

# A Harpa de Concerto: estudo de *glissandi* e de configurações dos pedais com categorização de classes de conjuntos

*Jamary Oliveira, Ricardo Mazzini Bordini, Marcos da Silva Sampaio*

Universidade Federal da Bahia | (*in memoriam*)

Universidade Federal do Maranhão | Orcid: 0000-0002-4832-0199

Universidade Federal da Bahia | Orcid: 0000-0001-8029-769X

## Resumo

Neste artigo estudam-se as possibilidades de dispor os pedais da Harpa de Concerto para a execução de *glissandi* conforme os exemplos encontrados nos tratados de orquestração. Estudam-se os princípios envolvidos nas disposições possíveis dos pedais usando-se o sistema numérico de base três para a notação e, enfocam-se as possíveis coleções de notas pela teoria dos conjuntos de classes de notas com um tratamento estatístico. O objeto é prover compositores, harpistas e estudantes de música com informações coligidas de várias fontes para elaboração de material pré-compositivo ou para pesquisa.

**Palavras-chave:** Harpa de concerto, Configuração de pedais, Tratados de orquestração

## The Concert Harp: study of *glissandi* and pedal configurations with categorization of sets classes

### Abstract

In this paper, Concert Harp pedal settings for performing *glissandi* are studied, according to the examples found in orchestration treatises. Principles involved in the possible pedal arrangements are studied using base-three numerical system for notation, and the possible notes collections are addressed by pitch class set theory with a statistical treatment. Main purpose is to provide composers, harpers and music students with information gathered from various sources for preparation of pre-composition material or research.

**Keywords:** Concert Harp, Pedal Setup, Orchestration Treatises

## El Arpa de Concierto: estudio de *glissandi* y configuraciones de pedales con categorización de clases de conjuntos

### Resumen

En este artículo se estudian las posibilidades de arreglar los pedales del Concierto Arpa para la interpretación de *glissandi*, según los ejemplos encontrados en los tratados de orquestación. Estudiamos los principios involucrados en la posible disposición de los pedales utilizando el sistema numérico de base tres para la notación, y nos enfocamos en las posibles colecciones de notas por la teoría de conjuntos de clase de notas con un tratamiento estadístico. El objetivo es proporcionar a compositores, arpistas y estudiantes de música información recopilada de diversas fuentes para la preparación de material de recomposición o para la investigación.

**Palabras Clave:** Arpa de concierto, Configuración de pedal, Tratados de orquestación

Recebido: 2021-06-11 | Aprovado: 2021-06-20

# 1. Introdução

Este artigo foi elaborado em cumprimento ao Projeto para o Edital Equipamentos Multiusuário da FINEP através do qual a UFBA adquiriu uma Harpa *Lyon & Healy* Stile 26. O Projeto foi elaborado por Ricardo Mazzini Bordini enquanto Coordenador do Programa de Pós-graduação em Música da UFBA em 2006. O trabalho colaborativo apresentado aqui resulta da orientação do Prof. Dr. Jamary Oliveira,<sup>1</sup> da revisão bibliográfica de tratados de orquestração coligida pelo Prof. Dr. Ricardo Mazzini Bordini (UFMA) e de estudo estatístico elaborado pelo Prof. Dr. Marcos da Silva Sampaio (UFBA).

A revisão deteve-se em dez tratados de orquestração de reconhecida importância enfocando especificamente uma das principais características da harpa de concerto que é o *glissando*, realizado com diferentes configurações de pedais que por via de enarmonias, resulta em coleções de notas com diferentes cardinalidades.

A harpa de concerto, harpa de pedais ou harpa de ação dupla, é um instrumento diatônico que pode produzir cromatismos pela ação de pedais que modificam cada uma das sete notas simultaneamente em todas as oitavas (com exceção de algumas cordas mais graves ou muito agudas, a depender do modelo, sobre as quais os pedais não atuam). Os sete pedais podem ser fixados por encaixes em três posições diferentes: bemol (posição mais elevada),<sup>2</sup> natural (posição média) e sustenido (posição mais baixa). Ao mover-se os pedais de uma posição mais alta para outra mais baixa, um mecanismo de tração estica todas as cordas homofônicas modificando sua afinação e, no sentido contrário, as vai afrouxando. Devido a essa característica peculiar do instrumento, os pedais podem ser configurados de modo que, por enarmonia, a execução de *glissandi* resulte em quatro sons diferentes no mínimo e no máximo, sete. É importante ressaltar que a harpa pode executar *glissandi* reais de um ou dois semitons cromáticos, quer dizer, com cada corda isoladamente. Entretanto, o termo *glissando* neste trabalho se refere ao efeito produzido pelo deslizar dos dedos sobre parte ou todas as cordas do instrumento.

Embora os autores de tratados de orquestração apresentem a distribuição dos pedais de acordo com a ênfase que queiram dar, seja à disposição radial deles em torno da harpa seja em relação à ordem em que as notas aparecem nos exemplos, neste trabalho apresentaremos sempre os pedais em ordem escalar partindo do Dó para facilitar a comparação entre os exemplos. Como todas as notas devem mostrar alterações, seus nomes serão suprimidos e apenas a sequência das alterações, iniciando sempre com Dó, será mostrada, excetuando-se casos em que, por clareza, seja necessário nomeá-las.

## 2. Tratados de Orquestração

Os autores dos tratados que alimentam esta pesquisa estão indicados no Quadro 1 onde estão listados em ordem cronológica de publicação da primeira edição com o título na língua em que se consultou a fonte (as edições utilizadas estão nas referências).

1 O Prof. Dr. Jamary Oliveira faleceu em 29 de março de 2020. Fica registrado aqui o nosso agradecimento e a nossa mais respeitosa e sincera homenagem.

2 Nesta posição a corda está solta, ou seja, sem a ação do mecanismo de tracionamento que a estica. Para afinar a harpa, os pedais são colocados todos na posição bemol e, portanto, a harpa é afinada em Dó bemol maior.

Mostra-se também uma breve descrição do que se encontra na seção sobre *glissandi*.

**Quadro 1:** autores, tratados, ano de publicação e resumos

Autor(es)	Tratado	Publicação	Generalidades
Berlioz (Strauss)	<i>Treatise on Instrumentation</i>	1843 ou 1844	Denomina as enarmonias de sinônimos; dá exemplos de configurações que resultam em 4 sons diferentes.
Forsyth	<i>Orchestration</i>	1914 [rev. em 1935]	Denomina as enarmonias como homófonos; apresenta as 9 enarmonias possíveis e 18 configurações que resultam em 4 sons.
Rimsky-Korsakov	<i>Principios de Orquestacion</i>	1922	Não traz exemplos; comenta a possibilidade de executar vários tipos de acordes de sétima e todas as escalas maiores e menores.
Koehlin	<i>Traité de l'orchestration</i>	1954-59 [escrito em 1941]	Apresenta um estudo abrangente de possibilidades de acordes de sétima que podem e que não podem ser executados; cromatismos com 3 semitons; traz muitos exemplos da literatura.
Casela e Mortari	<i>La Técnica de la Orquesta Contemporanea</i>	1948	Aborda técnicas mais recentes como <i>tremolo</i> eólico (Salzedo) e <i>glissando</i> junto com harmônicos (Ravel).
Kennan e Granthan	<i>The Technique of Orchestration</i>	1952	Discute alguns problemas de acordes e a impossibilidade de fazer <i>glissando</i> com 3 sons apenas; traz exemplos mais recentes e particularmente o <i>glissando</i> com as costas das unhas (Salzedo).
Piston	<i>Orchestration</i>	1955	Bastante sucinto, traz alguns exemplos, particularmente um de Roussel.
Del Mar	<i>Anatomy of the Orchestra</i>	1981	Analisa as diferentes notações para indicar <i>glissandi</i> e dá exemplos de passagens cromáticas muito difíceis; traz alguns exemplos analisados, particularmente um de Strauss para duas harpas.
Adler	<i>The Study of Orchestration</i>	1982	Bastante sucinto, não aborda muitos exemplos de <i>glissandi</i> .
Stiller	<i>Handbook of Instrumentation</i>	1985	Também sucinto, dedica-se mais à questão dos pedais e só traz um exemplo de <i>glissando</i> .

Fonte: Elaborado pelos autores.

As obras que esses tratados apresentam para ilustrar o *glissando* estão listadas no Quadro 2. O compositor mais citado é Debussy e depois Strauss seguido por Lizst, Rimsky-Korsakov e Ravel. As obras mais citadas são *Scheherazade* e o *Prelúdio para o Entardecer de Um Fauno*.

**Quadro 2:** Lista de obras e compositores que ilustram o glissando nos tratados

Tratados	Obras	Compositores
Berlioz (Strauss)	<i>Sinfonia Dante</i>	Liszt
Forsyth	<i>Valsa de Mefisto</i> <i>Don Quixote</i> (Variação VII)	Liszt Strauss (Richard)
Rimsky-Korsakov	–	–
Koechlin	<i>Oratório de Natal</i> <i>Scheherazade</i> (3 exemplos) <i>Prelúdio para o Entardecer de Um Fauno</i> <i>Péleas e Melisande</i> (cena da gruta)	Saint-Saëns Rimsky-Korsakov Debussy Debussy
Casela e Mortari	Concerto para Piano e Orquestra	Ravel
Kennan e Granthan	<i>Dafne e Cloé</i> <i>Ameriques</i> <i>Pássaro de Fogo</i> <i>Canção na Noite</i>	Ravel Varése Stravinsky Salzedo
Piston	<i>Printemps</i> (2 exemplos) <i>La Mer</i> <i>Bacchus et Ariane</i> (2 exemplos) Concerto para Violino	Debussy Debussy Roussel Bartók
Del Mar	<i>Feuersnot</i> <i>Os Planetas</i> (“Neptune”) <i>Scheherazade</i> <i>Also Sprach Zarathustra</i> Sinfonia No. 2	Strauss Holst Rimsky-Korsakov Strauss Elgar
Adler	<i>Prelúdio para o Entardecer de Um Fauno</i>	Debussy
Stiller	–	–

Fonte: Elaborado pelos autores.

O tratado de Berlioz publicado de forma completa em 1844 (revisado e ampliado por Richard Strauss em 1904) discute as dificuldades da harpa de ação única em Mi bemol,<sup>3</sup> predecessora das atuais harpas de ação dupla, comentando já as modificações no mecanismo dos pedais introduzidas por Erard<sup>4</sup> e terminando aquela seção do tratado justamente com a propriedade de poder armar os pedais com notas duplas (por enarmonia) a que dava o nome de “sinônimos”.<sup>5</sup> O exemplo citado é constituído da seguinte configuração dos pedais: ♯, ♯, ♭, ♯, ♭, ♯, ♯ (quatro sons: acorde de sétima diminuta). Adverte ele que não é possível ter quatro “sinônimos” ao mesmo tempo pois como a escala diatônica só tem sete sons [cordas] para formar quatro enarmônicos seriam necessárias oito cordas. Strauss expande as observações de Berlioz com um exemplo da *Sinfonia Dante* de Liszt em que os

3 Trata-se de uma harpa afinada em Mi bemol provida de pedais capazes de alterar as cordas apenas um semitom ascendente (daí o termo: ação única).

4 Sébastian Erard (1752-1831) famoso construtor de harpas nascido em Estrasburgo mudou-se para Londres onde desenvolveu o sistema de dupla ação dos pedais (consolidado em 1811).

5 No tratado de Berlioz, na tradução em inglês, encontra-se o termo “synonims” (Berlioz, 1991, p. 142) associado à propriedade da Harpa de configurar cordas duplas por enarmonia, como Si♯ e Dó♭ ou Ré♯ e Mi♭.

pedais são assim armados para produzir um acorde de sétima diminuta: ♭, ♯, ♭, ♯, ♭, ♭, ♯ (a mesma configuração do exemplo de Berlioz).

Forsyth, em seu *Orquestração*,<sup>6</sup> inicia a seção sobre a harpa com uma introdução histórica ao instrumento e expande a discussão sobre a antiga harpa de ação única em Mi bemol já citada por Berlioz. Apresenta também as nove enarmonias possíveis de serem obtidas: Si♯-Dó♭, Dó♯-Ré♭, Ré♯-Mi♭, Mi♭-Fá♭, Mi♯-Fá♭, Fá♯-Sol♭, Sol♯-Láb, Lá♯-Si♭, Si♭-Dó♭ (às quais ele se refere como homófonos [cf. a linguística]).<sup>7</sup> Exemplifica em seguida dezoito configurações todas de quatro sons para serem tocadas como *glissandi*, sendo 5 de sétimas de dominante, 3 de sétimas diminutas, 5 de sétimas meio-diminutas (que ele chama de “partes de nonas maiores”) e 5 de acordes menores com sétima menor (que ele chama de “partes de décimas primeiras”).<sup>8</sup> (Quadro 3)

Cita logo em seguida três “combinações engenhosas” de Widor: 1) ♭, ♭, ♭, ♭, ♭, ♭, ♭ (sete sons); 2) ♭, ♭, ♯, ♯, ♯, ♯, ♭ (sete sons); e 3) ♭, ♯, ♭, ♯, ♯, ♭, ♭ (sete sons). Os exemplos musicais provêm da *Valsa de Mefisto*, de Liszt: ♭, ♭, ♯, ♭, ♯, ♭, ♭ (quatro sons: sétima diminuta) e dois da Variação VII do *Don Quixote*, de Strauss: 1) ♭, ♭, ♭, ♭, ♭, ♭, ♭ (sete sons: escala de Fá maior) e 2) ♭, ♭, ♭, ♭, ♭, ♭, ♭ (sete sons: escala de Dó maior).

Nos *Princípios de Orquestração*,<sup>9</sup> Rimsky-Korsakov discorre brevemente sobre os *glissandi* referindo-se apenas à possibilidade de executar diferentes acordes de sétima além de todas as escalas maiores e menores diatônicas. Enfatiza que os *glissandi* com acordes de sétima e de nona não tem as mesmas restrições causadas por *glissandi* com escalas diatônicas (devido à “cacofonia” provocada pela duração das vibrações das cordas). Não apresenta exemplo algum, comentando apenas a quantidade de harpas que utilizou em algumas de suas obras.

6 A primeira edição é de 1914. Foi revisada em 1935. A edição da Dover é de 1982.

7 O seguinte texto encontrado no tratado de Forsyth merece atenção: “These nine enharmonic-unisons are frequently called homophones (= same sounds). They have also been christened synonyms, but a more inaccurate word could scarcely be found, for synonyms are essentially “things of the same name,” and this is exactly what the strings are not. They are strings of different names tuned to what is practically the same sound. The word homophone is convenient and accurate. The longer expression, enharmonic unison, is perhaps better as an explanation.” (Forsyth, 1914, pp. 465-466). Esses nove uníssonos-enarmônicos são frequentemente chamados homófonos (= mesmo som). Eles também foram batizados de sinônimos, mas uma palavra mais inadequada dificilmente poderia ser encontrada, já que sinônimos são essencialmente “coisas com o mesmo nome”, e isso é exatamente o que as cordas não são. Elas são cordas de nomes diferentes afinadas ao que é praticamente o mesmo som. A palavra homófono é conveniente e acurada. A expressão mais longa, uníssonos enarmônico, é talvez melhor como uma explicação (Tradução nossa.)

8 Faz uso de uma notação peculiar: mínimas representam duas notas enarmônicas e semínimas uma corda. Assim, cada “acorde” têm 3 mínimas e 1 semínima pois, para produzir 4 sons com 7 cordas, 3 deverão ser enarmonizadas.

9 Iniciado em 1873, mas completado postumamente por Maximilian Steinberg em 1912; a primeira edição em Russo data de 1922.

**Quadro 3:** Dezoito *glissandi* conforme Forsyth (1914)

	Armação dos pedais	Sonoridade resultante
1	b, #, b, #, #, b, b, b, b	Acorde de sétima de dominante
2	#, b, #, #, b, #, #, b, b	
3	b, b, b, #, b, #, #, b, b	
4	#, b, b, #, #, #, b, #, b	
5	b, #, #, b, #, #, #, b, #	
6	#, b, b, b, b, b, #, #, b	Acorde de sétima diminuta
7	b, b, #, #, b, #, #, b, b	
8	b, #, #, b, #, #, b, b, #	
9	#, b, b, b, b, #, #, #, b	Acorde de sétima meio-diminuta*
10	b, #, #, b, #, #, b, #, #	
11	b, b, #, #, b, #, #, b, #	
12	b, #, #, #, b, #, #, b, b	
13	#, b, #, #, b, b, #, #, b	
14	#, b, #, #, b, #, #, #, b	Acorde perfeito menor com sétima menor
15	#, b, b, b, b, #, #, b, b	
16	#, #, b, #, #, b, #, #, b	
17	b, #, #, #, b, #, #, b, #	
18	b, #, b, #, #, #, b, b, b	

\* O leitor iniciante deve tomar cuidado pois as notas escritas não correspondem aos pedais já que o autor está formando acordes por terças superpostas (o que nem sempre corresponde à disposição dos pedais: assim, nesse exemplo, o pedal que está armado como Sol# aparece escrito como Láb, mas o pedal do Lá está armado como Lá conforme se deduz da notação peculiar do autor). Situações semelhantes ocorrem em alguns outros exemplos.

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Koechlin, no primeiro dos quatro volumes do *Tratado de Orquestração*,<sup>10</sup> logo no início da seção sobre a Harpa, comenta sobre as onze possibilidades de obter três notas cromáticas simultaneamente e duas que não são possíveis, conforme mostra o Quadro 4.

Mais adiante refere-se à utilização dos “sinônimos enarmônicos” dando dois exemplos de acordes de quatro sons: 1) b, #, b, #, #, b, b, # (quatro sons: sétima diminuta) e 2) #, b, b, b, #, #, b (quatro sons: sétima meio-diminuta). Segue um pequeno exemplo de *glissando* duplo em sextas extraído do *Oratório de Natal* de Saint-Saëns: #, #, b, #, #, #, b (sete sons: escala de Si Maior);<sup>11</sup> depois duas configurações oriundas de *Scheherazade* de Rimsky-Korsakov: 1) b, b, b, b, b, b, b (sete sons) e 2) b, b, b, #, b, b, b (sete sons: escala lídio-mixolídia).

Em seguida exemplifica doze tétrades de sétima diminuta que podem ser executadas a partir de qualquer nota do baixo, como se pode ver no Quadro 5.

10 O primeiro volume foi publicado em 1954 e os demais subsequentemente até 1959.

11 No exemplo dado não é possível saber qual a posição do pedal do Sol, mas conferindo a partitura vê-se que é: Sol#.

**Quadro 4:** Onze cromatismos simultâneos possíveis e 2 impossíveis em Koechlin (1954-59)

	Armação dos pedais	Resultantes
1	Si $\flat$ -Dó $\flat$ -Ré $\flat$	possíveis
2	Si $\sharp$ -Dó $\sharp$ -Ré $\flat$	
3	Dó $\sharp$ -Ré $\flat$ -Mi $\flat$	
4	Ré $\flat$ -Eb-Fáb	
5	Ré $\sharp$ -E $\flat$ -Fáb	
6	Mi $\flat$ -Fáb-Sol $\flat$	
7	Mi $\sharp$ -Fá $\sharp$ -Sol $\flat$	
8	Fá $\sharp$ -Sol $\flat$ -Láb	
9	Sol $\sharp$ -Láb-B $\flat$	
10	Láb-B $\flat$ -Dó $\flat$	
11	Lá $\sharp$ -B $\flat$ -Dó $\flat$	
12	Sol $\flat$ -Sol $\sharp$ -Láb	impossíveis
13	Sol $\flat$ -Láb-Láb	

Fonte: Koechlin (1954-59)

**Quadro 5:** Doze acordes de sétima diminuta em Koechlin (1954-59)

	Armação dos pedais
1	$\flat, \sharp, \flat, \sharp, \flat, \flat, \sharp$
2	$\sharp, \flat, \flat, \flat, \flat, \sharp, \flat$
3	$\flat, \flat, \sharp, \flat, \sharp, \flat, \flat$
4	$\flat, \sharp, \flat, \sharp, \flat, \flat, \sharp$
5	$\sharp, \flat, \flat, \flat, \flat, \sharp, \flat$
6	$\flat, \flat, \sharp, \flat, \sharp, \flat, \flat$
7	$\flat, \sharp, \flat, \sharp, \flat, \flat, \sharp$
8	$\sharp, \flat, \flat, \flat, \flat, \sharp, \flat$
9	$\flat, \flat, \sharp, \flat, \sharp, \flat, \flat$
10	$\flat, \sharp, \flat, \sharp, \flat, \flat, \sharp$
11	$\sharp, \flat, \flat, \flat, \flat, \sharp, \flat$
12	$\flat, \flat, \sharp, \flat, \sharp, \flat, \flat$

Fonte: Elaborado pelos autores.

Após constatar que todos os acordes de sétima diminuta são possíveis de serem executados em *glissando*, observa que os de sétima meio-diminuta “não são todos possíveis”: pode-se executar esse:  $\sharp, \flat, \flat, \flat, \sharp, \sharp, \flat$  (quatro sons: sétima meio-diminuta), que é o primeiro *glissando* no início do *Prelúdio para o Entardecer de Um Fauno*, de Debussy, mas que não se pode realizar esse:  $\sharp, \sharp, \flat, \sharp, \flat, \flat, ?$ , pois o Si não pode ser armado nem como Lá nem como Dó sustenido. Passa então a apresentar exemplos de acordes de sétima que “não podem ser feitos” sendo: sete acordes de sétima meio-diminutas (que ele chama de sétima menor), sete acordes menores com sétima menor, sete acordes de sétima de dominante e

oito acordes maiores com sétima maior. Volta então a exemplificar outros acordes de sétima que podem ser executados, sendo cinco exemplos de sétimas meio-diminutas, cinco de acordes menores com sétima menor, cinco de acordes de sétima de dominante e quatro de acordes maiores com sétima maior que estão todos listados no Quadro 6. Encerra a seção com dois exemplos de tons inteiros: 1)  $\sharp, \flat, \flat, \natural, \natural, \natural, \natural$  (seis sons) e 2)  $\natural, \natural, \natural, \sharp, \flat, \flat, \flat$  (seis sons) e um exemplo de pentatônica (que ele chama de “defectiva”:  $\sharp, \flat, \flat, \sharp, \flat, \flat, \flat$  (pentatônica – teclas pretas do piano).

**Quadro 6:** Acordes de sétima em Koechlin (1954-59)

	Armação dos pedais	Tipo
1	$\sharp, \flat, \sharp, \natural, \natural, \sharp, \flat$	Sétima meio-diminuta
2	$\sharp, \flat, \natural, \flat, \sharp, \sharp, \flat$	
3	$\natural, \sharp, \flat, \sharp, \flat, \sharp, \flat$	
4	$\natural, \natural, \sharp, \natural, \sharp, \flat, \sharp$	
5	$\flat, \sharp, \flat, \natural, \sharp, \flat, \sharp$	
1	$\flat, \sharp, \flat, \sharp, \sharp, \flat, \natural$	Menor com sétima menor
2	$\sharp, \flat, \sharp, \natural, \sharp, \flat, \flat$	
3	$\sharp, \flat, \natural, \flat, \sharp, \flat, \natural$	
4	$\sharp, \flat, \flat, \sharp, \flat, \sharp, \flat$	
5	$\natural, \sharp, \flat, \natural, \sharp, \flat, \sharp$	
1	$\flat, \sharp, \flat, \sharp, \flat, \natural, \natural$	Sétima de dominante
2	$\sharp, \flat, \sharp, \natural, \sharp, \flat, \natural$	
3	$\flat, \natural, \natural, \flat, \sharp, \flat, \natural$	
4	$\sharp, \flat, \natural, \sharp, \flat, \sharp, \flat$	
5	$\natural, \sharp, \flat, \sharp, \flat, \flat, \sharp$	
1	$\natural, \flat, \sharp, \natural, \sharp, \flat, \sharp$	Maior com sétima maior
2	$\flat, \sharp, \natural, \flat, \sharp, \flat, \natural$	
3	$\sharp, \flat, \sharp, \natural, \flat, \sharp, \flat$	
4	$\flat, \sharp, \flat, \sharp, \flat, \sharp, \natural$	

Fonte: Elaborado pelos autores.

Entre outros exemplos musicais, mais adiante, há um exemplo de *glissando* extraído de *Péleas e Melisande* (cena da gruta) de Debussy:  $\sharp, \flat, \flat, \flat, \flat, \flat$  (cinco sons: pentatônica - o mesmo exemplo citado anteriormente). No terceiro volume, na subseção específica sobre a harpa, há apenas um exemplo de *glissando* extraído da literatura musical: *Scheherazade* de Rimsky-Korsakov:  $\natural, \sharp, \flat, \natural, \sharp, \sharp$  (quatro sons: acorde menor com sétima menor).<sup>12</sup>

A obra de Casella e Mortari, *A Técnica da Orquestra Contemporânea*,<sup>13</sup> apresenta na seção sobre *glissandi* para a harpa um exemplo com a seguinte disposição:  $\natural, \sharp, \flat, \natural, \sharp, \flat,$

12 Interessante observar um exemplo que Koechlin apresenta; ainda que não soe exatamente como um *glissando*, sugere uma abordagem peculiar:  $\text{Dó}\flat, \text{Rê}\natural, \text{Mi}\sharp, \text{Fá}\flat, \text{Sol}\natural, \text{Lá}\natural, \text{Si}\sharp$ . Observe-se que o  $\text{Mi}\sharp$  soa  $\text{Fá}$  e o  $\text{Fá}\flat$  soa  $\text{Mi}$ , assim também o  $\text{Si}\sharp$  soa  $\text{Dó}$  e o  $\text{Dó}\flat$  soa  $\text{Si}$  (a corda precedente soa mais aguda que a subsequente); soa:  $\text{Dó}, \text{Ré}, \text{Fá}, \text{Mi}, \text{Sol}, \text{Lá}, \text{Dó}, \text{Si}$ .

13 A primeira edição é de 1948.



b (pentatônica) para exemplificar a possibilidade de *glissandi* duplos ou triplos (este com a escala de Dó bemol maior) e logo em seguida oferece nove combinações para os pedais, mostradas no Quadro 7.

**Quadro 7:** Nove sonoridades em Casella e Mortari (1950)

	Armação dos pedais	Tipo
1	♭, b, b, ♭, ♭, ♭, ♭	Diatônica
2	♭, ♭, ♯, ♯, ♯, ♯, ♭	Diatônica
3	♭, ♯, ♭, ♯, ♭, ♯, ♭	Diatônica
4	♯, b, ♭, b, ♭, ♭, ♯, b	Sétima diminuta
5	♭, ♯, b, ♯, ♯, b, ♯	Sétima de dominante
6	♯, b, b, ♯, b, b, b	Pentatônica (teclas pretas)
7	♯, ♯, ♯, ♭, ♭, ♭, ♭	Tons inteiros
8	♭, ♯, ♭, ♭, ♯, ♯, b, ♯	Menor com sétima menor
9	♭, ♭, ♭, b, b, b, b	Tons inteiros

Fonte: Elaborado pelos autores.

Outras configurações são apresentadas que não estão diretamente relacionadas com *glissandi*, mas com efeitos provenientes do *Estudo Moderno da Harpa*, de Salzedo: 1) *tremolo* eólico: ♭, ♯, b, ♯, b, ♭, ♭, ♯ (quatro sons: sétima diminuta); 2) acordes eólicos ascendentes: ♯, b, ♯, ♯, ♭, ♭, b (seis sons)<sup>14</sup>; e 3) acordes eólicos descendentes: ♯, ♯, ♭, ♯, ♭, ♯, b (seis sons). Uma combinação de *glissandi* junto com harmônicos, retirada do Concerto para Piano e Orquestra de Ravel exemplifica a seguinte disposição dos pedais: ♭, b, ♭, ♭, ♭, ♭, ♭ (sete sons).

No livro de Kennan e Grantham, *A Técnica da Orquestração*,<sup>15</sup> lê-se que as únicas notas que não têm equivalentes enarmônicos são o D, o G e o A (todos naturais). Refere-se também ao fato de que o *glissando* pode consistir em escalas ou acordes sendo que as escalas não apresentam problemas específicos de configuração dos pedais, mas o mesmo não acontece com os acordes. Cita o caso de um acorde de nona de dominante sugerindo essa configuração: ♭, ♭, ♭, b, ♭, ♯, b (cinco sons: acorde de sétima de dominante com nona maior). Em seguida, sugere essa disposição para um acorde de sétima diminuta: ♭, ♯, b, ♯, b, ♭, ♭, ♯ (quatro sons; essa disposição também aparece em um exemplo de notação para *glissandi* mais adiante). Outro problema discutido refere-se ao *glissando* de acordes perfeitos (três sons), caso em que duas notas serão “estranhas” ao acorde já que não há como dispor os pedais para obter apenas três sons por enarmonia (cita o acorde de sol maior em que soarão necessariamente as notas A e E (e F♭) que não pertencem ao acorde. Os exemplos da literatura musical ilustrados são de *Dafne e Cloé*, de Ravel: b, ♭, ♭, ♯, b, ♭, ♭ (cinco sons: pentatônica); *Ameriques*, de Varèse: ♭, ♭, ♭, b, b, b, b (seis sons: tons inteiros); e a suíte *Pássaro de Fogo*, de Stravinsky: ♯, ♯, ♭, ♯, ♯, ♯, ♭ (sete sons: escala de Si maior). Outra configuração interessante é exemplificada ao discutir o *glissando* com as costas das unhas que aparece na peça *Canção na Noite*, de Salzedo: ♯, ♭, b, ♯, b, ♭, ♭ (seis sons).

14 O fá suspenso está indicado nos pedais, mas não está notado na partitura do exemplo nem na armadura.

15 A primeira edição é de 1952.

Ao tratar da notação para os pedais, Piston, em seu livro: *Orquestração*,<sup>16</sup> apresenta a seguinte configuração: ♭, ♯, ♯, ♯, ♯, ♭ (cinco sons: acorde de sétima de dominante com nona menor). Os exemplos de *glissandi* retirados da literatura musical são: dois da obra *Printemps*, de Debussy: 1a) ♯, ♭, ♯, ♭, ♯, ♯, ♭ (quatro sons: acorde de sétima diminuta) e 1b) ♯, ♭, ♭, ♯, ♯, ♯, ♯ (seis sons);<sup>17</sup> mais dois (duas harpas) da segunda suíte de *Bacchus et Ariane*, de Roussel: 2a) ♯, ♭, ♯, ♭, ♯, ♯, ♯ (cinco sons: sétima de dominante e nona maior) e 2b) ♯, ♭, ♯, ♭, ♯, ♯, ♯ (seis sons);<sup>18</sup> dois do Concerto para Violino, de Bartók: 3a) ♯, ♯, ♯, ♯, ♯, ♯, ♯ (sete sons: escala de Lá maior) e 3b) ♯, ♯, ♯, ♯, ♯, ♯, ♯ (sete sons: escala de Si maior); e finalmente, para demonstrar *glissandi* com acordes de três sons, mais um exemplo (duas harpas com a mesma disposição) de *La Mer*, de Debussy: 4) ♯, ♭, ♭, ♯, ♯, ♯, ♯ (seis sons: tons inteiros).

Norman Del Mar em seu livro: *Anatomia da Orquestra*,<sup>19</sup> dedica uma subseção para tratar de *glissandi* na harpa. Inicialmente aborda questões de notação: Mahler, Sinfonia No. 6 onde há apenas uma linha diagonal acrescida da abreviatura *gliss.* entre as notas Mi (primeira linha suplementar inferior da clave de Fá) e outro Mi (terceira linha suplementar superior da clave de Sol) indicando um *glissando* diatônico (pois não há armadura nem indicação de configuração de pedais). Seguem dois exemplos técnicos, um geral com a seguinte configuração: ♭, ♯, ♯, ♯, ♯, ♯, ♯ (sete sons) e outro de *Feuersnot*, de Strauss, com a seguinte arrumação: ♯, ♯, ♯, ♯, ♯, ♯, ♯ (sete sons: escala de Si maior). Cita logo em seguida uma configuração de pedais extraída de “Neptune”, de *Os Planetas*, de Holst, assim: ♯, ♭, ♯, ♭, ♯, ♭, ♯ (quatro sons: acorde menor com sétima menor). Exemplos com excertos de partitura compreendem: *Scheherazade*, de Rimsky-Korsakov: ♭, ♯, ♯, ♯, ♯, ♯, ♯ (quatro sons: acorde de sétima diminuta);<sup>20</sup> *Also Sprach Zarathustra*, de Strauss, com duas harpas configuradas diferentemente: 1a) ♭, ♯, ♯, ♯, ♯, ♯, ♯ (quatro sons: acorde de sétima diminuta) e 2) ♯, ♯, ♭, ♯, ♭, ♯, ♯ (idem) sendo que enquanto a segunda toca, a primeira harpa reconfigura seus pedais assim: 1b) ♯, ♭, ♯, ♭, ♯, ♯, ♯ (idem);<sup>21</sup> e a Sinfonia No. 2 de Elgar: ♯, ♯, ♭, ♯, ♯, ♯, ♯ (sete sons: escala de Dó menor natural).

Adler, no seu *O Estudo da Orquestração*,<sup>22</sup> cita um exemplo do *Prelúdio para o Entardecer de Um Fauno*, de Debussy, para exemplificar a notação para as configurações dos pedais: ♯, ♭, ♯, ♭, ♯, ♯, ♯ (quatro sons: acorde de sétima meio-diminuta). Seu único exemplo

16 A primeira edição é de 1955.

17 Outro exemplo difícil para o leitor iniciante pois a notação confunde (no segundo exemplo, por exemplo, o pedal do Ré está bemol, mas no *glissando* está escrito Ré sustenido (correspondendo ao Mi bemol armado nos pedais).

18 Na indicação dos pedais o Ré está bemol, mas nas notas escritas na partitura está natural (o original tem natural).

19 A primeira edição é de 1981.

20 Nesse exemplo as cordas sustentam numa fermata longa o acorde de Dó sustenido maior com sétima e nona menores, porém a harpa executa *glissandi* com o acorde de Mi sustenido com sétima diminuta. No excerto dado por Del Mar a disposição dos pedais não está mostrada e pode confundir o leitor. O original pode ser encontrado no segundo movimento, três compassos antes da letra de ensaio Q na edição Dover de 1984 (a indicação dos pedais está na página anterior da partitura).

21 Esse exemplo permite que Del Mar comente um aspecto particular da notação de *glissandi* usado por Strauss: tomando o acorde mostrado em 1a) ele escreve articulação dupla nas notas Si, Ré, Fá e Lá, subentendendo que as enarmônicas serão tocadas também, evidentemente. Para o leitor iniciante pode ser difícil encontrar as notas enarmônicas pois Strauss escreve apenas as notas do acorde com articulação dupla (sem as enarmonias).

22 A primeira edição é de 1982.

ao tratar dos *glissandi* é: #, #, ♭, #, #, #, ♭ (sete sons: escala de Si maior).

No *Manual de Instrumentação*<sup>23</sup> elaborado por Stiller, após comentar a disposição circular dos pedais,<sup>24</sup> vê-se um diagrama mostrando a seguinte disposição dos pedais: #, ♭, ♭, ♭, ♭, ♭ (seis sons). Mais adiante comenta rapidamente sobre *glissandi* de escalas pentatônicas, acordes de sétima diminuta e de nona de dominante sem ilustrar com exemplos. Enfatiza apenas que os uníssonos enarmônicos reforçam a potência de algumas notas.

A partir dos exemplos recolhidos dos tratados de orquestração, elaboraram-se os seguintes quadros,<sup>25</sup> organizados por quantidade de enarmonias. As seguintes abreviaturas serão usadas para identificar os tipos de acordes: M<sup>7M</sup> (maior com sétima maior), M<sup>7m</sup> (maior com sétima menor: sétima de dominante), m<sup>7m</sup> (menor com sétima menor), 7<sup>o</sup> (sétima meio-diminuta), 7<sup>o</sup> (sétima diminuta), 9m (nona menor) e 9M (nona maior), TI<sub>0</sub> e TI<sub>1</sub> para as duas formas da escala de tons inteiros. Escalas tradicionais foram identificadas pelo nome e quando não usuais pela classe de conjuntos.

O Quadro 8 apresenta os exemplos coligidos que contém quatro sons apenas. Dentre os cinquenta e quatro exemplos há: quatro de acordes maiores com sétima maior, doze de acordes menores com sétima menor, onze de acordes maiores com sétima menor (sétima de dominante), dezesseis de acordes de sétima diminuta e onze de acordes de sétima meio-diminuta. Os exemplos compreendem apenas cinco tipos de acordes de sétima. Observa-se que muitos dos exemplos de Koechlin são iguais aos de Forsyth.

**Quadro 8:** Compilação de configurações com três enarmonias, quatro sons diferentes

No.	Tratado de: Compositor	Armação dos pedais	Tipo
01	Forsyth	♭, ♭, ♭, ♭, #, ♭, ♭	M <sup>7m</sup>
02	Koechlin		
03	Forsyth: Lizst	♭, ♭, #, ♭, #, ♭, ♭	7 <sup>o</sup>
04	Forsyth		
05	Koechlin (4 vezes)		
06	Del Mar: Rimsky		
07	Del Mar (2): Strauss		
08	Koechlin	♭, #, ♭, ♭, #, ♭, #	7 <sup>o</sup>
09	Forsyth	♭, #, ♭, #, ♭, ♭, ♭	M <sup>7m</sup>
10	Koechlin		
11	Koechlin	♭, #, ♭, #, ♭, #, ♭	M <sup>7M</sup>
12	Forsyth	♭, #, ♭, #, #, ♭, ♭	m <sup>7m</sup>
13	Koechlin		
14	Koechlin	♭, #, ♭, ♭, #, ♭, ♭	M <sup>7M</sup>

23 A primeira edição é de 1985.

24 Três pedais do lado esquerdo: Ré, Dó e Si (sendo Ré o mais afastado) e quatro do lado direito: Mi, Fá, Sol e Lá (esse o mais distante). Circulando da esquerda para a direita e começando no mais afastado têm-se: Ré, Dó, Si, Mi, Fá, Sol e Lá. Assim, as notas que são mais comumente alteradas ficam mais próximas do harpista.

25 Nos quadros ordenou-se a sequência por bemóis, bequadros e sustenidos para cada pedal. Quando há mais de uma configuração igual, empregou-se a ordem cronológica de publicação dos tratados.

15	Forsyth	b, #, #, b, #, b, b	7°
16	Koechlin	b, b, #, b, #, b, #	M <sup>7M</sup>
17	Forsyth	b, b, #, b, #, b, #	7°
18	Koechlin		
19	Koechlin (2): <sup>+</sup> Rimsky	b, #, b, b, #, b, #	m <sup>7m</sup>
20	Koechlin	b, #, b, #, b, b, #	M <sup>7m</sup>
21	Berlioz: Lizst	b, #, b, #, b, b, #	7°
22	Forsyth		
23	Koechlin (5 vezes)		
24	Casella		
25	Kennan		
26	Del Mar: Strauss		
27	Koechlin	b, #, b, #, b, #, b	7°
28	Forsyth	b, #, b, #, b, #, #	7°
29	Forsyth	b, #, b, #, #, b, #	M <sup>7m</sup>
30	Casella		
31	Forsyth	b, #, #, b, #, #, b, #	m <sup>7m</sup>
32	Casella		
33	Koechlin	#, b, b, #, b, #, b	m <sup>7m</sup>
34	Forsyth	#, b, b, b, b, #, b	7°
35	Koechlin (4 vezes)		
36	Casella		
37	Piston: Debussy		
38	Del Mar: Strauss		
39	Adler: Debussy	#, b, b, b, #, b, b	7°
40	Forsyth	#, b, b, b, #, #, b	m <sup>7m</sup>
41	Koechlin		
42	Del Mar: Holst		
43	Forsyth	#, b, b, b, #, #, b	7°
44	Koechlin (3): Debussy		
45	Forsyth	#, b, b, #, #, b, #, b	M <sup>7m</sup>
46	Koechlin		
47	Koechlin	#, b, #, b, b, #, b	M <sup>7m</sup>
48	Forsyth	#, b, #, b, #, #, b	7°
49	Koechlin		
50	Koechlin	#, b, #, b, #, #, b, b	m <sup>7m</sup>
51	Forsyth	#, b, #, b, #, #, b	M <sup>7m</sup>
52	Koechlin		

53	Forsyth	♯, b, ♯, ♯, ♯, ♯, b	m <sup>7m</sup>
54	Forsyth	♯, ♯, b, ♯, b, ♯, b	m <sup>7m</sup>

Fonte: Elaborado pelos autores.

No Quadro 9, os exemplos que contêm cinco sons são de apenas três tipos: quatro de escala pentatônica, um de escala de tons inteiros incompleta (sem F♯), dois de sétima de dominante com nona maior e, um de sétima de dominante com nona menor.

**Quadro 9:** Compilação de configurações com duas enarmonias, cinco sons diferentes

No.	Tratado de: Compositor	Armação dos pedais	Tipo
55	Kennan: Ravel	b, ♯, ♯, ♯, ♯, b, ♯, ♯	Pentatônica
56	Piston	b, ♯, ♯, ♯, ♯, ♯, b, b	M <sup>7m</sup> e 9m
57	Kennan	♯, ♯, ♯, ♯, b, ♯, ♯, b	M <sup>7m</sup> e 9M
58	Casella	♯, ♯, b, ♯, ♯, ♯, b, b	Pentatônica
59	Piston: Roussel	♯, ♯, ♯, ♯, b, ♯, ♯, b	Tons inteiros (-Fá♯)
60	Koechlin	♯, b, b, ♯, b, b, b	Pentatônica
61	Casella		
62	Piston: Roussel	♯, b, ♯, b, ♯, ♯, ♯	M <sup>7m</sup> e 9M

\* Como o objetivo de Koechlin é mostrar que qualquer nota pode estar no baixo de um acorde de sétima diminuta, há várias repetições da mesma configuração pois as inversões resultam iguais quando dispostas em forma escalar como aqui. Em outros casos, o mesmo exemplo aparece em mais de um lugar.

Fonte: Elaborado pelos autores.

O Quadro 10 contém as sonoridades de seis sons sendo seis de tons inteiros e as outras cinco com configurações únicas (contêm diferentes configurações envolvendo semitons).

**Quadro 10:** Compilação de configurações com uma enarmonia, seis sons diferentes

No.	Tratado de: Compositor	Armação dos pedais	Tipo
63	Casella	♯, ♯, ♯, b, b, b, b	TI <sub>0</sub>
64	Koechlin	♯, ♯, ♯, ♯, b, b, b	TI <sub>0</sub>
65	Kennan: Varése	♯, ♯, ♯, b, b, b, b	TI <sub>0</sub>
66	Stiller	♯, b, b, b, ♯, ♯, ♯	6-Z49 (013479)
67	Koechlin	♯, b, b, ♯, ♯, ♯, ♯	TI <sub>1</sub>
68	Piston: Debussy		
69	Kennan: Salzedo	♯, ♯, b, ♯, b, ♯, b	6-Z44 (012569)
70	Piston: Debussy	♯, b, b, ♯, ♯, ♯, ♯	6-33 (023579)
71	Casella: Salzedo	♯, b, ♯, ♯, ♯, ♯, b	6-15 (012458)
72	Casella: Salzedo	♯, ♯, ♯, ♯, ♯, ♯, b	6-27 (013469)
73	Casella	♯, ♯, ♯, ♯, ♯, ♯, ♯	TI <sub>1</sub>

Fonte: Elaborado pelos autores.

No Quadro 11 estão os exemplos com sete sons diferentes, ou seja, sem enarmonias. De configurações variadas, observam-se cinco exemplos da escala de Si maior. Considerando que a harpa produz sons com maior potência quando os pedais estão na posição bemol, ou seja, com as cordas soltas, a enarmonia de Si maior com Dó bemol maior resultaria mais eficaz. Observa-se também duas instâncias de 7-22 (0125689) com configurações diferentes dos pedais.

**Quadro 11:** Compilação de configurações sem enarmonia, sete sons diferentes

No.	Tratado de: Compositor	Armação dos pedais	Tipo
74	Forsyth: Widor	b, b, b, b, b, b, b	7-26 (0134579)
75	Casella		
76	Koechlin	b, b, b, b, b, b, b	7-22 (0125689)
77	Casella: Ravel	b, b, b, b, b, b, b	7-32 (0134689)
78	Del Mar: Elgar	b, b, b, b, b, b, b	Dó menor natural
79	Forsyth: Strauss	b, b, b, b, b, b, b	Fá maior
80	Forsyth: Strauss	b, b, b, b, b, b, b	Dó maior
81	Koechlin	b, b, b, b, b, b, b	Lídio-mixolídia
82	Forsyth: Widor	b, b, #, #, #, #, b	7-28 (0135679)
83	Casella		
84	Forsyth: Widor	b, #, b, #, b, #, b	7-22 (0125689)
85	Casella		
86	Piston: Bartók	#, b, b, #, #, b, b	Lá maior
87	Koechlin	#, #, b, #, #, #, b	Si maior
88	Piston: Bartók		
89	Kennan: Stravinsky		
90	Del Mar: Strauss		
91	Del Mar	b, #, b, b, #, b, b	7-7 (0123678)
92	Adler	#, #, b, #, #, #, b	Si maior

Fonte: Elaborado pelos autores.

O Quadro 12 totaliza os noventa e dois exemplos coligidos, dos quais cinquenta e quatro são de quatro sons,<sup>26</sup> oito apenas de cinco sons, onze de seis sons e dezenove de sete sons.

**Quadro 12:** Totais gerais

Cardinalidade	Quantidade			%
	(54)	Tipo	%	
4	3	M <sup>7M</sup>	5,5	58,7
	12	M <sup>7m</sup>	22,2	
	12	m <sup>7m</sup>	22,2	
	11	7 <sup>o</sup>	20,4	
	16	7 <sup>o</sup>	29,7	
5	8			8,7
6	11			11,9
7	19			20,7

Fonte: Elaborado pelos autores.

### 3. Mapeamento das configurações dos pedais

As combinações de pedais da harpa podem ser obtidas pela operação matemática de produto cartesiano. O produto entre dois conjuntos quaisquer  $A$  e  $B$  é dado por  $A \times B = \{(a,b) \mid a \in A \text{ e } b \in B\}$ . Por exemplo, o produto cartesiano de dois conjuntos dados  $A = \{1,2,3\}$  e  $B = \{4,5\}$  é  $A \times B = \{(1,4), \{1,5\}, \{2,4\}, \{2,5\}, \{3,4\}, \{3,5\}\}$ . O produto cartesiano pode ser generalizado para  $n$  conjuntos. Por exemplo, o produto dos três conjuntos  $A = \{1,2,3\}$ ,  $B = \{4,5\}$ ,  $C = \{6,7\}$  é  $A \times B \times C = \{(1,4,6), \{1,4,7\}, \{1,5,6\}, \{1,5,7\}, \{2,4,6\}, \{2,4,7\}, \{2,5,6\}, \{2,5,7\}, \{3,4,6\}, \{3,4,7\}, \{3,5,6\}, \{3,5,7\}\}$ .

O conjunto das possíveis combinações dos sete pedais da harpa equivale ao produto cartesiano dos conjuntos de possíveis posições de cada um dos pedais:  $P_1 \times P_2 \dots P_6 \times P_7$ . Como o conjunto de possíveis posições é o mesmo para todos os pedais,  $P = \{b, \sharp, \flat\}$ , o conjunto das possíveis combinações de pedais da harpa é dado pelo produto das 7 instâncias de  $P$ :  $P_1 \times P_2 \times \dots \times P_6 \times P_7 = \{ \{b, b, b, b, b, b, b\}, \{b, b, b, b, b, b, \sharp\}, \dots, \{ \sharp, \sharp, \sharp, \sharp, \sharp, \sharp, \sharp \}, \{ \sharp, \sharp, \sharp, \sharp, \sharp, \sharp, \flat \}, \dots, \{ \flat, \flat, \flat, \flat, \flat, \flat, \flat \} \}$ . Dessa forma, são possíveis 2187 configurações diferentes de pedais,<sup>27</sup> resultado da operação  $3^7$ .

Essas combinações podem ser facilmente obtidas com o auxílio do computador. Embora esta operação possa ser implementada em qualquer linguagem de programação, ou mesmo em uma planilha eletrônica, neste trabalho optamos pela linguagem interpretada Python, pela sua clareza, simplicidade, disponibilidade, facilidade para criação de pequenas rotinas e disponibilidade de uso *web*, sem necessidade de instalação e configuração.<sup>28</sup>

A função *product*,<sup>29</sup> da biblioteca nativa de iteração *itertools*, retorna o produto cartesiano de  $n$  conjuntos dados como entrada. Por exemplo, o produto de dois conjuntos  $A$  e  $B$  é calculado por *product(A, B)*. O argumento opcional *repeat* permite calcular o produto de  $m$  repetições de um conjunto dado. Dessa forma, dado o conjunto  $P = [b, \sharp, \flat]$ , o

27 A informação sobre o número de configurações de pedais está presente na literatura sobre o instrumento, tal como se pode observar em Gotham e Gunn (2016).

28 Tal como ocorre com outras linguagens de programação, há diversos ambientes em Python disponíveis *online*, que permitem rodar rotinas sem necessariamente instalar e configurar na máquina. Por exemplo, <https://www.online-python.com/> e [https://www.tutorialspoint.com/execute\\_python\\_online.php](https://www.tutorialspoint.com/execute_python_online.php).

29 Maiores informações na documentação da biblioteca, disponível em <https://docs.python.org/3/library/itertools.html#itertools.product>.

comando `product(P, repeat=7)` retorna o produto de 7 conjuntos  $P$ , com todas as combinações de pedais da harpa. O código abaixo retorna a lista de combinações como uma lista `[('b', 'b', 'b', 'b', 'b', 'b', 'b'), ('b', 'b', 'b', 'b', 'b', 'b', 'q'), ...]`.

1. **from** `itertools` **import** `product`
2. `list(product(["b", "n", "#"], repeat=7))`

Para retornar uma lista enumerada com os nomes das notas, pode-se abstrair os nomes das notas e dos acidentes em variáveis e usar funções nativas para enumerar e concatenar.

3. **from** `itertools` **import** `product`
- 4.
5. `acidentes = ['b', 'n', '#']`
6. `notas = 'Dó Ré Mi Fá Sol Lá Si'.split()`
7. `lista = []`
- 8.
9. **for** `i, d` **in** `enumerate(product(acidentes, repeat=7))`:
10. `configuracao = ', '.join(a + n for a, n in zip(notas, d))`
11. `lista.append('{{ - }}'.format(str(i + 1), configuracao))`
- 12.
13. **print**`("\\n".join(lista))`

Este código retorna como resultado:

```
1 - Dób, Réb, Mib, Fáb, Solb, Láb, Sib
2 - Dób, Réb, Mib, Fáb, Solb, Láb, Siq
3 - Dób, Réb, Mib, Fáb, Solb, Láb, Si#
...
2185 - Dó#, Ré#, Mi#, Fá#, Sol#, Lá#, Sib
2186 - Dó#, Ré#, Mi#, Fá#, Sol#, Lá#, Siq
2187 - Dó#, Ré#, Mi#, Fá#, Sol#, Lá#, Si#
```

## 4. Mapeamento das configurações dos pedais

A representação numérica das configurações de pedais de 1 a 2.187 não tem grande significado musical. Do ponto de vista numérico, não há relações ou diferenças entre as configurações 100, 300 ou 1.000, por exemplo. O sistema numérico ternário se mostra mais adequado para identificar as configurações de pedais do que o de base decimal (ver sistemas numéricos em Knuth (1981, p. 178)). Neste sistema, a representação dos valores de 0 a 10, por exemplo, seria 0, 1, 2, 10, 11, 12, 100, 101, 102, 110.<sup>30</sup> Com esse sistema, a configuração Dób, Réb, Mi, Fáb, Solb, Láq, Siq, por exemplo, teria representação (ou índice) 0000011, ou simplesmente 11. Embora este índice considere a configuração em formato

30 Donald Knuth (1981, p. 191), apresenta um sistema ternário balanceado com valores -1, 0 e 1, ao invés de 0, 1, 2. Apesar das vantagens apresentadas por Knuth, decidimos pelo sistema não balanceado pela sua simplicidade de operação.



escalar (Dó Ré Mi Fá Sol Lá Si), o formato radial também poderia ser igualmente utilizado (RÉDóSi|MiFáSolLá). Neste caso, a representação da configuração Ré<sup>b</sup>, Dó<sup>b</sup>, Si<sup>‡</sup>, Mi<sup>b</sup>, Fá<sup>b</sup>, Sol<sup>b</sup>, Lá<sup>‡</sup>, equivalente à anterior, teria representação 0010001, ou simplesmente 10001.<sup>31</sup>

A geração do índice exibido na seção anterior demanda apenas uma função adicional de conversão de base decimal para ternária<sup>32</sup> e o incremento manual do índice.

```

1.     from itertools import product
2.
3.     def conversor(n):
4.         if n == 0:
5.             return '0'
6.         v = ''
7.         while n > 0:
8.             v = str(n % 3) + v
9.             n //= 3
10.        return v
11.
12.        acidentes = ['b', 'n', '#']
13.        notas = notas = 'Dó Ré Mi Fá Sol Lá Si'.split()
14.        lista = []
15.
16.        i = 0
17.        for d in product(acidentes, repeat=7):
18.            configuracao = ', '.join(a + n for a, n in zip(notas, d))
19.            i3 = conversor(i)
20.            lista.append('{} - {}'.format(i3, configuracao))
21.            i += 1
22.
23.        print('\n'.join(lista))

```

Este código retorna como resultado:

```

0 - Dób, Réb, Mib, Fáb, Solb, Láb, Sib
1 - Dób, Réb, Mib, Fáb, Solb, Láb, Si‡
2 - Dób, Réb, Mib, Fáb, Solb, Láb, Si#
...
2222220 - Dó#, Ré#, Mi#, Fá#, Sol#, Lá#, Sib
2222221 - Dó#, Ré#, Mi#, Fá#, Sol#, Lá#, Si‡
2222222 - Dó#, Ré#, Mi#, Fá#, Sol#, Lá#, Si#

```

31 As configurações de pedais, seus índices e respectivos conjuntos de notas estão disponíveis para acesso em <https://github.com/msampaio/music-research-data/tree/master/harpa>.

32 Função de conversão inspirada na pergunta de MSSantana no StackOverflow, disponível em <https://pt.stackoverflow.com/questions/401653/convertendo-bases-em-python>.

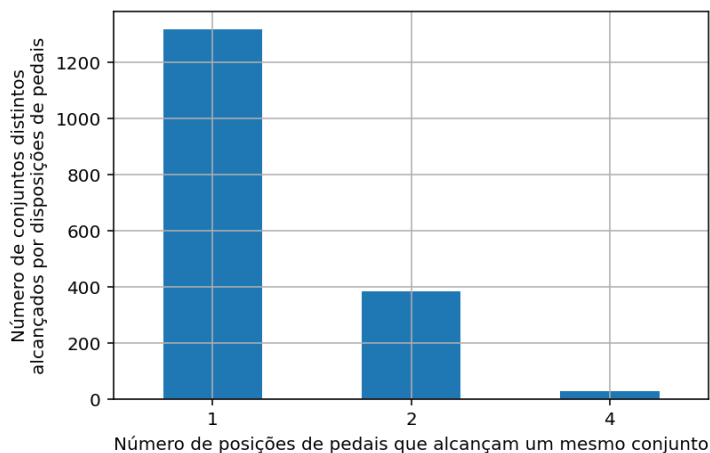
## 5. Conjuntos de classes de notas resultantes das configurações dos pedais

Mark Gotham e Iain Gunn (2016) apresentaram estudo sobre possibilidades de uso da harpa, com observações sobre predominância e cardinalidade de conjuntos e subconjuntos de classes de notas, criação de um espaço de configurações de pedais e estudos sobre as distâncias entre essas configurações. Além disso, apresentam tabelas de classes de conjuntos e guia interativo das configurações de pedais.

Apesar do trabalho de Gotham e Gunn contemplar o estudo exaustivo dos conjuntos de alturas possíveis pelas configurações de pedais, percebemos espaço para realizar uma análise das configurações dos pedais da harpa com base em ferramentas estatísticas de média, desvio padrão e visualização de distribuição em *boxplot*.<sup>33</sup>

As 2.187 configurações dos pedais resultam em 1.724 conjuntos distintos de classes de notas. Destes conjuntos, 1.315 podem ser alcançados, cada um, por apenas uma configuração de pedais, de forma que não há configuração alternativa para alcançá-los. Um total de 382 conjuntos podem ser alcançados por duas configurações de pedais cada um e 27 por quatro configurações de pedais diferentes (Figura 1). Observa-se que há poucos conjuntos alcançados por mais de uma configuração.

**Figura 1:** Posições dos pedais que alcançam um mesmo conjunto de notas.



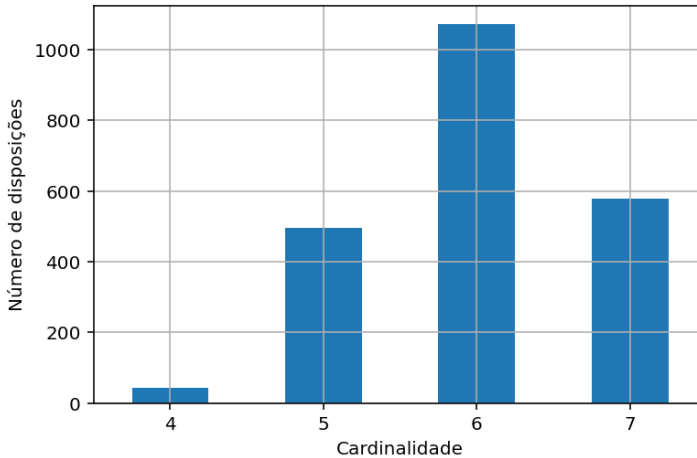
**Fonte:** Elaborado pelos autores.

As configurações de pedais possíveis resultam em hepta, hexa, penta e tetracordes. Os hexacordes são os mais numerosos, com 1.071 configurações, representando 48,9% do total (ver Figura 2). Os heptacordes e pentacordes ocorrem em menor número, com 26,4% e 22,6%, respectivamente, e os tetracordes têm ocorrência muito menor. São apenas 42, representando 1,9% do total. É importante observar que os heptacordes não têm presença

<sup>33</sup> O gráfico *boxplot*, ou diagrama de caixa, representa a distribuição dos valores de uma variável. A linha verde representa a mediana da distribuição, as linhas azuis, o primeiro e terceiro quartis, os traços pretos, os limites de valores discrepantes e os círculos, os valores discrepantes (ver Figura 3). Os quartis são valores que segmentam uma coleção de valores em quatro partes. Metade dos elementos de uma coleção estão no intervalo entre o primeiro e terceiro quartis. Para maiores informações, ver Triola, 2013.

de enarmonia, os hexacordes têm uma enarmonia, os pentacordes duas, e os tetracordes, três. Dessa forma, esses valores podem ser usados para o estudo relacionado às enarmonias.

**Figura 2:** Quantidade de configurações dos pedais para cada cardinalidade dos conjuntos.



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Entre os tetracordes, as 42 configurações possíveis são transposições de apenas seis classes de conjuntos: 4-26 (0358), 4-27 (0258), 4-28 (0369), 4-20 (0158), 4-19 (0148) e 4-24 (0248).

## 6. Classes de conjuntos de classes de notas resultantes das configurações dos pedais

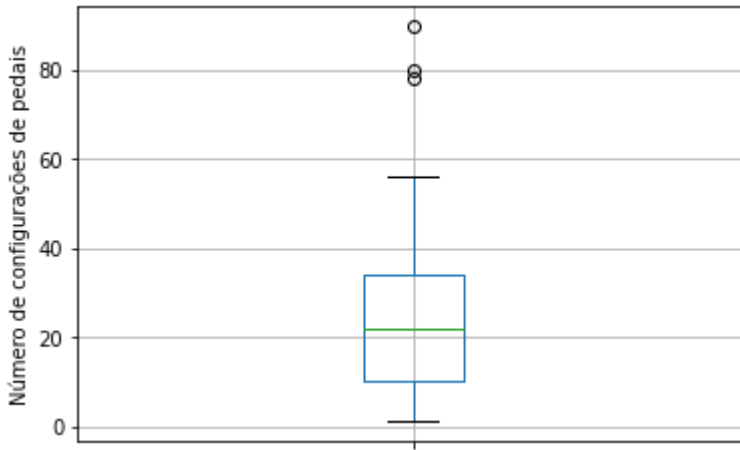
Conforme previsto por Gotham e Gunn, considerando as classes de conjuntos de classes de notas, as 2.187 configurações de pedais da harpa resultam em 93 classes distintas. Cada uma dessas classes é alcançada, em média, por 23,52 configurações de pedais, com desvio padrão de 17,31. Nos extremos desses valores, há uma única classe de conjuntos alcançada por 90 configurações diferentes de pedais e quatro classes, cada uma delas alcançada por uma única configuração (ver detalhamento adiante).

A distribuição do número de configurações de pedais que alcançam cada uma das classes de conjuntos tem maior concentração de valores entre 10 e 34 configurações de pedais (vide Figura 3). Estes dois valores representam o primeiro e terceiro quartis da distribuição. Um total de 50 das 93 classes de conjuntos estão concentradas entre esses quartis. Além disso, esta distribuição contém três valores discrepantes (*outliers*) superiores.<sup>34</sup> As classes de conjunto 6-34 (013579), 6-33 (023579) e 6-31 (014579) são alcançadas por 90, 80 e 78 e configurações de pedais, respectivamente. A classe 6-34, mais numerosa entre as configurações, é conhecida como Acorde Místico de Scriabin.<sup>35</sup>

<sup>34</sup> São considerados valores discrepantes superiores todos aqueles maiores que  $aiq * 1.5 + q3$ , onde  $aiq$  é a amplitude entre o primeiro e terceiro quartis, e  $q3$  é o terceiro quartil.

<sup>35</sup> Conforme o *Grove Music Online*.

**Figura 3:** Distribuição do número de configurações dos pedais que resultam em uma mesma classe de conjuntos de classes de notas



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Considerando o escore padronizado, há 72 classes de conjuntos alcançadas por valores distantes da média (23,52 configurações) em uma unidade de desvio padrão, ou seja, alcançadas por 6,21 a 40,83 configurações. Das 21 classes restantes, 9 são alcançadas por um número de configurações maior que 40,83 (Tabela 1 e Figura 4), e 12, por um número menor que 6,21 (Tabela 2 e Figura 5).

**Tabela 1:** Classes alcançadas por uma quantidade de configurações afastadas da média em um desvio padrão (superior)

Classe	Quantidade
6-34 (013579)	90
6-33 (023579)	80
6-31 (014579)	78
5-32 (01469)	56
6-47 (012479)	50
5-35 (02479)	45
5-29 (01368)	44
5-31 (01369)	44
6-44 (012569)	44

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

**Tabela 2:** Classes alcançadas por uma quantidade de configurações afastadas da média em um desvio padrão (inferior)

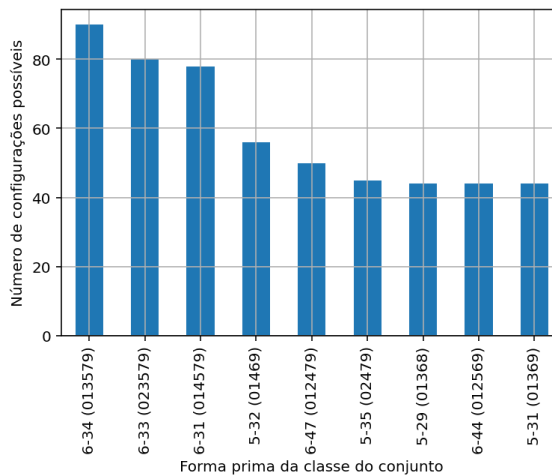
Classe	Quantidade
7-17 (0124569)	5
4-19 (0148)	4
5-17 (01348)	4
4-28 (0369)	3
7-6 (0123478)2	2
7-10 (0123469)	2
7-9 (0123468)	2
5-13 (01248)	2
6-37 (012348)	1
7-12 (0123479)	1
4-24 (0248)	1
7-8 (0234568)	1

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Entre as classes alcançadas por números elevados de configurações estão a 6-44, conhecida como Hexacorde de Schoenberg (hexacorde em que uma de suas transposições produz algumas letras do seu sobrenome na nomenclatura alemã)<sup>36</sup> e a 5-35, escala pentatônica.

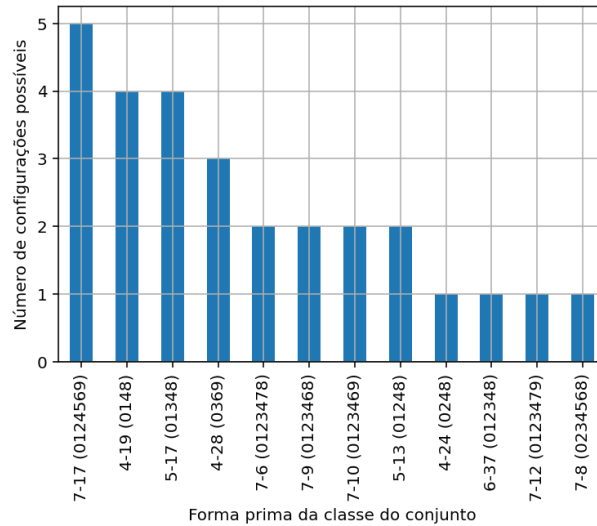
Entre as classes alcançadas pelo menor número de configurações há as classes 7-12 (0123479), 6-37 (012348), 7-8 (0234568), e 4-24 (0248) que são alcançadas apenas por uma configuração cada. Ainda entre essas classes estão a 4-19, téttrade menor com sétima maior, a 5-17, conhecida como *Farben Chord*, de Schoenberg, a 4-28, téttrade diminuta, e a 4-24, téttrade aumentada com sétima menor.

**Figura 4:** Classes alcançadas por um número de configurações afastada da média em um desvio padrão (superior)



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

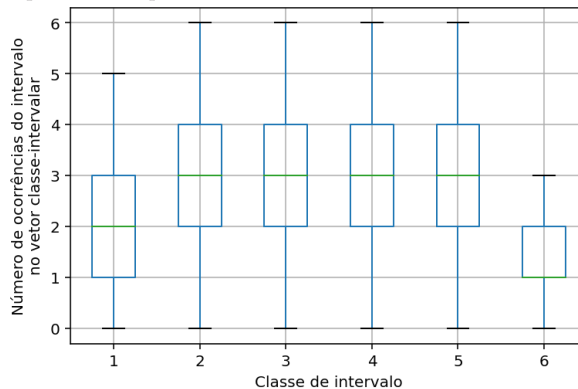
36 Ver em: [https://en.wikipedia.org/wiki/Schoenberg\\_hexachord](https://en.wikipedia.org/wiki/Schoenberg_hexachord)

**Figura 5:** Classes alcançadas por um número de configurações afastada da média em um desvio padrão (inferior)

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

## 7. Classes intervalares e configurações de pedais

A observação dos valores do vetor classe-intervalar das configurações de pedais possíveis revela que as configurações de pedais com a presença de semitons são menos frequentes do que as demais. A Figura 6 contém as distribuições do número de ocorrências de cada classe intervalar nas configurações de pedais. Em comparação às classes intervalares 2 a 5, a classe intervalar “1” tem valor de mediana menor, concentração do número de ocorrências entre 1 e 3, contra 2 e 4 das classes mencionadas. Os valores da classe intervalar “6” demandam cuidado na observação, por serem contabilizados em sua metade no vetor classe-intervalar (ver Straus 1990).

**Figura 6:** Distribuição das ocorrências de cada classe intervalar nos vetores classe-intervalares dos conjuntos resultantes das configurações possíveis dos pedais

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

A média das distribuições de ocorrências corrobora a menor incidência da classe intervalar “1” (Tabela 3). Enquanto esta classe tem média 2,15, as classes 2 a 5, têm média entre 2,67 e 3,06. Considerando unicamente as médias, há um ligeiro destaque para a classe 5, com média 3,06.

**Tabela 3:** média e desvio padrão das ocorrências de cada classe intervalar nos vetores classe-intervalares dos conjuntos das configurações possíveis dos pedais

	1	2	3	4	5	6
<b>Média</b>	2.15	2.67	2.96	2.96	3.06	1.48
<b>Desvio padrão</b>	1.11	1.19	1.10	1.19	1.14	0.78
<b>Mediana</b>	2.00	3.00	3.00	3.00	3.00	1.00

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

## Considerações finais

A última orientação do Prof. Dr. Jamary Oliveira foi investigar as possibilidades de configurações com duas harpas, que resultam em 4.782.969 pares de configurações de pedais possíveis, e 3 harpas, em 10.460.353.203. Com duas harpas disponíveis, o total cromático pode ser obtido com 21.696 pares de configurações de pedais.

O estudo do repertório compilado nos tratados de orquestração sugere um aprofundamento, expandindo-se para a literatura musical de vários períodos da história da Música, para verificar a prevalência de configurações num escopo mais amplo. Da análise preliminar do repertório coligido, observa-se que os exemplos com sétimas diminutas são mais prevalentes do que os de sétima meio-diminuta, o que confirma a prática de uso daqueles tanto no modo maior quanto no menor (do qual ele é nativo) por empréstimo modal. Prevê-se, por exemplo, que se encontrará mais acordes com sétima diminuta em períodos pré-românticos enquanto os de sétima meio-diminuta estariam mais presentes no impressionismo; escalas não tradicionais no Século XX etc.

O repertório encontrado nos tratados apresenta apenas uma parcela mínima das possibilidades de configuração dos pedais considerando as 2.187 configurações possíveis, o que abre caminho para a exploração de novas possibilidades para este instrumento *sui generis*. Como exemplo, das 42 configurações possíveis para obter tetracordes, apenas 29 configurações foram encontradas nos exemplos que, embora analisados em quantidades reduzidas, indicam que ainda há algo a explorar.

Os dados obtidos com o estudo estatístico também podem auxiliar na busca de configurações menos (ou mais) utilizadas, na tomada de decisões para composição e mesmo para exploração de combinações novas. Os dados completos que podem embasar futuras pesquisas, incluindo todas as configurações de pedais, seus índices e respectivos conjuntos de classes de notas estão disponíveis para acesso em <https://github.com/msampaio/music-research-data/tree/master/harpa>.

## Referências

- ADLER, Samuel. *The Study of Orchestration*. 2a. ed. New York: W. W. Norton, 1989.
- BERLIOZ, Hector. *Treatise on Instrumentation*. Richard Strauss, acresc. e rev. Theodore Front, trad. New York: Edwin Kalmus, 1991. [Replicação da edição original da Kalmus de 1948; a primeira edição é de 1843 ou 1844 e reimpressa em 1855.]
- CASELA, Alfredo; MORTARI, Virgilio. *La Técnica de la Orquesta Contemporanea*. A. Jurafsky, trad. Buenos Aires: Ricordi Americana, 1950.
- DEL MAR, Norman. *Anatomy of the Orchestra*. Berkeley e Los Angeles: University of California Press, 1983. [A primeira edição é de 1981.]
- FORSYTH, Cecil. *Orchestration*. London: MacMillan & Co., 1914.
- GOTHAM, Mark R. H.; GUNN, Iain A. D. “Pitch Properties of the Pedal Harp, with an Interactive Guide.” *Music Theory Online* 22 (4): 1–21, 2016.
- KENNAN, Kent; GRANTHAN, Donald. *The Technique of Orchestration*. 3a. ed. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1983.
- KNUTH, Donald E. *The Art of Computer Programming: Volume 2 - Seminumerical Algorithms*. 2a ed. Reading, Mass., 1981.
- KOECHLIN, Charles L. E. *Traité de l'orchestration*. 4 vols. Paris: Max Eschig, 1954-59 [escrito em 1941 e publicado postumamente em 4 vols].
- “Mystic chord.” Grove Music Online. Acessado 30 mai. 2021. Disponível em <https://www.oxfordmusiconline.com/grovemusic/view/10.1093/gmo/9781561592630.001.0001/omo-9781561592630-e-0000019504>, 2001.
- RENSCH, Rosalyn. *Harp & Harpists*. Bloomington: Indiana University Press, 1998 [a primeira edição é de 1989.]
- RIMSKY-KORSAKOV, Nicolay. *Principios de Orquestacion: com ejemplos sacados de sus propias obras*. Maximilian Steiberg, red., Jacobo Ficher e A. Jurafsky, trads. 2 vols. Buenos Aires: Ricordi Americana, 1946. [Ed. original: Edition Russe de Musique, 1922, 2 vols.]
- PERONE, James E. *Orchestration Theory: A Bibliography*. Westport, CT: Greenwood, 1996.
- PISTON, Walter. *Orchestration*. New York: W. W. Norton, 1955.
- STILLER, Andrew. *Handbook of Instrumentation*. Berkeley e Los Angeles: University of California Press, 1985.
- STRAUS, Joseph Nathan. *Introduction to Post-Tonal Theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1990.
- TRIOLA, Mario F. *Elementary Statistics*. 10th ed. Boston: Pearson Addison Wesley, 2013.