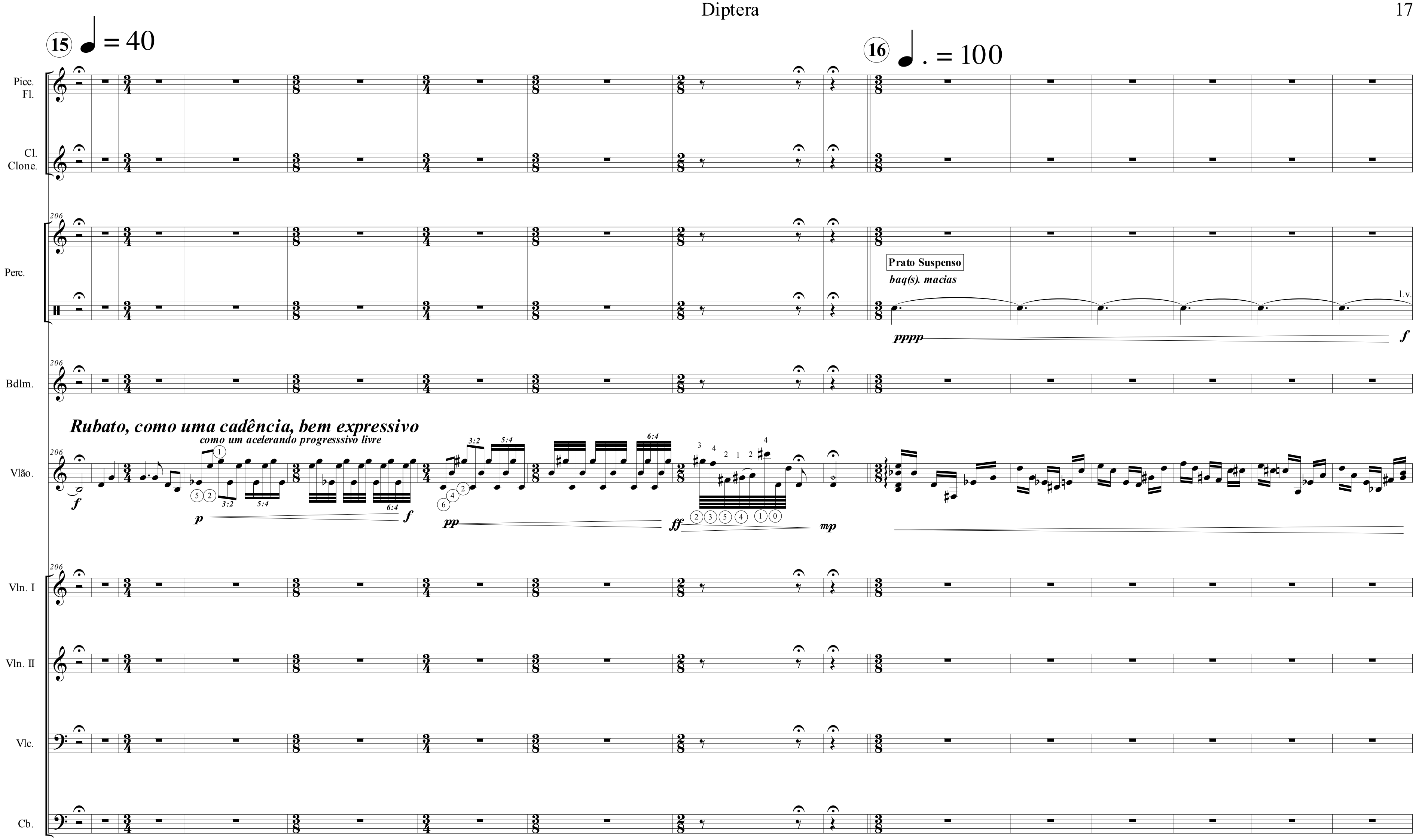

11
= 120 accel.
Picc.
Fl.
Cl.
Clone.
Perc.
1 -Trinado
2- Tapa
3 - Ponta de Dedos
4 - Punho
5 - Polegar
Pandeiro
l.v.
cresc.
sacudindo o pandeiro
idiomaticamente como samba-choro
Bdlm.
Vlão.
Vln. I
Vln. II
Vlc.
Cb.
cresc. pouco a pouco.

Diptera

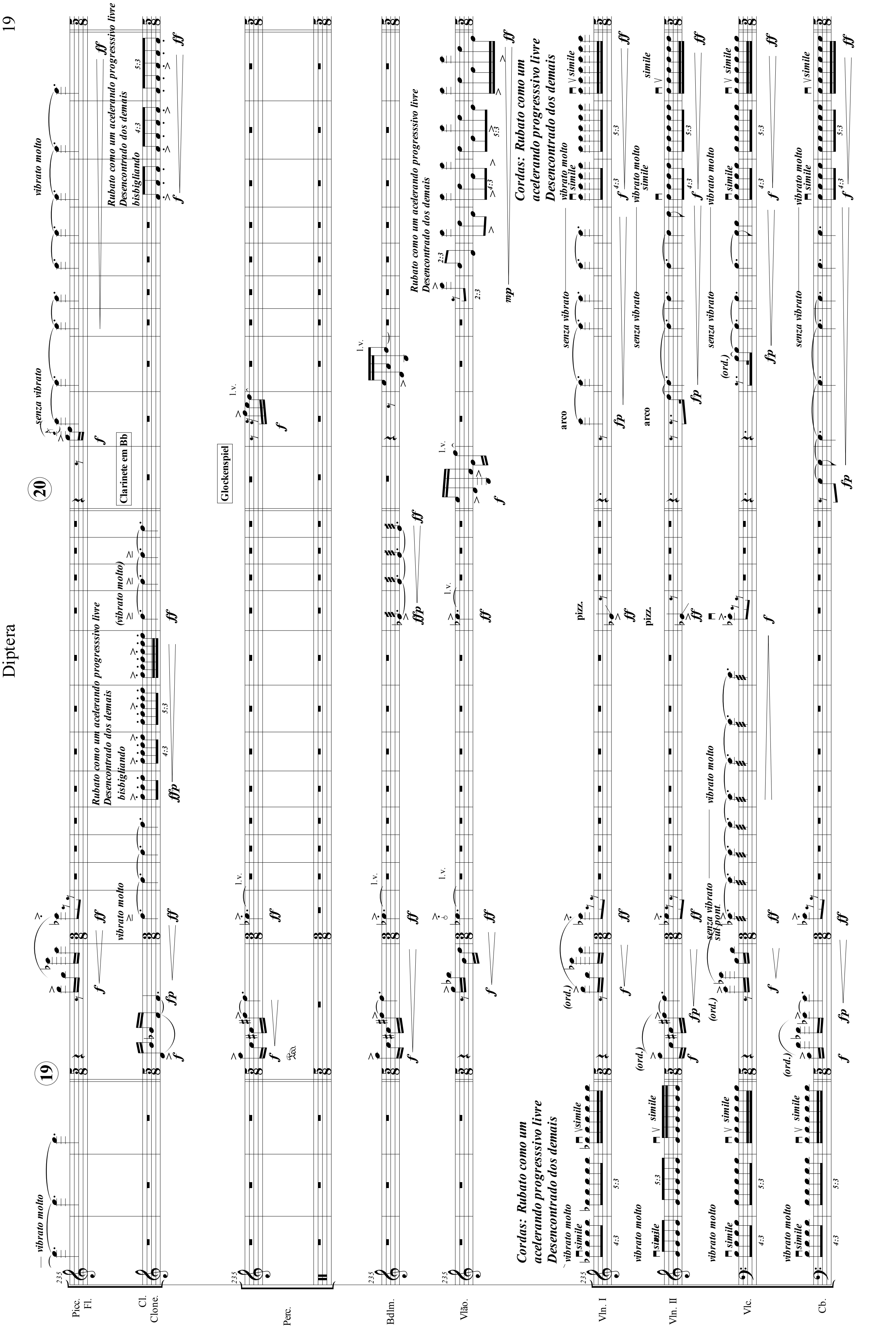

12
= 160 accel.
Picc.
Fl.
cresc. pouco a pouco.
f
Cl.
Clone.
cresc. pouco a pouco.
3:2
f
166
Perc.
mp
com ponta de dedo
f
sacudindo o pandeiro
mp
Bdlm.
cresc. pouco a pouco.
Vlão.
cresc. pouco a pouco.
f
Vln. I
cresc. pouco a pouco.
f
Vln. II
cresc. pouco a pouco.
f
Vlc.
pizz.
cresc. pouco a pouco.
f
Cb.
pizz.
cresc. pouco a pouco
f


13
♩ = 190
Flauta
Picc.
Fl.
f
Clarinete em Bb
Cl.
Clone.
f
3:2
178
Perc.
f
Pode-se usar bumbo e prato ou uma bateria completa ao invés do pandeiro
samba...
178
Bdlm.
f
178
Vlão.
f
178
Vln. I
Vln. II
pizz.
Vlc.
f
pizz.
Cb.
f


16
Diptera
14 rit. molto
Picc. Fl.
Cl. Clone.
Perc.
Bdlm.
Vlão.
Vln. I
Vln. II
Vlc.
Cb.
190
com ponta de dedo
ff
mp


15 = 40
16 . = 100
Picc.
Fl.
Cl.
Clone.
Perc.
Prato Suspenso
baq(s). macias
pppp
l.v.
f
Bdlm.
Rubato, como uma cadência, bem expressivo
como um acelerando progresssivo livre
Vlão.
p
f
pp
ff
mp
Vln. I
Vln. II
Vlc.
Cb.


17
18
= 100
senza vibrato
vibrato
vibrato molto
Rubato como um acelerando
progresssivo livre
Desencontrado dos demais
Vibrafone
l.v.
(ord.)
Picc.
Fl.
Cl.
Clone.
Perc.
Bdlm.
Vlão.
Vln. I
Vln. II
Vlc.
Cb.


Diptera
19
Picc. Fl.
Cl. Clone.
Perc.
Bdlm.
Vlão.
Vln. I
Vln. II
Vlc.
Cb.
Cordas: Rubato como um acelerando progresssivo livre
Desencontrado dos demais
Rubato como um acelerando progresssivo livre
Desencontrado dos demais
bisbigliando
vibrato molto
senza vibrato
(vibrato molto)
Clarinete em Bb
Glockenspiel
l.v.
simile
(ord.)
pizz.
arco
sul pont.
senza vibrato


20
Diptera
21
Picc.
Fl.
Cl.
Clone.
Perc.
Bdlm.
Vlão.
Vln. I
Vln. II
Vlc.
Cb.
bisbigliando
Rubato como um acelerando progresssivo livre
Desencontrado dos demais
l. v.
vibrato molto
simile

# Considerações finais

## Um panorama geral da combinatoriedade

Através do que foi aqui apresentado pudemos observar que combinatoriedade sai gradualmente da prática específica bidimensional, hexacordal e mosaica schoenberguiana e, através da ideia de diversidade máxima de Babbitt - que é desenvolvida também por outros autores - passa a se tornar multidimensional, multiparamétrica e assemelhada ao processo de assemblagem[156]. A combinatoriedade schoenberguiana portanto vai sendo abstraída em seus elementos embrionários e passa a se aproximar cada vez mais da combinatória (e de tópicos a ela tangentes) sob a forma do uso das diversas possibilidades de combinação de elementos de natureza musical variada de forma que o conjunto universo destes elementos (um agregado-*x*) permaneça de alguma maneira presente (implícita ou explicitamente).

De forma geral e com base nas informações extraídas durante a revisão dos artigos sobre a combinatoriedade ficou generalizadamente subentendido que:

1 – Sobre a cardinalidade e a equivalência dos conjuntos formadores do agregado:

Agregados podem ser formados a partir de conjuntos de cardinalidades diversas, equivalentes e/ou não equivalentes, não somente através da schoenberguiana correspondência entre hexacordes de formas da série inversionalmente relacionadas. A combinatoriedade feita por Schoenberg corresponde, geralmente, a somente um dos tipos de combinatoriedade no que diz respeito à sua classificação quanto ao tamanho do conjunto formador do agregado: a do tipo hexacordal.

2 - As operações aplicadas a estes conjuntos para formação de agregados

Agregados podem ser formados através de operações aplicadas a estes conjuntos que são diferentes das comuns Inversão, Transposição, Retrógrado e Retrógrado da Inversão. Como exemplo temos as operações de Inclusão, Exclusão e Multiplicação[157].

---

[156] "*Assemblage*" ou assemblagem é um processo relativo as artes plásticas, tal como a ideia de mosaicos. Diferente dos mosaicos que são a união de partes para formação de um todo bidimensional, a ideia de assemblagem equivale a união de materiais num intuito tridimensional.

[157] Babbitt (1961) classificou a combinatoriedade com base somente na capacidade de automapeamento e autocomplementação de conjuntos segundo somente as operações T, I, R e RI. Starr e Morris (1977, 1978) apresentam a combinatoriedade utilizando operações de Multiplicação, Ciclos Intervalares, Rotação, dentre outras operações.

3 – Sobre a evidenciação composicional do agregado:

Geralmente as classes de notas pertencentes a um dado agregado encontram-se associadas parametricamente (registro, timbre, posição métrica, dinâmica, articulação, contorno e etc.) de forma a tornar mais evidente a intenção combinatorial quando as formas da série cujas partes formam este agregado encontram-se explícitas na obra[158].

4 – Sobre a imposição de um ordenamento às classes de conjuntos formadores do agregado (o não vínculo com o serialismo):

A combinatoriedade não está obrigatoriamente vinculada ao serialismo, ou seja, não há a necessidade de uma estrita imposição de ordenamento às classes de notas dos conjuntos formadores do agregado, visto que suas propriedades combinatoriais independem deste ordenamento (vide Schoenberg, Op. 50*b*, e a ideia de conjuntos combinatoriais absolutos de Babbitt).

5 – Sobre a exploração simultânea das propriedades combinatoriais[159] de conjuntos não equivalentes (pluricombinatoriedade):

Agregados podem ser formados simultaneamente em diferentes níveis ou dimensões composicionais a partir de conjuntos de classes de notas que não pertencem à mesma classe de conjunto. Adicionalmente, e como exemplo, paralelamente à formação de agregados por representantes de uma dada classe de conjunto que são segmentos de formas de uma série dispostas simultânea ou sucessivamente, regiões combinatoriais formadas com base em representantes de outra classe de conjunto que são também segmentos da série base podem servir como determinantes estruturais.

6 – Sobre a maleabilidade na cardinalidade do agregado (o não vínculo com o dodecafonismo / agregado-*n*):

[158] No que tange ao ordenamento do agregado como uma primeira diferenciação entre o agregado combinatorial e uma forma da série, Morris (2007, p. 95, ex. 16) aponta o uso de uma "*self-deriving array*" em uma de suas curtas obras para piano no qual os agregados que são formados entre 3 formas de uma série combinadas verticalmente podem ser tidos como formas da mesma série base. Esta seria uma outra categorização do agregado que neste caso é combinatorial, ordenado, mas não é nem uma série secundária nem uma forma da série tradicional diante do contexto de formação.

[159] Babbitt (1955) atribui o termo "propriedades combinatoriais": (1) à criação de progressão entre formas da série através da formação de agregados, e (2) à seleção das formas de uma dada série a serem utilizadas numa obra dodecafônica com base na capacidade de formação de agregados entre si.

A cardinalidade do agregado é variável, ou seja, grosso modo, existe a possibilidade de formação de agregados com mais ou menos que as 12 classes de notas do sistema de temperamento igual.

7 – Sobre a necessária presença (explícita) do agregado (a combinatoriedade como determinante estrutural):

A combinatoriedade não está obrigatoriamente ligada a presença do agregado. Outro uso das propriedades combinatoriais de uma série base pode ser dado com a ausência da formação de agregados, tal como somente o uso das regiões combinatoriais com intuitos estruturais.

8 – Sobre a necessária presença (explícita) de formas da série:

Na obra "*Composition for Four Instruments*" de Babbitt, na qual alguns exemplos seguem no capítulo 4, a apresentação explícita da série base ou das formas da série formadoras dos agregados combinatoriais somente ocorre ao fim da obra. Portanto a formação de agregados já combinatoriais de alguma maneira associados tomam o lugar ocupado por estas últimas no que tange ao material de progressão compositiva.

9 – Sobre a maleabilidade na natureza do agregado (combinatoriedade multiparamétrica):

A combinatoriedade não está presa única e exclusivamente ao parâmetro altura, ou seja, pode ser aplicada a outros parâmetros composicionais, a exemplo da formação de agregados rítmicos feita através do *"time-point"* babbittiniano. A natureza dos agregados (ou de agrupamentos contendo a totalidade ou diversidade de elementos) foi expandida em diversas direções: "*all-interval rows*"[160] (séries de todos intervalos ou pan-intervalares), "*all-trichord rows*"[161] (séries com "todos" os tricordes), "*all-interval tetrachord*"[162], "*all-trichord hexachord*"[163], "*all-partition arrays*" (ver capítulo 4), "*superarrays*"[164] (agregados de

[160] São séries contendo todos os intervalos, 1 a 11, na sua série de intervalos. Um exemplo é a série de Alban Berg, em sua "Lyric Suite": [5, 4, 0, 9, 7, 2, 8, 1, 3, 6, 10, 11], cuja série de intervalos é [1, 8, 3, 10, 5, 6, 7, 2, 9, 4, 11].

[161] "*All-trichord rows*" são series contendo exemplos de 10 diferentes classes de tricordes por segmentos alternados com notas adjacentes, exceto as classes 3-10 (036) e 3-12 (048). Um exemplo é a série [0, 1, 11, 3, 8, 10, 4, 9, 7, 6, 2, 5] (ver MORRIS, 2007, p. 94).

[162] Um exemplo é o tetracorde 4-Z15 (0146) cujo vetor intervalar é 111111.

[163] É um tricorde contendo, por imbricação, todos os 12 tricordes. Um exemplo é o 6-Z17 (012478).

agregados), fora as possibilidades de uso de agregados de contorno, articulação, timbre, dinâmica e etc.

10 – Sobre a criação de sistematizações viabilizadoras da combinatoriedade:

Além de Schoenberg, alguns autores criaram processos compositivos com base na combinatoriedade. Babbitt foi o mais prolífico: "*trichordal*, "*all-partition*" e "*superarrays*"). Martino, Starr e Morris desenvolveram ou se dedicaram a outras matrizes e processos: *"mosaics",* "*combination matrices*", "*chains*" (ou "*linear aggregates*", LA), "*multiple-order-function twelve-tone rows*", "*set-satured rows*"[165] e "*self-deriving row arrays*".

11 - Sobre o uso da combinatoriedade com outras sistematizações composicionais:

A combinatoriedade é de passível uso concomitante com outros processos composicionais. Esta surgiu já dentro de outra sistematização, o serialismo dodecafônico.

## Um panorama da literatura sobre a combinatoriedade

É nítida a importância de Babbitt como precursor da generalização da combinatoriedade como técnica composicional e seu importante papel no desenvolvimento da Teoria Pós-tonal. Grande parte dos autores que deram contribuições significantes tanto especificamente para a combinatoriedade quanto para esta teoria como um todo foram americanos, alunos de Babbitt, ou tiveram contato direto com seu trabalho através de comunicações orais dadas pelo autor nos Estados Unidos, tais como Perle, Rochberg, Rothberg, Lewin, Martino, Forte, Starr, Morris, Kassler, Rahn, Boretz, Winham, dentre outros[166].

Com a introdução, por Babbitt, do uso da teoria de grupo finito e sistemas formais no âmbito musical, ao passo que diversas lacunas eram preenchidas no processo analítico de

---

[164]As "*Superarrays*" podem ser consideradas como um terceiro nível das "arrays" de Babbitt, após os "trichordal arrays" e os "all-partition arrays". Consiste, grosso modo, na fusão de "*arrays*" de diversas naturezas ou classes de "*arrays*". Um exemplo contendo o uso de "*superarrays*" pode ser visto no seu Quarteto No. 5. Para mais informações sobre os "*superarrays*" de Babbitt recomendo a leitura de Lake (1986) e Mead (1994).

[165] Baseado na ideia babbittiniana dos "*all-trichordal rows*" Morris (1985) desenvolve a ideia de "*set-type satured rows*", séries que apresentam uma quantidade elevada de diferentes classes de conjunto.

[166] A importância de Babbitt para a combinatoriedade e parte de sua influência nos escritos de outros autores pode ser vista no artigo "*O papel de 'Some Aspects of Twelve Tone Composition'*" (BABBITT, 1955) *na generalização da combinatoriedade como técnica composicional"* escrito pelo autor da presente pesquisa que segue em anexo. Nele são brevemente apontadas algumas relações entre os tópicos (termos e conceitos) relacionados à combinatoriedade que são introduzidos por Babbitt em "*Some Aspects*" e alguns artigos tangentes à técnica que foram escritos posteriormente tanto pelo autor quanto por outros autores entre 1955 e 1965.

obras cujas características apresentadas permitiam o uso desta "nova" ferramenta - principalmente das obras dodecafônicas dos chamados compositores clássicos do dodecafonismo, Schoenberg, Webern e Berg - um novo campo era aberto. Tal fato fomentou por sua vez o empreendimento de tentativas paralelas de conversão de diversos fundamentos matemáticos iguais ou correlatos aos por Babbitt utilizados para aplicabilidade analítico-musical por outros autores.

Uma vez que grande parte dos artigos presentes no arcabouço teórico desta pesquisa são também considerados como artigos de relevância para o período que corresponde à fase de inserção e uso destes fundamentos matemáticos no âmbito analítico-musical e ao inicio da formalização principalmente de um conjunto de processos de análise criados colaborativamente pelos autores destes artigos na Teoria Pós-tonal, parte da problemática discutida no item 1.2 do Capítulo 1 pode ter aí as suas origens. Para uma discussão final sobre estes problemas trago aqui novamente estas informações (tabela 39).

Neste âmbito Bordini (2003, p. 17) aponta, em sua revisão sobre a Teoria Pós-tonal, tratando-se especificamente deste período inicial do seu desenvolvimento, alguns destes problemas. Entre eles destacam-se as divergências e necessidades de diferenciações terminológicas (tópico 4 da tabela 39), a "falta de termos para definir adequadamente os conceitos envolvidos" (aproximadamente relacionado ao tópico 5), "as dificuldades para tradução de termos", o uso paralelo "de sistemas de numerações para indicar a ordem dos elementos da série" (aproximadamente relacionado ao tópico 2), apontando que "ainda no estágio inicial da formação da Teoria, há referências ao fato de não se saber ao certo o que estava sendo feito, tanto por parte dos teóricos quanto dos compositores, e uns e outros dividiram o mesmo território".

| A abordagem da combinatoriedade nos artigos seminais (desafios encontrados) | |
|---|---|
| 1 | Alto grau de complexidade - principalmente relacionada à linguagem matemática avançada utilizada (teoria de grupo finito e sistemas formais) - presente nos artigos que fazem parte do arcabouço teórico da atual pesquisa. Tal fato dificulta o entendimento do conteúdo tornando-o muitas vezes inacessível, principalmente para o leitor não familiarizado com o tipo de abordagem. |
| 2 | Divergências entre a linguagem matemática utilizada por alguns autores nestes artigos[167]. |

(continua)

[167] Um exemplo é o caso visto em Babbitt (1961, p. 74) e Martino (1961, p. 228), onde podemos encontrar a mesma expressão matemática que condiciona a combinatoriedade do tipo inversional notada através de símbolos matemáticos e maneiras distintas por cada um dos autores.

continuação

| A abordagem da combinatoriedade nos artigos seminais (desafios encontrados) | |
|---|---|
| 3 | Um enfoque majoritário dos autores nos princípios de funcionamento do sistema dodecafônico (e consequentemente da combinatoriedade) sob o ponto de vista analítico, através do fornecimento contínuo de dados diversos sobre o mesmo, esgotando e expandindo abstratamente suas potencialidades sem uma preocupação mais nítida em fornecer uma aplicabilidade composicional ou didática. |
| 4 | Divergências e necessidades de diferenciações terminológicas[168]. |
| 5 | Inconsistências relacionadas a alguns conceitos tangentes à combinatoriedade, dentre as quais se destaca a ausência de um conceito de combinatoriedade que seja capaz de abranger todas as possibilidades de utilização da técnica (tal como preliminarmente exposto na Tabela 2). |
| 6 | Classificação limitada dos tipos de combinatoriedade (ex.: combinatoriedade absoluta e semicombinatoriedade) no que diz respeito a todas as variantes envolvidas no processo de construção de agregados[169]. |
| 7 | A presença de poucas análises composicionais, muitas vezes limitadas a um escopo extremamente reduzido de obras. |
| 8 | O uso limitado de exemplos musicais, com preferência ao uso de notação abstrata alicerçada em números inteiros em detrimento da apresentação de partituras. |
| 9 | Diferença entre o teor das informações presentes nos artigos que foram considerados como referenciais teóricos básicos para a compreensão da combinatoriedade e o teor das informações contidas em alguns livros-texto de teoria, análise e composição musical nos quais a combinatoriedade é abordada. |

Tabela 39 - Desafios de pesquisa encontrados durante revisão da literatura sobre a combinatoriedade.

No tangente ao tópico 1, considerando os quatro escritos de Babbitt (1955, 1960, 1961 e 1962) como os em que a linguagem utilizada encontra-se mais sobrecarregada de elementos de matemática avançada, os interesses do autor também neste campo - como filho de matemático e tendo, antes do curso de música, ingressado como estudante de matemática na Universidade da Pensilvânia - podem ser trazidos à tona para justificar sua nítida proficiência. Porém, apesar da importância histórica destes artigos, da originalidade do autor no recorte escolhido para investigação e no seu pioneirismo no que diz respeito à inserção de novos horizontes de investigação, uma provável dificuldade de compreensão do conteúdo pelo leitor não familiarizado com o tipo de abordagem é apontada por alguns autores já no período em

[168] Um simples exemplo de divergência terminológica é o uso dos termos "*Set*", "*Row*" e "*Series*" por alguns autores para denotar uma série dodecafônica. Já exemplos da necessidade de diferenciação de certos termos que são utilizados com significados diversos nestes escritos é o uso do termo "*Set*" por Babbitt para denotar tanto uma série dodecafônica como um conjunto de classes de notas. Outro exemplos é o uso do termo "*derived sets*" introduzido também pelo autor em seu artigo "*Some Aspects of Twelve Tone Composition*" (1955), que pode ser entendido tanto como série derivada (no estilo "weberniano") quanto como um "agregado derivado" ou o que posteriormente senti a necessidade de chamar de "série derivada combinatorial".

[169] Conforme apontado em Ourives (2013*),* diante de certos tipos de formação de agregados, tal como a por particionamentos desiguais, a exemplo do particionamento (1 3 8), as classificações da combinatoriedade quanto às capacidades de automapeamento e autocomplemento de conjuntos por inversão e transposição (combinatoriedade absoluta e semicombinatoriedade), e quanto à cardinalidade destes conjuntos (combinatoriedade hexacordal, tetracordal, tricordal e etc.) não são adequadas. Além disso, até mesmo dentro desta classificação de conjuntos no que diz respeito às suas capacidades de autocomplemento e automapeamento por transposição e inversão existem casos que ainda não foram devidamente discutidos na literatura. Este é o caso do tricorde 3-5 (016) que só possui combinatoriedade retrógrada (automapeia-se em T0), mesmo sendo capaz de complementar-se totalmente – ($3^4$) - pela combinação das operações de T e I. Em Ourives (2013, p. 83) é sugerida a classificação para o seu tipo de combinatoriedade como O-I (parcialmente combinatorial O e parcialmente combinatorial I).

que estes escritos foram publicados, conforme aponta Boretz (1963, p. 125), um dos alunos de Babbitt:

> A maior parte do pensamento genuinamente rigoroso neste campo tem sido apresentado em artigos de natureza altamente especializada que são ou inacessíveis ou exigem para a compreensão certo grau de experiência e treinamento prévio, ou seja, longe de prevalecer, mesmo entre músicos profissionais. Como resultado, tem ocorrido um desenvolvimento importante, talvez o mais importante, no pensamento musical contemporâneo e está se expandindo rapidamente fora do alcance, na ausência de uma apresentação geral abrangente de seus princípios e atitudes [...][170] (BABBITT, 1955 p. 42)

Aproximadamente relacionado ao tópico 6, no que tange aos meios de classificação não só relacionados aos tipos de combinatoriedade como mencionados na tabela 39, muitos autores empreenderam classificações paralelas e difusas de conjuntos de classes de notas. Tal fato se deu talvez por terem estes aproveitado a lacuna deixada por Babbitt (1955, p. 42) ao apresentar a classificação das séries/conjuntos fontes combinatoriais absolutos quanto à ordem, apontando-a como uma "além de muitas outras bases secundárias de similaridade e dissimilaridade" destes conjuntos.

Mead (1989, p. 41), tratando acerca do estado de pesquisa em música dodecafônica e atonal, destaca o caráter taxonômico - mais especificamente relacionado à nomeação e classificação de coleções de classes de notas – que pode ser encontrado na maioria de semelhantes escritos que tratam dos temas, apontando-o como de crucial importância para os seus desenvolvimentos. Levanta também como questão central de taxonomia os critérios utilizados para categorizar estas coleções, e como sua parte integral a investigação das propriedades destes conjuntos, através dos quais ferramentas úteis para este fim foram desenvolvidos por diversos autores.

Morris (2007), fazendo um panorama da matemática utilizada no sistema dodecafônico, também ressalta este mesmo caráter ao apontar um foco inicial no que chamou de entidades (séries, conjuntos de classes de notas) e a busca por respostas às perguntas de enumeração – que Forte (1964, p. 140) apontou serem relacionadas ao termo "combinatório"

---

170 *"Most of the genuinely rigorous thought in this field has been presented in articles of a highly specialized nature which are either inaccessible or require for their comprehension a degree of prior experience and training that is, to say the least, far from prevalent even among professional musicians. As a result, an important, perhaps the most important, development in contemporary musical thought has taken place and is rapidly expanding out of reach, in the absence of a comprehensive general statement of its principles and attitudes [...]."*

("*combinatory*")[171]: quantas formas da série? Quantas formas da série distintas relacionadas por T, I, R e/ou RI? Quantos conjuntos não ordenados de classes de notas existem? Quantos tropos (Hauer)? Quantos tipos de acordes?[172].

Neste âmbito é importante destacar que muitos dos meios de contagem e classificação de conjuntos de classes de notas observados durante a revisão dos artigos relacionados à combinatoriedade tiveram aplicabilidade tanto analítica quanto composicional expostas pelos seus autores. Este é o caso da classificação dos tropos de Hauer quanto à classe feita por Rochberg (1959) e a complementação da classificação dos tetracordes e tricordes combinatoriais absolutos feita por Martino (1961). Porém, outros meios de classificação não tiveram, até então, replicabilidade na literatura. Este é o caso da abstrata classificação de conjuntos de classes de notas vista em Lewin (1959), chamada por Howe (1965) de 5 misteriosas "propriedades" de coleções de classes de notas, e da classificação apresentada pelo próprio Howe (1965) destas coleções com base nas operações multiplicativas. Tais fatos, ao passo que ratificam o caráter colaborativo das investigações empreendidas, demonstram também o caráter especulativo inicial da Teoria Pós-tonal no qual parte do conteúdo apresentado nestes artigos não possuem uma utilidade analítica ou composicional nítida. Este último fator – a descartabilidade de conteúdo - pode também ser considerado como um dos desafios de pesquisa encontrados, algo que, junto com a complexidade matemática destes artigos, dificultou a execução da revisão bibliográfica.

Este mesmo caráter especulativo pode ser também considerado como fonte dos problemas que foram levantados nos tópicos 3, 7 e 8 da tabela 39, inter-relacionados e, como já também apresentado no item 1.2 do Capítulo 1, também refletidas no tópico 9. Perle (1981, p. 7), reconhecendo a existência de semelhantes deficiências na literatura, indica que o objetivo do seu "*Serial Composition and Atonality: An Introduction to the Music of Schoenberg, Berg and Webern*" é "a ênfase na composição ao invés da ênfase no sistema, na

---

[171] *"Often a set-theoretic problem in music becomes more meaningful when one considers its combinatory aspects. The term combinatory refers to such questions as: How many? In how many ways?. Having defined unordered and ordered pitch-sets, we may now ask: How many pitch-sets of each type does the 12-pitch system contain?"*

[172] *"Question of enumeration also were raised: how many rows? How many distinct related rows under transposition, inversion and /or retrograde (since some rows are invariant)? How many unordered sets of pitch classes? How many tropes? How many chord types?"* (MORRIS, 2007, p. 83).

qual conceitos sistemáticos são introduzidos em conexão com soluções composicionais ao invés de um consequentemente relacionado corpo de princípios”[173].

No que tange exclusivamente à problemática discutida no tópico 9 e que estimulou o desenvolvimento do texto “*Introdução à combinatoriedade*”, apresentado no Capítulo 4, Boretz (1963, p. 125) aponta:

> Até agora, os poucos livros disponíveis tentando lidar com música atonal e “dodecafônica” tem constantemente falhado em revelar qualquer consciência das abordagens recentemente desenvolvidas no que diz respeito à teoria fundamental, analítica e as implicações composicionais da organização sistemática de alturas. Em sua maioria, estes trabalhos oferecem pouco além da rotineira reexposição das “regras” tradicionais de procedimento originalmente propostas como diretrizes durante os primeiros estágios da composição dodecafônica, que em prática quase imediatamente sofreu extensiva modificação, e “análises” consistindo primeiramente de uma simples identificação de conjuntos e contagem de notas. A trivialidade do real material apresentado é frequentemente escondido atrás de pretenciosas metafísicas, pseudo-históricas e pseudocientíficas “justificações” cuja origem está naquelas semelhantes afirmações que constituem o menos fecundo aspecto do seu pensamento. Esta preponderância é particularmente lamentável em vista da falta de defesa de muitos leitores contra as falácias e equívocos que abundam estas fáceis produções.[174]

Apesar do ano em que Boretz observou os supracitados fatos na literatura (1963) e conforme foi preliminarmente apontado no Capítulo 3, ainda podemos observar em alguns livros-texto de composição, teoria e análise musical - principalmente nos demonstrados na presente pesquisa e em maior ou menor nível – certa diferença entre o cunho de suas informações e das informações presentes nos artigos que foram considerados como referenciais teóricos básicos para a compreensão da combinatoriedade.

---

[173] *“the emphasis is on composition rather than system, and systematic concepts are introduced in connection with compositional solutions rather than as a consequentially interrelated body of principles.”*

[174] *“Up to now, the few available books attempting to deal generally with atonal and twelve-tone music have consistently failed to reveal any awareness of the significant approaches recently developed to the fundamental theoretic, analytic, and compositional implications of systematic pitch organization. For the most part, these works offer little beyond routine restatement of the traditional "rules" of procedure originally propounded as guide lines during the early stages of twelve- tone composition, which in practice almost immediately underwent extensive modification, and "analyses" consisting primarily of simple set identifications and note counting. The triviality of the actual material presented is often masked behind pretentious metaphysical and pseudohistorical, pseudoscientific "justifications" whose origin is in those similar statements by Schoenberg that constitute the least fruitful aspect of his thought. This preponderance is particularly lamentable in view of the defenselessness of many readers against the fallacies and misconceptions that abound in such facile productions.”*

Portanto, grande parte das deficiências de abordagens observadas durante a etapa de revisão da literatura são problemas que foram também observados por outros autores que semelhantemente empreenderam investigações dentro do campo de pesquisa no qual a combinatoriedade está incluída.

Apesar destes fatores existe uma quantidade realmente elevada de informações confiáveis relacionadas à combinatoriedade na literatura.

Pudemos considerar que o "*branch*" da teoria pós-tonal relativo especificamente à combinatoriedade teve contribuições - após o ponto de partida dado por Babbitt e prontamente seguido por Rochberg, Perle, Lewin e Martino - por outros importantes autores. Dentre eles destacam-se Swift, Dubiel, Mead, Starr e principalmente Morris, que teve escritos publicados acerca do tema recentemente e que, tal como Babbitt, também compunha usando a técnica.

Assim como Schoenberg foi ponto de partida para Babbitt, as práticas combinatoriais de Babbitt, um dos principais expoentes da música contemporânea estadunidense, se tornaram foco de investigação destes e de diversos outros autores. Uma vez que a busca pela maximização da diversidade babbittiniana refletiu num gradual aumento da complexidade técnica visto em suas obras, houve portanto um gradual aumento na complexidade dos materiais de suporte teórico relacionados à matemática que foram utilizados tanto por Babbitt quanto posteriormente por estes autores para explicar a sua obra. Estes "prismas de análise" tornaram-se replicáveis para servir para explicar músicas de outros autores[175]

Se grande parte do conteúdo sobre a técnica que já estava por muito tempo disponível na literatura não pode ser encontrado em materiais de suporte pedagógico para o ensino de composição e teoria musical tal como demonstrado no capítulo 3, este novo conteúdo tende cada vez mais a estar distante destes escritos.

Outro fator que corrobora para este afastamento é a questão da relação entre a combinatoriedade e o serialismo integral. É fato que o maximalismo de Babbitt, exercido muitas vezes através da combinatoriedade, tendia para o controle simultâneo de diversos

---

[175] Um exemplo é a música de Elliott Carter que foi vista sobre o prisma da relação de complemento e de forma tangencial à ideia da "combinatoriedade sem agregados" vista em Morris (1982) com "agregados" de outra natureza, ex.: "*all-interval sets*", "*all-trichord hexachord*", "*set-satured rows*". Autores como Boland (1999, 2006), Capuzzo (2004, 2007), Ravenscroft (2003), Roeder (2009), Sallmen, (2007) lidam com a música do compositor. Schiff (1998 ) escreveu o livro "*The music of Elliott Carter*".

parâmetros mesmo quando não serializados e que grande parte deles consequentemente ou aparentemente acabaram sendo. Portanto uma dissociação da combinatoriedade em seu estágio mais avançado com a semântica do que pode ser considerado como serialismo integral é pouco possível. Este último "caiu em desuso" em meados do século XX recebendo principalmente críticas relacionadas à sobredeterminação paramétrica. A mesma crítica da falta de liberdade compositiva permeava a prática anterior do serialismo ainda dodecafônico. Mas podemos ver quase em todos os textos de autores mais especializados que são relacionados ao dodecafonismo em geral uma tentativa (bem sucedida para quem entende estes escritos) em demonstrar que o sistema, pela sua natureza permutacional, oferece uma quantidade suficientemente elevada de possibilidades composicionais que provam que o argumento de uma possível falta de liberdade é inválido. Sob o ponto de vista exclusivo da combinatoriedade, a diversidade atingida por Babbitt e outros autores segue em direção tanto para esta liberdade, ao ampliar a gama de opções paramétricas sistematizáveis pela técnica, como para, pelo mesmo motivo, a sua sustentabilidade.

Naturalmente a música a partir de meados do século XX foi seguindo caminhos diversos e outros focos tiveram a atenção que antes era dada ao tipo de música ao qual a técnica combinatorial é associada. Apesar disso, deve ser destacado que alguns poucos autores ainda continuaram escrevendo sobre e compondo usando a técnica. Inclui-se aí o quase centenário e prolífico Milton Byron Babbitt que escreveu sobre o tema e assuntos correlatos até meados da década de 90, compondo até próximo ao ano de sua morte (2011). Portanto, se a combinatoriedade permaneceu se expandindo tal como foi em suas mãos muito ainda resta para se (des)cobrir toda esta literatura combinatorial.

## Um panorama geral da minha pesquisa ("*pros* e *cons*")

O material aqui apresentado, principalmente o texto "*Introdução à combinatoriedade*", está longe de ser uma representação completa do estado de arte da combinatoriedade. Cada um dos tópicos abordados poderia ser claramente mais estendido, comentado, melhor exemplificado, mais análises poderiam ter sido feitas, dentre outros elementos que enriqueceriam o presente trabalho. Como por exemplo temos os tópicos relacionados à matemática da música (principalmente no item 4.3.6) que se deu de maneira superficial com relação ao que foi inicialmente por mim idealizado. Outro exemplo é apresentação de poucos tipos de matrizes combinatoriais, bem como de outras formas de construção e aplicação compositiva das matrizes presentes[176], tais como as propostas por Starr e Morris (1977, 1978) ("*combination matrices*").

Adicionalmente, alguns tópicos relacionados à combinatoriedade que estavam dentro do escopo inicial para serem aqui apresentados não puderam ser incluídos. Estes são os "*superarrays*" babbittinianos e a ideia de agregados de outros parâmetros, tal como contornos, dinâmica, de intervalos ("*all-interval sets*")[177] e de classes de conjunto ("*all-trichord rows*", "*set-type satured rows*", "*set-complex theory*" e "*subcomplex*" de Forte[178]).

Outros tópicos relacionados à teoria pós-tonal e/ou à combinatoriedade mais complexos ou mais atuais tais como as ideias de "*posets*"[179] (LEWIN, 1976), "*Multiple-order-function twelve-tone rows*"[180] (BATSTONE, 1972) e a geometria de hexacordes complementares (McCARTIN, 2015) também não foram incluídos.

Compreensões mais profundas destes artigos e principalmente dos artigos de Rothgeb (1967), Forte (1972), Morris (1977, 1988 e 1990), Star (1978 e 1984) são ainda necessárias. Adicionalmente outros artigos podem incluir a lista dos por mim considerados seminais para a combinatoriedade.

Poderiam ter também sido incluídos tópicos mais básicos, tais como explicações mais explícitas acerca da equivalência de conjuntos, equivalência enarmônica, dos conjuntos ordenados e não ordenados de notas, de classes de notas, classes de conjunto, intervalos ordenados e não ordenados, classes de intervalo e etc.

Outros tópicos, tais como estes últimos tidos como básicos e principalmente relacionados à teoria pós-tonal, estão presentes na "*Introdução à combinatoriedade*" de maneira mais superficial. Alguns deles podem ser encontrados, por exemplo, nos livros que

---

[176] As matrizes presentes no capítulo 4 aproximam-se mais dos mosaicos de Martino e das matrizes de babbittinianas. Conforme já comentado, Starr e Morris (principalmente 1977, 1978) apresentam métodos de construção de outras matrizes combinatórias ("combination matrices") e que aqui não foram bem contempladas.

[177] Pode ser um ponto de partida para o pensamento de uma agregado intervalar.

[178] A ideia de "*set-complex*" de Forte (1964) ou complexo de conjuntos corresponde, grosso modo, a um conjunto contendo outros conjuntos incluídos e portanto pode ser pensado como um superconjunto ou um agregado referencial de conjuntos de classes de notas. Uma vez que um único "*set-complex*" pode conter uma quantidade considerável de subconjuntos, um "*subcomplex*" seria um refinamento específico destes subconjuntos. Uma abordagem superficial foi feita no Capítulo 4 item 4.5.2.

[179] "*Partially ordered sets*" ou conjuntos parcialmente ordenados.

[180] Séries de função e ordem múltiplas (ver MORRIS, 1977).

foram tratados no capítulo 3 de maneira mais aprofundada. Porém, um fator diferencial da minha abordagem foi que a visão destes tópicos foi apresentada sob o prisma exclusivo da combinatoriedade.

Tratando de fatores diferenciais é necessário também apontar as minhas contribuições específicas que podem ser encontradas nesta pesquisa além das já comentadas no item 3.6[181]. Algumas delas foram em direção às necessidades de distinção terminológica (tópico 4, tabela 39) no intuito de uma maior clareza e especificidade na apresentação das informações.

Babbitt (1955) e Martino (1961) apontam a necessidade de diferenciação das operações de derivação (para construção de séries base) e da derivação aplicada para a combinatoriedade (para construção de "novos" agregados entre formas da série). Esta diferenciação foi aqui estabelecida através do que chamei de "*derivação comum*" e "*derivação combinatorial*". O mesmo foi feito com o particionamento – "*comum*" e "*combinatorial*" - e também com o agregado. Sobre este último caso, optei por adicionar o termo combinatorial ao agregado que é diferente das formas da série. Optei também por abordá-lo não como um conjunto de 12 classes de notas fixo e sim como um todo referencial que pode ter cardinalidade ("*agregado-n"*) e natureza ("*classe*") distintos ("*agregado-x"*). Assim o agregado passa a ser, *a priori*, um termo genérico para um conjunto referencial, que pode ser uma forma da série, um agregado combinatorial, uma série secundária, uma série derivada, uma série derivada combinatorial, e etc. Em muitas fontes o termo agregado, tal como o termo "*set*" que pode representar série ou conjunto, é utilizado indistintamente e não fica claro o tipo de agregado discutido.

Quando a combinatoriedade foi utilizada de forma que os conjuntos não equivalentes tivessem propriedades combinatoriais simultaneamente aproveitadas utilizei o termo "*pluricombinatoriedade*" (OURIVES, 2013), diferenciando, por exemplo, este tipo de combinatoriedade das combinatoriedades somente hexacordais ou tricordais.

Observei também, desde Ourives (2013), uma não apresentação explícita do método de classificação de octacordes, septacordes, tetracordes, tricordes, bicordes e outros conjuntos quanto à combinatoriedade original, inversiva, retrógrada e retrógrado inversional nas fontes consultadas. Neste âmbito ressaltei pontos não esclarecidos tangentes à relação de

[181] No capítulo 3, item 3.6, apontei o exemplo da minha abordagem sobre os bicordes combinatoriais absolutos e minhas tabelas contendo conjuntos combinatoriais absolutos com e informações básicas sobre cada um deles.

complemento (que matematicamente diz respeito somente a dois conjuntos), propondo uma generalização do termo autocomplemento (autocomplemento-12) para abranger também conjuntos diferentes de hexacordes (capítulo 4, itens 4.3.15 e 16). Apontei também a necessidade de uma combinação de operações para a realização destas classificações, em consonância com Martino (1961). Percebendo as variáveis relacionadas a esta combinação de operações no que diz respeito ao uso de uma mesma operação ou de diversas aplicadas a um mesmo conjunto e a conjuntos não equivalentes, classifiquei-as como "*homogêneas*", "*heterogêneas*" e "*híbridas*" (no item 4.3.17). Levantei por fim a questão de conjuntos como 3-5 (016), cuja autocomplementação-12 somente ocorre através da combinação heterogênea de operações T + T + I + I, estando este fora das tradicionais classificações pelas combinatoriedade O (T), R, I e RI. Aqui levanto outra possibilidade de extensão destas classificações de conjuntos quanto à combinatoriedade. Uma vez que Starr e Morris (1977, 1978) demonstram a combinatoriedade pela operação de Multiplicação, haveria combinatoriedade-M?

Apresentei também alguns modelos combinatórios, principalmente os de Schoenberg que podem ser úteis para uma melhor compreensão e aplicação da técnica (ex.: item 4.3.2, sobre a combinatoriedade clássica de Schoenberg). No item 4.4 apresentei cada um dos conjuntos combinatoriais absolutos com matrizes dodecafônicas apontando áreas combinatoriais. O mesmo faço com alguns conjuntos semicombinatoriais para comparação da abrangência combinatorial destes dois tipos de conjuntos. Para isso utilizei do termo "*subárea combinatorial*" para especificar os tipos de combinação entre formas da série possíveis dentro de uma mesma área.

Por fim, alguns elementos da combinatoriedade aplicadas em "*Axis*" e "*Diptera*" foram capazes de demonstrar a utilidade da técnica como possível recurso discursivo composicional[182].

---

[182] Outras obras foram compostas por mim utilizando a técnica. Em Ourives (2013) há uma análise longa do segundo movimento da obra "*Rebotes*". Em "*Pálida*", finalizada em (2014), há também o uso de conjuntos combinatoriais absolutos.

## Um panorama para o futuro

Conforme dito aqui em trechos anteriores a literatura sobre combinatoriedade é vasta e complexa. O material que foi aqui apresentado buscou uma aproximação máxima do estado de arte da combinatoriedade dentro dos limites de compreensão de conteúdo do presente autor. Porém, além dos problemas levantados no item anterior, muitos dos que foram encontrados nos artigos e livros-texto analisados podem ter sido replicados, em maior ou menor nível, na "*Introdução à combinatoriedade*", apesar da tentativa de contorna-los.

Portanto, ao passo que considero ser este material suficiente para cumprir satisfatoriamente seu objetivo primário - que é o de oferecer ao leitor uma introdução à combinatoriedade apresentada de maneira simplificada, quando possível, em seus aspectos mais relevantes, proporcionando por sua vez um ponto de partida para a compreensão da maioria das informações e linguagens utilizadas nos escritos que foram fonte para esta pesquisa - o considero ainda em construção. Através de uma pesquisa ainda mais aprofundada, ele pode ser aperfeiçoado em diversas direções (quantidade, qualidade de conteúdo, exemplos, exercícios, análises, e etc.). Este aperfeiçoamento poderá ser feito tanto por mim - prosseguindo a odisseia iniciada ao fim da graduação e que culminou em meu mestrado e neste doutorado (um pós-doutorado?) - quanto por outros autores que podem utilizar este conteúdo como base e compartilhar comigo este objetivo que venho tendo durante 7 longos anos de pesquisa.

# Bibliografia

Alegant, Brian. 1993. “The seventy-seven partitions of the aggregrate: analytical and theoretical implications”. Tese de Doutorado, University of Rochester.

______. 2001. “Cross-partitions as Harmony and Voice Leading in Twelve-tone Music”. *Music Theory Spectrum*, v. 23, n. 1, p. 1-40.

Babbitt, Milton. 1955. “Some Aspects of Twelve-tone Composition”. *The Score and I.M.A. Magazine,* 12: 53-61.

______.1960. “Twelve-tone Invariants as Compositional Determinants”. *Musical Quarterly*, 46 (2): 246-259.

______. 1961. “Set Structure as a Compositional Determinant”. *Journal of Music Theory*, 5 (1): 72-94.

______. 1962. “Twelve-Tone Rhythmic Structure and the Electronic Medium”. *Perspectives of New Music* 1 (1): 49-79.

______. 1963. “Remarks on Recent Stravinsky”. *Perspectives of New Music*, 2 (2): 35-55.

______. 1973 “Since Schoenberg”. *Perspectives of New Music* 12 (1/2): 3-28.

Babbitt, Milton, Stephen Peles, Stephen Dembski, Andrew Mead, e Joseph Nathan Straus. 2011. *The Collected Essays of Milton Babbitt*. Princeton: Princeton University Press.

Beach, David W. 1976. “Segmental Invariance and the Twelve-Tone System”. *Journal of Music Theory*, *20*(2), 157–184.

Benjamin, William E. 1974. “The Structure of Atonal Music by Allen Forte”. *Perspectives of New Music* 13(1): 170-190.

Berger, Arthur. 1976. “Some Notes on Babbitt and His Influence”. *Perspectives of New Music* 14(2): 32-36.

Boland, Marguerite .1999. "The All-trichord Hexachord: Compositional Strategies in Elliott Carter's Con leggerezza pensosa and Gra and a Folio of Original Compositions". Dissertação de Mestrad, La Trobe University.

______. 2006. "'Linking' and 'Morphing': Harmonic Flow in Elliott Carter's Con Leggerezza Pensosa". *Tempo* 60 (237): 33–43.

Bordini, Ricardo Mazzini. 2003. “A Teoria Pós-tonal e o Processador de Classes de Notas Aplicados à Composição Musical”. Tese de Doutorado, Universidade Federal da Bahia, Salvador.

Boretz, B., e Gerge Perle. 1963. “Serial Composition and Atonality”. *Perspectives of New Music*, 1(2): 125-136.

Brindle, Reginal Smith. 1996. *Serial Composition*. New York: Oxford University Press.

Capuzzo, Guy. 2004. "The Complement Union Property in the Music of Elliott Carter". *Journal of Music Theory,* 48(1): 1–24.

______. 2007. "Registral Constraints on All-Interval Rows in Elliott Carter's Changes". *Intégral,* 21: 79-108.

Clough, John. 1965. “Pitch-Set Equivalence and Inclusion”. *Journal of Music Theory* 9(1): 163-171.

______. 1979. “Diatonic Interval Sets and Transformational Structures”. *Perspectives of New Music,* 18 (1/2): 461-482.

______. 1983. “Use of the Exclusion Relation to Profile PC Sets”. *Journal of Music Theory*, 27(2): 181-201.

Cohn, Richard. 1991. “Properties and Generability of Transpositionally Invariant Sets”. *Journal of Music Theory*, *35*(1/2): 1-32.

Cook, Nicholas e Anthony Pople. 2004. *The Cambridge History of Twentieth-Century Music*. Cambridge: Cambridge University Press.

Cope, David. 1994. *Techniques of the Contemporary Composer*. New York: Schirmer, 1997.

Espinheira, Alexandre. 2011. “A Teoria Pós-tonal Aplicada à Composição: Um Guioa de Sugestões Compositivas”. Tese de Doutorado, Universidade Federal da Bahia, Salvador.

Forte, Allen. 1973. *The Structure of Atonal Music*. New Haven: Yale University Press, 1973.

______. 1964. “A Theory of Set-Complexes for Music”. *Journal of Music Theory*, 8(2): 136-183.

______. 1965. “The Domain and Relations of Set-Complexes Theory”. *Journal of Music Theory,* 9(1): 173-180.

______. 1972. “Sets and Nonsets in Schoenberg’s Atonal Music”. *Perspectives of New Music* 11(1): 43-64.

Gamer, Carlton. 1967. “Some combinational resources of equal-tempered systems”. *Journal of Music Theory,* 11(1): 32–59.

Howe, Hubert S. 1965. “Some Combinational Properties of Pitch Structures.” *Perspectives of New Music,* 4 (1): 45–61.

Kassler, Michael. 1961. *The decision of Arnold Schoenberg's twelve-note-class system and related systems*. Princeton, N.J.: Princeton University.

Kostka, Stefan M. e Dorothy Payne. 1989. *Tonal Harmony with an Introduction to Twentieth- Century Music*. 2º. ed. New York: Alfred A. Knopf.

______. Materials and Techniques of Twentieth-Century Music.2006. 3º. ed. New Jersey: Prentice Hall.

Kurt, Richard B. 1993. “Mosaic Isomorphism and Mosaic Polyphony: Balance and Imbalance in Schoenberg's Twelve-tone Rhetoric”. Tese de Doutorado, Harvard University.

Lake, William E. 1986. "The Architecture of a Superarray Composition: Milton Babbitt's String Quartet No. 5". *Perspectives of New Music,* 24 (2): 88-111.

Lambert, Philip. 1993. “Berg’s Path to Twelve-Note Composition: Aggregate Construction and Association in the Chamber Concerto”. *Music Analysis,* 12 (3): 321-342.

Laske, Otto E. 1991. “Towards an Epistemology of Composition.” *Interface*, 20: 235– 269.

Lefkowitz, David S. 1997. “Listening Strategies and Hexachordal Combinatorial’Functions’ in Schoenberg’s Op. 23 No. 4.” *Music Analysis* 16(3): 309–348.

Lewin, David. 1959. "Intervallic Relations between two Collections of Notes”. *Journal of Music Theory*, 3(2): 298-301.

______. 1960. "The Intervallic Content of a Collection of Notes, Intervallic Relations Between a Collection of Notes and its Complement; an Application to Schoenberg's Hexachordal Pieces”. *Journal of Music Theory*, 4(1): 98-101.

______. 1962. “A Theory of Segmental Association in Twelve-Tone Music.” *Perspectives of New Music,* 1 (1): 89–116.

______. 1967. “A Study of Hexachord Levels in Schoenberg’s Violin Fantasy.” *Perspectives of New Music,* 6 (1): 18–32.

______. 1973. “Toward the Analysis of a Schoenberg Song (Op. 15, No. XI)”. *Perspectives of New Music,* 12 (1/2): 43-86.

______. 1976. “On Partial Ordering”. *Perspectives of New Music* 14(2) e15(1): 252-57.

______. 1977. "Forte's Interval Vector, My Interval Function, and Regener's Common-Note Function". *Journal of Music Theory,* 21(2): 194-237.

______. 1979. "Some New Constructs Involving Abstract PC Sets and Probabilistic Applications". *Perspectives of New Music*, 18(1/2): 433-444.

______. 1979. "A Response to a Response: On PC Set Relatedness". *Perspectives of New Music,* 18(1/2): 499-502.

______. 1982. "Transformational Techniques in Atonal and Other Music Theories." *Perspectives of New Music*, 21 (1/2): 312–371.

______. 1987. "Generalized Musical Intervals and Transformation". New Haven: Yale University Press.

______. 1997. "Babbitt-Introduction." *Perspectives of New Music* 35 (2): 127.

Martino, Donald. 1961. "The Source Set and its Aggregate Formations". *Journal of Music Theory*, 5(2): 224-273.

McCartin, Brian. 2015. "Geometric Proofs of the Complementary Chords Theorems". *International Mathematical Forum*, 11(1): 27-39.

Mead, Andrew. 1985. "Large-Scale Strategy in Arnold Schoenberg's Twelve-Tone Music." *Perspectives of New Music,* 24 (1):120–157.

______. 1993. "Webern, Tradition, and' Composing with Twelve Tones...'" *Music Theory Spectrum,* 15 (2): 173–204.

______. 1987. "'Tonal'Forms in Arnold Schoenberg's Twelve-Tone Music." *Music Theory Spectrum,* 9: 67–92.

______.1989. "The State of Research in Twelve-tone and Atonal Theory." *Music Theory Spectrum,* 11 (1): 40–48.

______.2014. *An Introduction to the Music of Milton Babbitt*. Princeton: Princeton University Press.

Milstein, Silvina. 1992. Schoenberg's Serial Odyssey. *Music and Letters,* 73(1): 62-74.

Morris, Robert D. 1977. "On the Generation of Multiple-Order-Function Twelve-Tone Rows". *Journal of Music Theory*, 21(2): 238-262.

_____. 1979. "A Similarity Index for Pitch-Class Sets". *Perspectives of New Music* 18(1/2): 445-460.

_____. 1982. “Set Groups, Complementation, and Mappings Among PC Sets”. *Journal of Music Theory,* 26(1): 101-144.

_____. 1982. “Combinatoriality without the Aggregate.” *Perspectives of New Music* 21 (1/2). JSTOR: 432–486. http://www.jstor.org/stable/10.2307/832888.

_____. “Set-Type Saturation Among Twelve-Tone Rows”. Perspectives of New Music 22/1-2 (1983-84): 187-217.

_____. 1987. *Composition with Pitch Classes: A Theory of Compositional Design*. New Haven: Yale University Press.

_____. 1990. "Pitch-Class Complementation and Its Generalizations". *Journal of Music Theory,* 34 (2): 175–245.

_____.1995. Morris, Robert (1995). "Compositional Spaces and Other Territories". *Perspectives of New Music,* 33 (1/2): 328–58.

_____. 2007. “Mathematics Twelve-Tone Past , Present , and the System : And Future” 45 (2): 76–107.

Morris, Robert D., e Brian Alegant. 1988. “The Even Partitions in Twelve-Tone Music.” *Music Theory Spectrum* 10: 74–101.

Nolan, Catherine. 2003. “Combinatorial space in nineteenth-and early twentieth-century music theory”. *Music Theory Spectrum*, 25 (2): 205–241.

Ourives, Natanael de S. 2013. “Rebotes: o uso da combinatoriedade através de hexacordes, tetracordes e tricordes fontes combinatoriais absoluto”. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Bahia, Salvador.

Ourives, Natanael de S. 2014. “Babbitt, Martino e as bases teóricas para a combinatoriedade absoluta hexacordal, tetracordal e tricordal”. *XXIV Congresso da ANPPOM*. São Paulo.

Ourives, Natanael de S. 2014. “O papel de “Some Aspects Of Twelve Tone Composition” (BABBITT, 1955) na generalização da Combinatoriedade como técnica composicional”. 4º. ENCONTRO INTERNACIONAL DE TEORIA E ANÁLISE MUSICAL. São Paulo.

Perle, George. 1957. “Review: George Rochberg. The Hexachord and its Relation to the Twelve-tone Row”. *American Musicological Society,* 10 (1): 55–59.

______. 1991. *Serial Composition and Atonality: An Introduction to the Music of Schoenberg, Berg, and Webern*. 6º. ed., rev. Berkeley e Los Angeles: University of California Press.

______. 1977. *Twelve-tone Tonality*. Berkeley e Los Angeles: University of California Press.

Perle, George, e Milton Babbitt. 1963. “Babbitt, Lewin, and Schoenberg: A Critique.” *Perspectives of New Music* 2 (1): 120–132.

Rahn, John. 1976. “How do you Du (by Milton Babbitt)?”. *Perspectives of New Music* 14(2) e 15(1) (1976): 61-80.

______. 1980. *Basic Atonal Theory*. New York: Longman.

Ravenscroft, Brenda. 2003. "Setting the Pace: The Role of Speeds in Elliott Carter's A Mirror on Which to Dwell". *Music Analysis*, 22 (3): 253–82.

Rochberg, George. 1955. *The Hexachord and its Relation to the Twelve-tone Row*. Bryn Mawr, Pa: Presser.

______. 1955. "The Harmonic Tendency of the Hexachord". *Journal of Music Theory*, 3(2): 208-230.

Roeder, John. 2009. "A Transformational Space for Elliott Carter's Recent Complement-union Music". *Communications in Computer and Information Science*, 37: 303–310.

Rothgeb, John. 1966. "Some Uses of Mathematical Concepts in Theories of Music". *Journal of Music Theory*, 10(2): 200-215.

______. 1967. "Some Ordering Relationships in the Twelve-Tone System". *Journal of Music Theory*, 11(2):176-197

Sallmen, Mark (2007). "Listening to the Music Itself: Breaking Through the Shell of Elliott Carter's 'In Genesis'", *Music Theory Online* 13(3).

Samet, Sydney Bruce. 1987. *Hearing aggregates: Case Studies in the Definition of Progression in Twelve-Tone Music*. Pennsylvania: Pennsylvania State University Press.

Sampaio, Marcos da Silva. 2012. “A Teoria de Relações de Contornos Musicais: Inconsistências, Soluções e Ferramentas.” Tese de Doutorado, Universidade Federal da Bahia, Salvador.

Schiff, David. 1998. The music of Elliott Carter. London: Eulenburg Books.

Schoenberg, Arnold. 2014. *Style and idea*. New York: Philosophical Library/Open Road.

Scotto, Ciro C. 2002. “Transformational Networks, Transpositional Combinations, and Aggregate Partitions In Processional by George Crumb.” *Music Theory Online,* 8 (3).

Starr, Daniel. 1978. “Sets, Invariance, and Partitions”. *Journal of Music Theory,* 22(1): 1-42.

______. 1984. “Derivation and Polyphony.” *Perspectives of New Music,* 23 (1): 180–257.

Starr, Daniel e Morris, Robert. 1974. “The Structure of All-Interval Series.” *Journal of Music Theory,* 18 (2): 364–389.

______. 1977. “A General Theory of Combinatoriality and the Aggregate (Part 1)”. *Perspectives of New Music*, 16(1): 3-35.

______. 1978. “A General Theory of Combinatoriality and the Aggregate (Part 2)”. *Perspectives of New Music,* 16/2 (1978): 50-84.

Stein, Erwin. 1926. Einige Bemerkungen zu Schönberg Zwölftonreihen. *Musikblätter des Anbruch,* 8 (6): 251-253.

Straus, Joseph Nathan. 1997. “Babbitt and Stravinsky under the Serial ‘Regime.’” *Perspectives of New Music* 35 (2): 17-32

______. 2013. *Introdução à Teoria Pós-tonal.* Tradução de Ricardo Mazzini Bordini. Título Original: Introduction to the Post-tonal Theory. Salvador-São Paulo: Editora Unesp-Edufba.

Swift, Richard. 1970. “Some Aspects of Aggregate Composition.” *Perspective of New Music,* 14(2), 15(1): 236–248.

Verral, John.1962. “A Method for Finding Symmetrical Hexachords in Serial Form”. *Journal of Music Theory,* 6(2): 277-282.

Webern, Anton, Carlos Kater e Willi Reich. 1984. *O caminho para a música nova*. São Paulo: Ed. Novas Metas.

Wuorinen, Charles. 1994. *Simple Composition*. New York: C. F. Peters.

# Apêndice 1: Revisão expandida

## "*Some aspects of twelve-tone composition*" (BABBITT, 1955)

Babbitt inicia *"Some Aspects of Twelve-tone Composition"* fazendo uma espécie de sumário do que chamou de "música dodecafônica[183] americana". Através deste apresenta um breve histórico contendo alguns nomes de compositores que se interessaram pela técnica desde antes da chegada de Schoenberg aos EUA, em 1933, até o ano da publicação do artigo, 1955[184]. Além disso discorre sobre as dificuldades de difusão, até mesmo local, da música dodecafônica que era produzida no país[185].

Posteriormente aponta como objetivo do seu escrito ser este uma breve apresentação das fontes e natureza de uma significante fase da atividade dodecafônica dentro dos Estados Unidos cuja intenção é a promoção de um desenvolvimento difundido e mais amplamente divulgado deste conteúdo no continente, e não somente um comum catálogo descritivo consistindo de nomes dos compositores americanos que se identificaram com este tipo de música.

A partir disso o autor inicia uma discussão acerca do então "atual" (*1950's*) estado de desenvolvimento do dodecafonismo, o que chamou de "música dodecafônica totalmente organizada"[186]. Considerando os compositores americanos como os primeiros a esboçarem-na e que estes foram seguidos posteriormente pelos compositores europeus (franceses, italianos e

---

[183] Como tradução para "*twelve-tone music"* será utilizada expressão "música dodecafônica".

[184] É importante ressaltar que foi crescente a adesão de compositores ao uso da técnica após a chegada de Schoenberg no país. Também é importante destacar que, dentre os compositores citados pelo autor, estão George Perle e George Rochberg, dos quais alguns importantes escritos relacionam-se com combinatoriedade e estão sumarizados na presente pesquisa.

[185] Babbitt aponta como causa destas dificuldades a não publicação, gravação e performance de obras dodecafônicas relacionando-as ao que chamou de "conservadorismo por ignorância" de intérpretes, diretores de concerto e maestros.

[186] Babbitt utiliza o termo "*'totally organized' twelve-tone music*", ao qual o autor posteriormente deu a entender como sendo uma "concepção completamente autônoma do sistema dodecafônico" representada através de "*trabalhos em que todos os componentes, em todas as dimensões, seriam determinados através de relações e operações do sistema*". Como o próprio autor aponta as divergências entre a "*'totally organized' twelve-tone music*" americana e europeia, principalmente a diretamente relacionada com o conteúdo anterior em itálico, o termo, por ora, deve ser compreendido como o que passou posteriormente a ser chamado de "Serialismo Integral".

alemães)[187], Babbitt aponta as 4 principais divergências entre estes dois tipos de "atitudes", assumindo uma postura crítica com relação ao que foi desenvolvido por estes últimos.

O primeiro deles diz respeito à matemática por eles utilizada (mais precisamente a aritmética) que, ao invés de servir para um melhor aprofundamento na investigação do sistema, é reduzida ao mero uso do número como roteiro, que substitui, tal como na música programática, um programa narrativo ou descritivo. O segundo relaciona-se com a forma com que esta organização total é alcançada. Babbitt então critica a diversidade de critérios, dissociados entre si, e geralmente derivados de fora do sistema. O terceiro ponto de divergência relata-se à pouca atenção dada pelos compositores europeus à harmonia. Esta que é por Babbitt considerada como um dos problemas mais cruciais da música dodecafônica é, segundo o autor, para eles tida como irrelevante, o que Babbitt chamou de "harmonia ao acaso".

Já o quarto ponto de divergência é considerado pelo autor como particularmente significante. Julgando a música do passado como tendo sido pouco examinada por estes compositores europeus, Babbitt destaca a importância deste tipo de investigação, mais especificamente do que chamou de investigação das implicações das técnicas dos clássicos da música dodecafônica. O autor então atribui a ela a origem do desenvolvimento de todo o conteúdo a ser apresentado, destacando dois importantes princípios que foram observados nas obras destes "clássicos": (1) a combinatoriedade - vinculada à prática de Schoenberg; e (2) a derivação - mais vinculada à prática de Webern:

> Na verdade, é um princípio que sustenta a maior parte do trabalho de Schoenberg (chamado combinatoriedade), e outro, superficialmente não relacionado, princípio ocupando uma similar posição na música de Webern (derivação), que tem cada um sido generalizado e estendido muito além das suas funções imediatas, finalmente ao ponto onde, em sua mais generalizada forma, eles são profundamente inter-relacionados, e dentro destas relações novas propriedades e potencialidades dos princípios individuais são revelados" (BABBITT, 1955, p. 41)[188].

---

[187] Como exemplos destes compositores temos Olivier Messiaen (francês) e seus alunos Pierre Boulez (também francês) e Karlheinz Stockhausen (alemão), bem como Luigi Nono (italiano), dentre outros.

[188] *"Indeed, it is a principle that underlies the bulk of Schoenberg's work (namely, combinatoriality), and another, superficially unrelated, principle occupying a similar position in the music of Webern (derivation), that have each been generalized and extended far beyond their immediate functions, finally to the point where, in their most generalized form, they are found to be profoundly interrelated, and in these interrelationships new properties and potentialities of the individual principles are revealed."*

Tratando estes dois princípios como profundamente relacionados Babbitt passa a apresentar estas novas propriedades e potencialidades tendo como base os compassos iniciais do terceiro movimento do Quarto Quarteto de Cordas Op. 37 de Schoenberg. Durante o trecho o autor, observando - além de "um número de significantes técnicas de continuidade local e associação"[189] - este que chamou de "um familiar princípio de construção de séries Schoenberguiano" de "significância sistemática muito maior e muito mais suscetível de extensão", apresenta o então conceito/descrição (preliminar) da combinatoriedade:

> [...] hexacordes correspondentes de formas da série inversionalmente relacionadas, a um intervalo transposicional específico, não possuem nenhuma nota em comum e, portanto, ocupam o total cromático, criando assim um agregado" (BABBITT, 1955, p. 42) [190].

A característica estrutural acima mencionada pode ser mais bem observada na Figura 168. A série utilizada por Schoenberg é derivada do hexacorde 6-16 (014568). Um novo conjunto de doze classes de notas (o agregado) é obtido entre o segundo hexacorde da forma da série $O_0$ e o primeiro hexacorde de $RI_8$, ambos pertencentes à classe de conjunto 6-16 e relacionados pela operação de inversão $T_5I$ que faz com que estes conjuntos se autocomplementem[191].

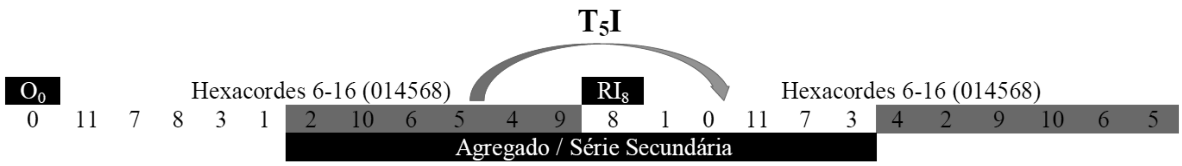


Figura 168 - Formação de agregado no Op. 37 de Schoenberg, compasso 614 - 621

Considerando semelhante processo de formação de agregados como um meio de se obter "continuidade linear", ou seja, como "uma base de progressão ao invés de uma mera

[189] Como uma categorização do que chamou de "técnicas de associação e continuidade local" Babbitt apresenta os conceitos de "exploração de adjacências ordenadas", "delinearização", "preparação e associação intervalar", "progressão motívica" e "orquestração funcional", todos eles exemplificados (de maneira literal) durante o artigo (p. 41 e 42) a partir de trechos do Op. 37 de Schoenberg.

[190] *"[...]corresponding hexachords of inversionally related forms of the set, at the specific transpositional interval, possess no notes in common, and therefore span the total chromatic, thus creating an "aggregate."*

[191] Semelhante processo de construção de agregados entre formas de uma série passou a ser frequentemente descrito através do termo combinatoriedade. Existem outros meios de execução da técnica diferentes do apresentado. Porém, como poderá ser visto no Capítulo 3, muitos autores, principalmente os de livros-textos introdutórios relacionados genericamente ao dodecafonismo ou à teoria pós-tonal apresentam ainda esta visão um pouco limitada acerca da técnica.

sucessão” de formas de uma série dodecafônica, Babbitt então observa, a partir desta obra de Schoenberg, duas possibilidades de formação de agregados no que diz respeito a uma possível obtenção de ordenamento dos mesmos: .

> Uma série secundária [...] é, na verdade, no sentido mais estrito, uma série, uma vez que indica uma ordenação total dos doze tons; no entanto, ela não é necessariamente equivalente a uma série derivada, nem é sempre uma das formas fundamentais de uma série. Claro, ela pode ser pensada como uma justaposição linear de partes de formas primárias da série. Um agregado pode ser pensado como uma apresentação simultânea dessas partes, mas em essência ele é muito diferente, uma vez que não é uma série já que não é totalmente ordenado, apenas os elementos dentro das partes componentes [192]. (BABBITT, 1955, p. 46).

Desta forma o autor apresenta os distintos conceitos de série secundária e do que chamei de “agregado propriamente dito” (OURIVES, 2013), ambos podendo ser, de maneira genérica, chamados de agregado. É importante destacar que o autor sugere estes elementos como oriundos de operações composicionais e não de predefinições sistemáticas, conceituando a série secundária como uma espécie de “agregado serial”, já que nela, ao contrário do que acontece com o “agregado propriamente dito”, é possível se obter um ordenamento, diferindo-a por sua vez das formas da série original, que são sistematicamente predefinidas[193], e também das séries derivadas.

Logo após Babbitt apresenta os importantes conceitos de semicombinatoriedade e combinatoriedade absoluta:

> “Semicombinatoriedade” indica a propriedade de criação de séries secundárias ou agregados entre um par de formas da série específico [...], “combinatoriedade absoluta” denota a possibilidade de construção de agregados entre qualquer par de formas da série [...][194].(BABBITT, 1955, p. 46).

Aqui é importante destacar que muitos dos passos dados pelo autor para se chegar aos conceitos de semicombinatoriedade e combinatoriedade absoluta foram por ele omitidos neste

---

[192] *“’A secondary set’ [...] is, indeed, in the strictest sense, a set, since it states a total ordering of the twelve tones; however, it is not necessarily equivalent to a derived set, nor is it ever one of the fundamental forms of the set. Of course, it can be thought of as a linear juxtaposition of parts of primary forms of the set. An aggregate can be thought of as a simultaneous statement of such parts, but in essence it is very different, since it is not a set, inasmuch as it is not totally ordered, because only the elements within the component parts are ordered, but not the relationship between or among the parts themselves.”*

[193] É importante destacar que, pelo uso da expressão “nem é sempre uma das formas fundamentais da série”, o autor trata como possível um série secundária “coincidir” (possuir mesma série de intervalos) com uma das formas da série.

[194] *“’Semicombinatoriality’ indicates the property of creating such secondary sets, or aggregates, between a specific pair of forms (in the case of hexachordal semicombinatoriality); ‘all-combinatoriality’ denotes the possibility of constructing such secondary sets or aggregates among any pairs of forms of the sets, at one or more transpositional levels”.*

artigo[195]. Por isso estes conceitos apresentados se dão de maneira superficial, através dos quais fica subentendido que somente a capacidade de uma dada série em formar agregados ou séries secundárias entre quaisquer pares (combinatoriedade absoluta) ou pares específicos (semicombinatoriedade) de suas formas operacionalmente relacionadas devem ser levadas em jogo para este tipo de classificação.

Posteriormente, a partir de um levantamento acerca dos tipos de combinatoriedade (absoluta ou semicombinatorial) utilizadas por Schoenberg em suas obras e ao observar que este, em suas últimas composições (Op. 45 e Op. 50b), teve uma crescente preocupação com o hexacorde como uma unidade independente, fato que levou a usá-lo sem considerar um ordenamento fixo, mas apenas com relação ao conteúdo total[196], Babbitt desenvolve o importante conceito de séries fontes. Considerando-as como uma generalização para a construção de séries em que agregados podem ser obtidos entre quaisquer duas formas destas séries, Babbitt as define como séries cujas características combinatoriais são independentes do ordenamento imposto sobre este conteúdo. O autor então apresenta as seis séries fontes combinatoriais absolutas, ambas particionadas hexacordalmente[197] (ver tabela abaixo).

| | Série Fontes Comb. Abs. Hexacordais | | Hexacordes Geradores | | Cont Interv. (Vetor) | Quantidade e (Qualidade) de Intervalos Excluídos | Nº de *t´s* | Ordem |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Hexacorde 1 | Hexacorde 2 | Nº de Forte | Forma Prima | | | | |
| 1 | 0-1-2-3-4-5 | 6-7-8-9-10-11 | 6-1 | (012345) | 543210 | 1 (trítono) | 1 | 1º |
| 2 | 0-2-3-4-5-7 | 6-8-9-10-11-1 | 6-8 | (023457) | 343230 | 1 (trítono) | 1 | 1º |
| 3 | 0-2-4-5-7-9 | 6-8-10-11-1-3 | 6-32 | (024579) | 143250 | 1 (trítono) | 1 | 1º |
| 4 | 0-1-2-6-7-8 | 3-4-5-9-10-11 | 6-7 | (012678) | 420243 | 2 (3ºm e 6ºM) | 2 | 2º |
| 5 | 0-1-4-5-8-9 | 2-3-6-7-10-11 | 6-20 | (014589) | 303630 | 4 (2ºM, 7ºm e trítono) | 3 | 3º |
| 6 | 0-2-4-6-8-10 | 1-3-5-7-9-11 | 6-35 | (02468A) | 060603 | 6 (2ºm, 7ºM, 3ºm, 6ºM, 4º J e 5º J) | 6 | 4º |

Tabela 40 - Séries Fontes Combinatoriais Absolutas Hexacordais.

[195] Algumas lacunas como esta foram preenchidas pelo autor em seus outros dois artigos posteriores de 1960 e 1961 e por outros autores. Sobre a classificação dos hexacordes combinatoriais absolutos ver Babbitt (1961). Já sobre a classificação de tricordes, tetracordes e outros conjuntos pode ser vista em Martino (1961), todas sumarizadas em Ourives (2013), onde está também incluído o subitem "Tipos de combinatoriedade", no qual são levantadas as problemáticas relacionadas às diversas possibilidades de classificação.

[196] É importante destacar que o combinatoriedade passa a se emancipar do serialismo ainda em Schoenberg, e que o conceito de combinatoriedade atrelado ao uso do termo "série" (em seu sentido estrito) torna-se então inadequado.

[197] O autor enfatiza que este livre ordenamento proposto, para não afetar as propriedades combinatoriais das séries fontes apresentadas, deverá ser efetuado dentro de cada conteúdo hexacordal. É importante destacar que apesar de apresentar neste artigo as séries fontes combinatoriais absolutas, a ideia de séries fontes semicombinatoriais é somente vista em seu artigo de 1961, "*Set Structure as a Compositional Determinant*".

O autor posteriormente classifica cada uma destas séries quanto ao que chamou de ordem[198], uma das possíveis bases de similaridade e dissimilaridade entre elas, através do qual é observada a quantidade de intervalos transposicionais[199] em que estas são capazes de se relacionar combinatorialmente, o que pode ser aproximadamente considerado como o grau de combinatoriedade apresentado por cada uma destas séries. Segundo Babbitt, e conforme pode ser visto na tabela anterior, as três primeiras séries fontes são ditas de primeira ordem devido ao fato de cada uma de suas formas da série se relacionarem combinatorialmente a somente um intervalo transposicional. Já as outras três, de segunda, terceira e quarta ordem, se relacionam a dois, três e seis intervalos transposicionais respectivamente[200].

Posteriormente o autor aponta a relação entre o conteúdo intervalar dos hexacordes e o que chamou de "multiplicidade destas transposições funcionais", ou seja, entre este conteúdo e o número de intervalos transposicionais em que cada uma destas séries é capaz de gerar relacionamentos combinatoriais. O autor então aponta uma relação inversa através da qual fica subentendido que quanto menor é a variedade intervalar destes hexacordes maior é o seu número de ordem (capacidade de relacionamento combinatorial). Portanto, como também pode ser visto na tabela anterior, a sexta série fonte combinatorial absoluta hexacordal (baseada no hexacorde de tons-inteiros), por ter em seu conteúdo intervalar hexacordal poucos intervalos (2ª M / 7ª m, 3ª M / 6ª m e o trítono) possuirá maior número de ordem[201].

---

198 Esta classificação quanto à ordem é aplicada também a conjuntos semicombinatoriais pelo próprio Babbitt em seu artigo de 1961, "*Set Structure as a Compositional Determinant*".

199 Alguns autores utilizam indistintamente como símbolo para interval transposicional (ou número transposicional / transpositivo) as letras *t* e *n*.

200 É importante destacar que os níveis transposicionais das respectivas séries fontes que são responsáveis pela classificação quanto a ordem não são demonstrados pelo autor neste artigo. Somente os níveis das séries de primeira ordem é comentada em Babbitt (1961). Na verdade, no que diz respeito a ordem, cada uma das formas da série se relacionará com outras formas da série de acordo com estes níveis transposicionais ou intervalos de transposição levando-se em conta também as operações possíveis T, I, R e RI. Portanto, uma determinada forma da série $O_0$, construída a partir da série fonte combinatorial absoluta hexacordal de primeira ordem, irá se relacionar combinatorialmente com somente outra forma série específica a ela relacionada transposicionalmente, a outra forma da série específica a ela relacionada inversionalmente, e o mesmo para as outras operações restantes R e RI, se relacionando portanto com outras quatro formas de série.

201 Uma vez que o conceito de combinatoriedade absoluta é pouco claro, faltando uma tratativa acerca do processo de classificação quanto aos tipos de combinatoriedade (original, inversional, retrógrada e retrógrada-inversional), é impossível se ater que os intervalos excluídos específicos aos quais Babbitt se refere (e não só a sua quantidade, e que não foram mencionados) são bastante relevantes para a compreensão do conteúdo. Isto se dá devido ao tato que estes intervalos são exatamente os intervalos a que cada um destes hexacordes satisfazem a combinatoriedade original. Por exemplo, o hexacorde gerador 6-1 (012345) da série fonte combinatorial absoluta hexacordal de primeira ordem 1 exclui o intervalo de trítono, único intervalo capaz de causar a autocomplementação deste conjunto através da operação de transposição (combinatoriedade-O).

Adiante Babbitt aponta outra importante aplicabilidade destas séries fontes, nas quais estas são capazes de atuar em níveis estruturais, o que o autor considerou como:

> […] um aspecto muito mais fundamental, em que uma hierarquia de relacionamentos existe entre estas séries como determinantes de regiões, um domínio hierárquico aproximadamente análogo ao "círculo de quintas", e definido similarmente considerando a mínimo número e a natureza das alterações de classes de notas necessária para produzir séries fontes em vários níveis transposicionais[202]. (BABBITT, 1955, p. 57).

Estas regiões de domínio hierárquico aproximadamente análogo aos ciclos de quintas que são determinadas pelas séries fontes combinatoriais absolutas supracitadas são abordadas segundo o que o autor chamou de grau de movimento que pode ser visto sobre dois vieses: (1) como reproduzir a mesma estrutura da série em vários níveis transposicionais e (2) como transformar uma série fonte combinatorial absoluta em outra. Para isso o autor utiliza como exemplo a primeira série fonte. De acordo com o primeiro caso, se transpusermos o *C* a um trítono (*F#*) reproduziremos a estrutura da série fonte uma semitom acima. Já quanto ao segundo, utilizando ainda a primeira série fonte, se transpusermos o *C#* a um trítono iremos obter a segunda série fonte.

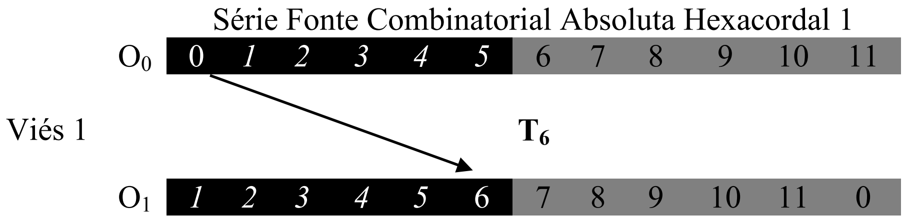


Figura 169 - Viés 1, reprodução de uma mesma série fonte.

Como pode ser visto nas figuras 169 e 170 (classes de notas em itálico), levando-se em conta o conteúdo hexacordal, ambas as "transformações" mantêm 5 classes de notas em comum com o hexacorde original. Portanto este grau de movimento é mensurável e demonstra o grau de proximidade entre as formas da série de uma mesma série fonte combinatorial absoluta (primeiro viés) e entre séries fontes distintas (segundo viés)[203].

---

[202] *"[…] a far more fundamental aspect, in that a hierarchy of relationships exists among these sets as determinants of regions, a hierarchical domain closely analogous to the "circle of fifths," and defined similarly by considering the minimum number and the nature of the pitch alterations necessary to reproduce source sets at various transpositional levels".*

[203] De acordo com o exemplo dado viés 1, uma analogia com o ciclo de quintas pode ser inferida a partir do fato de que somente uma alteração foi necessária para reproduzir a estrutura num outro nível transposicional obtendo o máximo possível de classes de notas em comum com o conteúdo original, tal como, por exemplo, como ocorreria numa modulação da tonalidade de Dó Maior para Sol Maior.

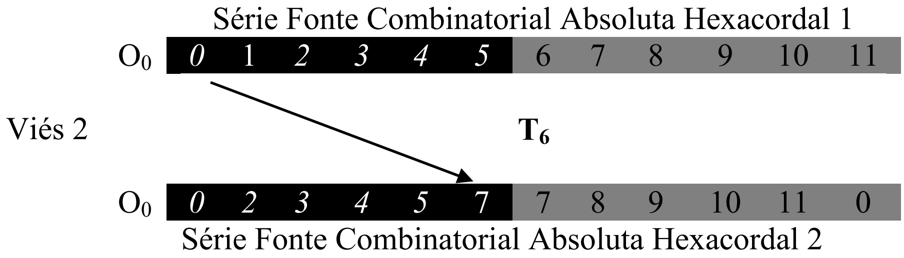



Figura 170 - Viés 2, transformação de uma série fonte em outra

É importante destacar que, apesar do autor afirmar que somente estas propriedades seriam suficientes para justificar o uso de suas séries fontes, informações adicionais sobre a maneira com que estas regiões são formadas e como elas poderão ser utilizadas estruturalmente de maneira prática não são vistas neste artigo.

Posteriormente, apontando um universo análogo ao que foi exposto baseado nos hexacordes das série fontes combinatoriais apresentadas aos tetracordes e também tricordes, Babbitt chama atenção para os subconjuntos com propriedades combinatoriais que são componentes destas séries. Assim o autor traz a ideia de tetracordes - e também de passível inferência, hexacordes e tricordes - fontes combinatoriais absolutos (conceito mais específico do que o das séries fontes combinatoriais absolutas) aos quais é inevitável considerar a importância da técnica de derivação, apontada junto e inter-relacionada com a combinatoriedade, como um importante princípio observado na técnica dos clássicos do dodecafonismo.

Partindo da ideia da criação das séries originais derivadas de Webern a partir de um único tricorde no qual são aplicadas as operações T, I, R e RI, Babbitt considera então a possibilidade de criação da agregados a partir de tricordes e tetracordes com possibilidades semelhantes que são subconjuntos de, neste caso, respectivamente quatro e três formas de uma mesma série particularmente sobrepostas. É interessante aqui frisar que esta é uma segunda aplicação da derivação que, como dito anteriormente, serve para criação de agregados que necessariamente não são predefinidos sistematicamente (como são as séries originais de Webern, que não são usadas de maneira “combinatorial” – ou seja para, através de agregados e séries secundárias em outros níveis de estrutura, progredir entre formas da série, ou utilizar as propriedades combinatoriais como critério de escolha das formas da série a serem utilizadas na obra)[204]. A partir do reconhecimento desta possibilidade o autor faz uma breve apresentação de dados referentes a como tricordes (fontes combinatoriais absolutos ou semicombinatoriais) podem gerar séries fontes combinatoriais absolutas hexacordais e, portanto, tornar possível simultaneamente o uso tanto funcional quanto estrutural (através de regiões combinatoriais) de propriedades combinatoriais referentes tanto ao domínio dos tricordes quanto ao dos hexacordes[205].

Posteriormente o autor apresenta a ideia dos geradores de três, quatro e seis notas, os conceituando como unidades capazes de gerar séries derivadas[206], enfatizando o que chamou de "significância essencial da estrutura inerente da série" e considerando-a como o ponto em que "níveis progressivos da composição, do detalhe à totalidade, podem ser dela derivados".

Ao fim do artigo, após tratar de aspectos do dodecafonismo tendo como enfoque a combinatoriedade schoenberguiana e seu potencial de expansão ao ser utilizada junto com a derivação weberniana, Babbitt trata a respeito da estruturação dodecafônica de componentes não relacionados à altura. Para isso o autor aponta a necessidade de se ter uma definição rigorosamente correta da natureza das operações relacionadas ao sistema (transposição, inversão, retrógrado, retrógrado da inversão) para que posteriormente seja feita uma tradução

[204] *"A derived set is not a new set in the composition. It can be thought of, also, as resulting from the juxtaposition of segments from the fundamental forms".* (BABBITT, 1955, p. 61). Devido a este fato e ao fato de uma distinção não muito clara entre estas duas maneiras de utilização da derivação em outras fontes, senti a necessidade de chamar este tipo específico "Babbittiniano" de "derivação combinatorial", através do qual o termo derivação pode ser atribuído de maneira genérica tanto à ela quanto às derivações do tipo "Webernianas" (que também são utilizadas por Schoenberg ao construir suas séries combinatoriais hexacordais), dentre outros tipos particulares.

[205] Visto que um tricorde pode ser utilizado para construção de um hexacorde fonte combinatorial absoluto X e este por sua vez para uma série fonte combinatorial absoluta hexacordal Y, e que, por exemplo - dependendo das transposições das quatro formas desta série utilizadas e dispostas simultaneamente - um agregado (ou série secundária) através de seus conteúdos tricordais (derivação combinatorial) poderá ser formado pertencendo (através de formas associações de classes de notas diversas) a outra série fonte combinatorial absoluta hexacordal Z, duas regiões combinatoriais hexacordais tornam-se disponíveis para utilização além das referentes aos tricordes que foram considerados para tais construções, a referente ao hexacorde fonte combinatorial absoluto X e a referente ao Y.

[206] Em Ourives (2013) os termos *three-*, *four-* e *six-note generators* foram traduzidos genericamente por "conjuntos geradores". Porém, diante do contexto do trecho, "*as there are combinatorial trichords, tetrachords, and hexachords, so are there three-note generators, four-note generators, and six-note generators*", fica clara a tentativa de distinção terminológica ao serem utilizados os termos "*tri, tetra* e *hexachords*" para a combinatoriedade e "*three-, four-* e *six-note*" para a derivação. O que não fica muito claro é a causa desta distinção, uma vez que não é também tão claro quando a derivação está sendo tratada combinatorialmente ou de maneira independente. Já que tanto *combinatorial tri, tetra* e *hexachords* quanto *three-, four-* e *six-note generators* são formadores de agregado (em seu sentido amplo), parece plausível que esta tentativa de distinção refere-se a uma aplicação funcional (se para a combinatoriedade ou derivação) independente destas unidades.

destas operações efetuadas no domínio da altura para outros parâmetros musicais[207]. O autor então brevemente esboça um dodecafonismo rítmico através da ideia de série de durações[208] seguindo os modelos do dodecafonismo exclusivamente relacionado à altura, apontando que, diferentemente como foi feito pelos compositores europeus do serialismo integral, este modelo (desde as operações T, I, R e RI até a aplicação da combinatoriedade e derivação) é perfeitamente expansível para outros componentes musicais (dinâmica, timbre, registro e etc.).

Devido ao teor do seu conteúdo, no qual são apresentados os principais termos e conceitos básicos acerca da técnica (alguns deles pela primeira vez), é indiscutível a importância de "*Some Aspects of Twelve-tone Composition*" para a combinatoriedade.

É importante destacar que este não foi o primeiro escrito de Babbitt acerca do tema. Outros três escritos anteriores do autor, todos de difícil acesso, devem ser aqui mencionados. O próprio Babbitt aponta parte de "*Some Aspects [...]*" como uma "versão altamente condensada de certas seções" de seu escrito não publicado "*The Function of Set Structure in the Twelve-Tone System*" (1946), através do qual ele obteve o título de Ph.D. pela Universidade de Princeton (EUA) em 1992 e que foi somente aceito neste ano. Perle (1957)[209] ainda aponta outras duas fontes através das quais Babbitt tratou acerca da combinatoriedade (e assuntos relacionados): a sua breve revisão de 3 páginas dos artigos "*Schoenberg et son école*" e "*Qu´est ce que la musique de douze sons?*", ambos de René Leibowitz (1950), e a sua outra breve revisão também de 3 páginas do artigo "*Polyphonie, Quatrième cahier: Le système dodecaphonique*" (1950)[210].

Além disso, é também importante destacar que as ideias contidas em "*Some Aspects of Twelve-tone Composition*" foram desenvolvidos pelo próprio Babbitt em 3 outros importantes artigos posteriores: "*Twelve-tone Invariants as Compositional Determinants*", publicado pelo

[207] Inicialmente o autor vê a necessidade de se adicionar a cada nota (número de altura) um número de ordem. Posteriormente descreve a transposição como a adição de uma constante ao número de altura, a inversão como um complementação mod. 12 do número de altura, o retrógrado como uma complementação do número de ordem e o retrógrado da inversão uma complementação do número de ordem e do número de altura.

[208] *"Durational set"*.

[209] Ver revisão deste escrito de Perle no item a seguir.

[210] *Some Aspects of Twelve-tone Composition* foi publicado no periódico britânico *The Score and I.M.A. Magazine* em junho de 1955. Seu acesso, mesmo difícil aqui no Brasil (este foi enviado dos EUA para o presente autor pelo seu orientador), é incomparável à dificuldade de acesso a estes outros 3 escritos (sequer estão contidos no abrangente compêndio contendo os principais escritos de Babbitt que foi lançado em 2012: "*The Collected Essays of Milton Babbitt*").

"*The Musical Quarterly"* em 1960, "*Set Structure as a Compositional Determinant"* ("*Journal of Music Theory"*, 1961)[211], e "*Twelve-tone Rhythmic Structure and the Electronic Medium*" ("*Perspective of New Music*", 1962). Juntos, além de se tornaram os artigos seminais para o estudo da combinatoriedade, estes são considerados como a primeira documentação das "fundações matemáticas do sistema dodecafônico usando os veículos da teoria dos conjuntos e dos grupos finitos"[212] (NOLAN, 2008, p. 290). Seus conteúdos serviram para o desenvolvimento de outros trabalhos seminais para os dois temas (combinatoriedade e dodecafonismo)[213] que foram feitos por outros importantes autores[214], evolvendo por sua vez até configurarem-se "em uma Teoria de fato, mais abrangente e seguindo um modelo científico" (BORDINI, 2003, p. 16): a Teoria Pós-tonal[215].

Diante disto, e visto a um majoritário embasamento no que pode ser observado nos compassos iniciais do terceiro movimento do Quarto Quarteto de Cordas de Schoenberg, podemos considerar "*Some Aspects of Twelve-tone Composition"* como o *primeiro-mais-completo-e-difundido-escrito-publicado*[216] sobre a Combinatoriedade. Podemos atribuir à técnica por sua vez - mesmo que neste estágio inicial seja apresentada intimamente relacionada com as práticas seriais dodecafônicas – o papel de cerne embrionário deste importante desenvolvimento teórico que perdura, através de colaborações constantes (pelo menos até 1990), da década de 1950 aos dias atuais.

---

[211] É importante ressaltar também que os comentários acerca de Babbitt (1955, 1960 e 1961) e de outro artigo seminal para o tema, o "*The Source Set and its Aggregate Formations"*, de Donald Martino, publicado no "*Journal of Music Theory"*, na edição do inverno de 1961, ambos contidos na presente tese, são uma expansão de uma breve revisão feita pelo presente autor e apresentada no XXIV Congresso da Associação Nacional de Pesquisa e Pós-graduação em Música, em 2014 (ver anexos).

[212] "*mathematical foundations of the system of twelve pitch classes using the vehicles of set theory and finite group theory* " (NOLAN, 2008, p. 290).

[213] É importante frisar que apesar de inter-relacionados, a música dodecafônica e a combinatoriedade podem ser abordadas independentemente.

[214] Alguns importantes escritos de autores como Martino, Perle, Rochberg, Lewin, Forte, Starr, Morris, dentre outros, serão aqui abordados nas páginas seguintes. É interessante destacar que muito destes autores tiveram ligação direta com Milton Babbitt, quer na Universidade de Princeton (EUA) através de aulas, palestras, quer através de eventos externos os quais o autor se fez presente (dentre outras possibilidades).

[215] Bordini (2003) apresenta como designações indistintas Teoria Pós-tonal ("*Post-tonal Theory"*), Teoria dos Conjuntos ("*Set Theory ou Set-theoretical"*) e Teoria dos Conjuntos de Classes de Notas ("*PC Set Theory"*).

[216] Quase todos os escritos presentes no arcabouço teórico da atual pesquisa contém "*Some Aspects [...]*" em seus referenciais teóricos em detrimento a Babbitt (1946, 1950a e 1950b).

## "*George Rochberg. The Hexacord and its Relation to the 12-tone row*" (PERLE, 1957)

Neste artigo de 1957, George Perle faz uma revisão crítica da monografia de George Rochberg escrita em 1955 acerca do hexacorde e suas relações com a série dodecafônica[217]. Perle inicialmente aponta a falta de familiaridade de Rochberg com muitas das publicadas e não publicadas contribuições de outros autores na sua mesma área de investigação, ressaltando a importância do caráter cooperativo nestes tipos de pesquisa. Perle ressalta o curto alcance da sua investigação, no qual Rochberg trata exclusivamente da construção hexacordal particularmente feita por Schoenberg e do que ele chamou de inversão espelhada, sem levar em conta outros tipos de uso, segmentação e operações diferentes da inversão e que foram feitas por outros autores no campo do hexacorde e ainda dentro da música dodecafônica, como é o caso dos tropos de Joseph Hauer: um dodecafonismo particular levemente diferente do schoenberguiano, baseado também no particionamento hexacordal, desenvolvido paralelamente e intimamente relacionado ao objetivo e título da monografia de Rochberg[218].

Perle destaca que o dodecafonismo de Schoenberg é somente um de um número de tentativas de derivar uma total estrutura musical a partir de um complexo de notas que não são funcionalmente diferenciadas, citando a obra "*Voiles*" (livro I, no. 2) de Debussy, a Sétima Sonata de Scriabin e as Três composições para piano de Roslavetz como exemplos destas tentativas.

É importante destacar que Perle, ao tratar da falta de aprofundamento de Rochberg, ressalta principalmente a lacuna apresentada no que diz respeito à uma atenção maior que deveria ter sido dada à combinatoriedade. Perle então aponta alguns aspectos históricos do uso da técnica e do seu desenvolvimento teórico que foram norteadores para esta tese:

---

[217] É interessante frisar que ambos os autores foram citados por Babbitt (1955) como compositores americanos que se identificaram com a escola dodecafônica: Perle, compositor, teorista e professor que, junto com o próprio Babbitt, se afeiçoou ao dodecafonismo antes da 2º Guerra e, dentro os jovens compositores que se interessaram pelo dodecafonismo após a guerra, Rochberg, também professor. A monografia de Rochberg não foi acessada até o presente momento.

218 Esta crítica de Perle acerca de não citação dos tropos de Hauer no trabalho de Rochberg foi crucial para seu artigo The Harmonic Tendency of The Hexachord (1959), no qual Rochberg faz uma importante comparação entre as séries de Schoenberg, os tropos de Hauer e as séries fontes combinatoriais absolutas hexacordais de Babbitt vistas em Babbitt (1955). É importante apontar também que Schoenberg passa a utilizar a combinatoriedade através de hexacordes não ordenados semelhantes à ideia haueriana nas suas últimas obras, fato que dissocia a combinatoriedade, embora ainda dodecafônica, do serialismo estrito.

| Tópicos | Informações sobre a combinatoriedade |
|---|---|
| 1 | Aponta uma passagem em que o próprio Schoenberg brevemente discorre sobre o que passou a ser posteriormente chamado de combinatoriedade ("*Composition With Twelve Tones*", 1941). |
| 2 | Ratifica a autoria do termo "*combinatoriality*" à Milton Babbitt. |
| 3 | Ratifica o ano em que Babbitt pela primeira vez tratou sobre a técnica: seu estudo não publicado "*The Function of Set Structure in Twelve-tone System*", de 1946, apontando também seus artigos "*Polyphonie, Quatrième Cahier*" e "*Qu'est-ce que la musique de douze sons?*" e "*Schoenberg et son école*", ambos de 1950, e "*Some Aspects of Twelve-Tone Composition*" (BABBITT, 1955) como breves discussões do conteúdo apresentado em "*The Function [...]*". |
| 4 | Considera, tal como Babbitt, a combinatoriedade como um procedimento que permite à estrutura da série funcionar como base para apresentações simultâneas de diferentes formas da série, ou seja, como critério para o que ele chamou de "*set-association*", a vinculando à formação de agregados. |
| 5 | Reconhece o papel de Babbitt ao expandir a potencialidade da combinatoriedade para outras segmentações diferentes da divisão hexacordal e também não meramente através da associação das formas da série para formar agregados através da inversão como comumente fez Schoenberg; |
| 6 | Reconhece o papel da combinatoriedade, também tal como Babbitt, para o fornecimento de uma base para continuidade linear e integração formal, bem como para organização de componentes diferentes da altura ("*non-pitch components*"). |
| 7 | Aponta 1933 como o "ano de corte" no qual todas as músicas de Schoenberg após este período passaram a apresentar a técnica, dentre outras informações relevantes acerca da estrutura das séries de Schoenberg, indicando algumas obras importantes do autor para um estudo da exploração composicional de séries combinatoriais: "*Piano Pieces*", Op. 33*a* e *b*, o Concerto para Violino, o Quarto Quarteto de Cordas e o Concerto para Piano. |
| 8 | Afirma que Schoenberg restringiu seu intervalo inicial vertical quando executou a combinatoriedade inversional do tipo à relatada em (8) somente a um dos 6 intervalos ímpares possíveis que satisfazem à propriedade, o intervalo de 5º. Justa (*7*). |
| 9 | Relaciona os tropos de Hauer, com as séries de Schoenberg e com as séries fontes de Babbitt, apontando outra abordagem acerca de construções dodecafônicas com enfoque no conteúdo hexacordal[219]. |

Tabela 41 - Informações sobre a combinatoriedade vistas em Perle (1957)

A décima contribuição de Perle (e, neste caso também do próprio Rochberg) para a combinatoriedade merece ser aqui expandida. Através do que chamou de "uma compreensível

[219] Talvez esta relação entre estes três tipos de "abordagens dodecafônicas" – de Hauer, Schoenberg e por fim Babbitt – apontada por Perle tenha sido a razão do artigo escrito pelo próprio Rochberg. *The Harmonic Tendency of the Hexachord* (1959), no qual o autor faz uma interessante investigação acerca do tema (ver revisão na página 46).

reformulação" de um dos assuntos apresentados por Rochberg o autor apresenta uma propriedade através da qual tanto é possível construir séries combinatoriais inversionais (com conteúdo hexacordal mutuamente exclusivo) como checar antecipadamente se séries apresentam este tipo de combinatoriedade. De acordo com Perle, este tipo de combinatoriedade:

> […] é possível somente onde um intervalo de número ímpar é disponível que não seja a soma de uma classe de notas ímpar com uma par dentro de um único hexacorde da série, uma vez que um intervalo inicial vertical que é equivalente a tal soma estabeleceria estas classes de notas como elementos mutualmente complementares.[220] (PERLE, 1957, p. 58).

Portanto, para construção de séries combinatoriais inversionais com base em seu conteúdo hexacordal basta: (1) tomar um dos intervalos ímpares possíveis 1, 3, 5, 7, 9 e 11 como intervalo vertical das notas iniciais dos dois hexacordes correspondentes que formarão o agregado - neste caso como exemplo escolheremos o intervalo 3; (2) estabelecermos os pares de classes de notas cuja soma é igual a este intervalo 3 (ou 15, mod12 = 3) – neste caso os pares 0/3, 1/2, 4/11, 5/10, 6/9, 7/8; e (3) nos atermos para montar os hexacordes de maneira que estes pares de classes de notas não estejam localizados no mesmo hexacorde, tal como pode ser visto na figura 171.

Já para checarmos se uma série possui esta propriedade, basta checarmos dentro de um dos hexacordes se existe algum intervalo ímpar equivalente à soma de uma classe de notas ímpar e outra par, ambas dentro deste hexacorde[221].

É importante destacar que Perle critica a monografia de Rochberg apontando-a como somente um estudo da morfologia de um limitado tipo de série combinatorial empregada por Schoenberg, criticando já neste período algo levantado na presente pesquisa (de maneira geral e que foi vista de certa forma na maioria dos artigos do arcabouço teórico): a presença do que o autor chamou de "complicados gráficos e tabelas supérfluas" que lá se encontram disponíveis, além da falta de economia ao apresentar "regras", "testes", "tabelas", "hipóteses

[220] *"Is possible only where an odd-numbered interval is available that is not the sum of an odd and an even pitch number comprised within a single hexachord of the set, since an initial vertical interval that is equivalent to such a sum would establish these pitch numbers as mutually complementary elements."*

[221] É importante destacar que atualmente, com todas as informações disponíveis acerca dos hexacordes esta checagem é obsoleta, sendo muito mais prática a utilização dos anexos contidos, por exemplo, em Straus (2013), para consulta do tipo de combinatoriedade que é possível realizar a partir de um dado hexacorde.

de trabalho". Por fim, outro fator criticado pelo autor e também levantado na presente pesquisa diz respeito a um uso particular de notação numérica, uma ausência de padronização que Perle atribui a uma falta de consciência de Rochberg em não ter sido o primeiro a fazer uso deste tipo de notação - algo que foi usado por outros autores anteriormente, tais como Otterström, Krenek, Eimert e próprio Babbitt extensivamente em "*The Function [...]*" (1946).[222]

Passo 1

Intervalos Ímpares

1 3 5 7 9 11

| | C.N. | | C.N. | | Soma (deve ser igual a 3) |
|---|---|---|---|---|---|
| Passo 2 | 0 | + | 3 | = | 3 |
| | 1 | + | 2 | = | 3 |
| | 4 | + | 11 | = | 15 (mod12 = 3) |
| | 5 | + | 10 | = | 15 (mod12 = 3) |
| | 6 | + | 9 | = | 15 (mod12 = 3) |
| | 7 | + | 8 | = | 15 (mod12 = 3) |

Passo 3

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Intervalos Horizontais | | +1 | | +3 | | +1 | | +1 | | +1 | |
| Hex. 1: | 0 | | 1 | | 4 | | 5 | | 6 | | 7 |
| Intervalos Verticais | 3 | | 1 | | 7 | | 5 | | 3 | | 1 |
| Hex 2 (inversão, $I_3$, de Hex. 1) | 3 | | 2 | | 11 | | 10 | | 9 | | 8 |
| Intervalos Horizontais | | -1 | | -3 | | -1 | | -1 | | -1 | |

Agregado

Séries Combinatoriais Inversionais Hexacordais

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_0$: | 0 | 1 | 4 | 5 | 6 | 7 | 9 | 8 | 11 | 2 | 3 | 10 |
| $I_3$: | 3 | 2 | 11 | 10 | 9 | 8 | 6 | 7 | 4 | 1 | 0 | 5 |
| | Agregado 1 | | | | | | Agregado 2 | | | | | |

Figura 171 - Construção de Séries com Combinatoriedade Inversional -

## *Re: Intervallic Relations between Two Collections of Notes*" (LEWIN, 1959)

Neste curto artigo Lewin opta por começar fazendo uma importante definição do escopo terminológico a ser por ele utilizado ao estabelecer a distinção entre "*pitch*" (880, 440, 220 vibrações por segundo denotam *pitches* distintos) e "*note*" (nome de uma coleção de *pitches*

[222] Bordini (2003), ao tratar da questão da notação com números inteiros, acrescenta que a ideia de somar ou multiplicar notas passou então a ser aplicada a partir do período do início do desenvolvimento da Teoria Pós-tonal, década em que o artigo de Rochberg foi escrito.

que se diferem um do outro através de números inteiros de oitavas, ex.: a nota Lá, independente se possuir 440 ou 220 vibrações por segundo e serem *pitches* distintos). A partir do conceito de "*note*" apresenta o conceito de "*collections of notes*"(ex.: existem 66 coleções de 2 notas diferentes, 220 coleções de 3 notas diferentes e etc.) e o conceito de *"interval between notes*" (como a distância entre semitons entre as notas *X* e *Y*)[223]. Posteriormente introduz o conceito de "*interval function*", *m*(*i*): um meio para se saber a quantidade de vezes que um intervalo específico (*i*) entre pares de notas pertencentes a duas coleções ocorre[224].

Note na figura a seguir que se quisermos saber quantas vezes o intervalo 0 (uníssono) está presente basta extrairmos a distância de semitons entre cada uma das notas de ambas as coleções e contarmos as ocorrências do intervalo buscado (neste caso uma única vez: entre a classe de notas 0 da coleção 1 e a classe de notas 0 da coleção 2).

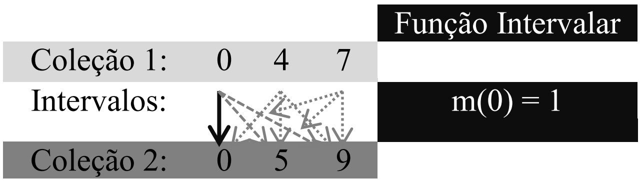


Figura 172 - Função intervalar de 0 (uníssono)

Lewin posteriormente apresenta 5 propriedades - até então não discutidas nos artigos anteriores - que, segundo ele, coleções de classes de notas podem ou não possui-las: (1) propriedade da escala de tons inteiros, (2) propriedade do acorde de sétima diminuta, (3)

[223] Os conceitos de "*pitch*", "*note*", "*collection of notes*" e "*interval between notes*" apresentados, de acordo Straus (2013), podem ser traduzidos respectivamente por "nota", "classe de notas", "conjunto de classes de notas" e "intervalo entre classes notas". É importante destacar que inicialmente, no desenvolvimento da teoria, não havia uma padronização terminológica. Por exemplo, a distinção entre "*pitch*" e "*note*" feita por Lewin é problemática. Esta problemática foi discutida por Kassler (1961) ao início do seu escrito de 168 páginas, no qual o autor, como Lewin, opta por também definir um escopo terminológico semelhante. Como medida da extensão deste problema relacionado aos termos utilizados durante o período temos as ideias de "*collection of notes*" e "*interval between notes*" lewinianos. A primeira ideia foi chamada por Babbitt de "*pitch-class set*", já que o autor considerava como "*pitch class*" o que Lewin considerou como "*note*", sendo Babbitt quem introduziu o uso do termo "*set*" em 1946 (BORDINI, 2003), embora podendo denotar simultaneamente série ou conjunto, como pode ser visto em Babbitt (1955). Já "*interval between note*" é encontrado em Straus (2013) como "*pitch interval*". Estes conceitos tornaram-se básicos para a compreensão da teoria, tanto que os autores que tentaram trazer um apanhado da mesma ou discorrer sobre assuntos a ela tangentes costumaram estabelecer a definição destes conceitos no início do seu material, a exemplo de Forte (1971) e Straus (2013).
[224] É importante destacar que em alguns livros que sumarizam a teoria pós-tonal, e tomando o Straus (2013) como um dos mais completos ao abarcar os principais termos e conceitos, função intervalar é algo não encontrado. Tal fato se dá talvez pela maior importância e utilidade do conceito de conteúdo intervalar, através do qual Lewin, em seu artigo posterior de 1961 (uma continuação deste), traça uma relação entre ambos, observando pela primeira vez o que Forte (1964) posteriormente chamou de relação-z.

propriedade da tríade aumentada, (4) propriedade do trítono e (5) propriedade excepcional[225]. Tais propriedades são desenvolvidas como um meio para saber se, caso dadas coleções P e Q possuam a mesma função intervalar que P e R, Q seria a mesma coleção que R. A resposta seria então positiva se Q e R compartilhassem ao menos das mesmas propriedades que P.

Apesar de cumprir com o objetivo que é título do artigo ao demonstrar algumas relações intervalares entre duas coleções de notas, Lewin não demonstra aplicabilidade analítica ou composicional principalmente das 5 propriedades anteriores supracitadas, ignorando o uso de exemplos para melhor elucidá-las. Tal fato talvez corrobore com o posterior uso da expressão "5 misteriosas propriedades" utilizado por Howe (1965) ao falar sobre estas propriedades de Lewin. Em contrapartida é interessante a preocupação de Lewin com o leitor ao qual ele chamou de "sem considerável treinamento matemático", na qual o autor apresenta de maneira clara o conteúdo, reservando ao fim um espaço para os leitores familiarizados com a linguagem matemática mais avançada.

## "*The Harmonic Tendency of the Hexachord*" (ROCHBERG, 1959)

Inicialmente Rochberg aponta que a harmonia dodecafônica revela-se como uma nova linguagem de acordes com suas próprias leis inerentes de estrutura, considerando o princípio de simetria, particularmente as simetrias encontradas nos hexacordes utilizados por Schoenberg, como principal articulador desta linguagem.

A partir desta assunção Rochberg toma como necessária uma investigação acerca destes hexacordes (inversivamente) simétricos. Para tal ele utiliza-se do conceito dos tropos de Joseph Hauer como ponto de partida, traçando ao mesmo tempo um importante paralelo entre estes últimos, as séries dodecafônicas utilizadas por Schoenberg e as séries fontes de Babbitt[226]:

---

[225] Apesar do hexacorde de tons inteiros (propriedade 1), do tetracorde de sétima diminuta (propriedade 2), do tricorde aumentado (propriedade 3) e do bicorde de trítono (propriedade 4) serem conjuntos combinatoriais absolutos, estas propriedades se apresentam de maneira muito abstrata para que seja estabelecida sua relação com a combinatoriedade. Alguns conjuntos combinatoriais absolutos são vistos também dentro das premissas da propriedade 5, tida como excepcional. Para saber mais sobre estas propriedades recomendo uma consulta direta ao artigo de Lewin.

[226] É interessante frisar que, conforme foi dito no item 2.1.2, este artigo talvez seja uma resposta de Rochberg à crítica feita por Perle (1957) acerca da ausência de uma investigação dos tropos de Hauer em sua monografia "*The Harmonic Tendency of The Hexachord"* (1955), bem como da sua falta de familiaridade com os escritos de Babbitt.

> Para evitar confusão na terminologia, devemos concordar que *basic set*, *series* e *row* (ou *tone-row*) são termos intercambiáveis que se referem a uma ordem das doze classes de notas de uma oitava arranjadas pelo compositor para uso composicional. O termo de Babbitt, séries fontes, é outra questão. Este termo implica um tipo geral existente antes de qualquer situação composicional a partir do qual podem ser derivadas ordens particulares dos 12 semitons preparatórias para composição. Os tropos de Joseph Hauer, por outro lado, não são para serem considerados séries ou séries fontes no sentido descrito acima porque compreendem um sistema predeterminado que é completo e pronto para composição. Hauer aparentemente não colocou restrições sobre o número de diferentes tropos que podem ser usados num dado trabalho, uma ideia oposta ao método dodecafônico praticado por Schoenberg e Webern[227]. (ROCHBERG, 1959, p. 209).

Rochberg então apresenta os 44 tropos de Hauer, cada um dividido em 2 hexacordes representados em notação por inteiros em ordem ascendente, ou seja, 44 arranjos possíveis de hexacordes diversos formando agregados, algo importante para presente pesquisa. A partir disso procura por hexacordes que produzem seus hexacordes complementares sem duplicação de classes de notas através da inversão simétrica, chegando à conclusão de que os resultados por ele encontrados assemelham-se às séries fontes de Babbitt, diferindo-se somente os seus pontos de vista[228].

Posteriormente Rocheberg classifica os 44 tropos de Hauer em 5 classes levando em consideração a quantidade de níveis de transposição em que estes hexacordes são capazes de se autocomplementarem por inversão (ver tabela 42). A classificação de Rochberg dos tropos de Hauer é semelhante à feita por Babbitt (1955). Os tropos de primeira, segunda, terceira e quarta classes se assemelham às séries fontes combinatoriais absolutas hexacordais de primeira, segunda, terceira e quarta ordens babbittinianas. Porém, Rochberg somente leva em conta estes pontos de inversão para sua classificação (automapeamento por inversão,

---

[227] *"To avoid confusion in terminology, we must agree that basic set, series and row (or tone-row) are interchangeable terms which refer to an order of the 12 pitches in an octave arranged by a composer for compositional use. Milton Babbitt´s term, source-set, is another matter entirely. This term implies a general type existing prior to any compositional situation from which may be derived particular pitch orders of the 12 semitones preparatory to composition. Joseph Hauer´s tropes, on the other hand, are not to be considered basic sets, series, rows or source-sets in the sense described above because they comprise a pre-determined system which is self-enclosed and ready-made for composition. Hauer apparently placed no restrictions on the number of different tropes which can be used in a given work, an idea directly opposite to the method of 12-tone composition practiced by Schoenberg and Webern".*

[228] Neste artigo Rochberg destaca o desenvolvimento paralelo e a *expertise* de Babbitt, principalmente no que diz respeito ao conteúdo relacionado à estrutura da série e à combinatoriedade. O autor aponta a dificuldade de acesso ao não publicado "*The Function [...]*" (BABBITT, 1946), cujas informações contidas poderão ser semelhantes às apresentadas no seu artigo e em sua monografia publicada em 1955, "*The Hexachord and its Relation to the 12-Tone Row"*, ressaltando também a importância de "*Some Aspect* [...]" (1955) como um resumo da investigação babbittiniana.

combinatoriedade inversional). Como as séries fontes hexacordais de Babbitt são combinatoriais absolutas, ou seja, possuem simultaneamente, além da combinatoriedade inversional, as combinatoriedades transpositiva ou original, retrógrada e retrógrado inversiva[229], alguns tropos considerados de 1º classe por Rochberg não possuem séries fontes combinatoriais absolutas hexacordais equivalentes por terem combinatoriedade inversiva em somente um ponto de inversão - e, porventura, outro tipo de combinatoriedade, geralmente R. Este é o caso dos tropos de nº. 2, 6, 9, 18, 21, 23, 30, 32, 39, 40, 42 e 43. Este também é o caso do tropo de 2º Classe nº. 38 (que possui combinatoriedade-R também em dois níveis transposicionais), com dois pontos de inversão. Fazendo um paralelo com a classificação babbittiniana, estes tropos não equivalentes às suas séries fontes são então considerados semicombinatoriais. O mesmo ocorre os tropos de 5º classe, que são assim considerados por não possuírem a combinatoriedade inversional, ou seja, não se inverterem espelhadamente sem produzir duplicação de notas (e que são geralmente formados por hexacordes z-relacionados).

Na tabela 42, além dos tropos de Hauer serem classificados por classe e sua equivalência com as séries fontes de Babbitt indicadas, há a adição de um processo (indicado com um *asterisco*) apresentado por Rochberg através do qual, por trocas de notas entre os hexacordes (indicado aqui por $x \rightarrow y$, sendo $x$ pertencente a um hexacorde e $y$ a outro), um tropo pode ser reduzido a uma série fonte babbittiniana e, portanto, ser considerado derivado[230] dela, cujos exemplos são os tropos nº. 2, 6, 9 e 38.

Posteriormente, a partir da hipótese levantada por ele de que qualquer série dodecafônica, se baseada no princípio da construção hexacordal simétrica ou não, pode ser reduzida a um dos 44 tropos de Hauer e, se baseada somente neste princípio, por analogia, pode ser reduzida a uma das séries fontes combinatoriais absolutas hexacordais de Babbitt, Rochberg expõe os métodos de conversão das séries dodecafônicas combinatoriais de Schoenberg e destas últimas nestes tropos, apontando a semelhança entre estes três tipos de pensamentos dodecafônicos particulares. Na figura 173 está demonstrada a série do Op.50*b*

---

[229] Aqui as combinatoriedades original, inversional, retrógrada e retrógrado-inversional serão abreviadas para O, I, R e RI respectivamente.

[230] É interessante frisar que esta "derivação rochberguiana" é um terceira aplicação do termo "derivado" que merece distinção - após a "derivação weberniana" e o que chamei de "derivação combinatorial" durante a revisão de Babbitt (1955).

de Schoenberg. Ignorando o ordenamento imposto a cada um dos hexacordes disjuntos e sendo transposta uma sétima menor acima ($T_{10}$), nota-se sua equivalência com o tropo no. 8 de Hauer, de segunda classe, que por sua vez é idêntico à série fonte combinatorial absoluta hexacordal no. 4 de Babbitt, de 2º ordem.

| | Hexacorde 1 | Hexacorde 2 |
|---|---|---|
| Série de Schoenberg (Op. 50*b*): | [3, 9, 8, 4, 2, 10] | [7, 11, 0, 6, 5, 1] |
| Forma Normal: | [2, 3, 4, 8, 9, 10] | [5, 6, 7, 11, 9, 1] |
| $T_{10}$: | | |
| Tropo de Hauer No. 8 (2º Classe) | 0-1-2-6-7-8 | 3-4-5-9-10-11 |
| | Série Fonte Combinatorial Absoluta Hexacordal de Babbitt No. 4 | |
| | Hexacorde Fonte Combinatorial Absoluto de 2º. Ordem 6-7 (012678) | |

Figura 173 - Transformação de série usada por Schoenberg no seu Op. 50b no Tropo de Hauer no.8

Além destes paralelos feitos por Rochberg, podemos também encontrar importantes informações acerca das séries utilizadas por Schoenberg em suas obras sob o ponto de vista da sua consciência para o uso combinatorial dos hexacordes simétricos e seus níveis de transposição aos quais estes se autocomplementam por inversão. Este é o caso de informações acerca dos seus Op. 23, 25, 26, 29, 30, 41, 42, 48 nº. 1 e 3, e 50*b* e *c*. Neste meandro, Rochberg aponta uma característica constante no que diz respeito à combinatoriedade inversional: o intervalo entre os pontos de inversão de hexacordes capazes de se automapearem por inversão duplamente (em dois intervalos transposicionais) é sempre de um trítono (6)[231], e triplamente é sempre de uma terça maior (4).

Tal como Babbitt (1955), Rochberg reconhece o hexacorde como uma unidade de construção dodecafônica (pelo menos schoenberguiana) que torna possível uma maior flexibilidade, desde que, dentro destas unidades, não fosse imposto um ordenamento imutável. Assim Rochberg considera que o hexacorde, mesmo sujeito a permutação de classes de notas internas ao longo da composição, mantém ainda sua identidade tal como a tríade e suas inversões que permanecem o mesmo acorde sob diferentes aspectos. Rochberg ainda aponta que a aceitação deste princípio de permutação (dentro dos hexacordes disjuntos) seria baseado no reconhecimento do que chamou de "lei da invertibilidade que linka parceiros

[231] Esta característica vai ser apontada por Babbitt (1961), propriedade (2.2).

intervalares em um vínculo indissolúvel e governa suas ações mútuas em ‘hexacordes acoplados’”[232] (ROCHBERG, 1959, p. 218).

| | HAUER | | | | | BABBITT | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | TROPOS | | CLASSE | Pts. de Inv. | ORDEM | SÉRIES FONTES | | |
| No. | Hexacorde 1 | Hexacorde 2 | | | | Hexacorde 1 | Hexacorde 2 | No. |
| 1 | 0-1-2-3-4-5 | 6-7-8-9-10-11 | 1º | 1 | 1º | 0-1-2-3-4-5 | 6-7-8-9-10-11 | 1 |
| 2 | 0-1-2-3-4-6 | 5-7-8-9-10-11 | | | *1º (6 → 5) | 0-1-2-3-4-5 | 6-7-8-9-10-11 | 1 |
| 3 | 0-1-2-3-5-6 | 4-7-8-9-10-11 | | | | Combinatorial-R | | |
| 4 | 0-1-2-4-5-6 | 3-7-8-9-10-11 | 5º | - | | Combinatorial-R e RI | | |
| 5 | 0-1-3-4-5-6 | 2-7-8-9-10-11 | | | | Combinatorial-R | | |
| 6 | 0-1-2-3-6-7 | 4-5-8-9-10-11 | 1º | 1 | *1º (6-7 → 4-5) | 0-1-2-3-4-5 | 6-7-8-9-10-11 | 1 |
| 7 | 0-1-2-5-6-7 | 3-4-8-9-10-11 | 5º | - | | Combinatorial-R e RI | | |
| 8 | 0-1-2-6-7-8 | 3-4-5-9-10-11 | 2º | 2 | 2º | 0-1-2-6-7-8 | 3-4-5-9-10-11 | 4 |
| 9 | 0-1-2-3-5-7 | 4-6-8-9-10-11 | 1º | 1 | *1º (7→ 4) | 0-1-2-3-4-5 | 6-7-8-9-10-11 | 1 |
| 10 | 0-1-2-4-6-7 | 3-5-8-9-10-11 | | | | Combinatorial-R | | |
| 11 | 0-1-3-4-6-7 | 2-5-8-9-10-11 | | | | Combinatorial-R | | |
| 12 | 0-2-3-4-6-7 | 1-5-8-9-10-11 | | | | Combinatorial-R e RI | | |
| 13 | 0-1-3-5-6-7 | 3-4-8-9-10-11 | 5º | - | | Combinatorial-R | | |
| 14 | 0-2-3-5-6-7 | 1-4-8-9-10-11 | | | | Combinatorial-R | | |
| 15 | 0-1-2-4-5-7 | 3-6-8-9-10-11 | | | | Combinatorial-R | | |
| 16 | 0-1-3-4-5-7 | 2-6-8-9-10-11 | | | | Combinatorial-R | | |
| 17 | 0-2-3-4-5-7 | 1-6-8-9-10-11 | 1º | 1 | 1º | 0-2-3-4-5-7 | 6-8-9-10-11-1 | 2 |
| 18 | 0-1-2-4-5-8 | 3-6-7-9-10-11 | | | | **Combinatorial-I** e R | | |
| 19 | 0-1-3-4-5-8 | 2-6-7-9-10-11 | 5º | - | | Combinatorial O e R | | |
| 20 | 0-1-2-5-6-8 | 3-4-7-9-10-11 | | | | Combinatorial-R | | |
| 21 | 0-1-4-5-6-8 | 2-3-7-9-10-11 | 1º. | 1 | | **Combinatorial-I** e R | | |
| 22 | 0-1-2-4-7-8 | 3-5-6-9-10-11 | 5º | - | | Combinatorial-R | | |
| 23 | 0-1-2-5-7-8 | 3-4-6-9-10-11 | 1º | 1 | | **Combinatorial-I** e R | | |
| 24 | 0-3-4-5-7-8 | 1-2-6-9-10-11 | | | | Combinatorial O e R | | |
| 25 | 0-1-3-4-7-8 | 2-5-6-9-10-11 | | | | Combinatorial-R | | |
| 26 | 0-1-4-5-7-8 | 2-3-6-9-10-11 | 5º | - | | Combinatorial-R | | |
| 27 | 0-1-3-4-6-8 | 2-5-7-9-10-11 | | | | Combinatorial-R | | |
| 28 | 0-1-3-4-6-10 | 2-5-7-8-9-11 | | | | Combinatorial-R e RI | | |
| 29 | 0-1-3-4-8-10 | 2-5-6-7-9-11 | | | | Combinatorial-R | | |
| 30 | 0-1-3-4-6-9 | 2-5-7-8-10-11 | 1º | 1 | | **Combinatorial-I** e R | | |
| 31 | 0-1-3-4-7-9 | 2-5-6-8-10-11 | 5º | - | | Combinatorial-R e RI | | |
| 32 | 0-1-4-5-7-9 | 2-3-6-8-10-11 | 1º | 1 | | **Combinatorial-I** e R | | |
| 33 | 0-1-4-5-7-10 | 2-3-6-8-9-11 | 5º | - | | Combinatorial-R e RI | | |
| 34 | 0-1-4-5-8-9 | 2-3-6-7-10-11 | 3º | 3 | 3º | 0-1-4-5-8-9 | 2-3-6-7-10-11 | 5 |
| 35 | 0-1-3-5-6-8 | 2-4-7-9-10-11 | | | | Combinatorial-R | | |
| 36 | 0-1-5-6-8-10 | 2-3-4-7-9-11 | 5º | - | | Combinatorial-R e RI | | |
| 37 | 0-1-3-5-6-10 | 2-4-7-8-9-11 | | | | Combinatorial-R | | |
| 38 | 0-1-3-6-7-9 | 2-4-5-8-10-11 | 2º | 2 | *2º (3-9 → 2-8) | 0-1-2-6-7-8 | 3-4-5-9-10-11 | 4 |
| 39 | 0-1-2-4-6-8 | 3-5-7-9-10-11 | | | | **Combinatorial-I** e R | | |
| 40 | 0-1-2-4-6-10 | 3-5-7-8-9-11 | | | | **Combinatorial-I** e R | | |
| 41 | 0-2-4-5-7-9 | 1-3-6-8-10-11 | 1º | - | 1º | 0-2-4-5-7-9 | 6-8-10-11-1-3 | 3 |
| 42 | 0-1-3-5-7-9 | 2-4-6-8-10-11 | | | | **Combinatorial-I** e R | | |
| 43 | 0-2-3-5-7-9 | 1-4-6-8-10-11 | | | | **Combinatorial-I** e R | | |
| 44 | 0-2-4-6-8-10 | 1-3-5-7-9-11 | 4º | 6 | 4º | 0-2-4-6-8-10 | 1-3-5-7-9-11 | 6 |

Tabela 42 - Relação entre os Tropos de Hauer e as Séries Fontes Combinatoriais Absolutas Hexacordais de Babbitt

A partir disto, Rochberg apresenta uma importante análise das obras Op. 45 e 50b[233] de Schoenberg. Nestas obras o compositor faz um uso mais consciente das propriedades

[232]“*law of invertibility which links interval partners in na indissoluble bond and governs their mutual actions in ‘coupled hexachords’*”.

[233] Rochberg apresenta uma analise bastante clara acerca dos aspectos harmônicos do dodecafonismo combinatorial de Schoenberg nestas obras e é importante frisar que na maioria dos materiais que tratam acerca

simétrico-inversivas dos hexacordes não utilizando uma imposição estrita de ordenamento aos mesmos, tratando-os justamente como uma unidade, além de fazer paralelamente outros tipos de construções harmônicas:

> Schoenberg descobriu uma nova técnica harmônica através da qual acordes poderiam ser formados a partir de grupos de 3 ou mais notas adjacentes. Ele descobriu uma forma de orientação harmônica que tem tais estranhos links com o passado que nós começamos a perguntar se, em vez de tomarmos uma nova direção, nós tomamos um longo caminho tortuoso em direção a algo que pensávamos ter deixado para trás para sempre[234]. (ROCHBERG, 1959, p. 219).

Esta nova técnica harmônica apontada por Rochberg pode ser vista na figura a seguir:

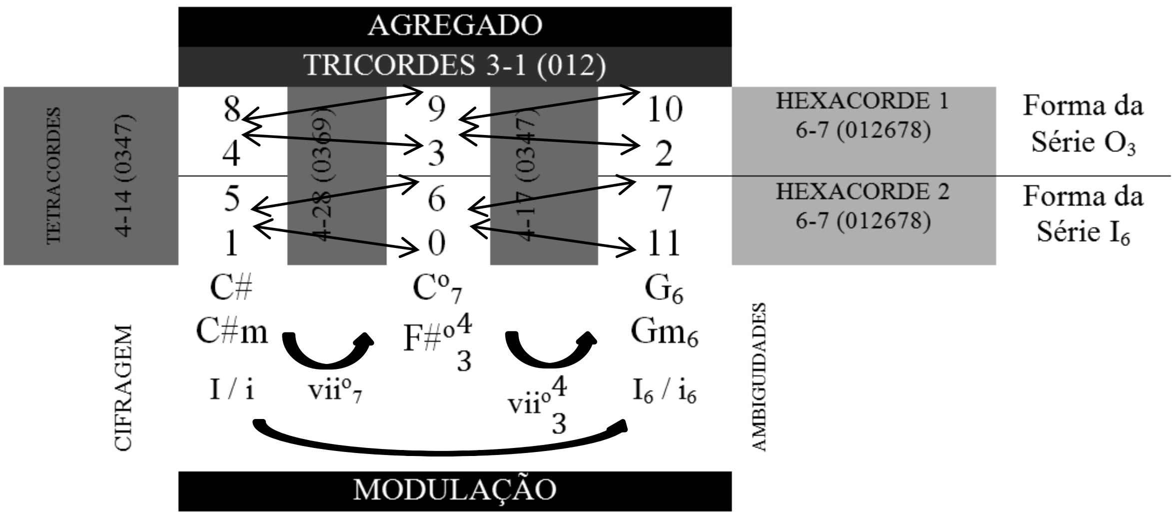



Figura 174 - Interpenetração do Vertical com o Horizontal no Op. 50b de Schoenberg

Na figura 174 podemos observar o primeiro agregado formado pelos dois primeiros hexacordes combinatoriais absolutos 6-7 de 2º. ordem, equivalentes ao tropo 8, de 2º classe, pertencentes a duas formas da série relacionadas por combinatoriedade inversional que estariam dispostas simultaneamente, $O_3$ e $I_6$[235]. Diante de flexibilidades no ordenamento, os

da Combinatoriedade são encontrados exemplos do Quarto Quarteto de Cordas de Schoenberg Op. 37. Portanto, Rochberg apresenta uma importante alternativa para que obtenhamos outros exemplos tanto da Combinatoriedade quanto do Dodecafonismo de Schoenberg, principalmente nestas duas obras em que as duas técnicas se encontram um pouco mais "amadurecidas".

[234] *"Schoenberg discovered a new harmonic technique [...] by means of which chords could be formed out of groups of 3 or more adjacent notes [...]. He discovered a form of harmonic orientation which has such strange links with the past that we [...] begin to wonder if, instead of taking a new direction, we have taken a long circuitous route only to something we thought we had left behind for good".*

[235] É importante frisar que nesta obra Schoenberg utiliza-se de todos os pontos de inversão possíveis através dos quais o hexacorde combinatorial absoluto 6-7 (012678) é capaz de se autocomplementar. Tal fato não pode ser

hexacordes são dispostos de maneira que as quatro porções tricordais (horizontais), duas pertencentes a cada um dos hexacordes, se encontram sobrepostas, neste caso todos pertencentes à classe de conjunto 3-1 (012), um tricorde combinatorial absoluto. Devido a esta disposição, três tetracordes são formados verticalmente, dois representantes do tetracorde semicombinatorial 4-14 (0347) nas extremidades e o tetracorde combinatorial absoluto 4-28 (0369) no centro. O estranho link com o passado mencionado por Rochberg é por ele apontado ao demonstrar que, paralelamente à combinatoriedade (neste caso, a "construção de agregados através de hexacordes correspondentes de formas da série distintas) e através do uso de condução de vozes, Schoenberg encadeia acordes segundo princípios tonais. Se considerarmos o primeiro tetracorde representante de 4-14 como um acorde de Dó Sustenido cujo modo é ambíguo, ao mesmo tempo maior e menor - uma espécie intenção bitonal - e o mesmo para o outro representante de 4-14, neste caso o acorde de Sol (também de modo ambíguo) na primeira inversão, o acorde central - o tetracorde 4-28, a tétrade diminuta - poderia servir ao mesmo tempo como acorde de *vii*$^{o}$*7* do Dó Sustenido (B#$^{o}$*7*) e como *vii*$^{o}$ na terceira inversão (F#$^{o}$) do Sol (na primeira inversão). Entre eles a tétrade diminuta proporcionaria então uma espécie de modulação bidirecional e seus dois intervalos de trítonos integrantes (indicados pelas setas finas e azuis) teriam resolução como na música tonal tradicional.

Aqui é importante destacar a importância do que chamei de "derivação rochberguiana". Se considerarmos que esta flexibilidade no ordenamento efetuada por Schoenberg pode ser resumida à tal "troca de notas" entre hexacordes apontada por Rochberg anteriormente e que transforma um tropo no outro, as propriedades combinatoriais de diversos conjuntos podem ser exploradas simultaneamente através deste processo com intuito diversos. Neste âmbito Rochberg aponta uma possível disposição dos tricordes da série utilizada por Schoenberg no seu Op. 50*b*, baseada no hexacorde gerador combinatorial absoluto de segunda ordem 6-7 (012678). Como pode ser visto na figura 175, através da liberdade na disposição dos quatro representantes do tricorde combinatorial absoluto 3-1 (012) o hexacorde combinatorial absoluto 6-1 (012345) de primeira ordem pode ser posto em evidência. Tal fato se dá devido ao tricorde combinatorial absoluto 3-1 (012) ser simultaneamente gerador de ambos

visto nas obras anteriores. Portanto, nesta obra, última obra composta por ele, bem como nos rascunhos do seu Op. 50*c,* Schoenberg já estava consciente das propriedades combinatoriais dos hexacordes utilizados.

hexacordes combinatoriais absolutos 6-7 (012678) e 6-1 (012345)[236]. Portanto, este intercâmbio de notas ou flexibilidade de ordenamento torna-se uma ferramenta imprescindível, o que chamou de "interpenetração do horizontal com o vertical"[237].

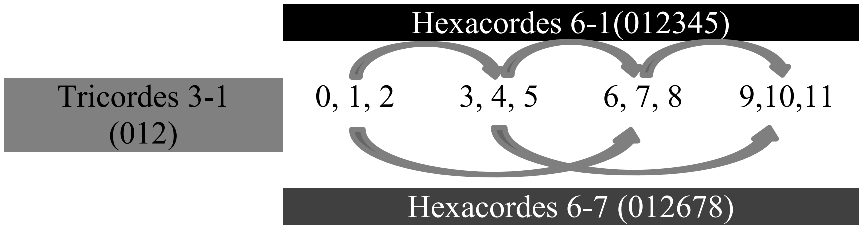



Figura 175 - Tricorde combinatorial absoluto 3-1 simultaneamente gerador dos hexacordes combinatoriais absolutos 6-1 (012345) e 6-7 (012678)

Posteriormente, Rochberg discute sobre os motivos pelo qual Schoenberg desenvolve a combinatoriedade, apontando-a como consequência inevitável do seu intuitivo não uso de dobramentos em oitavas. Outro importante ponto levantado por Rochberg diz respeito à "inata propensão contrapontística" de Schoenberg, fato que o levou a descobrir este novo princípio harmônico derivado do hexacorde.

Por fim, ele apresenta um interessante apanhado cronológico do método dodecafônico que merece aqui ser apontado:

| Tópicos | Apanhado cronológico |
|---|---|
| 1 | O seguimento da premissa de se manter um ordenamento fixo das 12 classes de notas. |
| 2 | A divisão da série em grupos de 3, 4 e 6 classes de notas. |
| 3 | O uso das propriedades combinatoriais dos hexacordes inversamente simétricos; |
| 4 | A flexibilidade na premissa do ordenamento fixo, principalmente dentro dos hexacordes agora tidos como unidades de construção dodecafônica, que não afetam as propriedades combinatoriais. |

(continua)

[236] Babbitt (1955) abre esta lacuna ao considerar a possibilidade do uso simultâneo das propriedades combinatoriais pertencentes a conjuntos de cardinalidades diversas que podem ter relação derivacional (neste caso tricordes combinatoriais absolutos que são geradores de hexacordes combinatoriais absolutos que são dispostos verticalmente em tetracordes, formando um agregado com relações estruturais mais complexas): o que chamei derivação combinatorial. O autor abre também a lacuna das "trocas de notas" entre hexacordes abordadas por Rochberg ao considerar a transposição de classes de notas específicas de um dado hexacorde fonte combinatorial absoluto para transforma-lo em outro (segundo viés, figura 5) mas com uma aplicação relacionada ao uso destes hexacordes para implicações estruturais (região combinatoriais), podendo ser mensurado o grau de proximidade entre eles. Martino (1961) trata exclusivamente sobre o tema.

[237] Diante da simultaneidade de relações embutidas nestas obras de Schoenberg, basicamente devido ao que Rochberg chamou de "interpenetração do vertical com o horizontal", Schoenberg é capaz de evidenciar certas relações que considera mais importantes. Portanto, para manter a harmonia baseada em elementos tonais demonstrada na Fig. 174 Schoenberg pode cambiar as notas entres os hexacordes deixando outro hexacorde em evidência diferente do gerador da série original tal como na Fig. 175.

| | |
|---|---|
| 5 | A descoberta do que chamou de “lei da invertibilidade” que mantém parceiros intervalares dentro do hexacorde e seu espelho e da quantidade de níveis transpositivos a que cada hexacorde pode se autocomplementar por inversão. |
| 6 | A descoberta da tendência harmônica do hexacorde inversamente espelhado resulta um novo conceito da ordem vertical. |

Tabela 43 - Apanhado cronológico acerca do dodecafonismo visto em Rochberg (1959)

É interessante destacar, também, a particular linguagem utilizada por Rochberg neste artigo. Após ter sua monografia criticada por Perle (1957), principalmente no que diz respeito a uma falta de conhecimento de outras abordagens dodecafônicas tangentes aos hexacordes inversionalmente simétricos (dentre outros fatores), Rochberg supre grande parte dos pontos por Perle levantados (principalmente relacionados aos tropos de Hauer e às séries fontes de Babbitt) apresentando o conteúdo de maneira clara, optando pelo uso de uma linguagem literal - equilibrando conteúdo teórico e análises alicerçadas em exemplos musicais de obras relevantes para o tema da presente pesquisa - em detrimento de um adensamento puramente matemático e abstrato acerca do sistema dodecafônico (algo bastante comum nos artigos que tratam sobre o tema). Apesar disso, o autor ainda não usa certos termos e conceitos que já estavam disponíveis na literatura, tal como a classificação dos conjuntos (principalmente hexacordes) em semicombinatoriais e combinatoriais absolutos que foram aqui apresentados. Adicionalmente, observando somente a tendência harmônica do hexacorde (objetivo do artigo), o autor pouco discorre sobre os tetracordes e principalmente tricordes que são simultaneamente evidenciados por Schoenberg em seu Op. 50*b* e que são também relevantes[238], bem como a possibilidade de outras operações além da inversão para construção de agregados[239]. Apesar disso apresenta outro ponto de vista acerca da derivação entre conjuntos que é relacionada à troca de notas entre hexacordes correspondentes, o que chamei de “derivação rochberguiana”, de importância imprescindível para o tema pesquisado.

[238] As lacunas deixadas por Rochberg (já deixadas também por Babbitt em 1955) no que diz respeito ao que chamei de “derivação combinatorial” vão ser preenchidas por Martino (1961).

[239] Apesar de Schoenberg ter se utilizado da combinatoriedade entre formas da série inversionalmente relacionadas, aparentemente Rochberg utiliza o termo em inglês “*mirror*” relacionando única e exclusivamente à inversão, daí o uso da quantidade dos “*points of inversion*” para classificação dos tropos em classes. Schoenberg (1941) considera como “*mirror*” não somente as formas invertidas das séries, como também as retrógradas e retrógrado invertidas.

### "*Re: The Intervallic Content of a Collection of Notes, Intervallic Relations between a Collection of Notes and Its Complement: An Application to Schoenberg´s Hexachordal Pieces*" (LEWIN, 1960)

Neste artigo, uma continuação do seu artigo "*Re: Intervallic relations between two collections of notes"* (1959), Lewin apresenta inicialmente o conceito de complemento de uma coleção: "se P é uma coleção de notas, o complemento de P é uma coleção de todas as notas não contidas em P"[240]. Posteriormente, partindo do conceito de função intervalar apresentado no artigo anterior, *m*(*i*), Lewin chega à ideia de conteúdo intervalar[241]. Ele o considera como uma função intervalar de uma dada coleção com ela mesma.

Desta vez, para o desenvolvimento do seu escrito, Lewin parte de um questionamento guia: se duas coleções P e Q (de seis ou menos notas) possuem o mesmo conteúdo intervalar (p(*i*) = q(*i*)) para todo e qualquer *i*, quais as suas relações? Como resposta o autor apresenta 5 possibilidades de relacionamento entre estas duas coleções.

Na primeira possibilidade apresentada (1) "Q é uma transposição ou inversão de P"[242]. Na segunda possibilidade - (2) "P e Q são hexacordes complementares" – Lewin observa uma propriedade que foi comprovada por Kassler (1961)[243] e investigada por Forte (1964): o "*Hexacord Theorem".* Nas outras 3 possibilidades apresentadas Lewin observa o que depois Forte (1964) chamou de relação-z[244] dos tetracordes 4-Z15 (0146) e 4-Z29 (0137), e dos

---

[240] *"If P is a collection of notes, the complement of P is defined to be the collection of all notes not in P."* (LEWIN, 1960, p. 99)*."* É válido ressaltar que a ideia de complementação é diretamente relacionada à combinatoriedade (ex.: um conjunto é dito ter combinatoriedade original se se autocomplementar por transposição, inversiva se por inversão). A complementação, vista sobre outro prisma, foi usada ao fim de Babbitt (1955) para definir as operações I, R e RI.

[241] É importante destacar que Babbitt (1955) já apresenta uma investigação acerca do conteúdo intervalar dos hexacordes fontes combinatoriais absolutos relacionados à suas classificações quanto a ordem. Além disso, um meio para se obter e descrever facilmente o conteúdo intervalar de um conjunto foi desenvolvido por Martino (1961). Esta forma de se expressar o conteúdo intervalar de um conjunto ficou conhecido posteriormente por vetor intervalar, termo talvez introduzido por Forte em seu importante artigo de 1964, "*Theory of Set Complexes"*, uma vez que Martino não se utiliza do termo no seu escrito.

[242] Esta propriedade pode ser vista em Straus (2013, p. 98) na qual o autor afirma que "dois conjuntos quaisquer relacionados por transposição e inversão devem ter o mesmo conteúdo intervalar".

[243] Apesar de apresentada por Lewin, foi Kassler (1961) quem provou matematicamente o "*Hexachord Theorem*". Kassler (1961) ainda o chama de "*Babbitt´s Hexachord Theorem"*, atribuindo a este último a observância da propriedade.

[244] Segundo Forte (1973, p. 211), relação-z refere-se ao par de conjuntos com o mesmo vetor intervalar, mas que não pode ser redutível à mesma forma prima. Segundo Straus (2013, p. 98), o "z" é a abreviatura do termo "zigóteno" (ou geminado).

pentacordes 5-Z36 (01247), 5-Z38 (01258), 5-Z18 (01457) e 5-Z37 (03458)[245]. Sobre os tetracordes supracitados por Lewin apresentados ele ainda observa uma característica relacionada ao seu conteúdo intervalar visto que são tetracordes contendo todos os intervalos ("*all-interval tetrachords*")[246].

Por fim Lewin aponta que uma dada coleção P é caracterizada pelo função intervalar entre P e seu complemento (P'), ressaltando dois pontos importantes tangentes à combinatoriedade schoenberguiana: (1) o necessário papel da associação de classes de notas por meios diversos nas músicas de combinatoriais de Schoenberg para diferenciar os hexacordes complementares dos agregados formados[247], e (2) o papel da função intervalar entre P e P' como elemento identitário que eclode no caso em que hexacordes são apresentados com flexibilidade no ordenamento (tal como em Schoenberg Op. 50*b*)[248].

## "*Twelve-tone invariants as compositional determinants*" (BABBITT, 1960)

Babbitt, expandindo uma das ideias apontadas em seu "*Some Aspects [...]*" (1955), inicia "*Twelve-tone Invariants [...]*" (1960) com a consideração do dodecafonismo como um sistema, que pode ser caracterizando indicando[249]: (1) seus elementos (as doze classes de notas); (2) a(s) relação(ões) estipulada(s) entre esses elementos (imposição de um

---

[245] Além dos quinze pares de hexacordes, dois pentacordes z-relacionados não foram observados por Lewin: os pentacordes 5-Z17 (01348) e o 5-Z37 (03458). Ambos compartilham mesmo conteúdo (vetor) intervalar: 212320. Lewin aponta seu não entendimento no que diz respeito ao comportamento destes pentacordes. Além disso, é interessante frisar que neste artigo a proposta era observar as relações entre conteúdos intervalares de conjuntos com seis ou menos notas. Daí também a não observância das relações-z entre octacordes, septacordes e etc.

[246] Babbitt (1955) já havia apontado esta característica ao tratar dos hexacordes, utilizando o termo *all-interval sets* tal como em Lewin (1960), sem um aprofundamento.

[247] É importante destacar que a combinatoriedade não é somente a formação de agregado, mas sim, a evidenciação paralela do processo de formação através de associações diversas de classes de notas, como por exemplo, o citado caso da distinção entre P e P' apontado por Lewin (1960) e já apontado por Schoenberg (1941) e Babbitt (1955). Kassler (1961) também ressalta o mesmo ponto.

[248] Lewin aponta que, neste caso de maleabilidade de ordenamento, a função intervalar entre hexacordes complementares "irá provavelmente exercer uma efeito aural à longo prazo". Como este hexacorde (ou dois z-relacionados) é (são) base para a única série da obra, a função intervalar entre P e P' se mantém entre estes hexacordes complementares e entre os hexacordes complementares das formas da série invertidas e transpostas utilizadas. Daí a ideia de "identidade" aural de uma peça. Esta identidade hexacordal é similarmente comentada por Rochberg (1959).

[249] Para Babbitt esta caracterização define a intersecção processual máxima entre os clássicos trabalhos dodecafônicos de Schoenberg, Webern e Berg, apresentada verbalmente no início do dodecafonismo.

ordenamento linear sobre as 12 classes de notas); e (3) as operações definidas sobre os elementos relacionados (transposição, inversão, retrógrado e retrógrado da inversão)[250].

A partir disso aponta como objetivo do artigo o exame do que chamou de algumas invariantes operacionais, o que conceituou como "propriedades de uma série que são preservadas sob uma dada operação, bem como aqueles relacionamentos entre a série a forma da série operacionalmente transformada que são inerentes a uma dada operação"[251, 252].

Inicialmente apresenta as invariantes relacionadas com a operação de transposição[253]:

**(1)** A operação T aplicada a uma série causa-lhe um total desarranjo de ordenamento mas preserva sua série de intervalos:

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_0$: | 0 | 6 | 7 | 1 | 2 | 8 | 9 | 3 | 4 | 10 | 11 | 5 |
| Intervalos: | 6 | 1 | 6 | 1 | 6 | 1 | 6 | 1 | 6 | 1 | 6 | |
| $O_5$: | 5 | 11 | 0 | 6 | 7 | 1 | 2 | 8 | 9 | 3 | 4 | 10 |
| Intervalos: | 6 | 1 | 6 | 1 | 6 | 1 | 6 | 1 | 6 | 1 | 6 | |

Figura 176 - Série invariante de intervalos

**(2)** (*t´*s) complementares produzem o mesmo número de inversões de ordem entre pares de números de ordem de uma dada série.

---

250 É importante destacar que Babbitt utiliza alguns conceitos matemáticos para tratar do tema, principalmente relacionada a Teoria de Grupos Finitos e Sistemas Formais. Inicialmente considera o sistema dodecafônico como um "sistema formal cujo modelo abstrato é satisfatoriamente formulável". Posteriormente trata o sistema dodecafônico como um sistema musical permutacional, distinguindo-o - através do uso total das 12 classes de notas e da imposição de ordenamento - dos sistemas musicais combinacionais do passado. Adiante trata da necessidade de se ter consciência da natureza permutacional do sistema, utilizando-se das diferenças entre a transposição operada no sistema tonal - que, fora a transposição identidade, gera uma nova coleção de classes de notas, mantendo o contorno - e a operada no sistema dodecafônico – que mantém a mesma coleção somente permutando as classes de notas (ou seus ordenamentos). Assim, como considera as 12 formas transpostas de uma série como constituintes de um grupo permutacional de ordem 12, Babbitt apresenta o conceito de Grupo e de Sistema, suas propriedades (fechamento, associatividade, identidade, inversividade, transitividade e associatividade).

251 *"proprieties of a set that are preserved under the operation, as well as those relationships between a set and the so-operationally transformed set that inhere in the operation [...] which may termed "musical invariants" (BABBITT, 1960, p. 250).*

252 Estas invariantes operacionais abordadas são geralmente invariâncias segmentais (classes de notas) e intervalares.

253 Antes de apresentar estas propriedades é importante ressaltar que Babbitt utiliza uma notação de inteiros para representar as notas da série baseada no par ordenado (*a*, *b*), sendo *a* o número que representa o ordenamento e *b* o número que representa a classe de notas. Assim, considera a alternativamente a Transposição como a operação *a*, *b* + t, onde *t* é o número de transposição.

| Sucessão de números de ordem de $O_4$ | Inversões de Ordem | Sucessão de números de ordem de $O_8$ | Inversões de Ordem |
|---|---|---|---|
| 7 | 0, 1, 3, 2, 5, 4, 6 | 2 | 0, 1 |
| 10 | 0, 9, 1, 3, 8, 2, 5, 4, 6 | 4 | 0, 3, 1 |
| 0 | | 7 | 5, 0, 6, 3, 1 |
| 9 | 1, 3, 2, 5, 4, 6 | 5 | 0, 3, 1 |
| 1 | | 10 | 9, 0, 6, 3, 1, 8 |
| 3 | 2 | 9 | 0, 6, 3, 1, 8 |
| 8 | 2, 5, 4, 6 | 11 | 0, 6, 3, 1, 8 |
| 2 | | 0 | |
| 11 | 5, 4, 6 | 6 | 3, 1 |
| 5 | 4 | 3 | 1 |
| 4 | | 1 | |
| 6 | | 8 | |
| Total de inversões | 32 | = | 32 |

Tabela 44 - Quadro de inversões de ordem

Dada a série $O_0$ [0,0; 1,9; 2,8; 3,2; 4,5; 5,10; 6,11; 7,4; 8,3; 9,6; 10,1; 11,7] e suas formas da série transpostas utilizando-se os *t´*s complementares 4 e 8, equivalentes à $O_4$ [7,4; 10,1; 0,0; 9,6; 1,9; 3,2; 8,3; 2,8; 11,7 5,10; 4,5; 6,11] e $O_8$ respectivamente, ambas tem 32 inversões de ordem[254], como pode ser visto na tabela anterior.

**(3)** (*t´*s) complementares produzem o mesmo número de adjacências em relação à série base, ambas as adjacências ordenadas e reversas. Na figura posterior, os pares de classes de notas [3, 9] e [4, 10] da série original $T_0$ permanecem adjacentes e com intercâmbio de ordenamento nas formas da série $T_1$ e $T_{11}$ (*t´*s complementares) respectivamente. Invariâncias deste gênero são possíveis caso seja utilizada a propriedade seguinte:

> Se um conjunto possui classes de notas sucessivas representadas por números correspondentes a classes de notas a e b, e classes de notas sucessivas representadas por números correspondentes a classes de notas c e d (c pode ou não ser igual a b, e semelhantemente para d e a), e se b – a = d – c, então há um t tal que a + t = c, e b + t = d, de modo que em t, a e b são associados com os números de ordem originais de c e d, e então segue que sob 12 – t, c e d são associados com os números de ordem originais de a e b.255(BABBITT, 1960, p. 250).

[254] Segundo Babbitt (1955), inversão de ordem é a relação entre pares de números de ordem que violam a normal relação ascendente de uma dada série. Como exemplo, uma ordem ascendente natural seria 0, 1, 2. Caso 0, 2, 1, o 0 estaria naturalmente antes dos números 2 e 1, sem inversão de ordem. Somente o 2, estando antes do 1, contabilizaria como uma inversão de ordem, sendo que está naturalmente depois do 0.

[255] *"If a set possesses successive pitch classes represented by pitch numbers a and b, and successive pitch classes represented by pitch numbers c and d (c may or may not be equal to b, and similarly for d and a), and if b - a = d - c, then there is at such that a + t = c, and b + t = d, so that under t, a and b are associated with the*

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Números de ordem: | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| | | | | ***a*** | ***b*** | | | ***c*** | ***d*** | | | | |
| Série Original | $\mathbf{T_0}$: | 0 | 1 | 3 | 9 | 2 | 11 | 4 | 10 | 7 | 8 | 5 | 6 |
| Forma da Série | $\mathbf{T_1}$: | 1 | 2 | 4 | 10 | 3 | 0 | 5 | 11 | 8 | 9 | 6 | 7 |
| Forma da Série | $\mathbf{T_{11}}$: | 11 | 0 | 2 | 8 | 1 | 10 | 3 | 9 | 6 | 7 | 4 | 5 |

Figura 177 - Invariâncias segmentais "ordenadas" na série do Prelúdio da Suíte para Piano Op. 25 de Schoenberg

É importante ressaltar que Babbitt aponta a estreita relação entre o que pode ser visto nesta propriedade - grosso modo, onde díades específicas são mantidas adjacentes entre formas da série relacionadas por transposição utilizando-se *t*´s complementares - e as séries combinatoriais[256]:

> [...] não deveria ser esquecido que nesta possibilidade de se manter um par de classes de notas fixas [...] em relação à ordem e conteúdo de notas, há imanente a extensão do conteúdo fixo, seja ele tricorde, tetracorde, hexacorde, e etc., ou, em outras palavras, do conjunto combinatório.[257] (BABBITT, 1960, p. 251).

**(4)** (*t*´s) complementares produzem a mesma quantidade de classes de notas em comum com a série original se comparados os mesmos segmentos[258];

*original order numbers of c and d, and it then follows that under 12 - t, c and d are associated with the original order numbers of a and b."*

[256] A propriedade encontra-se expandida no próprio artigo onde o autor utiliza-se da série exemplo $O_7$ [7, 4, 3, 9, 0, 5, 6, 11, 10, 1, 8, 2] cujo *t* utilizado na transposição (neste caso *t*=6) mantém as seis díades adjacentes com relação série original e com troca de posições, $O_1$ [1, 10, 9, 3, 6, 11, 0, 5, 4, 7, 2, 8]. A notação cíclica com relação à ordem dos intervalos diádicos de $O_7$ enumerados ascendentemente de 1 a 6 para $O_1$ é (1 5) (3 4), ou seja, o quinto e o primeiro intervalos (ou a quinta e primeira díade) cambiaram de posição, o mesmo para o terceiro e o quarto.

[257] "*it should not be overlooked that in this possibility of holding a pair of pitch classes [...] fixed with regard to order and pitch content, there is immanent the extension to the fixed content trichord, tetrachord, hexachord, etc., or, in other words, to the combinatorial set."*

[258] A propriedade é uma simplificação da propriedade apresentada por Babbitt entre as páginas 250 e 251. No exemplo demonstrado pelo autor, comparando o mesmo segmento de 7 notas das formas da série onde são utilizados *t*´s complementares com o segmento de sete notas da série original, é apontado que, além da mesma quantidade de notas em comum, seria mantido um mesmo "padrão de interseção". Ou seja, no caso do trecho $O_7$ [7, 4, 3, 9, 0, 5, 6] exemplificado no artigo, aplicando, como fez Babbitt, os *t*´s complementares 2 e 10 equivalentes à $O_9$ [9, 6, 5, 11, 2, 7, 8] e $O_5$ [5, 2, 1, 7, 10, 3, 4], cada uma destas formas transpostas mantém com $O_7$ quatro classes de notas: [9, 6, 5, 7] e [5, 7, 3, 4] respectivamente. Comparando as classes de notas de $O_9$ com $O_7$ o padrão de interseção (relacionado ao número de ordenamento) seria 0, 1, 2, 5, ou seja, teriam a primeira, segunda, terceira e sexta notas em comum com $O_7$. Comparando $O_7$ com o $O_5$ obtemos o mesmo padrão de interseção 0, 1, 2, 5. No exemplo dado aqui, por ser um curto segmento, o padrão de interseção é somente 0 (primeira classe de nota) para os dois tipos de comparação.

| | | |
|---|---|---|
| Número de Ordem: | 0 | 1 |
| Série Original **T**$_0$: | 0 | 1 |
| Forma da Série **T**$_1$: | 1 | 2 |
| Forma da Série T$_{11}$: | 11 | 0 |

Figura 178 - Notas em comum entre formas da série cujos t´s aplicados são complementares e a série original

Tratando estas invariantes operacionais resultantes da transposição complementar como de “consequência sistemática essencial na teoria da combinatoriedade geral” o autor passa a apresentar propriedades análogas referentes à operação de inversão[259]:

**(5)** Qualquer operação de inversão, independente do *t* utilizado, efetua um intercâmbio de ordenamento entre classes de notas que são inversionalmente correspondentes na série original e invertida[260].

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Números de Ordem: | 0 | ***a*** 1 | ***c*** 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Série Original **T**$_0$: | 0 | ***b*** 9 | (12 – ***b*** + ***t***) 8 | 2 | 5 | 10 | 11 | 4 | 3 | 6 | 1 | 7 |
| Série Invertida a **T**$_5$**I**: | 5 | (12 – ***b*** + ***t***) 8 | ***b*** 9 | 3 | 0 | 7 | 6 | 1 | 2 | 11 | 4 | 10 |

Figura 179 - Permutação de pares de classes de notas causada pela inversão.

Na figura anterior a série é invertida utilizando *t*=5. As classes de notas, vistas verticalmente, 9 em T$_0$ e 8 em T$_5$I ocupam os ordenamentos referentes respectivamente às classes de notas 8 em T$_0$, e 9 em T$_5$I. O mesmo pode ser visto com o restante dos outros pares verticais de classes de notas (a exemplo do par vertical 0 e 5, primeiras notas de ambas as formas da séries que se tornam as quintas notas posteriormente)[261].

**(6)** Como consequência da propriedade anterior, ao atribuirmos valores pares para *t* numa operação de inversão será mantida na série invertida um par de classes de notas

[259] O autor considera a Inversão como uma complementação *mod. 12* de cada classe de notas de uma série. Portanto (*a*, (12 – *b*) + *t*), sendo *a* o número que representa o ordenamento, *b* o número que representa a classe de notas, *t* o número de transposição, onde a operação de Transposição deve ser aplicada após a inversão (IT).

[260] Segundo Babbitt (1955, p. 254), “se (*a, b*) de S é transformado por IT no elemento de ordem correspondente (*a*, (12 - *b*) + *t*), onde (12 –*b*) + *t* pode ou não pode ser igual a *b*, então, o correspondente para (*c*, (12 – *b*) + *t* ) de S é (*c, b*).”

[261] A mesma propriedade pode ser observada ao se executar uma transposição de uma série utilizando-se *t*=6 e justifica-se pelo fato do intervalo de trítono ser o seu próprio complemento.

ocupando a mesma ordem com que estas aparecem na série original, como podemos ver a seguir:

| Inversões com valores de *t* pares | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ordem | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| $O_0$ | 0 | 9 | 8 | 2 | 5 | 10 | 11 | 4 | 3 | 6 | 1 | 7 |
| $T_0I$ | 0 | 3 | 4 | 10 | 7 | 2 | 1 | 8 | 9 | 6 | 11 | 5 |
| $T_2I$ | 2 | 5 | 6 | 0 | 9 | 4 | 3 | 10 | 11 | 8 | 1 | 7 |
| $T_4I$ | 4 | 7 | 8 | 2 | 11 | 6 | 5 | 0 | 1 | 10 | 3 | 9 |
| $T_6I$ | 6 | 9 | 10 | 4 | 1 | 8 | 7 | 2 | 3 | 0 | 5 | 11 |
| $T_8I$ | 8 | 11 | 0 | 6 | 3 | 10 | 9 | 4 | 5 | 2 | 7 | 1 |
| $T_{10}I$ | 10 | 1 | 2 | 8 | 5 | 0 | 11 | 6 | 7 | 4 | 9 | 3 |

Tabela 45 - Uso de t´s pares e classes de notas mantidas no mesmo ordenamento

O mesmo não acontece ao serem utilizados *t*´s ímpares:

| Inversões com valores de t ímpares | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ordem | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| $O_0$ | 0 | 9 | 8 | 2 | 5 | 10 | 11 | 4 | 3 | 6 | 1 | 7 |
| $T_1I$ | 1 | 4 | 5 | 11 | 8 | 3 | 2 | 9 | 10 | 7 | 0 | 6 |
| $T_3I$ | 3 | 6 | 7 | 1 | 10 | 5 | 4 | 11 | 0 | 9 | 2 | 8 |
| $T_5I$ | 5 | 8 | 9 | 3 | 0 | 7 | 6 | 1 | 2 | 11 | 4 | 10 |
| $T_7I$ | 7 | 10 | 11 | 5 | 2 | 9 | 8 | 3 | 4 | 1 | 6 | 0 |
| $T_9I$ | 9 | 0 | 1 | 7 | 4 | 11 | 10 | 5 | 6 | 3 | 8 | 2 |
| $T_{11}I$ | 11 | 2 | 3 | 9 | 6 | 1 | 0 | 7 | 8 | 5 | 10 | 4 |

Tabela 46 - Uso de t´s ímpares e classes de notas mantidas no mesmo ordenamento

A partir desta propriedade Babbitt então apresenta uma importante condição necessária para combinatoriedade inversional hexacordal: "a soma dos números de classes de notas de mesmo número de ordem em formas da série inversionalmente relacionadas deve ser ímpar" (BABBITT, 1960, p. 254)[262].

[262] *"It is for this reason that a necessary condition for hexachordal inversional combinatoriality is that the sum of the set numbers of the same order number in the I related sets be odd."* É interessante destacar que isto explica uma propriedade que foi brevemente exposta por Perle (1957), reformulando Rochberg (1955), reapresentada por Verral (1962) sob outro ponto de vista.

**(7)** Ainda a partir da propriedade (2) anterior, no caso do uso de *t´*s pares, uma das classes de notas fixas serão equivalentes a metade do *t* utilizado e a distância entre as duas notas fixas com relação ao ordenamento na série base será de um trítono:

| Inversão com valor de *t* par | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ordem | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| $O_0$ | 0 | 9 | 8 | 2 | 5 | 10 | 11 | 4 | 3 | 6 | 1 | 7 |
| $T_4I$ | 4 | 7 | 8 | **2*** | 11 | 6 | 5 | 0 | 1 | 10 | 3 | 9 |
| Intervalo | | | 6 | | | | | *Metade de *t*=4. | | | | |

Figura 180 - Uso de t´s pares, classes de notas mantidas no mesmo ordenamento, o trítono as classes mantidas, e a classe de notas equivalente a metade de t

**(8)** Cada intervalo entre as classes de notas da mesma ordem na forma da série original e a invertida ocorre duas vezes e são ou todos pares ou todos ímpares[263]:

| Inversão com valor de *t* par | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_0$ | 0 | 9 | 8 | 2 | 5 | 10 | 11 | 4 | 3 | 6 | 1 | 7 |
| Intervalos | 4 | 10 | 0 | 0 | 6 | 8 | 6 | 8 | 10 | 4 | 2 | 2 |
| $T_4I$ | 4 | 7 | 8 | 2 | 11 | 6 | 5 | 0 | 1 | 10 | 3 | 9 |
| Padrão Inter. | *a* | *b* | *c* | *c* | *d* | *e* | *d* | *e* | *b* | *a* | *f* | *f* |
| **Inversão com valor de *t* ímpares** | | | | | | | | | | | | |
| $O_0$ | 0 | 9 | 8 | 2 | 5 | 10 | 11 | 4 | 3 | 6 | 1 | 7 |
| Intervalos | 1 | 7 | 9 | 9 | 3 | 5 | 3 | 5 | 7 | 1 | 11 | 11 |
| $T_1I$ | 1 | 4 | 5 | 11 | 8 | 3 | 2 | 9 | 10 | 7 | 0 | 6 |

Figura 181 - Intervalos todos pares (a) e todos ímpares (b) ocorrendo duas vezes.

**(9)** Classes de notas na série original que distam um trítono estão associadas com o mesmo intervalo (vertical) determinado pelo elemento de mesma ordem na série invertida:

| Inversão com valor de *t* par | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ordem | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| $O_0$ | 0 | 9 | 8 | 2 | 5 | 10 | 11 | 4 | 3 | 6 | 1 | 7 |
| Intervalos Vert. | 4 | 10 | 0 | 0 | 6 | 8 | 6 | 8 | 10 | 4 | 2 | 2 |
| $T_4I$ | 4 | 7 | 8 | 2 | 11 | 6 | 5 | 0 | 1 | 10 | 3 | 9 |
| Intervalo Horiz. | | | 6 | | | | 6 | | | | | |

Figura 182 - O trítono horizontal e o mesmo intervalo vertical

**(10)** Formas da série I-relacionadas com igual soma de classes de notas iniciais (mod. 12) mantém fixas as mesmas díades verticais[264]:

---

[263] Note no quadro 9 que o padrão intervalar é o mesmo entre a e b devido a invariância na série de intervalos. Se atribuirmos uma letra a cada intervalo teremos a, b, c, c, d, e, d, e, b, a, f, f.

[264]O uso de algumas destas propriedades relacionadas as invariâncias sob inversão é demonstrado em obras de Webern (Variações para Piano e Quarteto, Op. 22).

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Inversão com valor de *t* par | | | | | | | | | | | | | |
| $O_0$ | | + | 0 | 9 | 8 | 2 | 5 | 10 | 11 | 4 | 3 | 6 | 1 | 7 |
| | $T_4I$ | | 4 | 7 | 8 | 2 | 11 | 6 | 5 | 0 | 1 | 10 | 3 | 9 |
| | *t*= | | 4 | | | | | | | | | | | |
| Inversão com valor de *t* par | | | | | | | | | | | | | |
| $O_{10}$ | | + | 10 | 7 | 6 | 0 | 3 | 8 | 9 | 2 | 1 | 4 | 11 | 5 |
| | $T_6I$ | | 6 | 9 | 10 | 4 | 1 | 8 | 7 | 2 | 3 | 0 | 5 | 11 |
| | *t*= | | 4* | | | | | | | *16 (mod. 12) = 4 | | | | |

Figura 183 - Díades verticais mantidas entre formas da sério original e I-relacionada cujas somas das notas iniciais são iguais e equivalem a 4 (mod.12)

**(11)** Se (*a,b*) e (*a* + 1,*c*) são dois elementos sucessivos[265] de uma dada série, e (*d, e*) é um elemento de um conjunto I-relacionado então a sucessão intervalar entre *b* e *e*, *c* e *e* é idêntica com a sucessão entre *g* e *f*, h e *f*, definida por (*d*, *f)* do conjunto inicial, e (*a*,*g)* e (*a*+1, *h*) do conjunto I-relacionado".

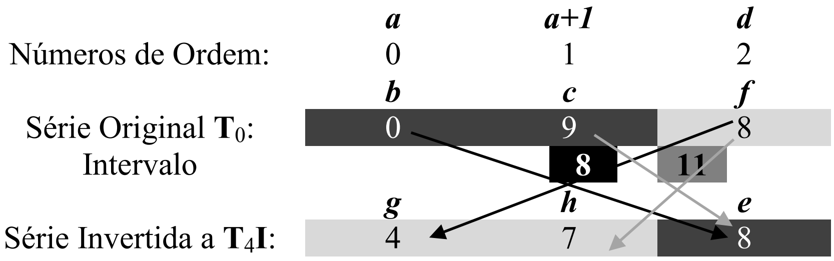


Figura 184 - Permutação de pares de classes de notas causada pela inversão

Na figura acima, os entre os dois primeiros elementos de $T_0$ - 0, 9 ou *b* e *c* - e o terceiro elemento de $T_4I$ – 8 ou *f* - equivalentes à 8 e 11 respectivamente, é igual à distância entre o terceiro elemento de $T_0$ – 8 ou *e* – e os dois primeiros elementos de $T_4I$ – 4 e 7 ou *g* e *h*[266].

Posteriormente a apresentação destas propriedades relacionadas às invariâncias que surgem a partir das operações T e I, Babbitt apresenta um exemplo no ambos os tipos de invariâncias diádicas podem ser usadas simultaneamente. Posteriormente apresenta uma brevíssima discussão sobre as operações R e RI e sobre a possibilidade de aplicação destas

[265] Os elementos não precisam ser sucessivos, para isso basta, onde houver *a* + 1, substituir o 1 pela distância preferida.

[266] A propriedade (8) da invariância relacionada a operação de inversão, cuja complexidade reflete nos propósitos para uma aplicabilidade composicional, é dita existir na obra "*Contrapunctus Secundus"*, do "*Quaderno Musicale di Annalibera"*, de Luigi Dallapiccola, sem uma exemplificação tal como ocorreu com as obras de Webern. O autor aponta somente que Dallapiccola a utiliza "como meio de desdobrar a mesma progressão intervália pelas duas partes canônicas, ao mesmo tempo em que inverte sua relação de prioridade temporal" (BABBITT, 1960, p. 257).

operações permutacionais do sistema dodecafônico no que diz respeito às suas invariâncias em elementos que não sejam a altura.

Por fim, a partir das propriedades relacionadas às invariâncias operacionais apresentadas, que representam o que chamou de "identificação do horizontal com o vertical", Babbitt aponta a importância essencial do assunto apresentado: (1) no âmbito analítico, para reconstrução racional das composições, e (2) no âmbito composicional, para compreensão e domínio dos materiais dos sistema.

Apesar de "*Twelve-tone [...]*" estar mais tangente às invariâncias do que à combinatoriedade em si, é importante ressaltar a já comentada estreita relação entre invariâncias segmentais como as aqui apresentadas e a combinatoriedade[267]. Neste âmbito, a relevância do artigo reside na possibilidade de poder ser considerado como uma expansão de Babbitt (1955), não somente no que diz respeito a abordagem do dodecafonismo como um sistema (permutacional) e uma discussão ampliada (no tangente às invariâncias) das operações T, I, R e RI aplicada a este sistema, mas também no que diz respeito ao preenchimento progressivo da lacuna na classificação das séries/conjuntos fontes em combinatoriais absolutos e semicombinatoriais. A partir do automapeamento diádico tanto horizontal (por transposição) quanto vertical (por inversão) Babbitt introduz a investigação acerca da capacidade de automapeamento de conjuntos pelas operações de transposição e inversão, condições necessárias para a classificação das combinatoriedades R e RI respectivamente. Informações referentes a esta classificação só irão ser complementadas pelo autor em seu artigo de "*Set Structure as a Compositional Determinant*"[268]. Além disso, se comparado com "*Some Aspects [...]*", neste artigo Babbitt utiliza-se de uma linguagem mais complexa principalmente devido ao uso de fundamentos da matemática avançada (basicamente tangente à teoria de grupo finito e sistemas formais) como suporte à investigação e enunciação das propriedades por ele apresentadas.

[267] É importante destacar que este é um dos pontos que podem ser considerados como A relação entre a Combinatoriedade e Invariância foi também discutida em Ourives (2013).

[268] Além disso, outra relevância do artigo tratando-se da combinatoriedade reside no fato de que Schoenberg, paralelamente ao uso da técnica, utiliza-se "intuitivamente" de algumas das propriedades apresentadas relacionadas a inversão em suas últimas obras. Rochberg (1959) aponta indícios do uso destas propriedades de invariâncias sob inversão no Op. 45 de Schoenberg.

## "*Set Structure as a Compositional Determinant*" (BABBITT, 1961)

Babbitt inicia "*Set Structure [...]*" apontando como proposta o fornecimento de maiores explicações e a expansão dos elementos apresentados em seus dois artigos anteriores, Babbitt (1955 e 1960), ressaltando como objetivo principal a investigação dos "atributos da estrutura da série que são mantidos sob operações sistemáticas somente devido à particular natureza da série"[269] (BABBITT, 1961, p. 73).

No tangente à explicação e complementação do que foi visto em "*Some Aspects [...]*" (1955) – a combinatoriedade hexacordal inversional presente no início do terceiro movimento do Quarto Quarteto de Cordas, Op. 37, de Schoenberg - o autor apresenta, através de uma série de expressões matemáticas, tal como a linguagem utilizada "*Twelve-tone [...]*" (1960), inicialmente as condições para classificação da combinatoriedade hexacordal inversional, seguindo para as demais combinatoriedades hexacordais retrógrada, retrógrado-inversional e original. Diante da importância deste conteúdo para a combinatoriedade[270], ele será sumarizado à seguir, seguindo a ordem e numerações das expressões/propriedades apresentadas por Babbitt tal como aparecem no artigo:

**(1.1)** A combinatoriedade hexacordal inversional (CHI de agora em diante) é apresentada através da propriedade/condição $H_0 + T_tIH_0 = A$, onde $H_0$ é o hexacorde inicial, + é a operação de união, T é a operação de transposição, *t* é a variável utilizada por Babbitt que representa o intervalo, número ou nível de transposição[271], I é a operação de inversão[272] e A representa um agregado qualquer. Grosso modo, pode ser enunciada através da capacidade de um hexacorde em se unir a uma forma invertida e transposta dele mesmo para formar um agregado, ou seja, sua capacidade de autocomplementar-se por inversão[273].

[269] *"[...] those attributes of set structure which maintain under the systematic operations only by virtue of the particular nature of a set [...]".* É importante destacar que em seu artigo anterior, "*Twelve-tone*" (1960), foram observadas as invariâncias (de classes de notas, díades, intervalos e ordenamentos) causadas pelas operações (T e I) quando aplicadas às séries independente de sua estrutura.

[270] Esta importância reside na compreensão das vias através das quais a classificação dos tipos de combinatoriedades hexacordais O, I, R e RI foi traçada. Outro autores apresentam estas classificações tanto através do uso de expressões matemáticas tal como Babbitt, como no caso de Martino (1961), inclusive com o uso de outros símbolos e através de outra abordagem ainda mais complexa, tanto de maneira literal e muito mais simplificada como Straus (2013).

[271] Straus (2013) utiliza como variável para esse mesmo fim a letra n.

[272] Uma vez que as operações T e I não comutam, a operação I deve ser aplicada anteriormente a T.

[273] Babbitt apresenta outras possibilidades de definição satisfatória da CHI, como por exemplo $H_0 \cdot T_tIH_0 = Ø$, onde " · " significa interseção e "Ø" o conjunto vazio. Enunciada verbalmente seria o equivalente a apontar que

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $H_0$ | 0 | 1 | 2 | 6 | 7 | 8 |
| + | | | + | | | |
| $T_5IH_0$ | 5 | 4 | 3 | 11 | 10 | 9 |
| A | Agregado | | | | | |

Figura 185 - Demonstração da propriedade (1.1), CHI

**(2.1)** Mais especificamente no que tange ao *t* que satisfaz a CHI surge a segunda propriedade: $t = a + b$ (mod. 12), sendo *t* necessariamente ímpar[274], *a* uma classe de notas presente no primeiro hexacorde ($H_0$ ou hexacorde 1) e *b* uma classe de notas presente em posição equivalente no hexacorde inversamente relacionado ao primeiro ($H_6$, segundo ou hexacorde 2). Grosso modo, o *t* que satisfaz a CHI deve ser um número ímpar igual à soma de duas classes de notas inversionalmente correspondentes presentes cada uma em um dos hexacordes complementares inversionalmente relacionados[275], como pode ser visto na figura a seguir:

| Combinatoriedade Inversional no Hexacorde 6-7 (012678) | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Hexacorde "1" | a | 0 | 1 | 2 | 6 | 7 | 8 |
| Hexacorde "2" | b | 5 | 4 | 3 | 11 | 10 | 9 |
| a+b | t | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |

Figura 186 - Demonstração da propriedade (2.1) a + b = t

**(2.2)** A partir de (2.1) o autor apresenta as condições para que um hexacorde possua combinatoriedade inversional de segunda ordem, ou seja, se autocomplemente por inversão

o hexacorde deve não possuir notas em comum com uma versão invertida e transposta de si mesmo. Outras possibilidades são $H_0 + T_tRIH_6 = A$, $H_0 \cdot T_tRIH_6 = Ø$, $H_0 \cdot T_tIH_6 = H_0 \cdot T_tRIH_6$, que podem ser semelhantemente enunciadas.

274 É importante apontar que, como visto tanto em Babbitt (1960) quanto em Perle (1957), *t* deve ser um número ímpar.

275 Babbitt aponta uma diferença na consideração dos *t*´s no caso da inversão. Se este *t* for considerado o intervalo (distância) entre classes de notas iniciais de hexacordes I relacionados, tal como na transposição (ver propriedade 1.4), ele poderá não expressar corretamente a relação de inversão entre estes conjuntos, uma vez que este intervalo, no caso da relação de inversão e como foi visto em Babbitt (1960), só irá acontecer duas vezes, uma entre esta díade vertical inicial e outra entre a díade vertical distante da primeira horizontalmente por um trítono. Tal fato se dá devido a inversão na série de intervalos causada pela operação I. Baseando-se neste fato o autor especifica a expressão 2.1 apresentada ao considerar *t* equivalente à soma das classes de notas O(*i, a*) e $T_tI(i, b)$, podendo *i* assumir qualquer número de ordem, ou seja, *t* equivalente à soma de qualquer uma das classes de notas do hexacorde inicial com suas classes de notas operacionalmente transformadas correspondentes presentes no hexacorde invertido, que devem ocupar o mesmo posicionamento *i* dentro destes hexacordes. O resultado é a presença de um mesmo número gerado a partir de qualquer adição realizada desta forma que pode então ser considerado o *t* em que estes conjuntos estão I relacionados. Straus, (2013), trata do assunto na página 50 (Número de Índice). Como nem sempre hexacordes relacionados por inversão encontram-se num ordenamento cuja esta relação é nítida, é necessário dispor as classes de notas dos conjuntos de maneira a tornar esta relação de inversão clara antes de efetuar a soma.

em dois níveis transposicionais específicos. Portanto, este deve satisfazer à seguinte condição: $a + b_1 = t_1$ e $a + b_2 = t_2$, estando $b_1$ e $b_2$ distantes por um trítono.

| Combinatoriedade Inversional no Hexacorde 6-30 (013679) | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Hexacorde "1" | a | 0 | 1 | 3 | 6 | 7 | 9 | |
| Hexacorde "2" | $b_1$ | 5 | 4 | 2 | 11 | 10 | 8 | |
| $a+b_1$ | $t_1$ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | |
| | | Distância entre $b_1$ e $b_2$ | | | | | | trítono |
| Hexacorde "1" | a | 0 | 1 | 3 | 6 | 7 | 9 | |
| Hexacorde "3" | $b_2$ | 11 | 10 | 8 | 5 | 4 | 2 | |
| $a+b_2$ | $t_2$ | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | |

Figura 187 - Demonstração da propriedade 2.2

Como pode ser visto na figura anterior, dois *b*´s distantes um trítono, somados com seus *a's* correspondentes geram dois *t*´s, 5 e 11, também distantes um trítono[276], que representam os dois únicos números de transposição possíveis (segunda ordem) em que o hexacorde semicombinatorial 6-30 (013679) se autocomplementa por inversão. A partir desta propriedade é inferível que todos os hexacordes de segunda ordem para a combinatoriedade inversional terão *t*´s separados por um trítono. O hexacorde combinatorial absoluto 6-7 (012678) comporta-se igual ao 6-30 acima apresentado, sendo estes os únicos 2 de segunda ordem para a CHI e que satisfazem esta propriedade.

**(1.2)** A combinatoriedade hexacordal retrógrada (CHR de agora em diante) é apresentada através da propriedade/condição $H_0 + T_tH_0 = H_0$. Grosso modo, pode ser enunciada através da capacidade de um dado hexacorde em automapear-se por transposição[277]. Na figura abaixo $t$=6 aplicada à transposição da versão $H_0$ do conjunto 6-7 (012678) apresentado na primeira linha satisfaz esta condição de automapeamento.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $H_0$ | 0 | 1 | 2 | 6 | 7 | 8 |
| + | | | + | | | |
| $T_6H_0$ | 6 | 7 | 8 | 0 | 1 | 2 |
| $H_0$ | (0, 1, 2, 6, 7, 8) | | | | | |

Figura 188 - Demonstração da propriedade (1.2), CHR

276 A distância do trítono foi comentada em Rochberg (1959), só que considerando a distância entre os pontos de inversão para este hexacordes combinatoriais inversionais de primeira ordem.

277 Todos os conjuntos se automapeia a $T_0$ possuindo assim ao menos este tipo de combinatoriedade considerada por Babbitt como trivial. Sob outro ângulo a mesma "redundância" surge ao somarmos um conjunto ao seu retrógrado. É interessante frisar um possível erro presente no artigo no que diz respeito a esta trivialidade. Na página 78, a expressão que a representaria $H_0$+ $RH_0$ é igualado a A (agregado) e não ao próprio $H_0$, o que torna de difícil entendimento a seguinte expressão $H_0$+$T_6RH_0$= A, que, juntas com (1.2), são atribuídas à Combinatoriedade Retrógrada.

**(3.1)** A seguinte propriedade surge a partir da propriedade (2.1) $t = a + b$ (mod. 12), ao ser observada a possibilidade, diferente do que acontece em (2.1), de *a* e *b* estarem no mesmo hexacorde e poderem ser a mesma classe de notas, ou seja, se automapearem por inversão. Portanto *b* seria uma inversão transposta de *a*, ou $b = 12 - a + t$ , podendo estar no mesmo hexacorde[278]. Babbitt aponta que coleções de classes de notas que satisfazem esta condição serão chamados de inversivamente simétricos. A ideia de automapeamento por inversão é expandida em (3.2).

**(3.2)** A combinatoriedade hexacordal retrógrado-inversional (CHRI de agora em diante) é apresentada através da propriedade/condição $H_0$ + (ou · ) $T_tIH_0$= $H_0$. Grosso modo, pode ser enunciada através da capacidade de um dado hexacorde em automapear-se por inversão[279]. No exemplo abaixo *t*=8 aplicada a inversão do conjunto demonstrado satisfaz a condição supracitada.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $H_0$ | 0 | 1 | 2 | 6 | 7 | 8 |
| + | | | + | | | |
| $T_8$IH0 | 8 | 7 | 6 | 2 | 1 | 0 |
| $H_0$ | (0, 1, 2, 6, 7, 8) | | | | | |

Figura 189 - Demonstração da propriedade (3.2), CHRI

**(4.1)** A combinatoriedade hexacordal original[280] (CHO de agora em diante) é apresentada através da propriedade/condição $H_0 + T_tH_0$= A. Grosso modo, pode ser enunciada através da capacidade de um dado hexacorde em autocomplementar-se por transposição. No exemplo abaixo *t*=3 (bem como também *t*=9) aplicado durante a transposição do conjunto demonstrado satisfaz a condição para a CHO.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $H_0$ | 0 | 1 | 2 | 6 | 7 | 8 |
| + | | | + | | | |
| $T_3$IH0 | 3 | 4 | 5 | 9 | 10 | 11 |
| A | Agregado | | | | | |

Figura 190 - Demonstração da propriedade (4.1), CHO

[278] 12 – *a* é considerada como a inversão de *a*, adicionado a *t* torna-se uma inversão transposta.
[279] É importante ressaltar que Babbitt considera (1.3) $H_0+T_tRIH_0$=A como condição para CHRI, que equivale à capacidade de um hexacorde a ser unir com uma forma retrógrado-invertida e se autocomplementar.
[280] Babbitt chamou de *"'prime' combinatoriality"* (grifo do autor). Bordini (2003) usa o termo "original" associado a este tipo de combinatoriedade.

**(1.4)** Mais especificamente no que tange ao *t* que satisfaz a CHO surge esta propriedade: a + $t = b$; $t = b - a$, sendo *a* uma classe de notas presente no primeiro hexacorde ($H_0$ ou hexacorde 1) e *b* uma classe de notas presente em posição equivalente no hexacorde inversamente relacionado ao primeiro ($H_6$, segundo ou hexacorde 2).

| Combinatoriedade Original no Hexacorde 6-7 (012678) | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Hexacorde "1" | a | 0 | 1 | 2 | 6 | 7 | 8 |
| Hexacorde "2" | b | 3 | 4 | 5 | 9 | 10 | 11 |
| b-a = | t | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |

Figura 191 - Demonstração da propriedade (1.4) t = b - a

Com base nesta propriedade Babbitt aponta que "uma vez que *b* - *a* é, por definição, o intervalo determinado pelas classes de notas '*a*' e '*b*', *t* designa a relação de transposição entre dois hexacordes, e – portanto – o intervalo que deve estar excluído dentro de cada hexacorde"[281] (BABBITT, 1961, p. 79, grifo do autor) [282]. Aponta também uma constante na qual hexacordes de primeira ordem para a combinatoriedade original serão satisfeitos por *t*=6[283].

Após apresentar algumas informações acerca de hexacordes que satisfazem exclusiva ou simultaneamente algumas destas propriedades o autor apresenta o que chamou de "extensão final da combinatoriedade hexacordal", a classificação dos hexacordes combinatoriais absolutos, complementando as informações superficialmente apresentadas em "*Some Aspects [...]*" (1955) no que tange a este tópico. Para que um hexacorde possa ser classificado como combinatorial absoluto este de deve satisfazer simultaneamente as propriedades (1.1), (1.2), (3.2) e (4.1)[284], ou seja, possuir simultaneamente as combinatoriedades inversional, retrógrada, retrógrado inversional e original. Conjuntos semicombinatoriais não irão ter todos estes tipos de combinatoriedade ao mesmo tempo. Na tabela abaixo os conjuntos fontes

[281] *"Since b - a is, by definition, the interval determined by the p. cs. 'b' and 'a', t here designates the transposition relation between the two H's, and - therefore - the interval which must be excluded internally from each H"*.
[282]Tal propriedade explica porque os 0's nos vetores intervalares indicam t´s satisfatórias para a combinatoriedade original.
[283] Esta constante pode ser ratificada na tabela 47.
[284] No artigo no lugar destas duas últimas propriedades aparecem a (1.3) e (1.4). Elas aqui foram substituídas por estarem mais próximas das classificações da combinatoriedade presentes em escritos como Straus (2013), dentre outros.

combinatoriais absolutos apresentados em Babbitt (1955) seguem com os t´s satisfatórios para as respectivas combinatoriedades.

| Hexacordes Fontes Combinatoriais Absolutos | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nº de Forte | Forma Prima | *t´s satisfatórios* | | | | Nº de *t´s* | Ordem |
| | | Comb-O<br>$H_0 + T_tH_0=A$ | Comb-I<br>$H_0 + T_tIH_0=A$ | Comb-R<br>$H_0 + T_tH_0 = H_0$ | Comb-RI (*S.I.)<br>$H_0 + T_tIH_0 = H_0$ | | |
| 6-1 | (012345) | 6 | 11 | 0 | 5 | 1 | 1º |
| 6-8 | (023457) | 6 | 1 | 0 | 7 | 1 | 1º |
| 6-32 | (024579) | 6 | 3 | 0 | 9 | 1 | 1º |
| 6-7 | (012678) | 3, 9 | 5, 11 | 0, 6 | 2, 8 | 2 | 2º |
| 6-20 | (014589) | 2, 6, 10 | 3, 7 e 11 | 0, 4, 8 | 1, 5, 9 | 3 | 3º |
| 6-35 | (02468A) | 1, 3, 5, 7, 9, 11 | 1, 3, 5, 7, 9, 11 | 0, 2, 4, 6, 8, 10 | 0, 2, 4, 6, 8, 10 | 6 | 4º |
| Amostra de um Hexacorde Fonte Semicombinatorial (de 1º ordem para Comb-O e R) | | | | | | | |
| 6-14 | (013458) | 6 | - | 0 | - | - | - |

*Simetria Inversiva

Tabela 47 - Hexacordes fontes combinatoriais absolutos e suas informações mais relevantes

Outra extensão da combinatoriedade hexacordal é apresentada por Babbitt principalmente ao ressaltar a importância do uso do agregado "como a unidade composicional de progressão contendo segmentos de formas da série funcionalmente relacionadas através dos requerimentos da estrutura agregada"[285], apontando, portanto, a independência do agregado com relação a sua formação hexacordal. O autor então considera a formação de agregados através de hexacordes como uma das 77 possíveis partições do número 12, ($6^2$), considerando adicionalmente, além do já apontado em "*Some Aspects[...]*" (1955) particionamento do agregado em partes iguais hexacordais ($6^2$), tetracordais ($4^3$) e tricordais ($3^4$), os particionamentos ainda de partes iguais ($2^6$), ($1^{12}$), e os particionamentos desiguais tal como (1 11) ou (1 3 8)[286], considerando ainda a existência de propriedades singulares como as já apresentadas às classes de conjuntos associados a cada um destes tipos de particionamento.

No tangente ao uso da linguagem matemática relacionada ao particionamento (de números) utilizada por Babbitt, para melhor elucidação, na figura a seguir as possibilidades 1

[285] *"as a unit of compositional progression containing segments of set forms functionally related through the requirements of aggregate structure".* (BABBITT, 1961, p. 80).

[286] Partição de um número positivo e inteiro n é a maneira de se escrever n como uma soma de números positivos e inteiros. Duas somas que diferem somente na ordem são consideradas como a mesma partição. O número de partições de um número n pode ser obtido através da função de partição p(n), onde p são as possíveis partições de um número inteiro positivo. Os valores p para primeiros 12 números inteiros são: p(0) = 1, p(1) = 1, p(2) = 2, p(3) = 3, p(4) = 5, p(5) = 7, p(6) = 11, p(7) = 15, p(8) = 22, p(9) = 30, p(10) = 42, p(11) = 56, e p(12) = 77, o número de partições possíveis do número 12.

e 2 são partições consideradas então como equivalentes: (1 11). Neste caso a ordem das partes, o conteúdo e o ordenamento deste conteúdo dentro das partes não está em jogo[287].

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Possibilidade 1 | Partição | 1 + | 11 | ou, em notação particional (1 11) | | | | | | | | | |
| | Parte de FSx | 0 | | | | | | | | | | | |
| | Parte de FSy | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Possibilidade 2 | Partição | 1 + | 11 | ou ,em notação particional (1 11) | | | | | | | | | |
| | Parte de FSx | 1 | | | | | | | | | | | |
| | Parte de FSy | | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| | FSx ou y | Formas diferentes de uma série qualquer. | | | | | | | | | | | |

Figura 192 - Duas partições equivalentes (1 11)

Ao considerar partições de duas partes diferentes tal como (1 11), (2 10), (3 9), (4 8), (5 7) e (6 6), Babbitt apresenta posteriormente uma propriedade importante relacionada ao conteúdo intervalar destes conjuntos complementares: dada uma partição de um agregado em 2 partes, se este agregado é particionado em (*m n*) e se a parte *m* é mais larga que *n*, então a quantidade de um dado intervalo *i* é *k* na parte n e $(m - n) + k$ na parte *m*[288]. Uma demonstração pode ser visto na figura à seguir na qual é buscada a multiplicidade de intervalos de segunda menor (1) nos conjuntos complementares 4-1 (0123) e 8-1 (01234567). O *m* e o *n* representam a cardinalidade dos conjuntos, sendo então 8 e 4, particionamento (4 8). Uma vez que *k* é igual ao número de vezes que o intervalo de segunda menor ocorre no conjunto menor (4-1) e $(m - n) + k$ no conjunto maior (8-1), o resultado é respectivamente 3 e 7.

| | | |
|---|---|---|
| | Conjuntos Complementares | |
| | *(n* | *m)* |
| | *Tetracorde 4-1* | *Octacorde 8-1* |
| | *n* = 4 | *m* = 8 |
| | 0 1 2 3 | 4 5 6 7 8 9 10 11 |
| *i* = | *k* | $(m - n) + k$ |
| Qntde. de ocorrências do intervalo 1 (2ºm), ou *i*= | *3* | (8 – 4) + 3 = 7 |

Figura 193 - Relação do conteúdo intervalar de conjuntos complementares

[287] Se neste caso a ordem das partes for relevante e, portanto, $1 + 11 \neq 11 + 1$, a partição torna-se uma Composição que é representada pela expressão $2^{n-1}$, onde n é o número (neste caso, a cardinalidade do conjunto) e é igual 12. Assim teríamos 2048 composições possíveis para a formação de um agregado: 12, 11 + 1, 1 + 11, 10 + 2, 2 + 10, e etc.

[288] No caso de hexacordes, $m - n = 0$, portanto possuirão o mesmo conteúdo intervalar. Lewin (1960) aponta a relação entre os conteúdos intervalares de hexacordes, percebendo esta característica apresentada por Babbitt neste artigo. Kassler (1961, p. 4-7 e 4-8) prova esta propriedade, chamada por ele de "*Babbitt's Hexachord Theorem"*. A mesma propriedade é enunciada simples e verbalmente em Straus (2013, p. 101, Relação de Complemento).

Posteriormente Babbitt apresenta algumas características combinatoriais presentes em sua obra *Composition for twelve instruments* (1948), na qual agregados podem ser formados por porções equivalentes de cinco cardinalidades (hexacordes, tetracordes, tricordes, bicordes, e "monocordes")[289] através de doze formas de sua série base "pluricombinatorial" tal como pode ser visto na figura 194.

Nota-se que, no caso das formas da série elencadas[290], agregados são formados por porções de mesma cardinalidade de formas da série que ocupam ordenamentos equivalentes. Babbitt destaca que esta característica só é possível a partir da imposição de rigorosas condições sobre a estrutura da série[291].

Além destacar posteriormente a importância da disposição espacial e temporal do agregado e a relação das estruturas de agregados sucessivamente apresentados como estruturas harmônicas de "médio plano" ("*middleground harmonic structure*")[292], ainda neste artigo duas outras extensões no que diz respeito a este que foi considerado por Babbitt como "aplicação composicional primária da combinatoriedade" são brevemente apresentadas.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_0$ | 0 | 1 | 4 | 9 | 5 | 8 | 3 | 10 | 2 | 11 | 6 | 7 |
| $O_4$ | 4 | 5 | 8 | 1 | 9 | 0 | 7 | 2 | 6 | 3 | 10 | 11 |
| $O_8$ | 8 | 9 | 0 | 5 | 1 | 4 | 11 | 6 | 10 | 7 | 2 | 3 |
| $I_1$ | 1 | 0 | 9 | 4 | 8 | 5 | 10 | 3 | 11 | 2 | 7 | 8 |
| $I_5$ | 5 | 4 | 1 | 8 | 0 | 9 | 2 | 7 | 3 | 6 | 11 | 10 |
| $I_9$ | 9 | 8 | 5 | 0 | 4 | 1 | 6 | 11 | 7 | 10 | 3 | 2 |
| R | 7 | 6 | 11 | 2 | 10 | 3 | 8 | 5 | 9 | 4 | 1 | 0 |
| $R_{11}$ | 11 | 10 | 3 | 6 | 2 | 7 | 0 | 9 | 1 | 8 | 5 | 4 |
| $R_3$ | 3 | 2 | 7 | 10 | 6 | 11 | 4 | 1 | 5 | 0 | 9 | 8 |
| $RI_6$ | 6 | 7 | 2 | 11 | 3 | 10 | 5 | 8 | 4 | 9 | 0 | 1 |
| $RI_{10}$ | 10 | 11 | 6 | 3 | 7 | 2 | 9 | 0 | 8 | 1 | 4 | 5 |
| $RI_2$ | 2 | 3 | 10 | 7 | 11 | 6 | 1 | 4 | 0 | 5 | 8 | 9 |

Agregados

$(6^2)$

$(4^3)$

$(3^4)$

$(2^6)$

$(1^{12})$

Figura 194 - "Pluricombinatoriedade" na obra "*Composition for twelve instruments"* (1948), de Milton Babbitt

[289] Babbitt aponta que a mesma série permite o uso de particionamentos diferentes dos que dividem a série em partes iguais, tal como o $(8\ 2\ 1^2)$.

[290] É importante destacar que o conjunto de séries apresentado no quadro 19 não é uma matriz dodecafônica contendo todas as 48 fodas da série e sim uma seleção de 12 de formas da série de "alguma forma" combinatorialmente relacionadas.

[291] Babbitt aponta que, no caso em que ordenamento das partes de uma partição de A é importante, deve-se examinar todas as $2^{11}$ composições do número doze possíveis.

[292] "*the spatial and temporal disposition of an aggregate and the relations of the structures of successively presented aggregates, can be appreciated as, at least, that of 'middleground' structure of simultaneities and their relations, and the larger areas including and subsuming aggregates as their constituents".* (BABBITT, 1961, p. 82)

No que diz respeito à primeira extensão - a extensão da noção de um agregado para incluir especificação registral de classes de notas, timbre, dinâmica e etc. - Babbitt aponta o uso destes outros elementos composicionais para o evidenciação de ideias combinatoriais e, consequentemente, a estruturada da série. Por exemplo, no caso em que o que chamei de "pluricombinatoriedade" é utilizada, a distinção das partes componentes de uma dada partição de um agregado (ou série) é viabilizada se estas classes de notas componentes destas partes sejam de alguma forma associadas (por registro, timbre, contorno, dinâmica, ritmo, e etc.)[293].

Um simples exemplo hipotético destes tipos de associação pode ser visto na figura a seguir no qual o primeiro agregado formado por ($3^4$) entre as formas da série $O_0$, $I_9$, R, $RI_2$ extraídas do quadro 19 pode ser evidenciado e portanto diferenciado do agregado 2 simultaneamente ou alternativamente através da associação de classes de notas de suas partes (conjuntos) por timbre (apresentado somente nas madeiras, no caso de uma peça orquestral)[294], registro (apresentado somente na oitava equivalente à C3-C4), dinâmica (com classes de notas nas quais são atribuídas classes ***f***) e ritmicamente (com classes de notas atreladas a um mesmo motivo rítmico "a" qualquer para os quatro tetracordes), dentre outras possibilidades[295]. Neste caso o segundo agregado construído simultaneamente por ($6^2$) entre as formas da série $O_8$ e $RI_6$ deve possuir um diferente tipo de associação tal como o demonstrado na figura a seguir[296].

| | Agregado 1 | | | timbre | registro | dinâmica | ritmo |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_0$ | 0 | 1 | 4 | madeiras | Entre C3-C4 | Dinâmicas de classe ***f*** | Motivo rítmico *"a"* |
| $I_9$ | 9 | 8 | 5 | | | | |
| R | 7 | 6 | 11 | | | | |
| $RI_2$ | 2 | 3 | 10 | | | | |

| | Agregado 2 | | | | | | timbre | registro | dinâmica | ritmo |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_8$ | 8 | 9 | 0 | 5 | 1 | 4 | metais | *Entre C2-C3* | Dinâmicas de classe ***p*** | Motivo rítmico *"b"* |
| $RI_6$ | 6 | 7 | 2 | 11 | 3 | 10 | | | | |

Figura 195 - Associação de classes de notas (ou conjuntos) para evidenciação/diferenciação de agregados

[293] *"any compositional statement of an S or A necessarily is partitioned registrally, instrumentally, dynamically, and temporally."* (BABBITT, 1961, p. 83).
[294] Babbitt chama esta ideia de "particionamento instrumental" ("*instrumental partitioning*").
[295] Estas associações são discutidas Straus (2013).
[296] Babbitt (1955) fala brevemente sobre estes tipos de associações ao tratar sobre o Op. 37 de Schoenberg. Mais espaço e profundidade para estas associações é dada neste artigo, no qual o Op. 37 é novamente elencado para exemplificação.

A segunda extensão da noção de agregado é brevemente apresentada através do que chamou de "*weighted aggregates*" e "*incomplete aggregates*" que, grosso modo, correspondem a ideia de se utilizar de agregados maiores ("*weighted aggregates*") ou menores ("*incomplete aggregates*") do que doze classes de notas da mesma forma que o agregado dodecafônico[297].

Por fim Babbitt apresenta duas profundas análises do Op. 37 e do "*String Trio*" de Schoenberg demonstrando outros tipos de relações entre a combinatoriedade e outros parâmetros compositivos diferentes de altura e outros elementos composicionais (tal como forma)[298], mais precisamente como a combinatoriedade pode ser utilizada para definir estes elementos. Além disso, demonstra também, paralelamente à formação de agregados por trechos hexacordais, o uso de outros tipos de sistematização que são utilizadas por Schoenberg que, como a combinatoriedade, estão relacionadas à estruturação da série utilizada, juntas colaborando para tornar evidente as potencialidades da técnica em diversos níveis composicionais[299].

Com este artigo, e com "*Twelve-tone*" (1961), Babbitt complementa grande parte do conteúdo superficialmente apresentado em "*Some Aspects*" (1955). É evidente o crescente grau de complexidade e aprofundamento no que tange à combinatoriedade e assuntos a ela relacionados entre estes 3 artigos, nos quais, neste último, a carência no conteúdo relacionado à exemplos e análises composicionais, bem como informações adicionais para a compreensão dos diversos subtópicos levantados, é suprida[300]. Portanto, pode ser afirmado que estes três artigos são tidos como complementares e juntos cobrem grande parte do potencial da combinatoriedade no que diz respeito à sua aplicação no parâmetro altura, implicações em

---

[297] O autor não dá exemplos dos "*weighted*" (que pode ser traduzido por pesados, aumentados) e "*incomplete aggregates*". Somente descreve o primeiro como uma coleção de doze notas em que a décima segunda não aparece até, ao menos, uma classe de notas ter sido representada, pelo menos duas vezes, cada uma destas representações supridas por segmentos de diferentes formas da série, e o segundo como um segmento máximo sem repetição de classes de notas tal como a descrita no anterior.

[298] No que diz respeito a tal âmbito Babbitt não trata das áreas (regiões) combinatoriais neste artigo.

[299] No que diz respeito a estas sistematizações estão incluídas o uso paralelo de conjuntos combinatoriais de outras cardinalidades diferentes do hexacorde, o uso de associação de classes de notas diversas para evidenciação de intuitos composicionais diversos, o aproveitamento de invariâncias segmentais para evidenciações harmônicas e de ideias estruturais, bem como o uso simultâneo de outras propriedades dos subconjuntos que fazem parte de diversos particionamentos da série.

[300] Como exemplo disto vemos em Babbitt (1961) finalmente a complementação da classificação da combinatoriedade absoluta iniciada em "*Some Aspects*". Porém, para isso precisou discorrer sobre as operações T e I em "Twelve-tone" (1960), bem como falar das capacidades de autocomplemento e automapeamento dos conjuntos.

outros parâmetros e elementos compositivos, e uso concomitante com outros tipos de sistematização, sem ainda a total "tradução" para outros domínios, tal como foi feita no seu próximo artigo "*Electronic Medium*" (1962), onde podemos ver um dodecafonismo/combinatoriedade rítmica. Além desta autocomplementação de lacunas abertas em "*Some Aspects*" (e também "*Twelve-tone*") o autor abre, com este artigo outras correntes de investigação que foram posteriormente seguidas por outros autores[301]. É interessante frisar também que o autor aproveita as contribuições dadas por outros autores como Kassler (1961), e Lewin (1959, 1960), ressaltando o carater colaborativo que se tornou evidente durante estes períodos iniciais de investigação da técnica.

## "*The Source Set and its Aggregate Formations*" (MARTINO, 1961)

Martino inicia seu artigo relatando seu débito com Babbitt no que diz respeito à combinatoriedade[302]. Ressaltando a importância de se ter total conhecimento e controle dos materiais que servirão como base para construção de uma série e dos seus desdobramentos para um ato composicional inteligente, o autor aponta como objetivos: (1) apresentar todas as informações essenciais para o cálculo das operações básicas da música dodecafônica; (2) lidar com hexacordes, tetracordes, tricordes e partições de duas partes desiguais de uma série, traçando também uma relação dentro e entre tais partições; e (3) tratar a respeito da harmonia como resultante de combinações para formação de agregados[303].

Iniciando o cumprimento destes objetivos, após apresentar uma simplificação das fórmulas associadas à classificação dos tipos de combinatoriedade vistas em Babbitt (1961)[304], Martino apresenta a primeira de uma série de oito tabelas cujo conteúdo é muito

[301] Um exemplo pode ser visto na investigação feita por Starr e Morris (1977) no qual a combinatoriedade ou a formação de agregados por "particionamentos desiguais" da série pode ser observada.

[302] Martino aponta ter sido o seu primeiro contato com a técnica uma palestra dada por Babbitt em 1952 na Universidade de Princeton, apontando também seus escritos posteriores como influentes para o seu presente trabalho.

[303] O que chamou de "*aggregate-forming combinations*." Estas "harmonias" foram discutidas brevemente por Babbitt (1955, tangente ao que chamei aqui de "derivação combinatorial"), mais amplamente investigadas por Rochberg (1959, "*The Harmonic Tendency of Hexachord*"), e novamente discutidas por Babbitt (1961). O uso do termo "*combination*" passa a ser recorrente neste artigo de Martino, fato que deixa mais claro o uso do termo "combinatoriedade".

[304] É interessante destacar que Martino utiliza fórmulas para classificação das combinatoriedades O, I, R e RI cujos símbolos diferem-se dos de Babbitt. Por exemplo, a combinatoriedade é assim expressada:
$Pa\ U\ Pa^{t} = A$, onde $Pa$ é o hexacorde inicial e $t$ significa transposto, cujo enunciado é equivalente à propriedade 1.4 vista em Babbitt (1961).

importante para o estudo do tema da presente pesquisa. Nela o autor apresenta todas as 35 classes de hexacordes possíveis, dispostos em forma prima[305], distinguidos quanto ao tipo de combinatoriedade (semi ou combinatorial absoluto), com seus respectivos conteúdos intervalares[306], com os números de transposição para formação de agregados[307] através das operações T, I, R e RI[308], através dos quais é possível inferir suas classificações tanto quanto ao tipo de combinatoriedade (O, I, R e RI) como quanto à ordem. Além disso, na mesma tabela Martino apresenta outro conteúdo importante, o que chamou de "mosaicos tricordais[309]". Através deles são representados os tricordes capazes de gerar um respectivo hexacorde. Estes são apresentados segundo as duas possibilidades de particionamento ($3^2$) e (3 3), ou seja, hexacordes gerados por somente um tricorde gerador e/ou por dois geradores[310].

| | *a* | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Hexacorde 6-1 (012345) | | | | | | Hexacorde 6-1 (012345) | | | | | |
| O | 0 | 4 | 11 | 3 | 2 | 1 | 5 | 6 | 9 | 8 | 10 | 7 |
| | Série Original | | | | | | | | | | | |

| | *b* | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Hexacorde 6-15 (012458) | | | Hexacorde 6-15 (012458) | | | Hexacorde 6-15 (012458) | | | Hexacorde 6-15 (012458) | | |
| O | 0 | 4 | 11 | 3 | 2 | 1 | 5 | 6 | 9 | 8 | 10 | 7 |
| R | 7 | 10 | 8 | 9 | 6 | 5 | 2 | 1 | 3 | 11 | 4 | 0 |
| | Agregado 1 | | | | | | Agregado 1 | | | | | |

305 A ideia de forma prima ainda não havia surgido nos artigos elencados até aqui, somente a ideia de forma normal comentada brevemente em Babbitt (1961) e também neste artigo.

306 Duas ponto merecem ser destacados no que diz respeito ao conteúdo intervalar apresentado por Martino. A primeira é que Martino apresenta este conteúdo baseado na quantidade de ocorrências das 6 classes de intervalo (1 à 6) possíveis, maneira que posteriormente foi nomeada de "vetor intervalar" por Forte (1964). O segundo ponto diz respeito a como estas 35 classes de hexacordes estão dispostas na tabela 1 (p. 229). Martino baseia-se na similaridade do conteúdo intervalar destes conjuntos, apontando, devido a esta forma particular com que estão dispostos, a possibilidade de uma fácil extração (junto com o oposto, a dissimilaridade) de um comparativo entre eles. Esta disposição é diferente do que pode ser visto em Forte (1964, artigo, e 1971, livro), e consequentemente Straus (2013), no qual existe uma disposição baseada na "quantidade de notas em comum" entre eles.

307 "*aggregate transposition numbers*" (p.229). No que diz respeito a estes *t*´s, Martino foi aparentemente o primeiro a apresenta-los completamente.

308 Aqui merece ser apontado que através do uso de "números de transposição para formação de agregado" e não de *t*´s satisfatórios para as combinatoriedades O, I, R e RI (como em OURIVES, 2013), uma visão alternativa para a classificação das combinatoriedades R e RI é levada em conta, tal como as abordagens equivalentes vistas em Babbitt (1961). Portanto, no caso do conjunto 6-1 (012345), seu $T_0$ formará agregado com uma forma retrógrada transposta a *t*=11 dele mesmo. Isto é uma visão alternativa para a Combinatoriedade R, geralmente enunciada como a capacidade de automapeamento de um conjunto por transposição (nesta caso para o trivial t=0). Neste caso o hexacorde se autocomplementou por R sob um *t* específico.

309 "*Trichordal mosaics*" (p. 228).

310 Vale lembrar que a ideia de construção de agregados através de hexacordes que por sua vez eram derivados de tricordes foi apresentada ao fim de Babbitt (1955). Portanto, Martino inicia seu artigo preenchendo uma das diversas lacunas por Babbitt abertas já comentadas.

| | *c* | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Hexacorde 6-15 (012458) | | | Hexacorde 6-15 (012458) | | | Hexacorde 6-15 (012458) | | | Hexacorde 6-15 (012458) | | |
| O | 0 | 4 | 11 | 3 | 2 | 1 | 5 | 6 | 9 | 8 | 10 | 7 |
| R | 7 | 10 | 8 | 9 | 6 | 5 | 2 | 1 | 3 | 11 | 4 | 0 |
| I | 1 | 9 | 2 | 10 | 0 | 11 | 8 | 7 | 4 | 5 | 3 | 6 |
| RI | 6 | 3 | 5 | 4 | 7 | 8 | 11 | 0 | 10 | 2 | 9 | 1 |
| | Hexacorde 6-15 (012458) | | | Hexacorde 6-15 (012458) | | | Hexacorde 6-15 (012458) | | | Hexacorde 6-15 (012458) | | |
| | Agregado 1 | | | Agregado 2 | | | Agregado 3 | | | Agregado 4 | | |

| | *d* | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Hexacorde 6-30 (013679) | Hexacorde 6-30 (013679) | Hexacorde 6-30 (013679) | Hexacorde 6-30 (013679) | |
| O | 0 4 | 11 | 3 1 | 2 | Hexacorde 6-1 |
| R | 7 10 | 8 | 9 | 5 6 | Hexacorde 6-1 |
| | Hexacordes 6-15 (012458) | | Hexacordes 6-15 (012458) | | |
| I | 1 | 9 2 | 10 | 0 | Hexacorde 6-1 |
| RI | 6 | 3 5 | 4 7 | 11 | Hexacorde 6-1 |
| | Série Secundária | | $T_9$ Série Secundária | | |

Figura 196 - Formação simultânea de agregados por conjuntos de classes de notas não equivalentes

Martino posteriormente apresenta um "outro" ponto de vista no que diz respeito ao que chamei de "derivação combinatorial", a ideia do aproveitamento da estrutura dos agregados formados por formas de uma série original construída a partir de hexacordes combinatórios para a formação de outros agregados: "através do tratamento destes 'produtos de uma combinação específica' como uma nova série, capaz de formar agregados, nós podemos ampliar muito as possibilidades da série original (MARTINO, 1961, p. 230)[311]. Adicionalmente, aponta, para formação destas que chamou de "séries derivadas harmônicas"[312], a necessidade principalmente de um cuidado com as suas subestruturas componentes no tangente ao ordenamento - entre os conjuntos e internamente no que diz respeito às suas classes de notas - principalmente para diferenciar estas que chamou de "harmonias resultantes" de possíveis harmonias geradas comumente a partir de trechos da série original:

311 *"By treating this 'product of a specific combination' as a new set, capable of aggregate formation, we can greatly extend the possibilities of the original set."* (grifo do autor).

312 É importante destacar que o próprio Martino aponta a necessidade de distinguir funcionalmente o uso da derivação para construção de "séries originais" e o seu uso para a construção de agregados entre porções de formas da série tal como na combinatoriedade.

> Esta 'série derivada harmônica", cuja combinatoriedade depende ao menos do posicionamento do conteúdo das partes uma em relação à outra, pode ter significado profundo, se somente localmente, através da formação e manutenção, bem como da progressão através de, harmonias hexacordais distintas daquelas que poderiam ser produzidas através da fragmentação ordenada da série original.[313] (MARTINO, 1961, p. 229, 230).

Note na figura anterior em *a* que a série é derivada[314] do hexacorde combinatorial absoluto de primeira ordem 6-1 (012345). Em *b* esta série é disposta simultaneamente ("combinada") com seu próprio retrógrado. Os trechos tricordais sobrepostos formam o hexacorde semicombinatorial 6-15 (012458) e dois agregados sucessivos são formados a partir de quatro versões do hexacorde 6-15. Em *c*, uma combinação de 4 partes é gerada a partir do acréscimo por sobreposição de outras duas formas da série vista em *a*, no qual trechos tricordais sobrepostos formam desta vez duas versões de 6-15 (012458), uma entre as duas formas da série superiores e outra entre as duas inferiores, formando assim um agregado. Quatro agregados são então formados sucessivamente. Já em *d* um ordenamento secundário é dado às classes de notas dos agregados formados em *c*, mantendo ainda os ordenamentos individuais de cada uma das formas da série (verticalmente) tal como visto em *c*. Assim, uma série secundária é formada, derivada do hexacorde semicombinatorial 6-30 (013679), seguida posteriormente por sua forma transposta a *t*=9. Portanto, estes três hexacordes 6-1, 6-15 e 6-30 (estes último considerados como "hexacordes resultantes harmônicos"), cada um responsável pela formação de agregados segundo três pontos de vistas distintos, podem ser simultaneamente evidenciados [315]. Já no que diz respeito ao tipo de série secundária formado em *d*, o autor ressalta que esta "emerge quer como a série básica ou uma nova construção possivelmente capaz de desafiar de alguma extensão a supremacia da série original" (MARTINO, 1961, p. 231)[316].

---

[313] *"This 'derived harmonic set', whose combinatoriality depends at least upon content placement of the parts with respect to one another, may have profound meaning, if only locally, through the formation and maintenance of, as well as progression through, hexachordal harmonies distinct from those which could be produced by ordered fragmentation of the original set*." (grifo do autor).

[314] Neste caso a derivação tradicional, tal como a "Weberniana".

[315] É importante ressaltar que, tal como visto em Babbitt (1961), para que os três hexacordes possam ser evidenciados é preciso o uso de associações diversas. Martino aponta que o processo poderia ser expandido para uma quantidade maior de formas da série simultaneamente dispostas de acordo com a existência de "métodos" (i. e., delineação registral e tímbrica) necessários para defini-lo (MARTINO, 1961, p. 232).

[316] *"[...] emerges either as the basic set, or as a new construct possibly capable of challenging to some extent the primacy of the basic set."*

## “*A Theory of Segmental Association in Twelve-tone Music*” (LEWIN, 1962)

No que tange à combinatoriedade, em Lewin (1962) encontramos uma importante distinção entre o uso dos termos associação (“*association*”) e relacionamento (“*relationships*”) - e por ventura unicamente relação (“*relation*”) - ao se tratar da investigação do papel estrutural (continuidade e etc.) de segmentos de classes de notas de diversas cardinalidades na música dodecafônica. Neste âmbito Lewin coloca a combinatoriedade, ou seja, a possibilidade de conjuntos complementares estarem dispostos de maneira a formar agregados, como uma relação entre conjuntos de classes de notas que podem, ao mesmo tempo, estar associados com intuitos adicionais diferentes daqueles da formação de agregados e por uma diversidade de processos. Dessa forma, Lewin utiliza-se do termo “associação” como uma das possibilidade de relação ou relacionamento entre conjuntos de classes de notas na música dodecafônica:

> Eu uso a palavra “associações” aqui (ao invés de “relacionamentos”, porque relações segmentais podem ser e tem sido exploradas de outras maneiras diferentes das associativas. Em particular, o “combinatorial” aspecto das relações segmentais é de grande importância para a literatura e teoria da música dodecafônica. [...] Em casos no qual Babbitt chama de combinatoriedade $6^2$, $4^3$, $3^4$ e $2^6$”, é possível para um dado segmento de uma série funcionar tanto combinatorialmente como associativamente.[317] (LEWIN, 1962, p. 96).

É válido também destacar que há neste artigo uma grande influência das ideias de Babbitt, principalmente aquelas presentes em seu artigo “*Set Structure as Compositional Determinant*” (1961), no qual podemos encontrar informações acerca da associação (não assim chamada por Babbitt) de tricordes e tetracordes do Terceiro Movimento do Quarto Quarteto de Cordas de Schoenberg e suas implicações estruturais paralelamente à combinatoriedade hexacordal utilizada[318].

É importante ressaltar que Lewin apresenta uma série de passagens de obras dodecafônico-combinatoriais de Schoenberg, no qual diferentes processos de associações de

---

[317] *“I use the word “associations” here (rather than “relationships”), because segmental relations may be and have been exploited in other than associative ways. In particular, the “combinatorial” aspect of segmental relations is of great importance in the literature and theory of twelve-tone music. [...] In cases of what Babbitt calls “$6^2$, $4^3$, $3^4$ e $2^6$ combinatoriality”, it is possible for a given segment of a row to be functioning both combinatorially and associatively.”*

[318] Podemos ver em Babbitt (1955 e 1961) semelhante tipo de associação no terceiro movimento do quarto quarteto de cordas de Schoenberg no qual hexacordes complementares estão associados por timbre no qual Babbitt chama semelhante processo de “orquestração estrutural”.

segmentos de diversas cardinalidades dentro das séries combinatoriais hexacordais são utilizadas com objetivos diversos.

Lewin (1962) talvez seja um dos primeiros artigos no qual podemos encontrar mais detalhadamente o uso da combinatoriedade associada a um "processo dodecafônico" menos explícito que a própria técnica[319]. Tratando-se exclusivamente das associações segmentais, é interessante tanto composicionalmente quanto analiticamente o conceito de "*nesting*" (nidificação, aninhamento) apresentado por Lewin em seu artigo, no qual este traça um método[320] para encontro de invariâncias segmentais[321], ou o que ele chama de "ideias harmônicas", entre duas formas da série incorporando as possibilidades de interseções entre os segmentos e partindo do princípio que muitas vezes as relações encontradas entre formas de séries podem ser diferentes das comumente produzidas pelas operações comuns (T, I, R, RI, combinações, permutações e etc.).

### "*Twelve-tone Rhythmic Structure and The Electronic Medium*" (BABBIT, 1962)

Inicialmente Babbitt trata de um esboço de sistema temporal qualitativo no qual é discutida a temporalidade embutida nas regras dos sistema dodecafônico: a imposição de um ordenamento de classes de notas. Babbitt representa então uma série dodecafônica através do par ordenado número inteiro representante do ordenamento de classe de nota (de 0 a 11) e o número inteiro representante da classe de nota equivalente (de 0 a 11), uma atribuição de valores temporais ordinais às classes de notas.

Posteriormente ele trata a respeito de um possível sistema rítmico dodecafônico ("*twelve-tone rhytimic system"*), um sistema temporal quantitativo no qual os números inteiros representantes das classes de notas são utilizados como valores temporais de duração, o que ele chamou de "reinterpretação dos números de classes de notas de modo a assegurar o

[319] É importante deixar claro que os processos de associação segmental vistos em Lewin não se restringem às obras de Schoenberg, fato que demonstra que são de uso e origem independentes da combinatoriedade.
[320] Diante da não tão próxima aplicabilidade dos "*nestings*" de Lewin no que diz respeito à Combinatoriedade, de Lewin seu método não será aqui apresentado, podendo ser observado diretamente.
[321] É importante frisar que a ideia de associação segmental em Lewin é muitas vezes confundido com a ideia de invariâncias segmentais entre duas formas de uma série dodecafônica.

isomorfismo entre os dois sistemas".[322] Ele aponta também que a diferença entre o sistema qualitativo apresentado inicialmente e o quantitativo reside unicamente na relação agora mensurada entre o evento anterior e posterior.

Inicialmente ele discute as dificuldades de conversão dos conceitos relacionados à altura para o domínio do ritmo, apontando as adaptações necessárias para o bom funcionamento do sistema rítmico dodecafônico que desenvolve. Como exemplos temos a impossibilidade de uma relação de equivalência de durações semelhante à relação de equivalência de oitava e, por isso, a necessidade de uma adaptação do conceito de classes de notas para a criação da ideia de classes de duração, a "tradução" do termo "intervalo entre notas" para o análogo temporal "diferenças entre durações", dentre outros. Posteriormente ele destaca a dependência, bem como as possibilidades de independência dos dois tipos de sistema dodecafônicos que aborda (o rítmico e o de altura).

> Combinatoriedade relacionada à formas de uma série de duração deve depender da igualdade da soma das durações dos segmentos constituintes da série, e portanto, combinatoriedade, quase contraditoriamente, não é mantida em geral sobre a transposição total dos componente do elementos da série.[323] (BABBITT, 1962, p. 69).

É importante destacar que neste artigo Babbitt discute pontos importantes relacionados à técnica do *time point* por ele desenvolvida, apontando uma gama de alternativas para sua execução e discutindo questões como repetições de notas, as operações T, I, R e RI e invariâncias temporais observadas quando estas são aplicadas a estas séries de duração, numa tentativa de tratar este sistema dodecafônico rítmico tal como tratou o serialismo dodecafônico relacionado à altura nos seus artigos anteriores.

Bastante relevante para a presente pesquisa, encontramos em Babbitt (1962) uma discussão acerca do que ele chamou de "construção de agregados de *time-points*". O autor aponta que, diante do isomorfismo estrutural entre o sistema dodecafônico de classes de notas

---

[322] Babbitt considerou que este sistema rítmico dodecafônico pode ser visto também como uma atribuição de interpretações temporais para os termos não interpretadas da estrutura de diferença igual numérica finita de que ambos os sistemas de altura e rítmicos serão exemplificações.

[323] *"Combinatorially related durational set forms must depend upon equality of the sum of durations of the constituent set segments, and therefore combinatoriality, almost contradictorily, does not hold in general under total transposition of the component set element".*

(“*twelve-tone pitch class system”*) e o sistema dodecafônico de classes de “*time-point”* (“*twelve-tone time-point system”*) por ele desenvolvido, as características estruturais de uma série que assegura a combinatoriedade são diretamente e completamente, em potencial, traduzíveis do domínio da altura para o domínio do ritmo:

> A extensão da combinatoriedade através do time-point para todos os tipos e ordens, para partições do agregado em mais do que duas partes iguais, partes desiguais, bem como para agregados incompletos e agregados aumentados é imediata[324]. (BABBITT, 1962, p. 70).

A partir disso aponta 7 exemplos nos quais há a construção de agregados de “*time-points”*. No ex. 16 um único agregado rítmico é formado a partir de dois hexacordes combinatoriais. Já no ex. 17 quatro séries, derivadas duas a duas a partir do primeiro e segundo tricorde extraídos do primeiro hexacorde do ex. 16, estão sobrepostos formando dois agregados rítmicos disjuntos (séries secundárias).

## “*A Method for Finding Symmetrical Hexachords in Serial Form*” (VERRALL, 1962)

Neste curto artigo Verral aponta um método simples para construir séries com hexacordes inversionalmente simétricos mutuamente exclusivos batente útil para a combinatoriedade hexacordal. Ele baseia-se na observação de que todos os hexacordes capazes deste tipo de “inversão espelhada”, quando dispostos nota contra nota um contra o outro, nunca terão as classes de notas pertencentes à mesma escala de tons inteiros verticalmente alinhadas, como pode ser visto no quadro 20 nas notas destacadas em preto e em cinza[325].

O método de construção de séries com hexacordes inversionalmente simétricos por ele descrito consiste em selecionar uma nota qualquer para o hexacorde 1 e uma nota qualquer

[324] *“The extension of time-point combinatoriality to all types and orders, to partitions of the aggregate into more than two equal parts, unequal parts, as well as to incomplete aggregates or weighted aggregates is immediate.”*
[325] É importante destacar que este é um segundo “*approach*” ao que foi apresentado por Perle-Rochberg (1957) através do qual é levado em conta para esta construção o que Perle chamou de intervalo vertical. Comparado ao método de Perle-Rochberg, o apresentado por Verral é muito mais prático e atinge o mesmo fim.

para o hexacorde 2 que não seja pertencente à mesma escala de tons inteiros[326]. A partir daí basta completar os hexacordes 1 e 2 com as notas restantes do agregado de maneira que a nota colocada no hexacorde 2 esteja na mesma distância intervalar e direção oposta à equivalente adicionada no hexacorde 1.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Intervalos: | | +2 | | +6 | | -3 | | +4 | | -5 | | |
| Hexacorde 1: | 0 | | 2 | | 8 | | 5 | | 9 | | 4 | $R_0$ do Hexacorde 6-31 (014579) |
| Hexacorde 2: | 3 | | 1 | | 7 | | 10 | | 6 | | 11 | $T_6$ do Hexacorde 6-31 (014579) |
| Intervalos: | | -2 | | -6 | | +3 | | -4 | | +5 | | |

Figura 197 - Método de construção de séries com combinatoriedade hexacordal inversional

No mesmo artigo, Verral, baseado nesta propriedade apresentada, discorre sobre o método de se certificar, a partir de hexacordes quaisquer, as suas possibilidades de simetria inversional. Apesar de útil, o método apresenta-se mais complexo que o processo de construção de séries acima apresentado e, portanto, torna-se mais prático ter em mãos as classificações dos hexacordes (se combinatoriais absolutos ou semicombinatoriais) apresentados por outros autores anteriormente, tais como Babbitt (1955, 1960 e 1961) e Rochberg (1959), bem como por outros escritos posteriores nos quais estas propriedades foram mais bem investigadas, a exemplo de Forte (1971) e dos apêndices de Straus (2013). Este último possui informações acerca da simetria inversiva, transpositiva, vetores intervalares e de índices, dentre outros, nos quais estas e outras propriedades de hexacordes e conjuntos de outras cardinalidades podem ser rapidamente observadas.

## "*Babbitt, Lewin, and Schoenberg: a critique*" (PERLE, 1963)

Para Perle, o ponto de vista compartilhado por Babbitt[327] e Lewin (1962)[328], baseado nas suas análises da obra "*Violin Concerto"* (as quais Perle chamou de complementares), de que Schoenberg é bem sucedido em sua "tentativa de recuperar um procedimento normativo,

[326] É interessante frisar que esta propriedade pode ser explicada pela propriedade apresentada por Perle-Rochberg (1957), através da qual é afirmado que "hexacordes correspondentes com conteúdo de classes de notas mutualmente exclusivas são impossíveis onde os intervalos verticais são pares" (PERLE, 1957, p. 57). Esta seria uma condição necessária, porém não suficiente (sobre a segunda condição necessária ver Perle, 1957, p. 58). Assim, caso utilizemos classes de notas pertencentes ao mesmo hexacorde de tons-inteiros como notas iniciais destes hexacordes mutuamente exclusivos, não importa qual dos dois hexacordes possíveis e classes de notas escolhidas, os intervalos entre elas serão sempre pares (ex.: 1 e 3 = intervalo 2, par; 2 e 8 = intervalo 6, par e etc.).

[327] Perle refere-se a uma nota elaborada por Babbitt para uma gravação do "*Violin Concerto",* Op. 36 de Schoenberg feita pela Columbia Records que, infelizmente, não tive acesso.

[328] É importante lembrar que é neste artigo que Lewin (1962) desenvolve seu conceito de "*Nesting*", cujos trechos do "*Violin Concerto"* de Schoenberg são por ele utilizados como os principais exemplos.

em algum senso análogo, embora certamente não consistente com, às normas estruturais da tonalidade"[329], é questionável.

A argumentação de Perle inicia-se a partir da observância do que chamou de "ambiguidades[330]" que podem ser encontradas durante o "*Violin Concerto*". A primeira delas diz respeito à impossibilidade de uma diferenciação precisa de certas formas da série por Schoenberg utilizadas em trechos específicos e suas implicações estruturais. Para isso o autor apresenta o exemplo de um fato que ocorre durante o início da *cadenza* (comp. 230) no qual Schoenberg apresenta uma série de 3 tricordes, seguido por outras 6 notas melódicas, seguidas novamente por outros 3 tricordes que são uma transposição um semitom acima dos 3 primeiros. Como a extração de um ordenamento nestes tricordes (devido a verticalidade das notas apresentadas) é imprecisa e devido às invariâncias segmentais que são mantidas entre as formas da série $O_1$ e $RI_3$, é impossível distinguir prontamente qual destas formas da série está sendo utilizada[331].

A partir desta ambiguidade observada, Perle passa então a apresentar os indícios que apontam ser $RI_3$ a série real do trecho, paralelamente levantando 3 importantes argumentos que sustentam sua discordância com Lewin (1962) e Babbitt no que diz respeito ao sucesso de Schoenberg ao tentar atrelar em sua obra procedimentos de estruturação análogos aos da música tonal.

---

[329] "[…] regain a normative procedure, in some sense analogous to, though certainly not consistent with, the structural norms of tonality". A seguinte afirmação é atribuída por Perle à Seymour Shifrin e foi feita em seu artigo "*A Note from the Underground*" (1962), também não acessado.

[330] Durante seu artigo Perle diferencia os tipos de ambiguidades observadas (ex.: estruturais, não estruturais e etc.). Apesar de importante para o estudo do dodecafonismo, considerei esta categorização algo fora do escopo da presente tese. Por isso elas podem ser vistas diretamente no artigo do autor.

[331] $O_1$ = [*1, 2, 7*, 3, 8, 10, 4, 5, 11, 0, 6, 9] e $RI_3$ = [9, 0, 6, *7, 1, 2*, 8, 10, 3, 11, 4, 5] são as formas da série em questão. O conteúdo destacado em itálico (as classes de notas 1, 2 e 7) representa uma das 4 invariâncias segmentais tricordais entre as duas formas da série, o tricorde semicombinatorial 3-5 (016). Já o conteúdo em negrito (as classes de notas 1, 2, 3, 7, 8 e 10) representa a invariância segmental hexacordal, o hexacorde semicombinatorial 6-18 (012578). Os conteúdos tricordais discretos do conteúdo em negrito são apresentados por Schoenberg em 2 tricordes (harmônicos) cujo ordenamento é de impossível precisão. Como as classes de notas 9, 0 e 6 são apresentadas ordenadamente de maneira melódica antes destes e devido ao carácter de "início motívico" que é atribuído a estes tricordes na introdução da cadência torna-se difícil distinguir entre as formas da série $O_1$ (numa apresentação desordenada) ou $RI_3$. É importante destacar que $O_1$, aqui assumido como um meio de uniformizar este tipo de representação de formas de uma série dodecafônica, é equivalente à série $Ø_4$ para Lewin, $P_4$ para Perle e $S_1$ para Babbitt. Já $RI_3$ é equivalente a forma da série $RI_5$ e $RI_3$ para os demais autores. Bordini (2003) apresenta uma breve discussão tangente a esta "não-estandardização".

O primeiro deles diz respeito à "negligência" de Schoenberg com o possível "papel estrutural forte" que a tríade diminuta presente nos segmentos extremos da série[332] poderia ter ao longo da obra, papel estrutural forte este afirmado por Lewin (1962) como existente. Para Perle a tríade diminuta, por ser uma unidade extremamente característica, poderia ter sido mais bem evidenciada por Schoenberg, podendo por sua vez ter servido, por exemplo, como um bom indicador dos limites das formas da série utilizadas (reduzindo eventuais ambiguidades). Perle então defende que Schoenberg frequentemente enfraquece ou talvez destrua esta potencialidade ao evidenciar outros segmentos diversos (até mesmo aos quais Perle chamou de extraestruturais)[333] simultaneamente às ocorrências deste elemento característico.

Já em seu segundo argumento Perle, ao observar a opção de Schoenberg por estruturar sua obra em "áreas harmônicas"[334], aponta a inconsistência do critério utilizado por Schoenberg (e descrito por Babbitt) para a progressão entre as áreas utilizadas. Para Perle, a ideia da utilização da quantidade de notas em comum é insuficiente para estabelecer um critério óbvio de diferenciação entre áreas, já que a série construída por Schoenberg em seu Concerto para Violino oferece complexos de séries que, apesar de diferentes, mantêm a mesma quantidade de classes de notas em comum entre seus hexacordes correspondentes[335].

Perle posteriormente aponta, em seu terceiro e último argumento, o que chamou de "completa negligência de Schoenberg das potencialidades estruturais da segmentação

---

[332] A forma da série $RI_3$ = [9, 0, 6, 7, 1, 2, 8, 10, 3, 11, 4, 5] inicia-se com as classes de notas 9, 0, 6 que fazem parte de um dos "cliques" da tríade diminuta (pode ser considerada portanto como o segmento tricordal inicial da forma da série $I_3$).

[333] É interessante frisar que o que Perle chamou de "harmonias associativas que são geradas através de procedimentos extra-seriais" (PERLE, 1963, p. 124) refere-se ao que o autor, em seu livro "*Serial Composition e Atonality*", no Capítulo V, "*Simultaneity*", no subitem II, tratou como "A verticalização de elementos lineares não-adjacentes": "a repetição ou sustentação de um ou mais notas da série enquanto a série se desenrola em sua ordem normal é um meio geralmente aceitado de derivação de elementos harmônicos que não estão em conformidade com o critério de adjacência."

[334] Perle conceitua "*harmonic area*", grosso modo, como a um agrupamento - ao qual chamou de complexos ("*complexes"*) - de formas da série cujo conteúdo de classes de notas de seus hexacordes correspondentes são mutuamente exclusivos.

[335] Perle aponta que até os primeiros 58 compassos a área harmônica utilizada era baseada na conteúdo mutuamente exclusivo de hexacordes entre as formas da série $P_0$ e $R_0$, $P_0$ e $I_0$, $R_0$ e $RI_0$ e $I_0$ e $RI_0$. Aponta posteriormente que a segunda área harmônica utilizada, baseada nas formas da série associadas a $P_7$, por ter como critério possuir 4 classes de notas em comum com o conteúdo hexacordal da primeira área (o que Babbitt chamou de uma relação transposicional que pode sugerir um paralelo com a região tonal da dominante, ou uma modulação para a tonalidade vizinha mais próxima), poderia ser satisfatoriamente substituída, segundo semelhante critério, pela área harmônica baseada nas formas da série associadas a $P_6$ (que também mantém 4 outras classes de notas em comum com hexacordes correspondentes a área a qual $P_0$ é representante).

tricordal da série", visto que Schoenberg não se utilizou simultaneamente de áreas harmônicas baseadas tanto no conteúdo hexacordal quanto no tricordal da série original por ele construída, fato que, para ele, demonstrou que a ambiguidade vista no início da *cadenza* seria um fenômeno casual. Para Perle, a utilização também das "áreas harmônicas ou dodecafônicas tricordais" ofereceria a Schoenberg uma "potencial ambiguidade estrutural enriquecedora" já que "poderia ter promovido uma base para mudança dos níveis transposicionais e para organização total das relações transposicionais."

Dois destes três argumentos, apesar de todos inteligentemente e duramente rebatidos pelo próprio Babbitt ao fim do artigo[336], apontam importantes lacunas que são diretamente ligadas à combinatoriedade. O primeiro diz respeito ao estabelecimento de critérios para transição entre áreas harmônicas, e o segundo diz respeito tanto ao uso de conjuntos de cardinalidades diferentes de hexacordes para o agrupamento destes complexos como para um meio de estruturação de uma obra serial dodecafônica baseado simultaneamente em áreas harmônicas de diversas cardinalidade. Portanto este artigo torna-se uma importante bibliografia ao tratar de área harmônica.

## "*Some Combinational Properties of Pitch Structures*" (HOWE, 1965)

Como o autor bem apresenta ao início do artigo neste pode ser encontrado o desenvolvimento de ideias que tem a ver com propriedades e relações de conjuntos com menos de 12 classes de notas e suas aplicações em sistemas combinacionais.

Seguindo as ideias de Babbitt (1955, 1960, 1961), Howe destaca a importância de se diferenciar certos pontos dos dois sistemas: combinacional e permutacional. Como exemplo, ele aponta as dissimilaridades no tipo de invariâncias que podem ser produzidos por operações aplicadas num sistema permutacional como o dodecafônico, no qual as operações são realizadas no total cromático, e pelas mesmas operações aplicadas em conjuntos com menos de 12 classes de notas (sistema combinacional). Neste último tipo de sistema a possibilidade de que todas as classes de notas do conjunto sejam mantidas diante de uma

[336] Babbitt defende-se muito bem dos argumentos levantados por Perle e principalmente discorda de certos termos utilizados por este último (*e. g.* "*failure*", "*fatal flaws*", "*err*", "*proof*", e outros) para sustentar os argumentos contra o seu ponto de vista acerca do Concerto para Violino, Op. 36, de Schoenberg. Pelo interessante teor da resposta, aconselho ao leitor lê-la diretamente em Perle (1963).

operação aleatória é muito baixa, produzindo, na maioria das vezes outro conjunto de notas com poucas ou nenhuma nota em comum com o gerador, ao contrário do que ocorre no primeiro tipo de sistema no qual todas as operações aplicadas (i.e. T, I, R e RI) mantém o total cromático, somente alterando o ordenamento das notas (e por isso sistema permutacional).

Ao tratar das "operações multiplicativas", fala da importância de pesquisas tangentes às operações com conjuntos fora da ótica dodecafônica e destaca os "*Set Complexes*" de Allen Forte (1964), apontando similaridades entre o seu ponto de vista e o deste último. Segundo Howe, Forte elabora uma relação equivalente para diferentes conjuntos pela identidade do seu conteúdo intervalar ao invés de, como ele, através da identidade sobre Transposição. Isto resulta em conjuntos que são "equivalentes" mas que não são relacionados por qualquer operação tradicional: a Relação-Z. Tal fato foi criticado por John Clough, porque a relação de equivalência Z é uma relação muito mais distante das "nossas ideias intuitivas musicais de semelhança", dando vantagem às relações de equivalência por T e I.

Em seu item II (Definições Básicas) apresenta uma série de conceitos tais como o conceito de "*pitch*" (nota), "*pitch-class*" (classe de nota), "*pitch-class collection*" (conjunto de classe de nota), "*pitch-structure*" (classe de conjunto) e seu método pra apresentação em forma normal em 3 passos (que é uma abreviação do método proposto por Randall e que tem assemelha-se à linguagem simplificada em Straus), "*interval*" (intervalo), "*interval-content"* (onde ele ressalta que para Forte, intervalo é um conjunto de classes de notas de tamanho 2, e o conteúdo intervalar de um conjunto é o número de subcoleções deste conjunto de tamanho 2), "*complementary intervals and transposition*" (intervalos e transposições complementares Mod 12), "*common-tone relation*" (notas em comum entre 2 conjuntos de classes de notas), "*common-tone index*" (lista com todas as notas em comum entre um conjunto de notas de uma classe de conjunto e os demais da mesma classe), "*multiplication operation Mn*" (operação de multiplicação ou multiplicativas [Straus], e. g., M7 = equivalência de ciclo de quintas), dentre outros.

Apresenta posteriormente uma série de propriedades importantes relacionadas aos conceitos apresentados no item II. A primeira propriedade, no qual o autor afirma que "*the* *common-tone index of a pitch-structure is identical to its interval-content*", é o que Straus (2013) apresenta como Notas Comuns Sob Transposição ($T_n$).[337]

E a segunda delas é a generalização do "*Hexachord Theorem***"**, no qual o autor enuncia a relação entre o conteúdo intervalar de conjuntos complementares de cardinalidade diversas matematicamente[338].

Já a terceira propriedade diz respeito à igual quantidade de notas comuns quando são aplicados T´s complementares a um conjunto de classes de notas.

A quarta propriedade trata das classes de conjunto que não possuem as 12 distintas possibilidades de transposições, ou seja, as que apresentam propriedades de automapeamento sob T´s específicos. O autor ressalta as 15[339] conjuntos fontes combinatoriais absolutos (hexacordes, tetracordes e tricordes) apresentando uma propriedade adicional destes conjuntos:

> Em adição às suas características combinatoriais, estas estruturas de classes de nota tem uma propriedade única em que certos equivalentes operacionais de suas conjuntos de classes de notas (incluindo aquelas sobre M1, M5, M7 e M11) são permutações de suas classes de notas componentes, e certas transposições são permutações cíclicas[340]. (HOWE, 1965, p. 4).

Como exemplo cita o caso da tricorde combinatorial absoluto 3-12 (048), cuja inversão à $T_0I$ = (084) é uma permutação dos elementos do conjunto cuja notação cíclica é (1)(23).

A quinta propriedade apresentada é somente a utilização da equação de Combinação Simples (Análise Combinatória, $C_r^n = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$) para saber a quantidade de subconjuntos possíveis de um dado conjunto.

---

[337] É interessante destacar que Straus (2013, Capítulos 2 e 3) apresenta uma série de outras propriedades úteis nas quais a capacidade de conjuntos em manter notas em comum após operações a eles aplicadas são abordadas. Estas propriedades foram por mim discutidas em Ourives (2013) no qual mostro a sua utilidade para uma forma particular de utilização da Combinatoriedade.

[338] Merece ser apontado aqui que Lewin discorre sobre esta propriedade em basicamente todo o seu artigo de 1960.

[339] Em Ourives (2013) apresento 16 Conjuntos Fontes Combinatoriais Absolutos.

[340] *"In addition to their combinatorial characteristics, these pitch-structures have another unique property in that certain operational equivalents of their PC colls (including those under M1, M5, M7 and M11) are permutations of their component PCs, and certain transpositions are cyclic permutations."*

Na sexta propriedade Howe discute sobre as invariâncias, principalmente relacionadas ao conteúdo intervalar e às classes de notas em comum, que podem ser produzidas ao se utilizar as operações de multiplicação M1, M11, M5 e M7 em conjuntos de classes de notas e classes de conjuntos. Apresenta também uma interessante classificação distinguindo 5 tipos de classes de conjuntos (PSs) quanto à sua capacidade de automapeamento por M1, M11, M5 e M7 - classificação esta semelhante à classificação da capacidade de automapeamento por transposição e inversão de conjuntos de classes de notas feita por Babbitt (1961).

Como o automapeamento, conforme pode ser visto em Ourives (2013), pode ser útil para a execução da Combinatoriedade, apesar de introduzir na presente pesquisa um novo horizonte através dos quais estudos sobre automapeamento de conjuntos e classes de conjunto poderão ser elaborados, Howe peca ao exemplificar a aplicabilidade musical desta propriedade, não listando conjuntos e sequer apresentando um exemplo com notação em inteiros ou musical da mesma.

Já na quarta parte do seu artigo, indo contra o indicado no subitem em questão, Howe prossegue sem uma demonstração dos conceitos e propriedades demonstrados nas seções anteriores, limitando-se somente a uma exemplificação que é insuficiente para entendimento de diversas lacunas observadas no decorrer do mesmo. Apesar disso, Howe apresenta um bom referencial teórico, algo que norteia pesquisas mais aprofundadas sobre o conteúdo apresentado.

# Apêndice 2: artigos publicados relacionados à combinatoriedade

Apresento aqui os artigos escritos durante o período de doutoramento que são relacionados à presente pesquisa:

● "*Babbitt, Martino e as bases teóricas para a combinatoriedade absoluta hexacordal, tetracordal e tricordal*", publicado nos anais do XXIV Congresso da ANPPOM, São Paulo, 2014. (http://www.anppom.com.br/congressos/index.php/24anppom/SaoPaulo2014/paper/view/3226)

● "*O papel de 'Some Aspects of Twelve-Tone Composition' (BABBITT, 1955) na generalização da combinatoriedade como técnica composicional*", publicado nos anais do IV Encontro Internacional de Teoria e Análise Musical (EITAM 4). (http://www2.eca.usp.br/etam/ivencontro/EITAM4.pdf).

# Babbitt, Martino e as bases teóricas para a combinatoriedade absoluta hexacordal, tetracordal e tricordal

MODALIDADE: COMUNICAÇÃO

Natanael de Souza Ourives
*Universidade Federal da Bahia - nathanourives@hotmail.com*

**Resumo**: Com o objetivo de oferecer ao compositor ou pesquisador as bases teóricas para a compreensão da combinatoriedade absoluta hexacordal tetracordal e tricordal, neste trabalho apresento uma breve revisão bibliográfica baseada em quatro artigos seminais para o estudo do tema: Babbitt (1955; 1960; 1961) e Martino (1961). Este texto é um recorte da minha pesquisa de mestrado em composição realizado na Universidade Federal da Bahia.

**Palavras-chave:** Combinatoriedade. Conjuntos Combinatoriais Absolutos. Babbitt. Martino.

**Babbitt, Martino and the Theoretical Bases for Hexachordal, Tetrachordal and Trichordal All-combinatoriality**

**Abstract**: With the aim of offering the composer or researcher the theoretical bases for understanding the hexachordal, tetrachordal and trichordal all-combinatoriality, in this paper I present a brief literature review based on four seminal articles for the study of the subject: Babbitt (1955; 1960; 1961) and Martino (1961). This paper is an excerpt of my master´s degree research in musical composition at Universidade Federal da Bahia.

**Keywords:** Combinatoriality. All-combinatorial Sets. Babbitt. Martino.

## Introdução

O presente artigo traz um recorte da minha dissertação de mestrado em composição (OURIVES, 2013) realizado na Universidade Federal da Bahia, no qual fiz uma investigação acerca do uso da combinatoriedade através de hexacordes, tetracordes e tricordes fontes combinatoriais absolutos. Com o objetivo de oferecer ao compositor ou pesquisador um ponto de partida para a compreensão da técnica e de seus meandros, aqui faço uma breve revisão bibliográfica centrada nos que, durante a minha pesquisa, demonstraram ser os quatro artigos seminais para o estudo do tema: *Some aspects of twelve-tone composition* (1955), *Twelve-tone invariants as compositional determinants* (1960) e *Set structure as a compositional* *determinant* (1961), ambos de Milton Babbitt[341], e *The source set and its aggregate formations* (1961), de Donald Martino.

**1. Milton Babbitt (1955; 1960; 1961)**

A combinatoriedade[342] pode ser definida, grosso modo, como um método de combinação sucessiva ou simultânea de duas ou mais formas de uma série dodecafônica de maneira que seus subconjuntos correspondentes e de qualquer cardinalidade são capazes de formar agregados (OURIVES, 2013). Ela originou-se a partir das composições de Arnold Schoenberg[343] e foi generalizada como técnica composicional principalmente por Milton Babbitt, através de uma série de três importantes artigos publicados em 1955, 1960 e 1961. Tais artigos foram inspirados em características encontradas nos compassos iniciais do terceiro movimento do Quarto Quarteto de Cordas de Schoenberg, Op. 37. Nestes, paralelamente a uma documentação "das bases matemáticas do sistema dodecafônico usando veículos da teoria dos conjuntos e teoria de grupo finito[344]" (NOLAN, 2008: p. 290), Babbitt introduz alguns termos e conceitos básicos sobre combinatoriedade que serviram como ponto de partida para investigações feitas por outros autores subsequentemente.

No primeiro deles, *Some aspects of twelve-tone composition* (1955), Babbitt descreve uma característica observada no Op. 37 onde "hexacordes correspondentes de formas da série inversionalmente relacionadas, a um intervalo transposicional específico, não possuem nenhuma nota em comum e, portanto, ocupam o total cromático, criando assim um agregado" [345]. Esta característica pode ser vista na Figura 1. A série utilizada por Schoenberg é derivada do hexacorde 6-16 (014568). Um novo conjunto de doze classes de notas (agregado) é obtido entre o segundo hexacorde da forma da série $O_0$ e o primeiro hexacorde de $RI_8$, ambos

---

[341] É importante frisar que outros dois textos do autor tiveram, segundo ele, suas informações sumarizadas e/ou desenvolvidas nesses três artigos, a sua dissertação não publicada *The function of Set Structure in the Twelve-tone System* (1946), somente aceita na Universidade de Princeton em 1992, e a revisão *Schoenberg et son et son école; Qu´est ce que la musique de douze sons? by René Leibowitz* (1950).

[342] Segundo Whittall (2008), o termo em inglês "combinatorial" parece ter sido aplicado à música dodecafônica pela primeira vez por Babbitt na revisão dos livros de Leibowitz publicada em 1950. Aqui utilizo a tradução "combinatoriedade" sugerida por Bordini (2003) ao equivalente em inglês *combinatoriality*.

[343] Schoenberg utilizou a possibilidade de formação ou não de agregados entre formas de uma dada série como critério para a seleção das formas da série a serem utilizadas numa obra dodecafônica. Através da combinatoriedade, Schoenberg era capaz de realizar o ideal dodecafônico da não repetição de classes de notas quando duas ou mais formas de uma série eram utilizadas simultânea ou sucessivamente. Dessa forma, evitava-se que uma classe de notas fosse repetida numa outra forma da série antes que todas as demais classes de notas tivessem sido apresentadas.

[344] *"the mathematical foundations of the system of twelve pitch classes using the vehicles of set theory and finite group theory".*

[345] *"corresponding hexachords of inversionally related forms of the set, at the specific transpositional interval, possess no notes in common, and therefore span the total chromatic, thus creating an 'aggregate'."*

pertencentes à classe de conjunto 6-16 e relacionados pela operação de inversão $T_5I$ que faz com que estes conjuntos se autocomplementem. Semelhante processo de construção de agregados entre formas de uma série passou a ser frequentemente descrito através do termo combinatoriedade.

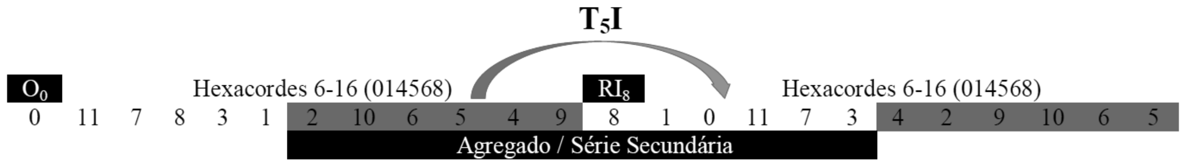



Figura 1: Formação de agregado no Op. 37 de Schoenberg, compasso 614 - 621.

A partir desta característica e da investigação de sua recorrência em outras obras de Schoenberg, Babbitt reconhece a relação entre a estrutura de subconjuntos de uma série e as possibilidades de construção de agregados entre suas formas operacionalmente relacionadas. Ele então ressalta a importância da derivação para construção de séries com maiores capacidades combinatoriais e destaca sua íntima relação com a combinatoriedade:

> [...] um princípio que sustenta a maior parte do trabalho de Schoenberg (ou seja, combinatoriedade), e outro princípio, superficialmente não relacionados, que ocupa uma posição semelhante na música de Webern (derivação), que foram generalizados e estendidos muito além de suas funções imediatas, finalmente ao ponto em que, em suas formas mais generalizadas, eles são encontrados profundamente inter-relacionados, e nestas inter-relações novas propriedades e potencialidades dos princípios individuais são reveladas[346]. (BABBITT, 1955: p. 41).

Assim, paralelamente a uma avaliação sistemática das possibilidades de formação de agregados entre formas de séries dodecafônicas derivadas a partir de certos conjuntos de classes de notas com propriedades específicas, Babbitt apresenta outros termos e conceitos relevantes para a combinatoriedade. O primeiro deles é o conceito de série secundária, agregados formados entre formas de uma série dispostas sucessiva ou simultaneamente onde se é possível obter um ordenamento nítido (Figura 1). Posteriormente Babbitt apresenta as ideias de combinatoriedade absoluta e semicombinatoriedade, diferenciando estes tipos de combinatoriedade através das possibilidades de uma dada série em formar agregados ou séries secundárias entre suas formas operacionalmente relacionadas:

[346] "[…]*a principle that underlies the bulk of Schoenberg's work (namely, combinatoriality), and another, superficially unrelated, principle occupying a similar position in the music of Webern (derivation), that have each been generalized and extended far beyond their immediate functions, finally to the point where, in their most generalized form, they are found to be profoundly interrelated, and in these interrelationships new properties and potentialities of the individual principles are revealed*". (BABBITT, 1955, p. 3).

> “Semicombinatoriedade” indica a propriedade de criação de séries secundárias ou agregados entre um par de formas da série específico [...], “combinatoriedade absoluta” denota a possibilidade de construção de agregados entre qualquer par de formas da série [...].[347](BABBITT, 1955: p. 46).

A partir das últimas composições de Schoenberg (Op. 45 e Op. 50b), nas quais ele utiliza a combinatoriedade através de hexacordes não ordenados, Babbitt desenvolve o conceito de séries e ou conjuntos fontes: séries ou conjuntos “cujas características combinatórias são independentes do ordenamento imposto sobre este conteúdo” (BABBITT, 1955: p. 47). Por fim, ele apresenta os hexacordes fontes combinatoriais absolutos e os classifica quanto à ordem, apresenta a ideia de séries derivadas através da justaposição de segmentos de formas de uma série (Figura 3), e a noção de conjuntos geradores: conjuntos capazes de construir séries através da derivação.

Em seu artigo de 1960, Babbitt caracteriza e distingue o sistema dodecafônico do sistema tonal, descreve matematicamente as operações de transposição (T), inversão (I), retrógrado (R) e retrógrado da inversão (RI), e foca-se em certos tipos de invariâncias que surgem em qualquer série dodecafônica ao serem aplicadas operações T e I, nas quais são utilizados níveis transposicionais específicos (*t´*s). Visto que considera T e I como operações que causam permutações da ordem das classes de nota de uma série, Babbitt concentra-se em invariâncias de classes e de pares de classes de notas com relação aos seus respectivos ordenamentos. Ele então apresenta uma série de propriedades nas quais tais tipos de invariância podem ser produzidos. Um exemplo pode ser visto na Figura 2.

| Números de ordem: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ***a*** | ***b*** | | | ***c*** | ***d*** | | | | |
| Série Original **$T_0$**: | 0 | 1 | 3 | 9 | 2 | 11 | 4 | 10 | 7 | 8 | 5 | 6 |
| Forma da Série **$T_1$**: | 1 | 2 | 4 | 10 | 3 | 0 | 5 | 11 | 8 | 9 | 6 | 7 |
| Forma da Série **$T_{11}$**: | 11 | 0 | 2 | 8 | 1 | 10 | 3 | 9 | 6 | 7 | 4 | 5 |

Figura 2: Invariâncias segmentais “ordenadas” na série do Prelúdio da Suíte para Piano Op. 25 de Schoenberg

Na figura, os pares de classes de notas (3, 9) e (4, 10) da série original $T_0$ permanecem adjacentes e com intercâmbio de ordenamento nas formas da série $T_1$ e $T_{11}$, respectivamente. Invariâncias deste gênero são possíveis caso seja utilizada a propriedade seguinte:

[347] *“‘Semicombinatoriality’ indicates the property of creating such secondary sets, or aggregates, between a specific pair of forms (in the case of hexachordal semicombinatoriality); "all-combinatoriality" denotes the possibility of constructing such secondary sets or aggregates among any pairs of forms of the sets, at one or more transpositional levels.”*

> Se um conjunto possui classes de notas sucessivas representadas por números correspondentes a classes de notas a e b, e classes de notas sucessivas representadas por números correspondentes a classes de notas c e d (c pode ou não ser igual a b, e semelhantemente para d e a), e se b – a = d – c, então há um t tal que a + t = c, e b + t = d, de modo que em t, a e b são associados com os números de ordem originais de c e d, e então segue que sob 12 – t, c e d são associados com os números de ordem originais de a e b.[348] (BABBITT, 1960: p. 250).

Partindo de tais possibilidades de se manter invariâncias diádicas entre formas de séries dodecafônicas, Babbitt destaca a estreia relação entre invariâncias segmentais e a combinatoriedade ao afirmar que nelas "há imanente a extensão para o conteúdo fixo dos tricordes, tetracordes, hexacordes, etc., ou, em outras palavras, o conjunto combinatorial"[349] (BABBITT, 1960: p. 251).

Já em seu artigo de 1961, Babbitt estende a investigação feita no artigo anterior focando-se nas invariâncias que podem ser obtidas através das operações T, I, R e/ou RI que são relacionadas à estrutura da série, ou seja, na construção de uma série a partir de subconjuntos propícios à invariância e consequentemente à combinatoriedade. Inicialmente ele apresenta as condições para a classificação dos diversos tipos de combinatoriedade hexacordais possíveis no que diz respeito às suas capacidades de automapeamento e autocomplementação (combinatoriedade original, inversional, retrógrada e retrógrada-inversional) através de uma série de expressões matemáticas (Anexo I). Posteriormente sugere a investigação da construção de agregados a partir do particionamento de formas da série que sejam diferentes de hexacordes. Como exemplo, ele utiliza a série base de sua obra *Composition for twelve instruments* (1948), na qual agregados podem ser formados por porções equivalentes de cinco cardinalidades (hexacordes, tetracordes, tricordes, bicordes, e "monocordes") através da sobreposição de doze formas de sua série base "pluricombinatorial" (Figura 3).

---

[348] *"If a set possesses successive pitch classes represented by pitch numbers a and b, and successive pitch classes represented by pitch numbers c and d (c may or may not be equal to b, and similarly for d and a), and if b - a = d - c, then there is at such that a + t = c, and b + t = d, so that under t, a and b are associated with the original order numbers of c and d, and it then follows that under 12 - t, c and d are associated with the original order numbers of a and b."*

[349] *"there is immanent the extension to the fixed content trichord, tetrachord, hexachord, etc., or, in other words, to the combinatorial set".*

Por fim, Babbitt investiga mais profundamente alguns compassos do Op. 37 e de outras obras de Schoenberg no que diz respeito às invariâncias segmentais verticais e horizontais, à formação de agregados e séries secundárias, e à estrutura de subconjuntos de suas séries.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_0$ | 0 | 1 | 4 | 9 | 5 | 8 | 3 | 10 | 2 | 11 | 6 | 7 |
| $O_4$ | 4 | 5 | 8 | 1 | 9 | 0 | 7 | 2 | 6 | 3 | 10 | 11 |
| $O_8$ | 8 | 9 | 0 | 5 | 1 | 4 | 11 | 6 | 10 | 7 | 2 | 3 |
| $I_1$ | 1 | 0 | 9 | 4 | 8 | 5 | 10 | 3 | 11 | 2 | 7 | 8 |
| $I_5$ | 5 | 4 | 1 | 8 | 0 | 9 | 2 | 7 | 3 | 6 | 11 | 10 |
| $I_9$ | 9 | 8 | 5 | 0 | 4 | 1 | 6 | 11 | 7 | 10 | 3 | 2 |
| R | 7 | 6 | 11 | 2 | 10 | 3 | 8 | 5 | 9 | 4 | 1 | 0 |
| $R_{11}$ | 11 | 10 | 3 | 6 | 2 | 7 | 0 | 9 | 1 | 8 | 5 | 4 |
| $R_3$ | 3 | 2 | 7 | 10 | 6 | 11 | 4 | 1 | 5 | 0 | 9 | 8 |
| $RI_6$ | 6 | 7 | 2 | 11 | 3 | 10 | 5 | 8 | 4 | 9 | 0 | 1 |
| $RI_{10}$ | 10 | 11 | 6 | 3 | 7 | 2 | 9 | 0 | 8 | 1 | 4 | 5 |
| $RI_2$ | 2 | 3 | 10 | 7 | 11 | 6 | 1 | 4 | 0 | 5 | 8 | 9 |

Agregados

$(6^2)$

$(4^3)$

$(3^4)$

$(2^6)$

$(1^{12})$

Figura 3: "Pluricombinatoriedade" através da sobreposição de formas da série básica da obra *Composition for twelve instruments* (1948), de Milton Babbitt.

## 2. Donald Martino (1961)

Partindo destes artigos e de maneira complementar, uma vez que Babbitt trata principalmente de hexacordes, Martino, em seu artigo *The Source Set and Its Aggregate Formations* (1961), amplia as investigações acerca da combinatoriedade investigando a formação de agregados também por tetracordes, tricordes e eventualmente por outros conjuntos.

Neste artigo, Martino foca-se principalmente nas possibilidades de construção de séries derivadas de um ou mais conjuntos geradores nas quais agregados podem ser formados simultaneamente por conjuntos de cardinalidades diversas, principalmente hexacordes, tetracordes e tricordes, de maneira semelhante à "pluricombinatoriedade" proposta por Babbitt em sua obra *Composition for twelve instruments* (Figura 3).

Para tal, ele ressalta a importância de se ter total conhecimento e controle dos materiais que servirão como base para construção de uma série e dos seus desdobramentos para um ato composicional inteligente (MARTINO, 1961: p. 225). A partir disso ele demonstra que o uso de tais possibilidades combinatoriais múltiplas numa dada série derivada irá depender dos seus conjuntos geradores e de suas propriedades combinatoriais, das formas da série escolhidas e da forma com que são dispostas, das relações entre os conjuntos geradores da série base e entre os conjuntos geradores dos agregados formados através da sobreposição de formas da série, e da aplicação de certas propriedades.

Uma grande quantidade de informações referentes às possibilidades de formação de agregados através de hexacordes, tetracordes e tricordes são por ele apresentadas através de sete importantes tabelas. Nelas podemos encontrar todos os hexacordes, tetracordes e tricordes fontes combinatoriais absolutos e semicombinatoriais devidamente distinguidos, seus vetores intervalares, os níveis transposicionais específicos para formação de agregado para cada operação T, I, R e RI (combinatoriedade original, inversional, retrógrada e retrógrado-inversional) aplicada a estes conjuntos, e principalmente certas relações dentro e entre partições para formar agregados. Estas relações se encontram no que o autor chamou de mosaicos, onde podemos observar as relações entre hexacordes e entre hexacordes e tricordes (MARTINO, 1961: p. 229), tetracordes (MARTINO, 1961: p. 237), tetracordes e tricordes (MARTINO, 1961: p. 239 e p. 261), tricordes e entre tricordes e hexacordes (MARTINO, 1961: p. 244 e 245 a 256) e entre tricordes e tetracordes (MARTINO, 1961: p. 258 a 260).

A partir dessas informações podemos criar séries que possuem uma complexa natureza combinatorial, tal como pode ser visto na Figura 4, na qual podemos observar uma série semelhante à construída por Babbitt (Figura 3). Ela é derivada simultaneamente do hexacorde combinatorial absoluto 6-7 (012678) e de um tricorde a ele relacionado, o tricorde combinatorial absoluto 3-1 (012), um dos seus possíveis tricordes geradores. Este por sua vez se relaciona com o tetracorde combinatorial absoluto 4-28 (0369), visto que, quando sobrepostas as suas formas transpostas aos níveis transposicionais 0, 3, 6 e 9, quatro versões harmônicas de 4-28 (0369) são geradas. Dessa forma, três tipos de combinatoriedades serão simultaneamente possíveis, a combinatoriedade hexacordal, através da partição ($6^2$), a combinatoriedade tetracordal, através da partição ($4^3$), e a combinatoriedade tricordal, através de ($3^4$).

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $O_0$ | 0 | 2 | 1 | 7 | 8 | 6 | 3 | 5 | 4 | 10 | 11 | 9 |
| $O_9$ | 9 | 11 | 10 | 4 | 5 | 3 | 0 | 2 | 1 | 7 | 8 | 6 |
| $O_6$ | 6 | 8 | 7 | 1 | 2 | 0 | 9 | 11 | 10 | 4 | 5 | 3 |
| $O_3$ | 3 | 5 | 4 | 10 | 11 | 9 | 6 | 8 | 7 | 1 | 2 | 0 |

Agregados

$(6^2)$ 6-7 (012678)

$(4^3)$ 4-28 (0369)

$(3^4)$ 3-1 (012)

Figura 4: "Pluricombinatoriedade" através da sobreposição de formas de uma série derivada simultaneamente dos conjuntos combinatoriais absoluto 6-7 (012678) e 3-1 (012).

## Considerações finais

Diante da quantidade de informações relevantes para a compreensão das combinatoriedades absolutas hexacordal, tetracordal e tricordal, os artigos de Babbitt e Martino tornam-se referencias obrigatórios para o estudo da técnica. Em Babbitt (1955) encontramos os principais termos e conceitos a ela relacionados, que são desenvolvidos e investigados de maneira mais sistemática nos seus dois artigos posteriores. Em Babbitt (1960), observa-se uma espécie de "processo evolutivo" da combinatoriedade a partir do conhecimento e domínio de propriedades relacionadas às invariâncias na música dodecafônica. Já em Babbitt (1961), certas lacunas deixadas em seu artigo de 1955 são preenchidas, principalmente aquelas relacionadas à classificação dos hexacordes combinatoriais absolutos, às análises mais profundas das obras de Schoenberg e à formação de agregados através de conjuntos diferentes de hexacordes. Martino (1961), por sua vez, preenche as lacunas deixadas por Babbitt (1961) no que diz respeito às combinatoriedades tetracordais e tricordais e à formação de agregados entre formas da série através da derivação.

No anexo I apresento de maneira tabular e sumarizada as principais informações extraídas destes três artigos acerca dos hexacordes, tricordes e tetracordes fontes combinatoriais absolutos.

## Referências

BABBITT, Milton. Some Aspects of Twelve-tone Composition. *The Score and I.M.A Magazine,* v. 12, p. 53-61, 1955.

______. Twelve-tone Invariants as Compositional Determinants. *The Musical Quarterly,* v. 46, n. 2, p. 246–259, 1960.

______. Set Structure as a Compositional Determinant. *Journal of Music Theory,* v. 5, n. 1, p. 72–94, 1961.

BORDINI, Ricardo Mazzini. *A Teoria Pós-tonal e o Processador de Classes de Notas Aplicados à Composição Musical:* Um tutorial. 127f. Tese (Doutorado em Composição). Programa de Pós Graduação em Música, Escola de Música, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2003.

MARTINO, Donald. The Source Set and its Aggregate Formations. *Journal of Music Theory,* v. 5, n. 2, p. 224–273, 1961.

NOLAN, Chaterine. *Music Theory and Mathematics*. In: CHRISTENSEN, Thomas Street (Org.). *The Cambridge History of Western Music Theory*. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.

OURIVES, Natanael de Souza. *Rebotes:* o uso da combinatoriedade através de hexacordes tetracordes e tricordes fontes combinatoriais absolutos. Salvador, 2013. 161f. Dissertação (Mestrado em Composição). Programa de Pós Graduação em Música, Escola de Música, Universidade Federal da Bahia, Salvador.

## O papel de "*Some Aspects Of Twelve Tone Composition*" (BABBITT, 1955) na generalização da Combinatoriedade como técnica composicional.

Natanael de Souza Ourives (UFBA)

**Resumo:** Com o objetivo de oferecer ao compositor ou pesquisador um ponto de partida para a compreensão da Combinatoriedade e seus meandros o presente artigo visa apontar "Some Aspects of Twelve Tone Composition" (BABBITT, 1955) como pivô da generalização da combinatoriedade como técnica composicional. Aqui são brevemente apontadas algumas relações entre os tópicos (termos e conceitos) relacionados à combinatoriedade que são introduzidos por Babbitt em "Some Aspects" e alguns artigos tangentes à técnica que foram escritos posteriormente tanto pelo autor quanto por outros autores entre 1955 e 1965. Este texto é um recorte da minha pesquisa de doutorado em composição em andamento na Universidade Federal da Bahia.

**Palavras-chave**: Combinatoriedade. Milton Babbitt. Some Aspects.

**Title**: The Role of "Some Aspects of Twelve Tone Composition" (BABBITT, 1955) in the Generalization of Combinatoriality as a Compositional Technique.

**Abstract:** In order to offer the composer or researcher a starting point for the understanding of combinatoriality the present article aims to point out "Some Aspects of Twelve Tone Composition" (BABBITT, 1955) as the pivot of the generalization of combinatoriality as a compositional technique. Here it is briefly outlined some relationships between the topics (terms and concepts) related to the combinatoriality that are introduced by Babbitt in "Some Aspects" and some articles tangent to the technique that were written later by both the author and other authors between 1955 and 1965. This paper is an excerpt of my doctorate degree´s research in musical composition in progress at Universidade Federal da Bahia.

**Keywords**: Combinatoriality. Milton Babbitt. Some Aspects.

## Introdução

O presente artigo traz um recorte da minha pesquisa de doutorado em composição em andamento na Universidade Federal da Bahia, de título Combinatoriedade: conceitos e aplicações composicionais. Com o objetivo de oferecer ao compositor ou pesquisador um ponto de partida para a compreensão da Combinatoriedade e de seus meandros, aqui pretendo apontar os indícios que corroboram para que o artigo *"Some Aspects of Twelve-tone Composition"*, de Milton Babbitt, publicado em Junho de 1955 na *"The Score and International Music Association (I.M.A.) Magazine"* (Londres), possa ser considerado como marco inicial para processo de generalização da Combinatoriedade como técnica composicional.

Tais indícios serão apresentados com base em três argumentos: (1) a quantidade de termos e conceitos introduzidos no meio acadêmico através da publicação deste artigo e que hoje podem ser considerados básicos para o estudo da técnica, (2) as expansões destes termos e conceitos que também podem ser nele encontradas, (3) e as "lacunas" deixadas pelo autor que posteriormente foram tanto por ele mesmo preenchidas em artigos posteriores, quanto por outros autores, e que, juntos, formam o arcabouço teórico considerado seminal acerca da técnica.

## 1. A Combinatoriedade

A combinatoriedade foi um termo criado por Babbitt para nomear uma prática recorrente feita por Schoenberg em suas obras dodecafônicas a partir de 1928. Apesar de muitas outras possibilidades de uso da técnica, em muitos escritos (principalmente livros-texto de composição, análise e teoria musical) encontramos a combinatoriedade exemplificada e descrita através da característica encontrada no início do terceiro movimento do quarto quarteto de cordas de Schoenberg, Op. 37, no qual, como aponta Babbitt (1955, p. 56), "hexacordes correspondentes de formas da série inversionalmente relacionadas, a um intervalo transposicional específico, não possuem nenhuma nota em comum e, portanto, ocupam o total cromático, criando assim um ‘agregado’”[350].

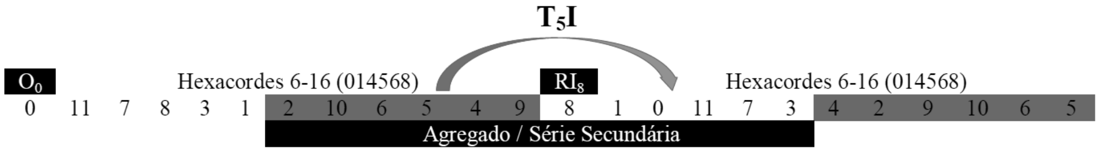



**Fig. 1** – Formação de agregado/série secundária no Op. 37 de Schoenberg, compassos 614 ao 621.

Esta característica pode ser vista na figura acima. A série por Schoenberg utilizada é derivada do hexacorde semicombinatorial 6-16 (014568). Um novo conjunto de doze classes de notas (chamado por Babbitt de agregado) surge entre o segundo hexacorde da forma da série $O_0$ (em cinza) e o primeiro hexacorde de $RI_8$ (em branco). Estes são representantes da classe de conjunto 6-16 e estão relacionados pela operação de inversão $T_5I$ que faz com que estes conjuntos se autocomplementem.

## 2. Antes de "*Some Aspects*"

Antes de partir para os "*higlights*" de *"Some Aspects of Twelve-Tone Composition"* opto por traçar "cronologicamente" uma espécie de "cadeia evolutiva" no qual são elencados: (1) o contexto em que a Combinatoriedade surgiu a partir do Serialismo Dodecafônico, (2) os objetivos iniciais que levaram Schoenberg a desenvolver a técnica, (3) a expansão do seu potencial feita ainda pelo compositor (ver Fig. 2), até (4) a publicação do artigo em 1955:

(1) Estabelecimento e seguimento das premissas iniciais do dodecafonismo por Schoenberg, Webern e Berg;

(2) A inclusão da ideia de segmentação da série dodecafônica em grupos de 3, 4 e 6 notas e evidenciações particulares destes segmentos com intuitos composicionais diversos;

(3) A natural diferenciação dos dodecafonismos de Schoenberg, Webern e Berg;

(4) A gradual descoberta e aproveitamento de propriedades diversas destes conjuntos segmentários da série, principalmente relacionadas às capacidades de autocomplemento e automapeamento destes conjuntos através das operações de transposição e inversão.

(5) O uso da derivação para a construção de séries a partir de conjuntos que apresentam tais propriedades, principalmente, no caso de Schoenberg, a partir de hexacordes;

[350] "[…] *corresponding hexachords of inversionally related forms of the set, at the specific transpositional interval, possess no notes in common, and therefore span the total chromatic, thus creating an 'aggregate'". (grifo do autor).*

(6) O surgimento da combinatoridade nas obras de Schoenberg (Op. 31) a partir do uso de séries derivadas de hexacordes com capacidade de autocomplementação por inversão (Combinatoriedade Inversional). A formação de agregados através de hexacordes complementares inversamente relacionados de formas da série distintas (tal como na Fig. 1) é tida como solução para a não repetição (*i. e.* ênfase) de classes de notas (premissa inicial do dodecafonismo) quando duas ou mais formas da série são utilizadas sucessiva ou simultaneamente ("propensão contrapontística Schoenberguiana");

(7) O uso das propriedades combinatoriais das séries como critério para seleção e associação das formas da série a serem utilizadas numa obra dodecafônica;

(8) O uso das propriedades combinatoriais das séries para gerenciar a estrutura musical, ou seja, grosso modo, a distinção e uso de agrupamentos constando somente formas da série que são parceiras combinatoriais (capazes de formarem agregados entre si) em determinadas sessões de uma obra (Regiões Combinatoriais);

(9) O reconhecimento do hexacorde combinatorial como uma unidade melódico-harmônica de construção dodecafônica e a flexibilidade na premissa do ordenamento fixo dentro destas unidades advinda do reconhecimento de que suas propriedades combinatoriais permaneceriam inalteradas caso seus conteúdos internos fossem permutados. Esta flexibilidade passa a melhor viabilizar o uso de outras sistematizações concomitantes à combinatoriedade (ver fig. 2).

(10) A utilização de conceitos matemáticos (teoria de grupo finito e sistemas formais) para a compreensão e descrição do dodecafonismo - principalmente da parte tangente à combinatoriedade schoenberguiana - por Babbitt em seu escrito não publicado *"The Function of Set Structure in the Twelve-tone System"* (1946);

(11) A evidenciação simultânea bidimensional de conjuntos combinatoriais de outras cardinalidades (tricordes e tetracordes) (ver fig. 2).

(12) O conhecimento e domínio das propriedades combinatoriais dos hexacordes[351] (ver fig. 2).

---

[351] Apesar de ter utilizado também de hexacordes combinatoriais absolutos, Schoenberg somente utilizou a combinatoriedade hexacordal inversional para formação de agregados (autocomplemento por inversão) em suas obras. Além disso, ele geralmente não se utilizou de todos os níveis transposicionais através dos quais estes conjuntos seriam capazes de se autocomplementarem por inversão, dando preferência inicialmente ao intervalo de 5º J. Somente em seu Op. 50*b*, última obra composta pelo autor, é que ele usa todos os dois pontos de

(13) A sumarização de alguns conceitos presentes em *"The Function"* (1946) e a publicação de *"Some Aspects of Twelve-tone Composition"* (1955)[352].

Na Fig. 2 a seguir podemos observar uma breve demonstração da combinatoriedade (e do dodecafonismo) realizada por Schoenberg em sua última obra composta, o Op. 50b, *De Profundis* (*Psalm* 130), finalizada em 1950, um ano antes de sua morte, e que apresenta simultaneamente as características referidas nos itens (9), (11) e (12) anteriores. Nela observamos o primeiro agregado formado pelos dois primeiros hexacordes de duas formas da série que são dispostas simultaneamente. Os conjuntos são versões complementares do hexacorde combinatorial absoluto 6-7 (012678), de segunda ordem. As duas formas da série $O_3$ e $I_6$ estão relacionadas por Combinatoriedade Inversional[353] . Diante de flexibilidades no ordenamento, os hexacordes são dispostos de maneira que as quatro porções tricordais (horizontais), duas pertencentes a cada um dos hexacordes, se encontram sobrepostas, neste caso todos pertencentes à classe de conjunto 3-1 (012), um tricorde combinatorial absoluto de primeira ordem. Devido a esta disposição, três tetracordes são formados verticalmente, dois representantes do tetracorde semicombinatorial 4-14 (0347) nas extremidades e o tetracorde combinatorial absoluto 4-28 (0369) no centro. Paralelamente à combinatoriedade e através da condução de vozes, Schoenberg encadeia acordes segundo princípios "tonais". Se considerarmos o primeiro tetracorde representante de 4-14 como um acorde de Dó Sustenido cujo modo é ambíguo, ao mesmo tempo maior e menor - uma espécie intenção bitonal - e o mesmo para o outro representante de 4-14, neste caso o acorde de Sol (também de modo ambíguo) na primeira inversão, o acorde central - o tetracorde 4-28, a tétrade diminuta - poderia servir ao mesmo tempo como acorde de $vii^{o7}$ (B#°7) do Dó Sustenido e como $vii^{o}{}^{4}_{3}$ (F#°/C) do Sol. Entre eles a tétrade diminuta proporcionaria então uma espécie de modulação.

inversão disponíveis para o autocomplemento do hexacorde absoluto 6-7 (012678) de segunda ordem (ver fig. 2). No rascunho da seu Op. 50*c* (não finalizada) Schoenberg demonstra também estar ciente dos 3 níveis transpositivos através dos quais o hexacorde combinatorial absoluto de terceira ordem 6-20 (014589) poderia se autocomplementar por inversão. Tal fato demonstra que aos poucos Schoenberg estava extraindo todas as capacidades combinatoriais dos conjuntos por ele utilizados.

[352] Parte do conteúdo de "*The Function*" também encontra-se sumarizado em outros dois curtos artigos feitos por Babbitt, as revisões dos escritos de René Leibowitz *Schoenberg et son et son école; Qu´est ce que la musique de douze sons?,* ambas de 1950.

[353] A série básica utilizada por Schoenberg na obra é $O_3$ [3, 9, 8, 4, 2, 10, 7, 11, 0, 6, 5 1]. A forma da série que é disposta simultaneamente a ela é $I_6$ [6, 0, 1, 5, 7, 11, 2, 10, 9, 3, 4, 8]. O trecho presente na Fig. 2 corresponde ao compasso 48 do Op. 50b.

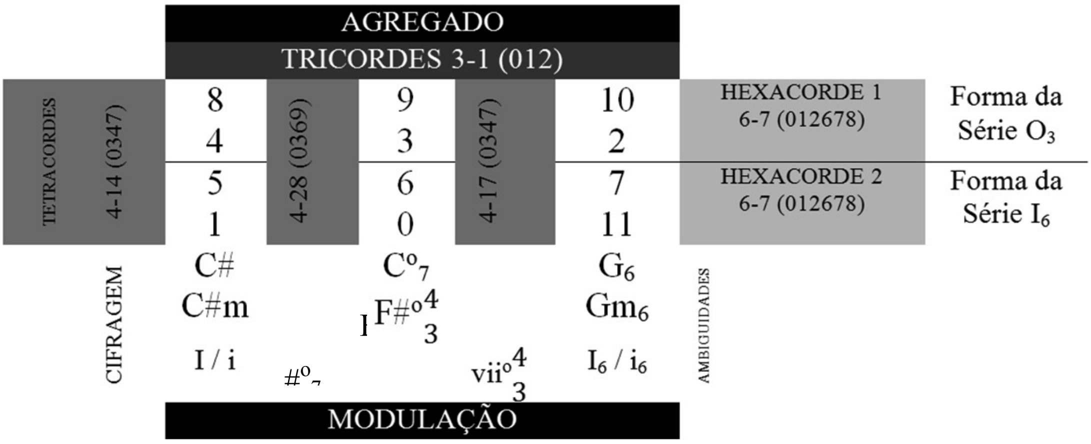



**Fig. 2** –"Interpenetração do Vertical com o Horizontal" no Op. 50*b* de Schoenberg.

### 3. "Some Aspects"

A partir destas práticas combinatoriais de Schoenberg – em seu estado básico como o superficialmente demonstrado na Fig. 1, e em seu estágio mais avançado como pôde ser visto na Fig.2 – Babbitt apresenta em *"Some Aspects*" parte das investigações teóricas acerca do tema que foram iniciadas em 1946 no seu escrito não publicado *"The Function of Set Structure in the Twelve-tone System"*. Suas informações mais relevantes serão apresentadas em ordem cronológica tal como aparecem no artigo e tal como foi feito no item 2. É importante destacar que muitos dos termos apresentados foram introduzidos pelo autor para nomear certas características que foram por ele vistas nas obras combinatoriais de Schoenberg e que alguns deles já foram fruto da expansão das possibilidades combinatoriais observadas. Além disso todos estes termos – juntamente aos seus respectivos conceitos enunciados por Babbitt – foram, durante a presente pesquisa, considerados imprescindíveis para a compreensão do tema. Devido talvez ao curto espaço disponível (somente 9 páginas), grande parte deste conteúdo é apresentado em *"Some Aspects"* de maneira superficial. Apesar disso, muitas ideias importantes estão presentes e praticamente cada frase apresentada tem uma importância única para o estudo do tema, refletindo em investigações posteriores do próprio autor e de outros autores. Portanto, cada um destes elementos enumerados a seguir foram por mim também considerados como lacunas ou pontos de partida para estas investigações subsequentes, cujo vínculo a tais escritos poderão ser vistos na sessão 4:

(1) Apresentação do conceito de Combinatoriedade (visto na sessão 1) tendo como base para exemplificação os compassos iniciais do terceiro movimento do Quarto Quarteto de Cordas Op. 37 de Schoenberg (Fig. 1);

(2) Ainda tratando-se do Op. 37, paralelamente à formação de agregados e como forma também de evidenciá-los, apresenta alguns exemplos do que chamou de técnicas de continuidade local e associação[354];

(3) Considera semelhante processo de formação de agregados como uma "base de progressão ao invés de uma mera sucessão" de formas de uma série dodecafônica;

(4) Distingue e nomeia os produtos referentes às duas possibilidades de formação de agregados no que diz respeito a uma possível obtenção de ordenamento dos mesmos: agregado e série secundária[355];

(5)Apresenta, ainda que superficialmente, os importantes conceitos de semicombinatoriedade e combinatoriedade absoluta[356];

(6) A partir da flexibilidade de ordenamento feito por Schoenberg (Op. 45 e 50b), apresenta as séries e conjuntos fontes combinatoriais absolutos e seus conceitos[357];

(7) Classifica cada uma destas séries/conjuntos quanto ao que chamou de ordem, "uma das possíveis bases de similaridade e dissimilaridade entre elas", através do qual é observada a quantidade de intervalos transposicionais em que estas são capazes de se relacionar combinatorialmente, o que pode ser aproximadamente considerado como o grau de combinatoriedade apresentado por cada uma destas séries[358];

---

[354] Como uma categorização do que chamou de "técnicas de associação e continuidade local" Babbitt apresenta os conceitos de "exploração de adjacências ordenadas", "delinearização", "preparação e associação intervalar", "progressão motívica" e "orquestração funcional", todos eles exemplificados (de maneira literal) durante o artigo (p. 41 e 42) a partir de trechos do Op. 37 de Schoenberg.

[355] A série secundária pode ser conceituada, grosso modo, como uma espécie de "agregado serial", já que nela é possível se obter um ordenamento (tal como na Fig. 1).

[356] Um conjunto é dito ser combinatorial absoluto quando apresenta simultaneamente as capacidades de autocomplementação por transposição e inversão (combinatoriedade original e inversional respectivamente) e automapeamento por transposição e inversão (combinatoriedades retrógrada e retrógrado inversional). É dito semicombinatorial se não possuir todas estas propriedades simultaneamente. Este conceito somente é apresentado com este nível de detalhamento em Babbitt (1961).

[357] Babbitt apresenta as seis séries fontes combinatoriais absolutas hexacordais que são baseadas, cada uma, em um dos seis hexacordes fontes combinatoriais absolutos: 6-1 (012345), 6-8 (023457), 6-32 (024579), 6-7 (012678), 6-20 (014589) e 6-35 (02468A). Dois conjuntos de classes de notas (hexacordes) complementares representantes de uma destas classes de conjunto formam uma dada série fonte, a exemplo da formada a partir de dois hexacordes representantes de 6-1 (012345): [0, 1, 2, 3, 4, 5 / 6, 7, 8, 9, 10, 11]. Alterações no ordenamento do conteúdo interno destes hexacordes disjuntos não alteram suas propriedades combinatoriais.

[358] Quatro ordens são atribuídas às seis séries fontes combinatoriais absolutas hexacordais de Babbitt. As três primeiras, baseadas nos hexacordes combinatoriais absolutos 6-1 (012345), 6-8 (023457) e 6-32 (024579), são ditas de primeira ordem pois seus hexacordes se autocomplemetam e se automapeiam por transposição e inversão em somente um nível transposicional. A quarta, baseada no hexacorde 6-7 (012678) é de segunda ordem, a quinta, baseada em 6-20 (014589), de terceira, e a sexta série, baseada em 6-35 (02468A), de quarta ordem. Estas se autocomplementam e se automapeiam por transposição e inversão em 2, 3 e 6 níveis transposicionais respectivamente.

(8) Apresenta uma relação entre a ordem destes conjuntos e seu conteúdo intervalar[359];

(9) Aponta outra importante aplicabilidade destas séries fontes onde são capazes de atuar em níveis estruturais: as regiões combinatoriais.

(10) Demonstra brevemente a possibilidade de mensuramento do grau de movimento ou proximidade entre regiões combinatoriais de uma mesma série e entre regiões combinatoriais de séries distintas (mais precisamente como transformar uma série fonte em outra);

(11) Indica um universo análogo ao que foi exposto baseado nos hexacordes das série fontes combinatoriais apresentadas aos tetracordes e também tricordes (tetracordes e tricordes fontes combinatoriais absolutos);

(12) Chama a atenção para a importância da derivação "weberniana" aplicada para a combinatoriedade, o que chamei de "derivação combinatorial", através da qual a técnica não é utilizada para a construção da série básica e sim para a construção de "agregados derivados" a partir de porções de formas da série (no caso apresentado por Babbitt, tricordes e tetracordes, além dos hexacordes);

(13) A partir do item 12 faz uma breve apresentação de dados referentes a como tricordes (fontes combinatoriais absolutos ou semicombinatoriais) podem gerar séries fontes combinatoriais absolutas hexacordais e, portanto, tornar possível simultaneamente o uso tanto funcional quanto estrutural (através de regiões combinatoriais) de propriedades combinatoriais referentes tanto ao domínio dos tricordes quanto ao dos hexacordes;

(14) Apresenta a ideia dos geradores de três, quatro e seis notas, os conceituando como unidades capazes de gerar séries derivadas;

(15) Trata a respeito da estruturação dodecafônica de componentes não relacionados à altura, principalmente um dodecafonismo rítmico, apresentando a sua ideia de série de durações;

(16) Apresenta o dodecafonismo como um sistema e define brevemente a natureza das operações a ele relacionadas (transposição, inversão, retrógrado, retrógrado da inversão);

**4. Após "Some Aspects"**

[359] O autor aponta uma relação inversa através da qual fica subentendido que quanto menor é a variedade intervalar destes hexacordes maior é o seu número de ordem.

Na tabela 1 a seguir traço uma relação entre *"Some Aspects"* e alguns escritos publicados entre 1955 e 1965 que tratam da combinatoriedade e assuntos a ela tangentes que foram por ele influenciados. Nela relaciono o artigo de um dado autor aos números correspondentes aos elementos presentes na sessão anterior, em ordem cronológica de publicação. Portanto, por exemplo, em Perle (1957) podemos encontrar informações tangentes à combinatoriedade e seu conceito (item 1 da sessão 3), à formação de agregados sendo considerada como base de progressão entre formas de uma série dodecafônica (item 3), e à expansão da potencialidade da combinatoriedade para outras segmentações diferentes da divisão hexacordal (item 11).

| Artigo | | Itens de "*Some Aspect*" abordados: |
|---|---|---|
| Autor | Ano | |
| Perle | 1957 | 1, 3 e 11 |
| Rochberg | 1959 | 1, 6, 7 e 10, 11, 12 |
| Lewin | 1959 | 7 |
| Babbitt | 1960 | 5, 11, 13, 14 e 16 |
| Lewin | 1960 | 2, 8, 13 e 16 |
| Babbitt | 1961 | 3, 5, 7, 11, 12, 13, 14, 16 |
| Martino | 1961 | 2, 11, 12, 13, 14 |
| Lewin | 1962 | 2 |
| Babbitt | 1962 | 1, 11, 15 e 16 |
| Verral | 1962 | 1 |
| Perle | 1963 | 9, 10, 11, 12, 13 |
| Forte | 1964 | 2, 5, 7, 11, 14 e 16 |
| Howe | 1965 | 2, 7, 11 e 16 |

**Tab. 1** – Relação entre "Some Aspects" e alguns importantes artigos posteriores

## Considerações finais

Sobre a relação anteriormente apresentada alguns pontos merecem ser destacados. No início de *"Some Aspects"* Babbitt discorre sobre as dificuldades de difusão (até mesmo local) da música dodecafônica que era produzida no país[360], apontando como objetivo do artigo ser este uma breve apresentação das fontes e natureza de uma significante fase da atividade dodecafônica dentro dos Estados Unidos, cuja intenção é a promoção de um desenvolvimento difundido e mais amplamente divulgado deste conteúdo no continente. Portanto, diante desta problemática levantada, muitos dos autores que trataram sobre Combinatoriedade e outros pontos do Dodecafonismo posteriormente somente tiveram a oportunidade de entrar em

[360] Babbitt aponta como causa destas dificuldades a não publicação, gravação e performance de obras dodecafônicas relacionando-as ao que chamou de "conservadorismo por ignorância" de intérpretes, diretores de concerto e maestros.

contato mais profundamente com o conteúdo teórico que estava sendo desenvolvido através de *"Some Aspects"* ou de exposições orais dadas pelo o autor nos E.U.A.

Diante deste isolamento inicial, muitos autores empreenderam estudos paralelos aos de Babbitt. Este é o caso de Rochberg e Perle, cujo artigo de 1957 é uma revisão da monografia de Rochberg publicada em 1955 (mesmo ano de "*Some Aspects*"), no qual é criticada, dentre outros pontos, justamente a sua falta de familiaridade com pesquisas no mesmo tema que foram empreendidas por outros autores, dos quais Babbitt é um dos mencionados.

Estes autores elencados não somente falaram dos itens demonstrados na tabela 1. Eles também os expandiram e introduziram novos conteúdos. Como exemplo temos as Classes de Combinação e os Mosaicos de Martino (1961), o "*Set-Complex"* de Forte (1964), dentre outros.

Há também uma relação entre os artigos elencados. Como exemplo temos o caso do meio para se construir e checar rapidamente séries com combinatoriedade inversional hexacordal tais como as de Schoenberg (Op. 37), cuja autoria pode ser tida como compartilhada por Rochberg (1955), Perle (1957) e Verral (1962). Outro exemplo é a relação de similaridade entre os conteúdos intervalares de conjuntos não equivalentes, parcialmente observada por Lewin (1960) e posteriormente investigada e chamada de Relação-Z por Forte (1964).

Além disso, principalmente a partir da consideração destes autores no que diz respeito à nítida *expertise* de Babbitt ao tratar do tema, seus artigos posteriores (1960, 1961 e 1962) tornaram-se também bastante influentes[361]. Como exemplo temos o conceito dos "*Nestings"* que pode ser visto em Lewin (1962) e que está também relacionado, além das associações apontadas em *"Some Aspects"* (item 2 da sessão 3), com as invariâncias segmentais discutidas em Babbitt (1960 e 1961).

---

[361] Babbitt complementa muitas das informações presentes em *"Some Aspects"* nestes três artigos posteriores. Merece destaque em Babbitt (1960) a distinção do - então considerado como - sistema dodecafônico do sistema tonal, e a descrição matemática das operações de transposição, inversão, retrógrado e retrógrado da inversão (item 16, sessão 3); em Babbitt (1961) destaca-se a apresentação das condições para a classificação dos diversos tipos de combinatoriedades hexacordais possíveis no que diz respeito às suas capacidades de automapeamento e autocomplementação (combinatoriedade original, inversional, retrógrada e retrógrada-inversional), distinguindo a combinatoriedade absoluta da semicombinatoriedade através de uma série de expressões matemáticas (item 5); e em Babbitt (1962) a ideia da série de durações expandida no conceito de "*Time-point*" (item 15) e de uma Combinatoriedade convertida dos domínios da altura ao parâmetro ritmo.

É importante ressaltar também que tais artigos de Babbitt, além de se tornaram os artigos seminais para o estudo da combinatoriedade, são considerados como a primeira documentação das "fundações matemáticas do sistema dodecafônico usando os veículos da teoria dos conjuntos e dos grupos finitos"[362] (NOLAN, 2008, p. 290). Além disso, suas relevâncias também residem no fato de que, juntos com estes desenvolvimentos posteriores aqui apresentados (e outros não aqui presentes) eles configuraram-se gradativamente "em uma Teoria de fato, mais abrangente e seguindo um modelo científico" (BORDINI, 2003, p. 16).

Portanto, diante do que foi aqui apresentado podemos considerar *"Some Aspects of Twelve-tone Composition"* como o *primeiro-mais-completo-e-difundido-escrito-publicado* sobre a Combinatoriedade, e, consequentemente, um dos cernes embrionários deste importante desenvolvimento teórico que perdura, através de colaborações constantes, da década de 1950 aos dias atuais: a Teoria Pós-tonal.

**Referências**


BABBITT, Milton. *Some Aspects of Twelve-tone Composition*. The Score and I.M.A Magazine, Londres, v. 12, p. 53-61, 1955.

______.*Twelve-tone Invariants as Compositional Determinants*. The Musical Quarterly*,* v. 46, n. 2, p. 246–259, 1960.

______.*Set Structure as a Compositional Determinant*. Journal of Music Theory*,* v. 5, n. 1, p. 72–94, 1961.

______.*Twelve-Tone Rhythmic Structure and the Electronic Medium*. Perspectives of New Music, v. 1, n. 1, p. 49-79, 1962.

BORDINI, Ricardo Mazzini. *A Teoria Pós-tonal e o Processador de Classes de Notas Aplicados à Composição Musical: Um tutorial*. Tese (Doutorado em Composição). Programa de Pós Graduação em Música, Escola de Música, Universidade Federal da Bahia, Salvador. 2003.

FORTE, Allen. *Theory of Set-Complexes for Music*. *Journal of Music Theory,* v. 8, n. 2, p. 136–183, 1964.

HOWE, Hubert S. *Some Combinational Properties of Pitch Structures*. Perspectives of New Music, v. 4, n. 1, p. 45-61, 1965.

LEWIN, *David. Re: Intervallic Relations between Two Collections of Notes*. Journal of Music Theory. *v.* 3, n. 2, p. 298-301, 1959.


[362] *"mathematical foundations of the system of twelve pitch classes using the vehicles of set theory and finite group theory ".*

______. *Re: The Intervallic Content of a Collection of Notes, Intervallic Relations between a Collection of Notes and Its Complement: An Application to Schoenberg's Hexachordal Pieces. Journal of Music Theory.* v. 4,no. 1, p. 98-101, 1960.

______. *A Theory of Segmental Association in Twelve-Tone Music*. Perspective of New Music, v. 1, no. 1, p. 89-116, 1962.

MARTINO, Donald. The Source Set and its Aggregate Formations. Journal of Music Theory, v. 5, n. 2, p. 224–273, 1961.

NOLAN, Chaterine. Music Theory and Mathematics. In: CHRISTENSEN, Thomas Street (Org.). *The Cambridge History of Western Music Theory*. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. p. 272-304.

OURIVES, Natanael de Souza. *Rebotes: o uso da combinatoriedade através de hexacordes tetracordes e tricordes fontes combinatoriais absolutos*. Dissertação (Mestrado em Composição). Programa de Pós Graduação em Música, Escola de Música, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2013.

______., Babbitt, Martino e as bases teóricas para a combinatoriedade absoluta hexacordal, tetracordal e tricordal. In: Congresso da ANPPOM, XXIV, 2014, São Paulo.

PERLE, George. *Re: The Hexachord and its Relation to the 12-tone Row*. Journal of the American Musicologial Society, v. 10, no. 1, p. 55-59, 1957

______., e Milton Babbitt. *Babbitt, Lewin, and Schoenberg: A Critique*. Perspectives of New Music. v. 2, n. 1, p. 120-132, 1963

ROCHBERG, George. *The Harmonic Tendency of the Hexachord*. Journal of Music Theory. v. 3, n. 2, p. 208-230, 1959.

VERRAL, John. *A Method for Finding Symmetrical Hexachords in Serial Form*. Journal of Music Theory, v. 6, n. 2, p. 277-282, 1962.

**Natanael de Souza Ourives** é bacharel e mestre em composição pela UFBA. Atualmente está em fase de conclusão de doutoramento também em composição na mesma universidade, com período sanduíche na Universidade de Aveiro (Portugal). nathanourives@hotmail.com

# Apêndice 3: leitura alternativa

## Do éter à tese: o percurso gerativo da pesquisa em narrativa (um relato informal)

Entrei na Universidade Federal da Bahia no curso de composição em 2003. Minha intenção era aperfeiçoar minhas canções populares e não havia um curso de música popular no período.

Na época de inscrição no vestibular recebíamos um material que vinha junto com o manual do candidato e que dava informações básicas sobre os cursos oferecidos pela UFBA. O curso de composição e regência logo me encheu os olhos, seria grandioso se tornar compositor de orquestra sinfônica, arranjador e maestro. Era uma salto imenso nos meus objetivos mas era o que tinha para aquele “hoje”.

A ideia que eu fazia do que seria um curso superior dentro dos domínios da música foi quebrada no primeiro dia de aula. No quadro pautado eu me deparei com números e não nomes de notas. Eu havia começado a ler partitura com um mês de antecedência da prova de aptidão e se já tinha dificuldades em compreender o que estava na pauta, traduzir “notas” para números postos acima da pauta era “*multi-task*” demais.

Numa outra matéria importante do curso os números voltaram a aparecer agora se tratando de intervalos entre “notas” na cifragem analítica da harmonia. Haviam inúmeras restrições (normas) envolvendo a progressão harmônica e contrapontística no que tange a não repetição sucessiva de alguns destes números (agora intervalos).

Tendo abandonado o curso, retornei para a universidade em 2005 já munido de informações que me permitissem progredir minimamente. Dois livros foram cruciais neste âmbito: “*Os Fundamentos da Composição*” e “*Teoria da Harmonia*”, ambos de Schoenberg (meu primeiro contato com o compositor).

Aos poucos fui compreendendo a importância do controle dos parâmetros compositivos e montando meu “*choice supply*” com dispositivos que me eram preferenciais.

Na busca por criar a minha própria ferramenta lembro-me da frustração ao ter reinventado a pólvora no exercício composicional de nome “*Teoria de Cantor*” que fiz em 2007 no qual utilizei operações da teoria dos conjuntos sem saber que um vasto campo já havia sido aberto em meados da década de 50 e que haviam livros tratando desta teoria aplicada à música.

Ao analisar em 2008 a obra "*Eros e Psiquê*", de Pedro Augusto Dias, percebi uma recorrência de um grupo de notas com intervalos fixos entre elas cujo tratamento motívico era de certa forma diferente dos vistos na música tonal ao qual estava mais acostumado no que diz respeito as "técnicas de variação" transposição e inversão. Ouvi falar do próprio autor e de meu professor da época, Agnaldo Ribeiro, em conjuntos de notas, forma normal e forma prima.

Foi então que cheguei ao livro "*Introdução à Teoria Pós-tonal"* (J. Nathan Straus, traduzido por outro professor da universidade, Ricardo Bordini). Nele encontrei os alicerces de análise necessários para aquela obra. Na época já estava acostumado com uma abordagem numérica musical atribuída a intervalos e nomes de - agora classes – de notas. Foi outro choque ver as operações de transposição e inversão do "*Fundamentos da Composição Musical"* de Schoenberg agora como operações de soma e diferença, ver operações de multiplicação, rotação, vetor intervalar, de índices, aritmética modular, classes de conjuntos, matrizes, dentre outras operações muito mais rebuscadas e com uma abordagem matemática muito mais aprofundada.

O que me foi útil para aquela análise foi extraído e incluído naturalmente também em meu processo compositivo. Utilizei uma abordagem baseada em classes de conjuntos cujos utilizados mantinham duas classes de notas em comum (invariância segmental para continuidade musical utilizada de forma intuitiva) em "*Do Éter ao Hidrogênio*" e "*Do Éter ao Carbono*".

Talvez o relativo reconhecimento recebido nestas duas obras[363] tenha me feito associá-lo ao uso da técnica. A partir disso ferramentas da teoria pós-tonal ocuparam posição de sistematizações de primeiro plano no que tange à minha hierarquia de preferências de dispositivos compositivos utilizáveis.

O uso de conjuntos progressivamente fez com que eu me enveredasse nos dodecafonismos de Schoenberg, Webern e Berg. Obras destes compositores eram as que eu

[363]Ambas foram no mesmo ano (2009) selecionadas em dois importantes eventos/concursos de composição. A primeira foi vencedora da Concurso Fernando Burgos na categoria câmara e segunda foi selecionada na Bienal de Música Brasileira Contemporânea do Rio de Janeiro.

preferencialmente também escolhia para os trabalhos de análise musical. Pude perceber a diferença entre os dodecafonismos dos 3 autores em análises completas de 3 obras icônicas ainda na graduação: a Suite para Piano Op. 25 de Schoenberg, a Sinfonia Op. 21 de Webern, e o Concerto para Violino de Berg. O livro de Straus era sempre utilizado para suporte analítico. Foi então que descobri o PCN, Processador de Classes de Notas, de Jamary Oliveira, outra importante ferramenta que vem me acompanhando desde então.

Observei a derivação de Webern, sua relação com simetria (palíndromos, eixos), pontilhismo e a preferência pelas tríades tonais de Berg nos segmentos de suas séries. Porém, no Op. 25 de Schoenberg, apesar de haver algumas conexões de segmentos invariantes entre as formas da série utilizadas, ainda era "somente dodecafônica" pra mim.

Entrei em contato então com este segundo nível do dodecafonismo de Schoenberg numa outra matéria próximo ao fim da graduação através de outro livro, o "*Materiais e Técnicas da Música do Século XX*", de Stefan Kostka. Este segundo nível seria então a combinatoriedade.

A ideia do manutenção bidimensional das doze classes de notas era para mim um tipo de controle paramétrico que me chamou a atenção. O Kostka (2006) somente dispunha de 3 páginas para tratar sobre o tema e logo recorri novamente ao Straus (2000). Este dispunha de uma quantidade muito mais elevada e profunda de informações no tópico "*Schoenberg e a Combinatoriedade Hexacordal*". Tratava da classificação dos hexacordes quanto à combinatoriedade absoluta (simultaneamente original, inversiva, retrógrada e retrógrado inversional) e falava de regiões combinatoriais, ou seja, da combinatoriedade sendo usada para controle ou determinação macroformal. Haviam mais análises, exercícios e uma boa sugestão bibliográfica e de audição.

Ao fim da graduação em 2010 eu já estava imbuído a fazer um mestrado sobre a combinatoriedade e havia iniciado a composição de "*Rebotes*"[364].

Já no mestrado surgiu então o **primeiro desafio** da pesquisa sobre combinatoriedade como um todo. Eu descobri, por uma leitura superficial de alguns artigos considerados seminais para o estudo do tema, que a combinatoriedade estava longe de ser somente a prática predominantemente hexacordal schoenberguiana como apontavam os livros de composição, teoria e análise musical que tive acesso.

---

[364] Selecionada em 2011 para o Festival Internacional de Inverno de Campos do Jordão, recebendo menção honrosa no Concurso Nacional Camargo Guarnieri.

Os primeiros artigos levantadas foram os escritos por Milton Babbitt. Quando feitos por outros autores estes se baseavam em suas ideias. Com a descoberta da figura de Babbitt como precursor das investigações sobre a combinatoriedade e das suas obras em que ele usava a técnica recorri novamente ao Straus no qual pude ver as "*Matrizes Tricordais*" babbittinianas ("*trichordal arrays*"): uma combinatoriedade portanto tricordal diferente da canônica hexacordal schoenberguiana.

O **segundo desafio** encontrado foi a alta complexidade destes artigos (principalmente relacionadas à "matemática avançada" utilizada). Isto me fez buscar por informações elementares e complementares de carácter introdutório que me fizessem compreendê-los.

Esta busca foi feita inicialmente em livros tais como o Straus, cujos objetivos eram "didáticos" no sentido da viabilização de entendimento de conteúdo para rápida aplicação compositiva, analítica e/ou pedagógica.

Uma vez que não havia encontrado um livro exclusivo tratando da combinatoriedade, busquei outros livros de composição musical, teoria e análise que pudessem oferecer um ponto de vista mais específico ou diferente do Straus e Kostka anteriormente citados. Cheguei então a 3 outros livros: "*Técnicas do Compositor Contemporâneo*" (David Cope), "*Composição Serial e Atonalidade*" (George Perle) e o "*A Estrutura da Música Atonal*" (Allen Forte). Todos eles ofereciam, em maior ou menor nível, uma visão semelhante da combinatoriedade. Esta era restrita em sua maioria à combinatoriedade hexacordal de Schoenberg, seguida de elementos da combinatoriedade (tri/tetracordal) de Babbitt. Apesar de cada um deles possuir objetivos distintos, dispondo destas informações com diferentes pontos de vista, ao passo que eu ia, com grande dificuldade, avançando na leitura dos artigos, percebia que estas informações eram cada vez mais limítrofes e incapazes de me oferecer um ponto de partida para compreensão destes últimos. Neste âmbito, gradativamente fui percebendo também que algumas informações contidas nestes livros (enunciados, conceitos e termos) eram não condizentes com as presentes nos artigos seminais para o estudo do tema.

Finalizei o mestrado em 2013 com a dissertação "*Rebotes: o uso da combinatoriedade através de hexacordes, tetracordes e tricordes fontes combinatoriais absolutos*", praticamente baseada na minha superficial compreensão dos quatro primeiros e mais importantes artigos para a combinatoriedade: Babbitt (1955, 1960 e 1961) e Martino (1961). Diante das dificuldades de compreensão encontradas que me impossibilitaram de cobrir toda a vasta literatura sobre o tema, ofereci uma visão da combinatoriedade um pouco além da trivial combinatoriedade hexacordal schoenberguiana.

Foi então que ao fim do mestrado um possível objetivo (**terceiro desafio**) do doutorado tornou claro: era então necessário suprir um dos níveis de literatura para que pudesse servir como um ponto de partida para compreensão ou ponte confiável para este outro nível mais aprofundado de abordagem da técnica. A partir disso outros desafios tornaram-se evidentes.

Para atingi-lo o **quarto desafio** tornou-se suprir-me da matemática básica suficiente para compreensão dos artigos selecionados que cobrem de certa forma e razoavelmente o tema (**quinto desafio**). Babbitt (1955, 1960, 1961, 1962), bem como outros autores, utilizaram-se de termos, expressões e fórmulas matemáticas diluídas no corpo dos seus textos formando um quebra-cabeças de difícil montagem para pessoas com nenhuma familiaridade com os tópicos que eles remetiam. Nolan (2008) agrupa, a grosso modo, na Teoria de Grupos Finitos e Sistemas Formais as ferramentas matemáticas babbittinianas e que foram, dentre outras, também utilizadas pelos demais autores. Porém Morris (2007) aponta que muito destes elementos foram usados de maneira intuitiva e com controvérsias com relação à tradutibilidade do domínio da matemática para a música principalmente sob o ponto de vista terminológico. Além desta divergência com relação à música e à matemática, havia uma divergência entre autores e cada um montava - apesar de, sob o ponto de vista geral, colaborativamente – seu próprio "*choice supply*" de ferramentas e "linguagens" matemáticas.

Tal fato dificultou a busca por este conteúdo matemático básico que por sua vez refletiu no meu nível de profundidade da compreensão do conteúdo. Portanto mantive por muito tempo um distanciamento a este nível de profundidade que me permitisse finalizar satisfatoriamente a coleta de informações com o mínimo de ruído possível que poderia ser causado pela minha aversão aos números. Este portanto foi o meu **sexto desafio** de pesquisa. Talvez a escolha por esta postura seja um dos reconhecidos pontos negativos deste trabalho. Por sua vez torna-se então um ponto de partida para possíveis trabalhos pessoais futuros e consequente revisão/aperfeiçoamento do material que aqui apresento.

Posteriormente houve o agrupamento das informações relevantes obtidas nestes artigos, o que aqui chamei de "*conteúdo ideal*". Este se deu em duas categorias: assuntos exclusivos da combinatoriedade e tópicos a ela tangentes (**sétimo desafio**). Estes últimos tópicos foram importantes pois a partir deste conhecimento houve o reconhecimento de que parte do conteúdo presente nos 5 livros-texto supracitados tinha utilidade para compreensão da combinatoriedade como um todo. Eles somente estavam apresentados de maneira fragmentada[365], já que oferecem possibilidades de uso independente da técnica. Isto gerou a ideia da necessidade de uma abordagem transversal e "interdisciplinar" de conteúdo tendo a combinatoriedade como foco (**oitavo desafio**).

O **nono desafio** foi uma categorização mais específica destes tópicos no que diz respeito ao nível de aprofundamento de informações e que trouxe a ideia de informações elementares, complementares e suplementares para a compreensão da combinatoriedade.

Seguiu-se então o **décimo desafio**: uma nova avaliação, a partir destes tópicos categorizados, das informações dos 5 livros de forma a mensurar quantidade e a qualidade para, a partir daí, suprir este nível de literatura com as informações pouco presentes ou inconsistentes através do texto "*Introdução à Combinatoriedade*" (**décimo primeiro desafio**).

O **décimo segundo** e mais difícil **desafio** da minha heracleia combinatorial foi a escrita do texto "*Introdução à Combinatoriedade*". Ela consistiu incialmente na ideia da "tradução" ou (r)escrita das informações de cada um dos artigos seminais de maneira explicada e simplificada (apêndice 1), já que havia o empático objetivo de oferecer este conteúdo de maneira acessível ao leitor final[366] do meu material. A categorização das informações dos artigos serviu para a estrutura de tópicos do texto. Porém, houve um arranjo dos tópicos com base na "historicidade" e crescente complexidade da combinatoriedade. Posteriormente houve a segunda (r)escrita das informações destes artigos de maneira a tentar proporcionar um todo fluido de leitura dentro desta estrutura.

Durante a escritura do texto "*Introdução à Combinatoriedade*" houve a composição de algumas obras usando a técnica combinatorial (**décimo terceiro desafio**). Isto se deu de maneira mais livre já que outras técnicas estiveram presentes também em meu "*choice supply*".

[365] Straus (2013) apresenta as "*Matrizes Tricordais*" de Babbitt como um enfoque quase independente da "*Combinatoriedade Hexacordal*" de Schoenberg. Esta relação poderia ter sito sugerida estruturalmente na ordem dos tópicos ou agrupando os dois com um tópico mais geral "combinatoriedades".

[366] Nem todos os artigos puderam ser rescritos. Um dos objetivos desta ação era oferecer outra alternativa de melhor acesso a estes artigos (tradução, explicação de pontos complexos, simplificação) mais aprofundada que o texto "*Introdução à Combinatoriedade*". Durante a realização da pesquisa tive que centrar-me no objetivo principal que era escrever este último.

## Apêndice 4: tabela-resumo da revisão dos artigos, guia de termos e conceitos relacionados à combinatoriedade e tabela-resumo do corpus combinatorial de Schoenberg

Continuação

| | Artigo | Autor (Ano) | Meio de Publicação | Objetivo principal | Highlights (palavras-chave) | A partir principalmente de | Termos / Conceitos Introduzidos | Termos / Conceitos Expandidos |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | *Composition with Twelve-tones* | Arnold Schoenberg (1941) | Livro: *Style and Idea* (1950 – 75). Compilada a partir de palestra. | A música dodecafônica. | Contexto Histórico, *Method of Composing with Twelve Tones Which are Related Only with One Another* | Práticas do próprio autor. | Método "Dodecafônico", Combinatoriedade (somente descrição preliminar). | |
| 2 | *Some aspects of twelve-tone composition* | Milton Babbitt (1955) | Revista: The Score and I.M.A Magazine | Um panorama do dodecafonismo americano. | Schoenberg, Combinatoriedade, Agregado, Série Secundária, Combinatoriedade Absoluta, Semicombinatoriedade, Séries (hexacordais) e Conjuntos Fontes (tricordes, tetracordes e hexacordes), Ordem, Intervalo Transposicional, Conteúdo Intervalar, Regiões Combinatoriais, Derivação (Combinatorial), Séries Derivadas (Combinatoriais), Geradores de 3, 4 e 6 notas, Operações T, I, R e RI, Série de Durações. "Pluricombinatoriedade" | "Dodecafonismos" de Schoenberg e Webern; *The Function of Set Structure in the Twelve-Tone System* (BABBITT, 1946) | Combinatoriedade, Agregado, Série Secundária, Combinatoriedade Absoluta, Semicombinatoriedade, Séries (hexacordais) e Conjuntos Fontes (tricordes, tetracordes e hexacordes), Ordem, Regiões Combinatoriais, Derivação (Combinatorial), Séries Derivadas (Combinatoriais), Geradores de 3, 4 e 6 notas, Série de Durações, Operações T, I, R e RI (descrição). | |
| 3 | *Revisão: George Rochberg. The hexachord and its relation to the 12-tone row.* | George Perle (1957) | Jornal: Journal of the American Musicological Society | Revisão da Monografia de Rochberg, *The hexachord and its relation to the 12-tone row* (1955). | Hexacordes, Inversão Espelhada, Tropos de Hauer, Séries Combinatoriais de Schoenberg, Séries fontes de Babbitt, Combinatoriedade, Agregado, Séries Combinatoriais Inversionais, Conteúdo Hexacordal Mutuamente Exclusivo, Íntervalos Verticais Ímpares | Scheonberg, Babbitt e Hauer. | Como construir e checar séries combinatorias hexacordais inversionais (propriedade) | Combinatoriedade Hexacordal Inversional |

Continua

Continuação

| | Artigo | Autor (Ano) | Meio de Publicação | Objetivo principal | Highlights (palavras-chave) | A partir principalmente de | Termos / Conceitos Introduzidos | Termos / Conceitos Expandidos |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | *The Harmonic Tendency of the Hexachord* | George Rochberg (1959) | Jornal: *Journal of Music Theory* | O papel dos hexacordes inversivamente simétricos na harmonia dodecafônica (de Schoenberg).. | Harmonia Dodecafônica, Hexacordes Inversivamente Simétricos, Tropos de Hauer, As 5 Classes de Tropos, Séries Combinatoriais de Schoenberg, Séries Fontes de Babbitt, Combinatoriedade “Não Serial” de Schoenberg, Op. 45, Op. 50b, Série de Intervalos, “Derivação Rchberguiana”, “Pluricombinatoriedade” | Schoenberg, Babbitt (1955), Perle (1957), *The hexachord and its relation to the 12-tone row* (ROCHBERG, 1955), | “Derivação Rochberguiana” (por troca de notas) | “Derivação Rochberguiana”, Combinatoriedade Hexacordal Inversional, Combinatoriedade “Não Serial” de Schoenberg. “Pluricombinatoriedade”, Harmonia Dodecafônica. |
| 5 | *Re:Intervallic Relations between Two Collections of Notes* | David Lewin (1959) | Jornal: *Journal of Music Theory* | Como saber se três conjuntos que compartilham mesma função intervalar são equivalentes. | “Pitch”, “Note”, “Collections of Notes”, “Interval between notes”, “Interval Function”, “5 misterioras propriedades”. | Teoria dos Conjuntos (Grupo Finito). | “Interval Function” | |
| 6 | *Re: The Intervallic Content of a Collection of Notes, Intervallic Relations between a Collection of Notes and Its Complement: An Application to Schoenberg´s Hexachordal Pieces* | David Lewin (1960) | Jornal: *Journal of Music Theory* | Relação entre o conteúdo intervalar de dois conjuntos de classes de notas complementares. | *“Complement (of a collection of notes)”, “Interval Function”, “Intervallic Content”,* Tetracordes e Pentacordes “Z-relacionados”, “Aural Identity” of the Hexacord” de Schoenberg. | Lewin (1959). Função intervalar, Babbitt (1955), conteúdo intervalar. | Precursor da Relation-Z (FORTE, 1973). Observou pela primeira vez 2 tetracordes e 4 pentacordes Z-relacionados. | Função Intervalar, Conteúdo Intervalar, Complemento. |

Continua

Continuação

| | Artigo | Autor (Ano) | Meio de Publicação | Objetivo principal | Highlights (palavras-chave) | A partir principalmente de | Termos / Conceitos Introduzidos | Termos / Conceitos Expandidos |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | *Twelve-tone invariants as compositional determinants (1960)* | Milton Babbitt (1960) | Jornal: The Musical Quarterly | | Sistema (Formal), Sistema Dodecafônico, Sistema Permutacional, Sistema Combinacional, Grupo (Permutacional), Operações T, I, R e RI, Invariantes (Operacionais), Invariantes sob T, t´s complementares, Invariantes sob I, Classe de Intervalos, Weberm (Variações para Piano, e Quarteto Op. 22), Dallapiccola (Contrapunctus Secundos) | Teoria de Grupos, Sistemas Formais, Schoenberg, Webern, Dallapiccola. | Sistema Dodecafônico (permutacional), ), Operações T, I, R e RI, Invariantes sob T, Invariantes sob I. Classe de Intervalos. | Conteúdo Intervalar (Lewin, 1960). |
| 8 | *Set Structure as a Compositional Determinant'* | Milton Babbitt (1961) | Jornal: *Journal of Music Theory* | | Four-group. | | | Conteúdo Intervalar (Lewin, 1960). |

Tabela 48 - Tabela-resumo da revisão dos artigos sobre combinatoriedade

| Nº. | TERMOS / TÓPICOS / DESAMBIGUAÇÃO | Tradução, Símbolo, Fórmula mat., Introduzido por, Ano, A partir do autor, A partir do conceito de, Autor expoente, Pesquisado por, Tópicos relacionados, Autores que tratam sobre, Artigo mais completo, Tópicos em matemática relacionados, Relação com a Combinatoriedade... |
|---|---|---|
| | 12-TONE ROW | |
| | AGGREGATE | |
| | ALL-COMBINATORIALITY | |
| A | ALL-INTERVAL SET | |
| | ASSSOCIATION | |
| | AUXILIARY SET | |
| B | BASIC SET | |
| | CLASS | |
| | CLIQUES | |
| | COLLECTION OF NOTES | |
| | COMBINATION CLASS | |
| | COMBINATION(-)MATRIX | |
| | COMBINATIONAL SYSTEM | |
| | COMBINATORIAL AREA | |
| | COMBINATORIAL DERIVATION | |
| C | COMBINATORIAL PROPERTIES | |
| | COMBINATORIAL REGION | |
| | COMBINATORIAL SPACE | |
| | COMBINATORIALITY | |
| | COMBNATION | |
| | COMPLEMENT | |
| | COMPLEMENTARY SETS | |
| | CYCLES | |
| | CYCLIC NOTATION | |
| | DEGENERATED SETS | |
| D | DERIVATION | |
| | DERIVED HARMONIC SET | |
| | DERIVED SET | |
| E | EQUIVALENCE | |
| | EQUIVALENT SETS | |

Continua

Continuação

| | |
|---|---|
| | EVEN COMBINATORIALITY |
| | EVEN INTERVAL |
| | EVEN PARTITIONS |
| (E) | EXCLUSION |
| F | FRAGMENTATION |
| | FUNCTIONAL ORCHESTRATION |
| G | GROUP |
| | GROUP THEORY |
| | HARMONIC AREA |
| | HEXACHORD THEOREM |
| H | HEXACHORDAL COMBINATORIALITY |
| | HEXACHORDAL HARMONY |
| | HEXACHORDAL SEMICOMBINATORIALITY |
| | HORIZONTAL INTERVAL |
| | INCLUSION |
| | INCOMPLETE AGGREGATE |
| | INTERSECTION |
| | INTERVAL |
| | INTERVAL / INTERVALLIC CONTENT |
| I | INTERVAL CLASS |
| | INTERVAL FUNCTION |
| | INTERVAL-VECTOR |
| | INVARIANT / INVARIANCE |
| | INVERSION |
| | INVERSIONAL COMBINATORIALITY |
| | INVERSIONALLY SYMMETRICAL |
| K | K (SET COMPLEX) |
| | Kh (SUBCOMPLEX) |
| | MATRIX |
| M | MOSAICS |
| | MOTION DEGREE |
| | MULTIPLICATION |
| | N-AGGREGATE |
| | NESTING |
| N | N-NOTES GENERATORS |
| | NORMAL ORDER |
| | NOTE |

Continua

| | |
|---|---|
| | ODD INTERVAL |
| O | OPERATION |
| | OPERATOR |
| | ORDER |
| | PART |
| | PARTITION |
| | PARTITIONAL NOTATION |
| | PERMUTATION |
| | PERMUTATION GROUP |
| | PERMUTATIONAL SYSTEM |
| | PITCH |
| | PITCH COMBINATION |
| P | PITCH-CLASS COLLECTION |
| | PITCH-CLASS SET THEORY |
| | PITCH-CLASSES |
| | PITCH-SETS |
| | POINTS OF INVERSION |
| | POST-TONAL THEORY |
| | PRIME COMBINATORIALITY |
| | PRIME SET |
| | PROPERTIES |
| | RELATIONSHIP |
| | RETROGRADE |
| R | RETROGRADE COMBINATORIALITY |
| | RETROGRADE INVERSIONAL COMBINATORIALITY |
| | ROW |
| | SECONDARY SET |
| | SEGMENTAL INVARIANCE |
| | SEGMENTATION |
| | SERIALIZATION |
| | SERIES |
| S | SET |
| | SET TABLE |
| | SET THEORETICAL |
| | SET THEORY |
| | SET(-)FORMS |
| | SET-COMPLEX |

Continua

Continuação

| | |
|---|---|
| | SOURCE SET |
| | SUBCOMPLEX |
| | SUBSET |
| | SYMMETRY PROPERTIES |
| | SYSTEM |
| | SYSTEM THEORY |
| | TETRACHOD |
| | TIME-POINT |
| | TONAL SYSTEM |
| | TONE |
| | TONE-ROW |
| | TRANSPOSITION |
| T | TRANSPOSITIONAL INTERVAL |
| | TRANSPOSITIONAL LEVEL |
| | TRANSPOSITIONAL NUMBER |
| | TRICHORD |
| | TRICHORDAL MATRIX |
| | TROPES |
| | TWELVE-TONE SYSTEM |
| | TWELVE-TONE-CLASS-SYSTEM |
| | UNEVEN PARTITION |
| U | UNION |
| | UNVEVEN COMBINATORIALITY |
| V | VERTICAL INTERVAL |
| W | WEIGHTED AGGREGATE |
| Z | Z-RELATION |

Tabela 49 - Guia de termos e conceitos relacionados à combinatoriedade

| Op. | Nome | Ano | Série Original Hexacorde 1 | Hexacorde 2 | No. de Forte / Forma Prima | Tipo de Comb. | Ordem | *t*'s possíveis para Comb-I | *t*'s usados para I | Usou Combinatorialmente? | Observação | Fonte | Melhor Análise |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 23 Nº. 5 | | | | | | Semi | | 3 (3ºm) | Nenhum | Não | | Rochberg | |
| 24 | | | | | | | | | | | | | |
| 25 | | | | | | Semi | | 7 (4ºJ) | 6 (trítono) | Não | | Rochberg | |
| 26 | | | | | | Semi | | 1 (2ºm) | 0 (8ºJ) e 7 (5ºJ) | Não | | Rochberg | |
| 29 | | | | | 6-20 (014589) | Comb. Abs. | 3º. | 3 (3ºm), 7 (5ºJ) e 11 (7ºM) | 7 (5ºJ) | Não (?) | | Rochberg | |
| 30 | | | | | - | Não Hexacordal | | | | Não | | | |
| 31 | | | | | | | | | | | | | |
| 32 | | | | | | | | | | | | | |
| 33 | | | | | | | | | | | | | |
| 34 | | | | | | | | | | | | | |
| 35 | | | | | | | | | | | | | |
| 36 | | | | | | | | | | | | | |
| 37 | | | | | | | | | | | | | |
| 38 | | | | | | | | | | | | | |
| 39 | | | | | | | | | | | | | |
| 40 | | | | | | | | | | | | | |
| 41 | | | | | 6-20 (014589) | Comb. Abs. | 3º. | 3 (3ºm), 7 (5ºJ) e 11 (7.M) | 7 (5º.J) | SIM (?) | Mesma do Op. 29. | Rochberg | |
| 42 | | | | | 6-9 (012357) | Semi (I e R) | | 11 (7ºM) | VER | Não Sei. | | Rochberg | |
| 43 | | | | | | | | | | | | | |
| 44 | | | | | | | | | | | | | |
| 45 | | | - | 4 hexacordes | 6-5 (012367) | Semi (I e R) | | 11 (7ºM) | 11 (7ºM) | Sim | Não Serial Pluricombina torial | Rochberg | |
| 46 | | | | | | | | | | | | | |
| 47 | | | | | | | | | | | | | |
| 48 no.1 | | | | | - | Não Hexacordal | | | Não | | | Rochberg | |
| 48 no.3 | | | | | 6-35 (02468A) | Comb. Abs. | 4º. | 1 (2ºm), 3 (3ºm), 5 (4ºJ), 7 (5ºJ), 9 (6ºM) e 11 (7ºM) | 7 (5º.J) | SIM (?) | | Rochberg | |
| 49 | | | | | | | | | | | | | |
| 50b | De Profundis | | [3, 9, 8, 4, 2, 10] | [7, 11, 0, 6, 5, 1] | 6-7(012678) | Comb. Abs. | 2º. | 5 (4ºJ) e e 11 (7ºM) | 5 (4ºJ) e e 11 (7ºM) | SIM | Não Serial Pluricombina torial | Rochberg | |
| 50c | | | | | 6-20 (014589) | Comb. Abs. | 3º. | 3 (3º.m), 7 (5º.J) e 11 (7ºM) | 3 (3º.m), 7 (5º.J) e 11 (7º.M) | PRECOMPOSICIONAL MENTE (já que, de acordo com planejamento, tinha consciência de todos 3 os níveis transpositivos) | Mesma do Op.29 | Rochberg | |

Tabela 50 - tabela resumo do corpus combinatorial de Schoenberg