Universidade Federal da Bahia - UFBA
Instituto de Matematica e Estatística - IME
Sociedade Brasileira de Matematica - SBM
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT
Dissertação de Mestrado

Aprendizagem Significativa no Ensino de Simetrias: Uma aplicação para o 7º ano do Ensino Fundamental

Roberto Rosa da Paixão

Salvador - Bahia
Junho de 2024

Aprendizagem Significativa no Ensino de Simetrias: Uma aplicação para o 7º ano do Ensino Fundamental

Roberto Rosa da Paixão

Dissertação de Mestrado apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal da Bahia.

Orientador: Prof. Dr. José Nelson Bastos Barbosa.

Salvador - Bahia

Junho de 2024

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Universitária de
Ciências e Tecnologias Prof. Omar Catunda, SIBI – UFBA.

P149 Paixão, Roberto Rosa da

Aprendizagem significativa no ensino de simetrias: uma aplicação para o 7° ano do ensino fundamental./ Roberto Rosa da Paixão. – Salvador, 2024.

61 f.

Orientador: Prof. Dr. José Nelson Bastos Barbosa

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal da Bahia. Instituto de Matemática e Estatística, 2024.

1. Geometria. 2. Ensino Fundamental. 3. Simetrias. I. Barbosa, José Nelson Bastos. II. Universidade Federal da Bahia. III. Título.

CDU 514.1

“APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA NO ENSINO DE SIMETRIAS: UMA APLICAÇÃO PARA O 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL”

ROBERTO ROSA DA PAIXÃO

Dissertação de Mestrado apresentada à comissão Acadêmica Institucional do PROFMAT-UFBA como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, aprovada em 10/06/2024.

Banca Examinadora:

JBarbosa

Prof. Dr. José Nelson Bastos Barbosa (orientador)
Instituto de Matemática e Estatística - UFBA

Joseph

Prof. Dr. Joseph Nee Anyah Yartey
Instituto de Matemática e Estatística - UFBA

Teles Araújo Fernandes

Prof. Dr. Teles Araújo Fernandes
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB

Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradeço ao meu Bom Deus por me dar forças e sabedoria para que eu pudesse concluir esse curso, mesmo com todas as dificuldades e obstáculos, pois sem a ajuda dele isso não seria possível.

Aos meus pais, Manoel Bispo da Paixão e Maria Francisca Rosa (ambos in memoriam) pelo incentivo e apoio ao longo dos meus estudos desde a educação básica até o ensino superior.

À minha esposa, Joseane, pela paciência e pelo total apoio dedicado a mim ao longo do curso e da realização deste trabalho.

À minha querida filha, Rayanne, que veio ao mundo durante a realização deste trabalho, me trazendo muitas felicidades e me deixando mais motivado para continuar com a construção do mesmo. E aos meus irmãos e irmãs que sempre me incentivaram a seguir em frente com os estudos.

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio financeiro que foi de fundamental importância para mim durante os estudos no PROFMAT.

Ao meu orientador, Professor Dr. José Nelson Bastos Barbosa por aceitar me orientar e pela orientação ao longo deste trabalho.

Aos meus colegas de turma do PROFMAT (UFBA) pela excelente convivência e pelo apoio mútuo que tivemos ao longo do curso.

Resumo

O ensino de simetria é uma temática muito importante, pois a mesma está presente em muitas situações da vida diária e, portanto, é de fundamental importância que os alunos aprendam a identificá-la, pois isso pode contribuir inclusive com a aprendizagem de outros conteúdos. O objetivo deste trabalho é propor um ensino de simetrias baseado na teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel, onde os alunos aprendam relacionando o novo conhecimento com os conhecimentos preexistentes em sua estrutura cognitiva. Neste trabalho é apresentado como Recurso Educacional uma sequência de atividades de simetria, proposta para ser desenvolvida em sala de aula de alunos do 7º ano do ensino fundamental com a utilização do software de geometria dinâmica GeoGebra. Esse ensino de simetrias baseado na aprendizagem significativa e aplicado a partir de construções no GeoGebra facilita a construção e transformação das figuras geométricas e o entendimento das coordenadas cartesianas.

Palavras-chave: aprendizagem significativa. simetrias. transformação geométrica.

Abstract

The teaching of symmetry is a very important theme, because it is present in many situations in everyday life and, therefore, it is of fundamental importance that students learn to identify it, because it can contribute even with the learning of other content. The objective of this paper is to propose a teaching of symmetries based on David Ausubel's theory of meaningful learning, where students learn by relating new knowledge to pre-existing knowledge in their cognitive structure. In this paper a sequence of symmetry activities is presented, proposed to be developed in the classroom of 7th grade students using the dynamic geometry software Geogebra. This teaching of symmetry based on meaningful learning and applied from constructions in Geogebra facilitates the construction and transformation of geometric figures and the understanding of Cartesian coordinates.

Keywords: significant learning. symmetries. geometric transformation.

Lista de Figuras

Lista de Símbolos

$\equiv$	*Congruência*
$\hat{A}$	*Ângulo A*
$\hat{B}$	*Ângulo B*
$\hat{C}$	*Ângulo C*
$\hat{D}$	*Ângulo D*
$\hat{E}$	*Ângulo E*
$\hat{F}$	*Ângulo F*
$\Longleftrightarrow$	*Se e somente se*
$\longrightarrow$	*Implicação*
$\overleftrightarrow{AB}$	*Reta AB*
$\overleftrightarrow{DE}$	*Reta DE*
$\overline{AB}$	*Segmento de reta AB*
$\overline{AC}$	*Segmento de reta AC*
$\overline{BC}$	*Segmento de reta BC*
$\overline{DE}$	*Segmento de reta DE*
$\overline{DF}$	*Segmento de reta DF*
$\overline{EF}$	*Segmento de reta EF*

Sumário

Introdução

A ideia de fazer um trabalho na área de geometria, mais especificamente sobre simetria e baseado na *Aprendizagem Significativa*, surgiu da experiência de anos de trabalho enquanto professor de Matemática do ensino fundamental, ao vivenciar as dificuldades encontradas pelos alunos nessa área. Daí, pensamos em fazer um trabalho em que os alunos possam aprender o conteúdo de modo significativo.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais apontam que "As atividades de transformação são fundamentais para que o aluno desenvolva habilidades de percepção espacial e podem favorecer a construção da noção de congruência de figuras planas (isometrias) (Brasil, 1998, p. 86).

Além disso, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca a importância de "considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias."Ainda, segundo a BNCC, o estudo de simetrias no Ensino Fundamental deve ser introduzido através de manipulações geométricas em quadriculados ou em softwares de geometria dinâmica e explorar tarefas que analisam e produzam transformações, ampliações e/ou reduções de figuras geométricas planas. Bem como, estudar a identificação dos elementos variantes e invariantes, possibilitando o desenvolvimento de conceitos de congruência e semelhança por parte dos estudantes.

Este trabalho se constituirá de pesquisa qualitativa e procedimentos bibliográficos e tem como objetivo analisar os efeitos do ensino de simetria baseado na teoria da Aprendizagem Significativa no ensino de Simetrias no 7º ano do ensino fundamental e, está estruturado em capítulos, sendo o primeiro capítulo sobre *Aprendizagem Significativa* e *Aprendizagem Significativa Crítica*, onde foi apresentada a importância dos conhecimentos prévios para a obtenção de novos conhecimentos e como ocorre a interação entre esses conhecimentos, também foi apontada a diferença entre aprendizagem mecânica e aprendizagem significativa. Além disso, foram listados alguns princípios citados por Moreira

2010 para facilitar a Aprendizagem Significativa Crítica. O segundo discorre sobre os conceitos básicos introdutórios ao estudo de simetrias, através de um estudo dos triângulos e dos quadriláteros, onde foram apresentadas suas definições e foi explorado os tipos de triângulos juntamente com as suas linhas e pontos notáveis. Além disso, foi feito uma introdução de Produto Cartesiano. O capítulo três descreve o estudo de Simetrias no qual se explora: simetria de reflexão em relação a um ponto e em relação a uma reta, simetria de translação horizontal e translação vertical, simetria de rotação com o centro interno e externo à figura e simetria de reflexão deslizante. Finalmente, no apêndice é apresentado como Recurso Educacional uma Proposta de Atividades, a qual traz as habilidades da BNCC para o estudo das Transformações Geométricas e é composta por uma atividade introdutória de construção e ampliação de figuras geométricas utilizando o software GeoGebra, bem como, são apresentadas atividades para cada tipo de simetria e as possíveis respostas para as atividades propostas, todas a partir de construções no próprio GeoGebra.

Capítulo 1

Referencial Teórico

1.1 Aprendizagem Significativa

Entende-se por *Aprendizagem Significativa* um processo de aprendizagem, onde os aprendizes relacionam o novo conhecimento com os conhecimentos prévios de forma não arbitrária e não literal. Segundo Ausubel (2003), a aprendizagem significativa é um processo no qual os conhecimentos preexistentes tem um papel importante, pois é através deles que é possível que a aprendizagem ocorra de forma significativa.

Esses conhecimentos preexistentes ou subsunçores, como chamava Ausubel, são conhecimentos previamente adquiridos que interagem com o novo material de aprendizagem. As ideias relevantes contidas na estrutura cognitiva do aprendiz interagem com os novos significados, dando origem a significados verdadeiros. (Ausubel, 2003)

Segundo Moreira (2010), na aprendizagem significativa o aluno aprende de forma ativa e faz uso dos significados já internalizados para a aquisição de novos significados. Ainda para o autor, o estudante "[...] ao mesmo tempo que está progressivamente diferenciando sua estrutura cognitiva, está também fazendo a reconciliação integradora de modo a identificar semelhanças e diferenças e reorganizar seu conhecimento." (Moreira, 2010, p. 5)

O Princípio da Diferenciação Progressiva pressupõe que a matéria de ensino seja ensinada partindo dos princípios mais gerais e inclusivos e progressivamente sejam apresentados os conteúdos mais específicos. É possível alcançar a diferenciação progressiva por organizar as matérias a serem estudadas, por ordem descendente de inclusão dos organizadores, sendo que cada organizador é precedido de uma unidade correspondente de material detalhado e diferenciado, elaborando a sequência do material por unidade e segundo uma ordem descendente de inclusão. (Ausubel, 2003)

O processo de Reconciliação Integradora, segundo Moreira (2010), tem o papel de comparar as ideias contidas no material de estudo, expor as principais semelhanças e diferenças e sanar as divergências. Segundo Moreira e Masini (1982, p. 22), "Em situações práticas de aprendizagem, muitas vezes a dificuldade maior não está na discriminabilidade, mas sim na aparente contradição entre os conceitos novos e as ideias já estabelecidas na estrutura cognitiva." O princípio da reconciliação integradora tem o papel de ajudar o aluno no processo de construção do conhecimento.

A diferenciação progressiva tanto quanto a reconciliação integradora são implementadas por organizadores prévios. Segundo Moreira (2012), organizadores prévios são materiais apresentados, antes do material a ser estudado, para servir de ponte entre o que o aluno já conhece e o novo conhecimento a ser aprendido para que a aprendizagem ocorra de forma significativa.

No entanto, para que o aluno aprenda de forma significativa, os novos materiais de estudo devem ser potencialmente significativos e que possibilitem uma interação do novo material de aprendizagem com os subsunçores existentes na estrutura cognitiva. Contudo, o fato de o material ser potencialmente significativo não garante a ocorrência de aprendizagem significativa, pois é necessária uma predisposição do aluno para aprender, ou seja, uma predisposição para relacionar o novo material de aprendizagem a ideias relevantes em sua estrutura cognitiva. (Moreira, 2010)

Em caso de ausência total de subsunçores relevantes na estrutura cognitiva do aluno, em Moreira e Masini (1982) se destaca que os alunos podem aprender de forma mecânica(aprendizagem com foco na memorização), até que existam saberes relevantes na mesma área a ser estudada. Enquanto que quando há subsunçores, porém pouco desenvolvidos, os organizadores exercem a função de manipular a estrutura cognitiva do aluno e tornar possível a aprendizagem significativa.

A aprendizagem mecânica, segundo Moreira (2013), é uma forma de aprendizagem centrada na memorização de materiais, onde o professor transmite o conhecimento por meio de aulas expositivas. Ainda para o autor, apesar das diferenças que existem entre ela e a aprendizagem significativa, há um contínuo entre as duas. É apresentado em Moreira e Masini (1982) que a diferença entre aprendizagem mecânica e aprendizagem significativa não pode ser confundida com a diferença que há entre aprendizagem por recepção e aprendizagem por descoberta.

Na Aprendizagem por Recepção o conteúdo é apresentado ao aluno em sua versão final. Ao aprendiz, cabe o papel de apreender e lembrar dos significados desses assuntos estudados. Enquanto que, na Aprendizagem por Descoberta o conteúdo é descoberto pelo próprio aluno. Esse segundo tipo de aprendizagem é explorado principalmente na resolução de problemas. Na aprendizagem por descoberta, "[...] deve reorganizar-se a proposição levantada pelo problema e os conhecimentos anteriores relevantes que esta suscita, de forma a preencher-se os requisitos de uma relação meios–fim." (Ausubel, 2003, p. 54)

Portanto, para que ocorra a aprendizagem significativa, é necessário que o material de aprendizagem seja potencialmente significativo e se relacione com os conhecimentos prévios relevantes existentes na estrutura cognitiva do aprendiz de forma não arbitrária e não literal.

1.2 Aprendizagem Significativa Crítica

Aprendizagem Significativa Crítica é aquela que é subversiva e antropológica. Em Moreira (2006, p. 11), o autor destaca que não basta aprender de forma significativa, é preciso também aprender de forma crítica, pois "Ao mesmo tempo que é preciso viver nessa sociedade, integrar-se a ela, é necessário também ser crítico dela, distanciar-se dela e de seus conhecimentos quando ela está perdendo rumo."

Alguns princípios são propostos por Moreira (2010) no sentido de facilitar a aprendizagem significativa crítica e os mesmos são listados a seguir:

1. Princípio do conhecimento prévio. Aprendemos a partir do que já sabemos.

A primeira condição para uma aprendizagem significativa crítica é o aluno aprender significativamente, ou seja, captar e internalizar significados socialmente construídos. E nesse sentido o conhecimento prévio é a variável mais importante.

2. Princípio da interação social e do questionamento. Ensinar/aprender perguntas ao invés de respostas.

A interação social é de fundamental importância no processo de ensino aprendizagem. Através dessa interação professor e aluno negociam e compartilham significados. Pois "[...] um ensino centrado na interação entre professor e aluno enfatizando o intercâmbio de perguntas tende a ser crítico e suscitar a aprendizagem significativa crítica." (Moreira, 2010, p. 9)

3. Princípio da não centralidade do livro de texto.

O professor pode se valer de materiais diversificados para ministrar suas aulas, ao invés de utilizar apenas o livro didático. Nesse contexto o livro texto passa a ser apenas um dentre uma série de outros materiais, deixando de ser o único recurso utilizado nas aulas. Através de uma boa seleção de materiais, o professor poderá tornar suas aulas mais atrativas e mais proveitosas para os alunos.

4. Princípio do aprendiz como perceptor/representador.

O processo de ensino com base nesse princípio envolve os alunos com suas percepções e o professor tendo que lidar com elas, sendo que o mesmo também tem suas próprias percepções. E nesse caso, para que haja uma comunicação é preciso que ambos busquem perceber os materiais do currículo de modo semelhante. Apesar de buscar perceber os materiais de modo semelhante, aluno e professor percebe de maneira única, pois, cada um percebe através de suas percepções anteriores. Nesse sentido, Moreira (2010, p. 11) destaca que:

> A aprendizagem significativa crítica implica a percepção crítica e só pode ser facilitada se o aluno for, de fato, tratado como um perceptor do mundo e, portanto, do que lhe for ensinado, e a partir daí um representador do mundo, e do que lhe ensinamos. (Moreira, 2010, p. 11)

Ao perceber que a percepção em grande parte é função das categorias linguísticas disponíveis no perceptor, nos remete ao princípio da linguagem.

5. Princípio do conhecimento como linguagem.

Linguagem é praticamente tudo que se chama de conhecimento, o que implica que para aprender um conteúdo é necessário conhecer a sua linguagem. Ao aprender uma linguagem, surgem novas possibilidades de percepção. Nesse sentido, segundo Moreira (2010, p. 12) "Aprendê-la de maneira crítica é perceber essa nova linguagem como uma nova maneira de perceber o mundo."

6. Princípio da consciência semântica.

Neste princípio, o significado está nas pessoas, não nas palavras. Pois os significados que as palavras possuem são as pessoas que atribuem a elas. Esses significados são dados de acordo com a experiência, o que mostra a importância dos conhecimentos prévios na aquisição de novos significados. Quando o aprendiz atribui significados às palavras ele aprende de forma significativa.

7. Princípio da aprendizagem pelo erro.

O erro é algo natural do ser humano, pois o mesmo aprende corrigindo seus erros. Não se pode pensar que a verdade é absoluta e que o conhecimento é permanente. Desse modo, o professor deve ajudar seus alunos a detectar e diminuir os seus erros. Segundo Moreira (2010, p. 14) "buscar sistematicamente o erro é pensar criticamente, é aprender a aprender, é aprender criticamente rejeitando certezas, encarando o erro como natural e aprendendo através de sua superação."

8. Princípio da desaprendizagem.

Para aprender de forma significativa é necessário que os conhecimentos prévios do aprendiz se relacionem com os novos conhecimentos. Caso o conhecimento prévio impeça a captação de significados do novo conhecimento, é necessário uma desaprendizagem. "Desaprender está sendo usado aqui com o significado de não usar o conhecimento prévio (subsunçor) que impede que o sujeito capte os significados compartilhados a respeito do novo conhecimento." (Moreira, 2010, p. 15)

9. Princípio da incerteza do conhecimento.

Este princípio é praticamente uma síntese de princípios anteriores, principalmente dos que envolvem linguagem. Aqui, perguntas são instrumentos de percepção e o conhecimento depende das perguntas que são feitas sobre o mundo. Desse modo, o conhecimento é incerto. Não se pode confundir esse princípio da incerteza do conhecimento com indiferença de conhecimento, pois o ponto importante que está sendo frisado é que o conhecimento é construção própria e existe a possibilidade de não está certo, visto que depende de como foi construído.

10. Princípio da não utilização do quadro-de-giz.

Este princípio é complementar ao princípio da não centralidade no livro texto. A não utilização do quadro de giz é no sentido de não utilizar apenas o quadro de giz, e sim utilizar materiais educativos e estratégias instrucionais diversificadas. Segundo Moreira (2010, p. 18) "O uso de distintas estratégias instrucionais que impliquem participação ativa do estudante e, de fato, promovam um ensino centralizado no aluno é fundamental para facilitar a aprendizagem significativa crítica."

11. Princípio do abandono da narrativa. Deixar o aluno se expressar.

Este princípio é complementar ao da não utilização do quadro de giz. Aqui o foco é o ensino centrado no aluno, onde o professor é o mediador do processo de ensino aprendizagem. Nesse processo, o aluno é ativo, ou seja, o professor utiliza estratégias que possibilitem aos alunos discutirem, negociarem significados entre si. Essa maneira de ensinar permite que o participe criticamente de sua aprendizagem.

Portanto, para que ocorra a aprendizagem significativa crítica, Moreira (2010) destaca que o conhecimento prévio é o fator mais importante e o aprendiz deve estar disposto a relacionar o novo conhecimento com os conhecimentos prévios existente em sua estrutura cognitiva de maneira não arbitrária e não literal. Além disso o foco do ensino deve estar na aprendizagem subversiva ou crítica.

Capítulo 2

Conceitos Básicos

Neste capítulo, serão apresentados os conceitos que servem como conhecimentos prévios do estudo de simetrias. A construção desse capítulo e do próximo será feita com base nos seguintes autores e obras: Osvaldo e Nicolau (2013), Iezzi e Dolce (2018), Bruño (1927), Dante (2015) e Castrucci e Junior (2018).

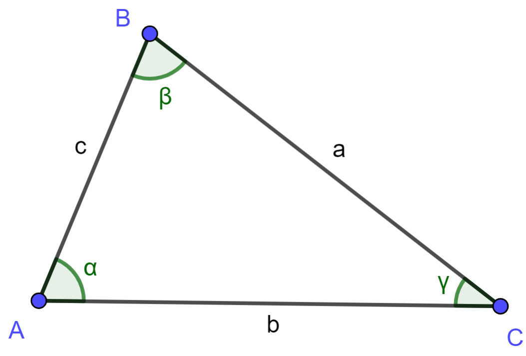
As figuras utilizadas aqui foram construídas no GeoGebra.

2.1 Triângulos

O triângulo é uma figura geométrica formada por três lados, três vértices e três ângulos (veja a figura 2.1).

Condição de existência de um triângulo: em todo triângulo, qualquer um de seus lados é menor que a soma dos outros dois lados.

Figura 2.1: Triângulo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

2.1.1 Elementos de um triângulo

Os elementos de um triângulo são:

- Vértices: no triângulo ABC, os pontos A, B e C são os vértices (Veja a figura 2.1);
- Lados: os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ *e* $\overline{AC}$ *de medidas* c, a *e* b respectivamente são os lados do triângulo ABC (Veja figura 2.1);
- Ângulos: os ângulos $\hat{A}$, $\hat{B}$ *e* $\hat{C}$ *de medidas* α, β, *e* γ respectivamente são ângulos do triângulo ABC (Veja a figura 2.1).

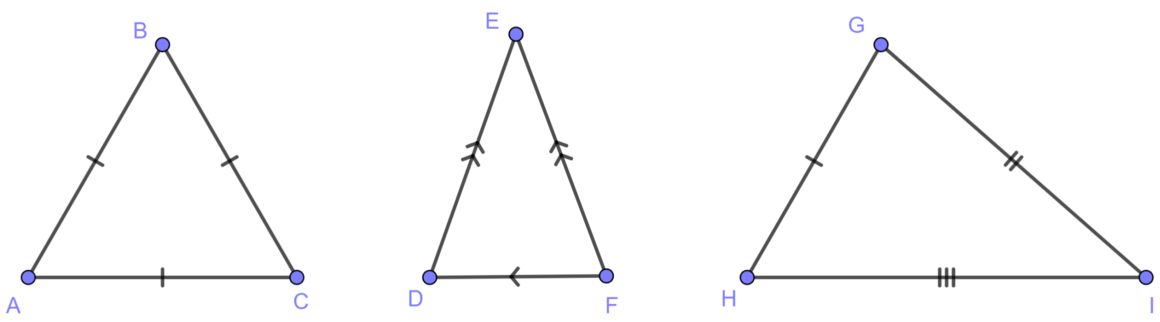
2.1.2 Classificação dos triângulos

Os triângulos são classificados segundo à medida dos lados e segundo à medida dos ângulos.

Segundo à medida dos lados os triângulos podem ser:

- Equilátero: possui três lados congruentes;
- Isósceles: possui pelo menos dois lados congruentes;
- Escaleno: não possui lados congruentes.

Figura 2.2: Triângulo Equilátero; Triângulo Isósceles e Triângulo Escaleno.



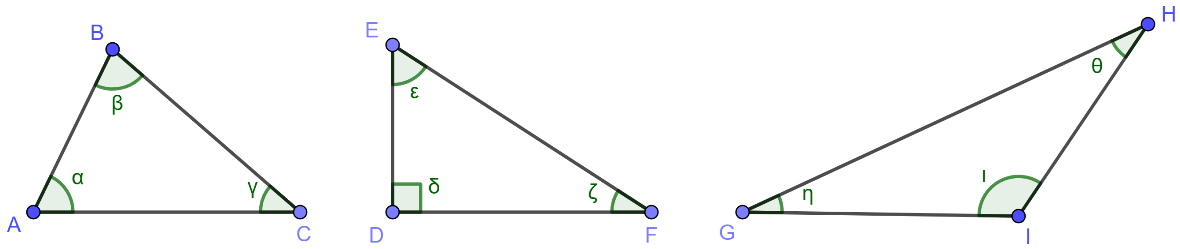
Fonte: Elaborada pelo autor.

Segundo à medida dos ângulos os triângulos podem ser:

- Acutângulo: possui três ângulos agudos.
- Retângulo: possui um ângulo reto.

- Obtusângulo: possui um ângulo obtuso.

Figura 2.3: Triângulo Acutângulo; Triângulo Retângulo e Triângulo Obtusângulo.



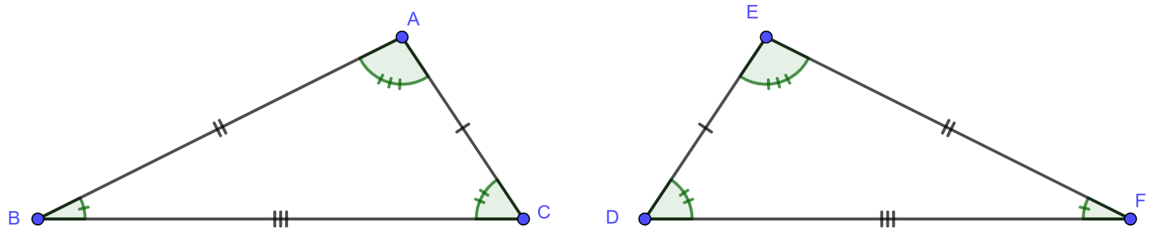
Fonte: Elaborada pelo autor.

No triângulo retângulo o lado oposto ao ângulo reto é denominado de hipotenusa e, os lados que formam o ângulo reto recebem o nome de catetos.

2.1.3 Congruência de triângulos

Definição: dois triângulos são congruentes quando é possível estabelecer relações entre seus vértices, onde os lados e ângulos de um triângulo sejam um a um, congruentes aos lados e ângulos do outro triângulo.

Figura 2.4: Congruência de Triângulos



Fonte: Elaborada pelo autor.

$\triangle ABC \equiv \triangle DEF \iff \overline{AB} \equiv \overline{DE}$; $\overline{AC} \equiv \overline{DF}$; *e* $\hat{A} \equiv \hat{D}$, $\hat{B} \equiv \hat{E}$, $\hat{C} \equiv \hat{F}$.

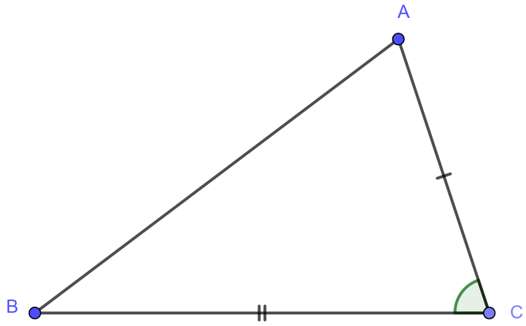
Os triângulos possuem congruência reflexiva, simétrica e transitiva.

Casos de Congruência entre Triângulos

1º Caso: Lado – Ângulo – Lado (LAL)

Se dois triângulos possuem ordenadamente dois lados e o ângulo formado por esses lados congruentes, então eles são congruentes.

Figura 2.5: Congruência de Triângulos(LAL)



Fonte: Elaborada pelo autor.

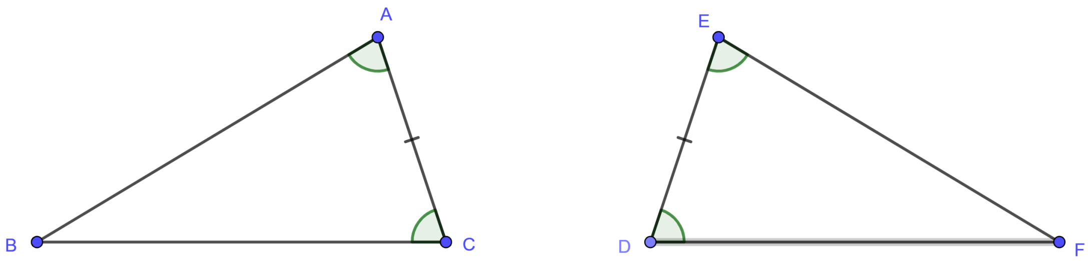
$\overline{AC} \equiv \overline{DE}$, $\overline{BC} \equiv \overline{DF}$ e $\hat{C} \equiv \hat{D}$, $\longrightarrow \triangle ABC \equiv \triangle DEF \longrightarrow \overline{AB} \equiv \overline{EF}$, $\hat{A} \equiv \hat{E}$ e $\hat{B} \equiv \hat{F}$.

$\triangle ABC$, $\overline{AB} \equiv \overline{AC} \longrightarrow \hat{B} \equiv \hat{C}$.

2º Caso: ângulo – Lado – ângulo (ALA)

Se dois triângulos possuem ordenadamente um lado e os dois ângulos adjacentes a ele congruentes, então os triângulos são congruentes.

Figura 2.6: Congruência (ALA)



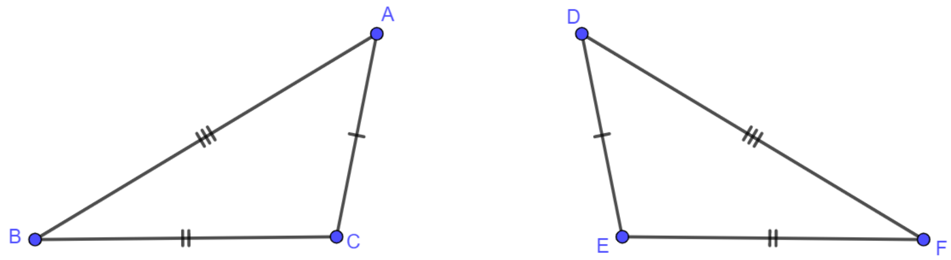
Fonte: Elaborada pelo autor.

$\overline{AC} \equiv \overline{DE}$, $\hat{A} \equiv \hat{E}$ e $\hat{C} \equiv \hat{D} \longrightarrow \triangle ABC \equiv \triangle DEF \longrightarrow \overline{BC} \equiv \overline{DF}$, $\overline{AB} \equiv \overline{EF}$ e $\hat{B} \equiv \hat{F}$.

3º Caso: Lado – Lado – Lado (LLL)

Se dois triângulos possuem ordenadamente os três lados congruentes, então os triângulos são congruentes.

Figura 2.7: Congruência (LLL)



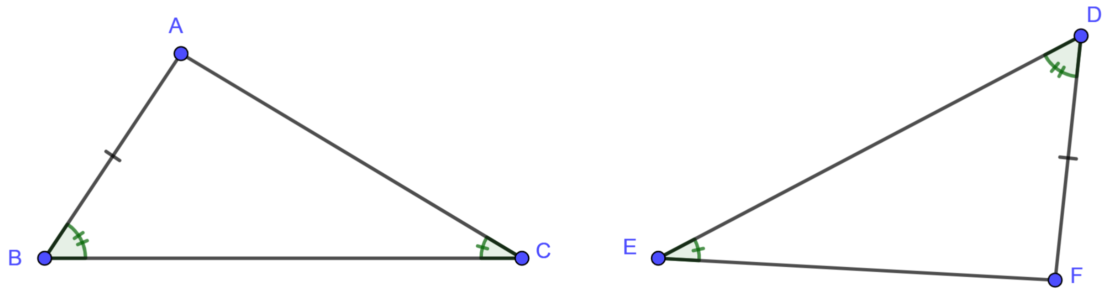
Fonte: Elaborada pelo autor.

$\overline{AB} \equiv \overline{DE}$, $\overline{AC} \equiv \overline{EF}$ e $\overline{BC} \equiv \overline{DF} \longrightarrow \triangle ABC \equiv \triangle DEF \longrightarrow \hat{A} \equiv \hat{E}$, $\hat{B} \equiv \hat{D}$ e $\hat{C} \equiv \hat{F}$.

4º Caso: Lado – Ângulo – Ângulo Oposto (LAA_O)

Se dois triângulos possuem ordenadamente um lado, um ângulo adjacente e o ângulo oposto a esse lado congruentes, então os triângulos são congruentes.

Figura 2.8: Congruência (LAA_o)



Fonte: Elaborada pelo autor.

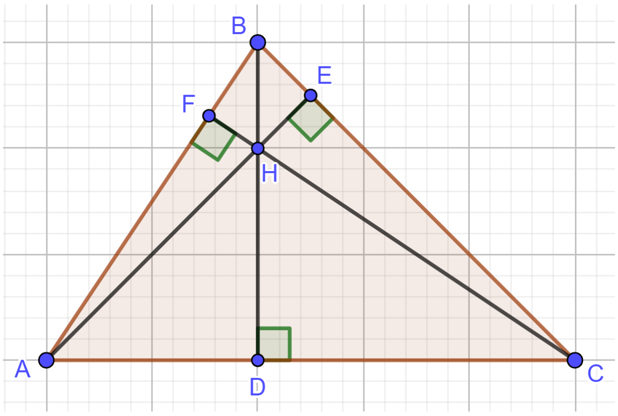
$\overline{AB} \equiv \overline{DF}$, $\hat{B} \equiv \hat{D}$, $\hat{C} \equiv \hat{E} \longrightarrow \triangle ABC \equiv \triangle DEF \longrightarrow \hat{A} \equiv \hat{F}$, $\overline{AC} \equiv \overline{EF}$ e $\overline{BC} \equiv \overline{DE}$.

2.1.4 Linhas Notáveis de um Triângulo

Os triângulos possuem linhas notáveis que são de grande importância no estudo da matemática. Essas linhas notáveis são:

- Altura: segmento que parte de um dos seus vértices e é perpendicular ao lado oposto ou com o seu prolongamento;

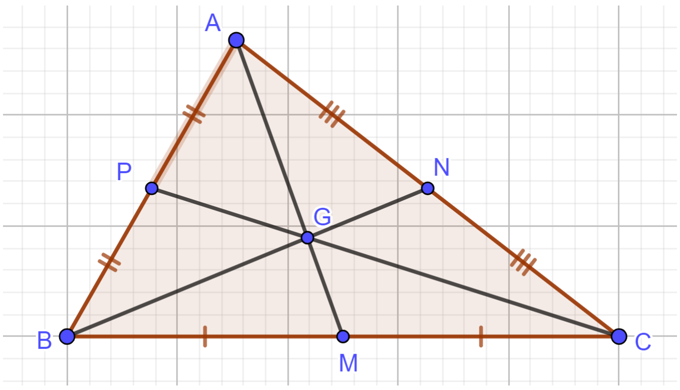
Figura 2.9: Alturas de um triângulo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

- Mediana: segmento que parte de um dos seus vértices e divide o lado oposto em duas medidas iguais;

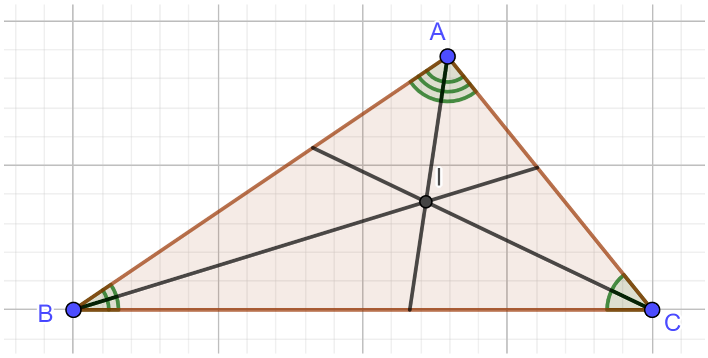
Figura 2.10: Medianas de um triângulo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

- Bissetriz: segmento que parte de um de seus ângulos, ao qual divide em partes iguais e com extremidade no lado oposto;

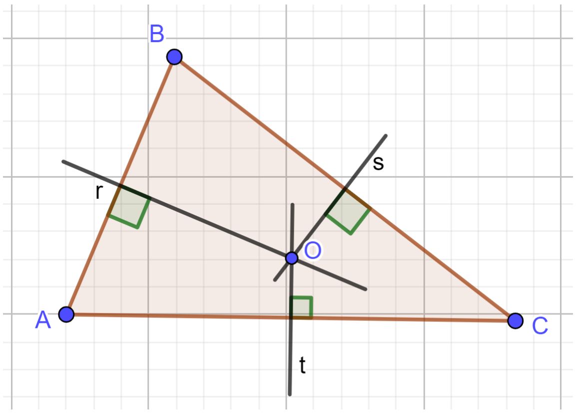
Figura 2.11: Bissetrizes de um triângulo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

- Mediatriz: é uma reta perpendicular ao lado do triângulo em seu ponto médio.

Figura 2.12: Mediatrizes de um triângulo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

2.1.5 Pontos Notáveis de um Triângulo

- Ortocentro (H): Ponto de encontro das alturas (veja a figura 2.9);
- Baricentro (G): Ponto de encontro das medianas (veja a figura 2.10);
- Incentro (I): Ponto de encontro das bissetrizes (veja a figura 2.11);
- Circuncentro (O): Ponto de encontro das mediatrizes (veja a figura 2.12).

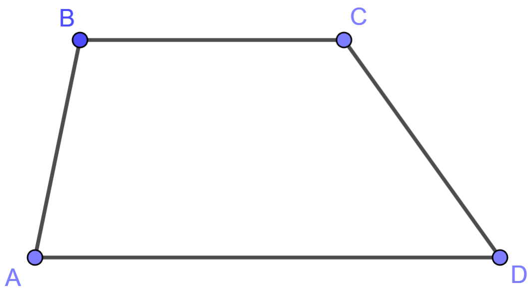
2.2 Quadriláteros

Os polígonos de quatro lados são chamados de quadriláteros. E os quadriláteros notáveis são:

- TRAPÉZIO

Definição: trapézio é o quadrilátero que possui um par de lados paralelos, os quais chamamos de bases e um par de lados não paralelos.

Figura 2.13: Trapézio.

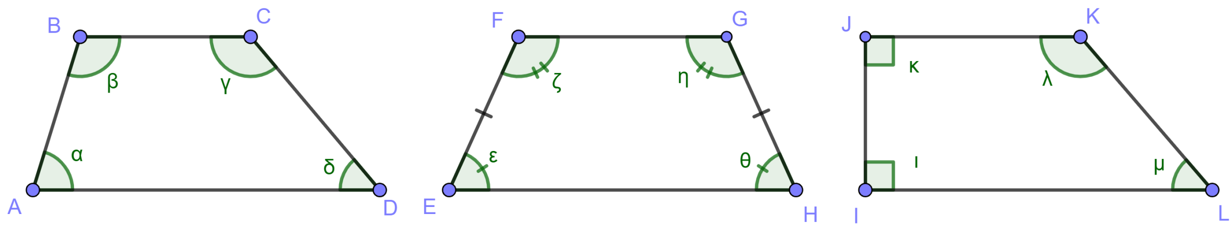


Fonte: Elaborada pelo autor.

Os trapézios são classificados de acordo com a medida dos seus lados:

- Escaleno: trapézio em que os lados não paralelos não são congruentes;
- Isósceles: trapézio em que os lados não paralelos são congruentes;
- Retângulo: trapézio em que um dos lados não paralelos é perpendicular às bases.

Figura 2.14: Trapézio Escaleno; Trapézio Isósceles e Trapézio Retângulo.

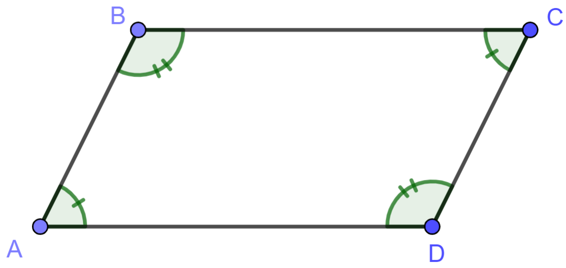


Fonte: Elaborada pelo autor.

- PARALELOGRAMO

Definição: paralelogramo é o quadrilátero que possui seus lados opostos paralelos e congruentes. Além disso seus ângulos opostos são congruentes e suas diagonais interceptam-se em seus respectivos pontos médios (veja a figura 2.15).

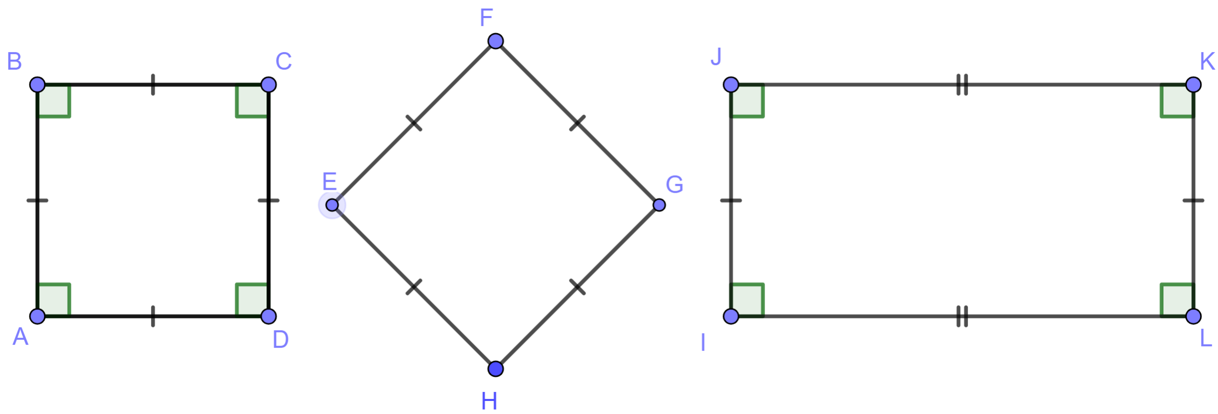
Figura 2.15: Paralelogramo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Além do paralelogramo propriamente dito, os paralelogramos apresentados na figura 2.16 se classificam como:

Figura 2.16: Quadrado; Losango e Retângulo.

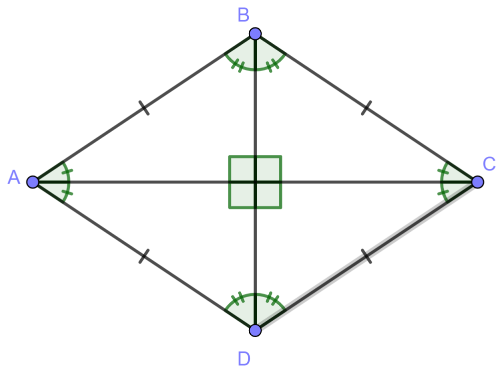


Fonte: Elaborada pelo autor.

- LOSANGO

Definição: O losango é um paralelogramo que possui todos os seus lados congruentes entre si. Além disso, suas diagonais são perpendiculares e são bissetrizes dos seus ângulos (veja a figura 2.17).

Figura 2.17: Losango.



Fonte: Elaborada pelo autor.

- RETÂNGULO

Definição: o retângulo é um paralelogramo que possui todos os ângulos retos e suas diagonais são congruentes.

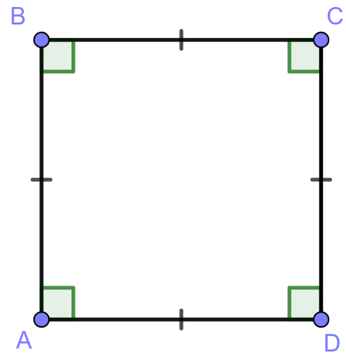
Figura 2.18: Retângulo.

Fonte: Elaborada pelo autor.

- QUADRADO

Definição: O quadrado é um paralelogramo equilátero e equiângulo. Além disso o quadrado é um retângulo, pois todos os seus ângulos são retos (veja a figura 2.19).

Figura 2.19: Quadrado.

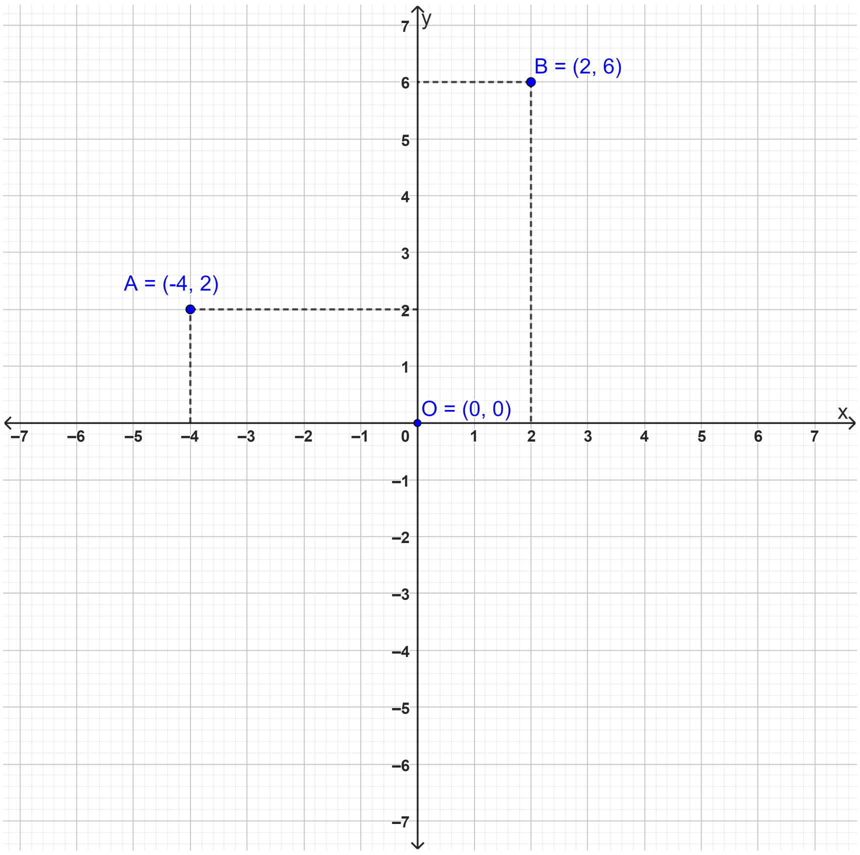


Fonte: Elaborada pelo autor.

2.3 Plano Cartesiano

O plano cartesiano é um sistema de coordenadas determinado por dois eixos perpendiculares entre si. O eixo horizontal é chamado de eixo das abscissas e é representado com a letra x. E o eixo vertical é chamado de eixo das ordenadas e é representado com a letra y. O ponto de interseção desses dois eixos se chama origem e possui coordenadas (0,0). (veja figura 2.20)

Figura 2.20: Sistema de coordenadas.

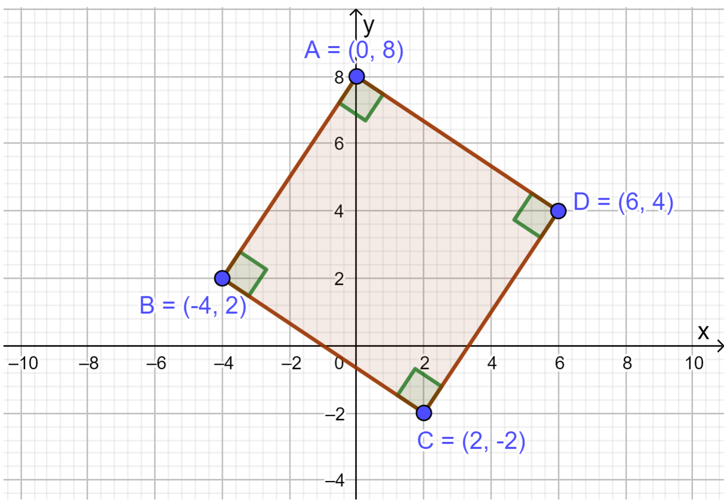


Fonte: Elaborada pelo autor.

- Polígonos e sistema de coordenadas

A figura 3.16 apresenta um quadrado no plano cartesiano cujas coordenadas cartesianas são: $A = (0, 8); B = (-4, 2); C = (2, -2) e D = (6, 4)$.

Figura 2.21: Quadrado no plano cartesiano.

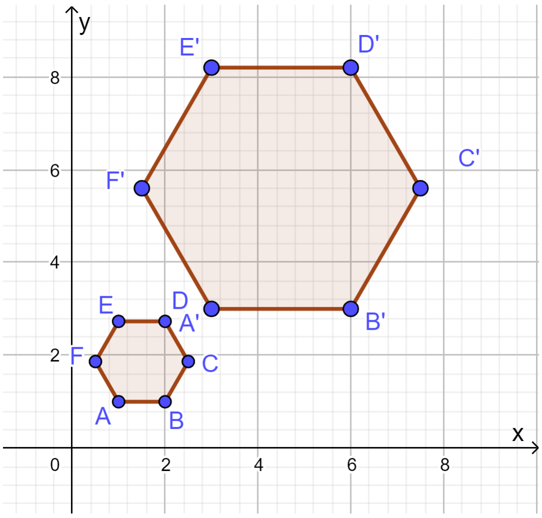


Fonte: Elaborada pelo autor.

- Ampliação e redução de figuras

Ao multiplicar as coordenadas dos pontos de um polígono por um mesmo número não nulo, obtêm-se um novo polígono que é uma transformação do primeiro polígono no plano. A figura 2.22 apresenta uma ampliação de figura no plano cartesiano. Ao multiplicar as coordenadas do polígono menor por três obtêm-se o polígono maior. E ao multiplicar as coordenadas do polígono maior por 1/3 obtêm-se o polígono menor.

Figura 2.22: Ampliação e redução de figuras no plano.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Capítulo 3

Simetrias

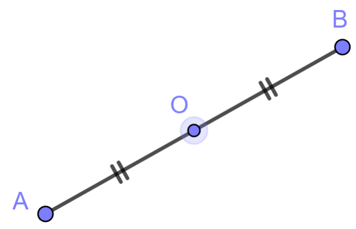
Simetria é uma transformação geométrica que deixa uma figura invariante em relação a um ponto ou uma reta. Ou seja, ao mover ou deslocar uma figura ela mantém a sua forma original.

Neste capítulo, abordamos: simetria em relação a um ponto; simetria em relação a uma reta; simetria de reflexão; simetria de translação, onde exploramos as translações na direção horizontal, na direção vertical e na direção inclinada; simetria de rotação com centro da simetria interno e externo à figura e simetria de reflexão deslizante.

3.1 Simetria em relação a um ponto

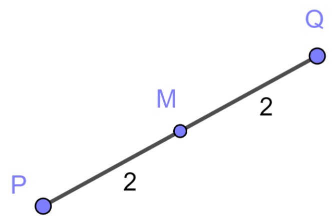
Dois pontos A e B pertencentes à reta $\overleftrightarrow{AB}$ são simétricos em relação a um ponto O, se O for ponto médio do segmento $\overline{AB}$ (Veja figura 3.1).

Figura 3.1: A é simétrico a B em relação a O.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 3.2: P é simétrico a Q em relação a M.



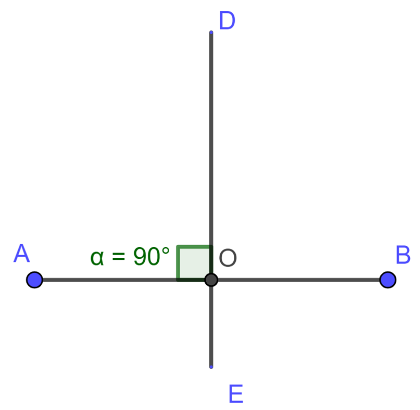
Fonte: Elaborada pelo autor.

Na figura 3.2 P é o simétrico de Q em relação a M e Q é o simétrico de P em relação a M.

3.2 Simetria em relação a uma reta

Dois pontos A e B são simétricos em relação a uma reta, quando esta intersecta o segmento $\overline{AB}$ em seu ponto médio formando um ângulo reto.

Figura 3.3: A e B simétricos em relação a $\overleftrightarrow{DE}$.



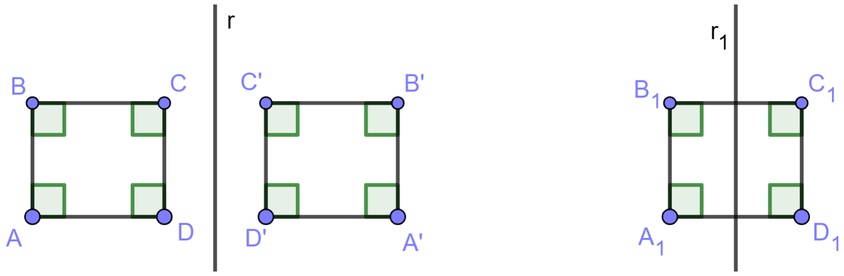
Fonte: Elaborada pelo autor.

Os pontos A e B são simétricos em relação a reta $\overleftrightarrow{DE}$ se $\overline{OA} = \overline{OB}$.

3.3 Simetria de reflexão (ou axial)

Na simetria de reflexão tem um eixo que passa pela figura ou fora dela e funciona como um espelhamento. Esse eixo recebe o nome de eixo de simetria e divide a forma em duas, de modo que por cada ponto de um lado do eixo se corresponda outro situado a mesma distância do eixo do outro lado (veja a figura 3.4).

Figura 3.4: Simetria de reflexão quando um eixo passa fora da figura e quando o eixo passa pela figura.

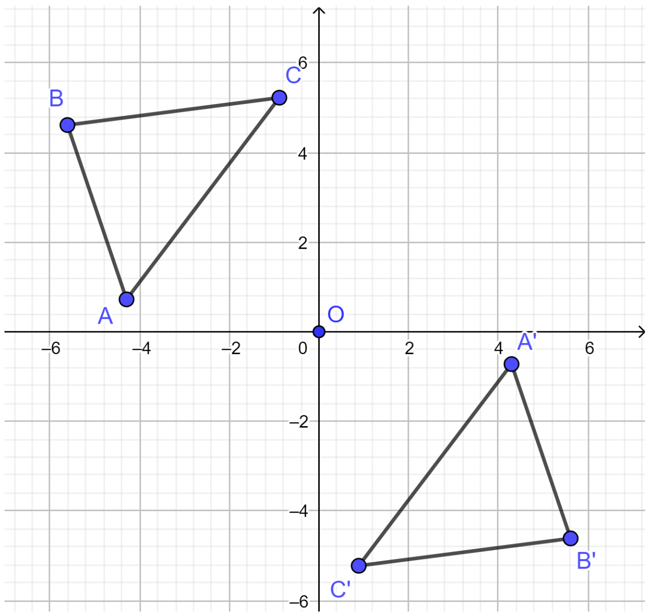


Fonte: Elaborada pelo autor.

3.3.1 Reflexão em relação a um ponto

Duas figuras são simétricas em relação a um centro, quando os pontos das figuras são simétricos dois a dois com relação ao centro dado. Exemplo na figura 3.5:

Figura 3.5: Simetria de reflexão em relação a um ponto.

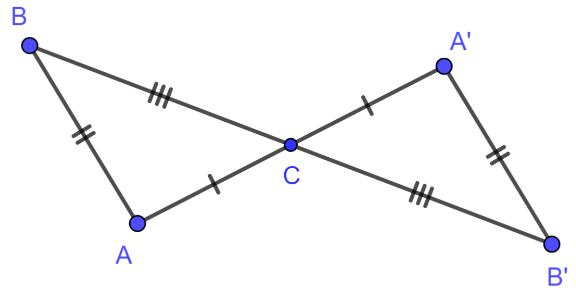


Fonte: Elaborada pelo autor.

As figuras ABC e A'B'C' são simétricas em relação ao centro O, se $\overline{OB} = \overline{OA'}$, $\overline{OB} = \overline{OB'}$, $\overline{OC} = \overline{OC'}$.

Duas figuras geométricas ABC e A'B'C apresentam simetria de reflexão em relação ao ponto C, se $\overline{BC} = \overline{B'C}$ e $\overline{AC} = \overline{A'C}$.

Figura 3.6: Simetria central.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A figura ABC ao ser refletida em relação ao ponto C, obtêm-se a figura A'B'C.

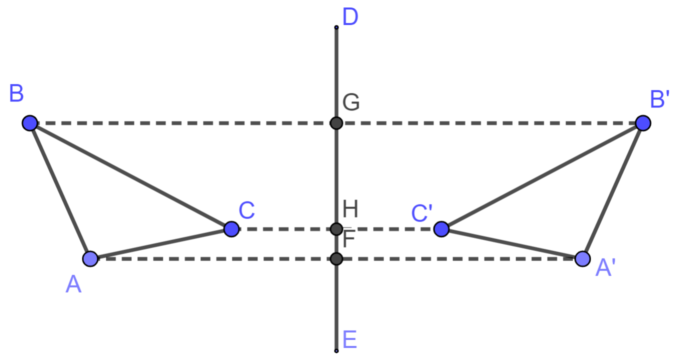
3.3.2 Reflexão em relação a uma reta

A reflexão de uma figura geométrica em relação a uma reta se dá através da formação da figura formada pelos pontos simétricos da primeira figura em relação a mesma reta (veja a Figura 3.7).

Duas figuras são simétricas em relação a uma reta se seus pontos são dois a dois simétricos em relação esta reta.

Na figura 3.7 temos um exemplo de simetria de reflexão em relação a uma reta:

Figura 3.7: Simetria em relação a uma reta.



Fonte: Elaborada pelo autor.

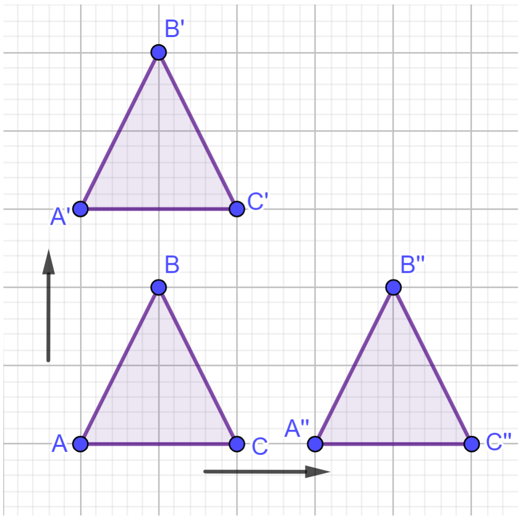
As figuras ABC e A'B'C' são simétricas em relação a reta $\overleftrightarrow{DE}$ se $\overline{FA}$ = $\overline{FA'}$, $\overline{GB}$ = $\overline{GB'}$, $\overline{HC}$ = $\overline{HC'}$.

3.4 Simetria de translação

A simetria de translação consiste no movimento de mover uma figura em qualquer direção. Numa simetria de translação cada ponto translada na mesma direção, no mesmo sentido e deslocam a mesma distância.

Na figura 3.8 temos um exemplo de simetria de translação:

Figura 3.8: Exemplo de simetria de translação.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A simetria de translação pode ocorrer na direção horizontal, vertical e inclinada.

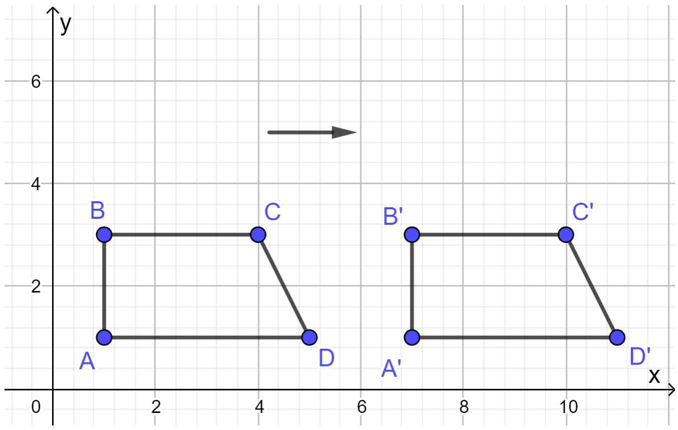
3.4.1 Translação na direção horizontal

A translação horizontal consiste em deslocar uma figura ou objeto de sua posição inicial para a esquerda ou para a direita. Ao adicionar um mesmo número às abscissas dos pontos de uma figura geométrica, e manter as ordenadas, realiza-se uma translação na direção horizontal. Se adicionar um número positivo a translação é para direita e se adicionar um número negativo a translação é para esquerda.

Na figura 3.9 temos um exemplo de translação na direção horizontal para direita e na figura 3.10 um exemplo de translação horizontal para esquerda.

Ao adicionar 6 unidades às abscissas dos vértices do trapézio ABCD, obtemos (Figura 3.9):

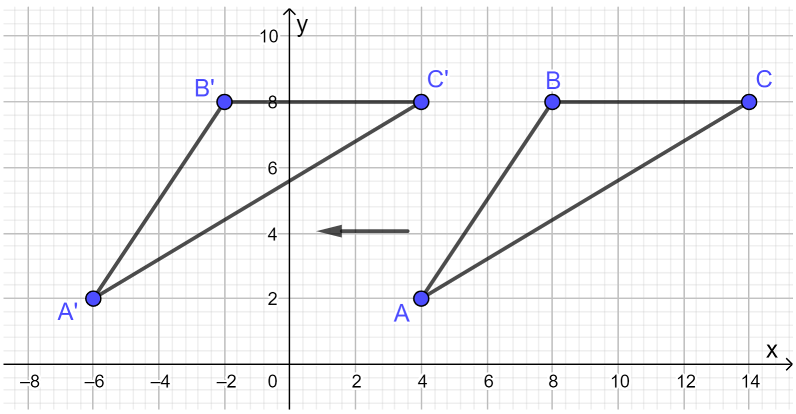
Figura 3.9: Exemplo de translação horizontal para direita.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao adicionar – 10 unidades às abscissas dos vértices do triângulo ABC, obtemos (Figura 3.10):

Figura 3.10: Exemplo de translação horizontal para esquerda.



Fonte: Elaborada pelo autor.

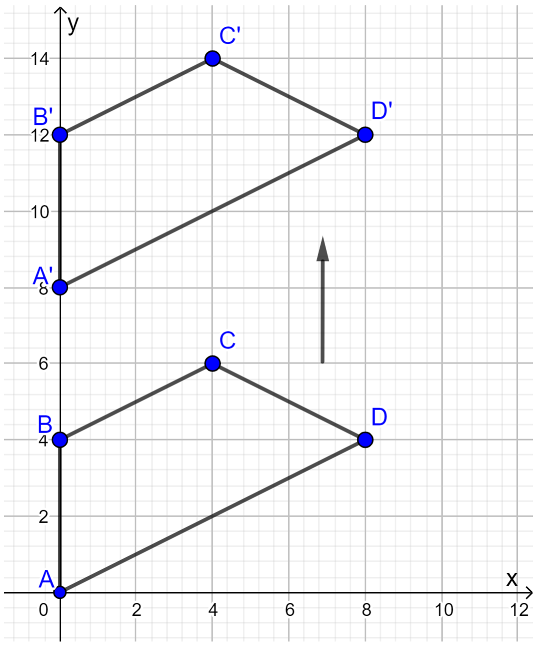
Os vértices se deslocaram 10 unidades para esquerda formando o triângulo A'B'C' como mostra a figura 3.10.

3.4.2 Translação na direção vertical

A translação vertical consiste em deslocar a figura ou objeto de sua posição inicial para cima ou para baixo. Ao adicionar um mesmo número às ordenadas dos pontos de uma figura geométrica e manter as abscissas, realiza-se uma translação vertical. Se adicionar um número positivo a translação é para cima e se adicionar um número negativo a translação é para baixo.

Na figura 3.11 temos um exemplo de translação na direção vertical para cima:

Figura 3.11: Exemplo de translação na direção vertical.



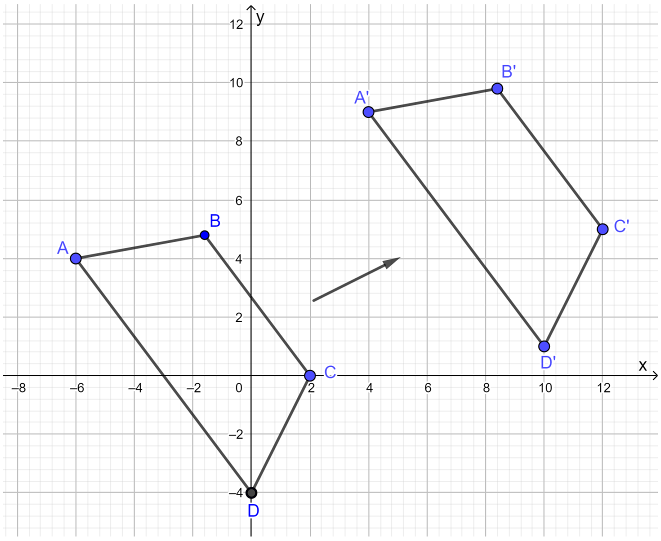
Fonte: Elaborada pelo autor.

3.4.3 Translação em uma direção inclinada

A translação na direção inclinada consiste em deslocar a figura ou objeto de sua posição inicial na direção oblíqua. Ao adicionar um mesmo número não nulo às abscissas e um número também não nulo às ordenadas de uma figura geométrica realiza-se uma translação inclinada.

Na figura 3.12 temos um exemplo de translação na direção inclinada:

Figura 3.12: Exemplo de translação na direção inclinada.



Fonte: Elaborada pelo autor.

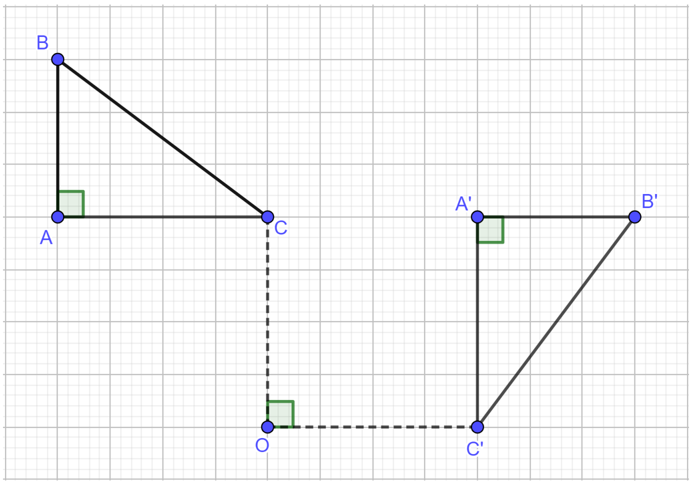
No exemplo 3.12 ao adicionar 10 unidades às abscissas e 6 unidades às ordenadas dos vértices do trapézio ABCD, obtemos o trapézio A'B'C'D'.

3.5 Simetria de rotação

A simetria de rotação é um movimento que uma figura realiza ao redor de um ponto dado, onde forma um ângulo. Esse ponto pode ser interno à figura ou externo. Além disso, nessa rotação a figura mantém as medidas dos seus lados, dos seus ângulos internos e a sua forma.

Na figura 3.13 temos um exemplo de simetria de rotação de centro O e ângulo de rotação de 90º graus no sentido horário:

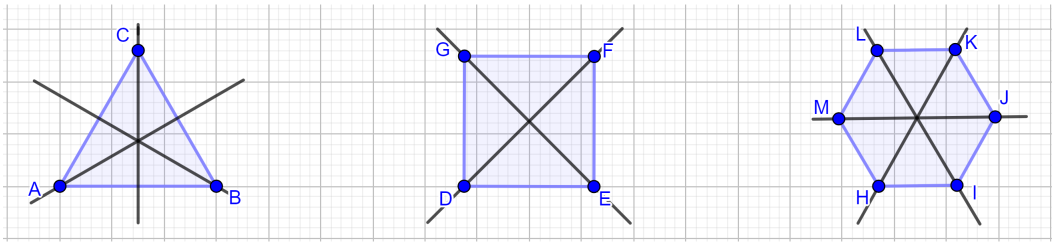
Figura 3.13: Simetria de rotação.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Quando o centro da simetria de rotação é interno à figura, em determinados graus as mesmas são invariantes. Na figura 3.14 temos um triângulo equilátero que é invariante em 120 graus, um quadrado que é invariante em 90 graus e um hexágono regular que é invariante em 60 graus.

Figura 3.14: Simetria de rotação com o centro na figura.



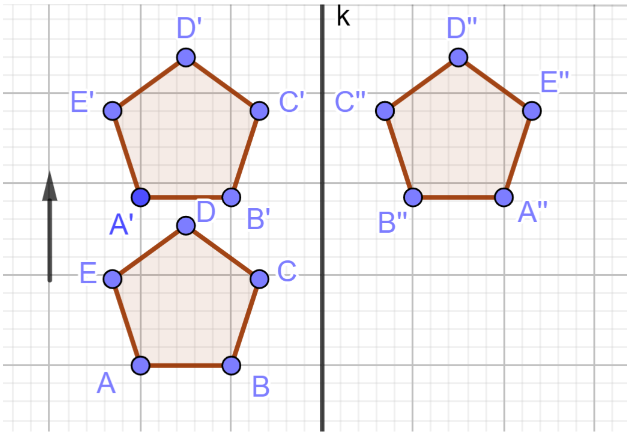
Fonte: Elaborada pelo autor.

3.6 Simetria de Reflexão deslizante

A simetria de reflexão deslizante consiste numa translação seguida de uma reflexão com respeito a um eixo paralelo à direção da translação ou de uma reflexão seguida de uma translação, onde a figura ou objeto se desloca na direção do eixo de reflexão.

Na figura 3.15 temos um exemplo de simetria de reflexão deslizante:

Figura 3.15: Exemplo de simetria de reflexão deslizante.



Fonte: Elaborada pelo autor.

No exemplo da figura 3.15 o polígono ABCDE passou por uma translação, obtendo A'B'C'D'E' e em seguida por uma reflexão em relação à reta k, resultando em A"B"C"D"E", um polígono que apresenta simetria de reflexão deslizante em relação ao primeiro considerado.

Capítulo 4

Considerações Finais

Esse trabalho de simetrias com aplicação embasada na teoria da aprendizagem significativa foi realizado com o objetivo de proporcionar grandes aprendizagens aos estudantes.

A utilização do software de geometria dinâmica GeoGebra facilita a construção das figuras geométricas e permite aos estudantes compreender com mais facilidade as simetrias que as figuras possuem e também permite que os mesmos explorem mais rapidamente as coordenadas cartesianas de cada polígono construído.

As simetrias estão presentes em muitas situações do dia-a-dia e, identificá-las é de grande importância. Nas figuras geométricas, por exemplo, ao identificar as simetrias pode facilitar o entendimento determinados problemas e até mesmo facilitar a sua resolução.

Este trabalho buscou propor como Recurso Educacional um proposta de atividades de simetria para o 7º ano do ensino fundamental em que os alunos aprendam de forma significativa, evitando assim que o que seja aprendido seja facilmente esquecido.

As atividades propostas aqui foram desenvolvidas baseada na teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel. Os estudantes fazem uso de seus conhecimentos previamente adquiridos para executar as tarefas propostas.

Essa proposta de atividade poderá ser aplicada por professores de Matemática do 7º ano do ensino fundamental e os resultados poderão ser apresentados.

Referências Bibliográficas

AUSUBEL, D. P.: Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva. Bd. 1. Lisboa, 2003

BRASIL: Base Nacional Comum Curricular. Ministério da Educação, 2018

BRASIL, Parâmetros Curriculares N.: matemática. In: Secretaria da educação fundamental. Brasília: MEC/sef (1998)

BRUÑO, G. M.: Elementos de matemática. Vda. de Ch. Bouret, París, 1927

CASTRUCCI, Benedicto ; JUNIOR, José Rui G.: A conquista da Matemática. Bd. 4ª ed. Editora FTD, São Paulo, 2018

COSTA, Sayonara Salvador C. da ; MOREIRA, Marco A.: A Resolução de problemas como um tipo especial de aprendizagem significativa. In: Caderno Brasileiro de Ensino de Física 18 (2001), Nr. 3, S. 263–276

DANTE, Luiz R.: Projeto Teláris: matemática: ensino fundamental 2. Bd. 2ª ed. Editora Ática, São Paulo, 2015

IEZZI, Machado A. ; DOLCE, Osvaldo: Matemática e Realidade. Bd. 9ª ed. Atual Editora, São Paulo, 2018

MOREIRA, Marco A.: Aprendizagem significativa crítica (critical meaningful learning). In: Teoria da Aprendizagem Significativa 47 (2000)

MOREIRA, Marco A.: Aprendizagem Significativa: da visão clássica à visão crítica (Meaningful learning: from the classical to the critical view). In: Conferência de encerramento do V Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, Madrid, Espanha, setembro de sn (Veranst.), 2006

MOREIRA, Marco A.: Aprendizagem significativa crítica. Disponível em:⟨https://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigcritport.pdf⟩. Acesso em: 25 de abril 2023. 2010

MOREIRA, Marco A.: Mapas conceituais e aprendizagem significativa (concept maps and meaningful learning). In: Aprendizagem significativa, organizadores prévios, mapas conceituais, digramas V e Unidades de ensino potencialmente significativas 41 (2012)

MOREIRA, Marco A.: Aprendizagem significativa em mapas conceituais. In: Porto Alegre: UFRGS, Instituto de Física (2013)

MOREIRA, Marco A. ; MASINI, Elcie Aparecida Fortes S.: Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel. Editora Moraes São Paulo, 1982

OSVALDO, Dolce ; NICOLAU, Pompeo J.: Fundamentos de Matemática Elementar. Bd. 9. 7ª ed. Editora Atual, São Paulo, 2013

Capítulo 5

Apêndice - Recurso Educacional

RECURSO EDUCACIONAL

Uma Aplicação de Simetrias no 7º ano do Ensino Fundamental com a utilização do GeoGebra para uma Aprendizagem Significativa

Roberto Rosa da Paixão

Orientador: Prof. Dr. José Nelson Bastos Barbosa.

Salvador - Bahia

Maio de 2024

5.1 Introdução

Aqui são propostas atividades a serem desenvolvidas com os alunos em sala de aula com a ajuda do Software GeoGebra.

O Software de Geometria Dinâmica, GeoGebra, foi escolhido para a realização das atividades devido a ser gratuito, de fácil manuseio e ser de muito bom funcionamento.

Nesta sequência de atividades foi construída uma atividade introdutória de construção de figuras geométricas como forma de os alunos desenvolverem as habilidades necessária para manusear o software e absorverem conhecimentos de polígonos, figuras geométricas e plano cartesiano. Esse material consiste num material potencialmente significativo, pois, para executar as construções propostas nas atividades os alunos precisam relacionar o que está sendo pedido com o que eles já sabem a respeito do conteúdo. Além disso, essa proposta de atividade está de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018, p. 309) que traz as seguintes habilidades para o estudo das Transformações Geométricas e das Simetrias:

5.2 Atividade de Simetrias

5.2.1 Habilidades para o ensino de Simetrias no 7º ano do Ensino Fundamental.

- (EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.
- (EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.
- (EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

5.2.2 Atividade Introdutória

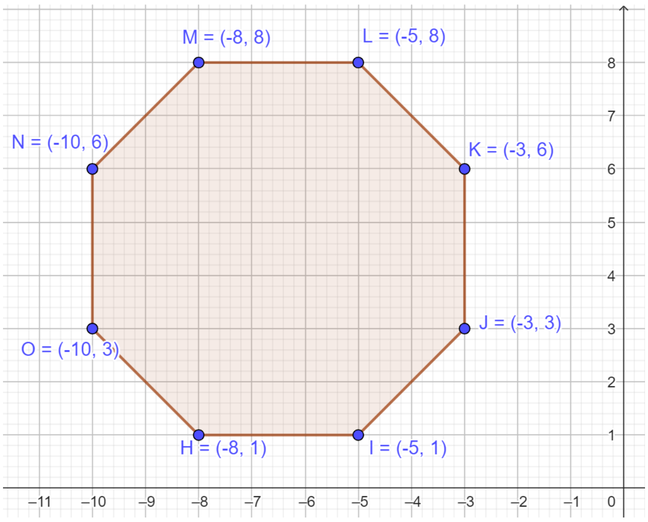
Aprendizagem:

- Polígonos e sistema de coordenadas.
- Ampliação e redução de figuras.

(Questão 01) Utilizando coordenadas cartesianas, construa um triângulo, um trapézio e um paralelogramo. Em seguida descreva o tipo do triângulo e do trapézio segundo à medida dos lados.

(Questão 02) Construa no plano cartesiano o polígono da figura 5.1. cujas coordenadas cartesianas são: H=(-8,1), I=(-5,1), J=(-3,3), K=(-3,6), L=(-5,8), M=(-8,8), N=(-10,6), O=(-10,3) e H=(-8,1). Após construir o primeiro polígono multiplique as coordenadas (x,y) por três e construa um novo polígono com as coordenadas encontradas.

Figura 5.1: Polígono no plano cartesiano



Fonte: Elaborada pelo autor.

(Questão 03) Construa um polígono regular no plano cartesiano. Em seguida construa um segundo polígono com as coordenadas do primeiro polígono multiplicadas por 3 e explique o resultado. Repita o processo multiplicando por 1/3 e explique o resultado.

5.2.3 Atividade 01

Aprendizagem:

- Ponto médio;
- Ângulos;
- Simetria em relação a um ponto;
- Simetria em relação a uma reta.

(Questão 01) Marque o ponto O e trace o segmento de reta AB em que os pontos A e B sejam simétricos a O.

(Questão 02) Utilizando o GeoGebra marque dois pontos e em seguida trace uma reta de modo que os pontos marcados sejam simétricos à reta.

5.2.4 Atividade 02

Aprendizagem:

- Reflexão em relação a um ponto;
- Reflexão em relação a uma reta;
- Distância entre ponto e reta.

(Questão 01) Trace uma reta e construa dois polígonos de modo que essa reta seja o eixo de simetria entre as duas figuras construídas. Em seguida construa uma outra figura e trace o eixo de simetria que passe pela figura.

(Questão 02) Construir duas figuras geométricas de modo que as mesmas sejam simétricas em relação ao centro do sistema de coordenas cartesianas.

(Questão 03) Trace uma reta e construa dois polígonos regulares que apresentem simetria de reflexão em relação à reta construída inicialmente. Em seguida explique o porquê de as figuras construídas apresentarem tal simetria em relação à reta.

5.2.5 Atividade 03

Aprendizagem:

- Translação na direção horizontal;
- Translação na direção vertical;
- Translação na direção inclinada.

(Questão 01) Desenhe uma figura geométrica e em seguida adicione 5 às abscissas de cada um dos pontos da figura. Repita o procedimento adicionando – 3 às abscissas dos pontos da figura inicialmente construída. Explique o que aconteceu ao realizar os dois procedimentos.

(Questão 02) Construa um polígono regular no plano cartesiano e adicione 4 às ordenadas dos pontos do polígono. Em seguida repita o procedimento adicionando – 2 às ordenadas. Explique o resultado.

(Questão 03) Construa um polígono no plano cartesiano e em seguida adicione 7 às abscissas e 4 às ordenadas de seus pontos. Explique o resultado obtido.

5.2.6 Atividade 04

Aprendizagem:

- Simetria de rotação.

(Questão 01) Construa um polígono no plano cartesiano e faça a rotação de 90° no sentido horário em relação ao ponto O, situado na origem sistema de coordenadas. Em seguida explique a transformação que ocorrer.

(Questão 02) Desenhe uma figura geométrica que possua centro de simetria de rotação interno à figura e explique para quantos graus a figura é invariante.

5.2.7 Atividade 05

Aprendizagem:

- Simetria de Reflexão deslizante.

(Questão 01) Construa um polígono no plano cartesiano e faça uma reflexão deslizante do mesmo em relação ao eixo das ordenadas.

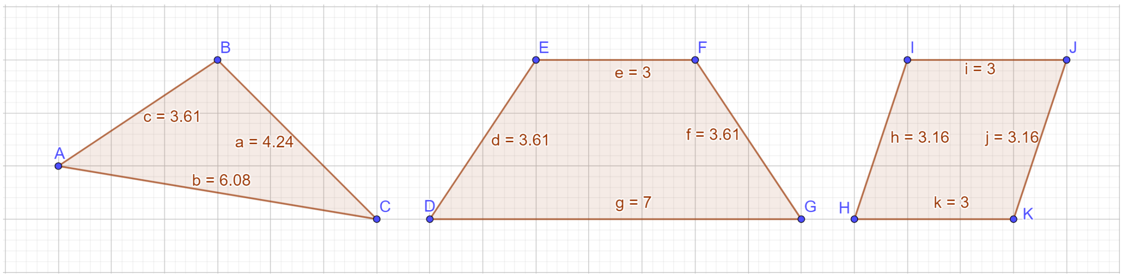
(Questão 02) Construa um polígono no plano cartesiano e faça uma reflexão deslizante do mesmo em relação ao eixo das abscissas.

5.3 Possíveis respostas das atividades propostas.

5.3.1 Atividade Introdutória.

(Questão 01) Possível Resposta:

Figura 5.2: Polígonos no plano cartesiano

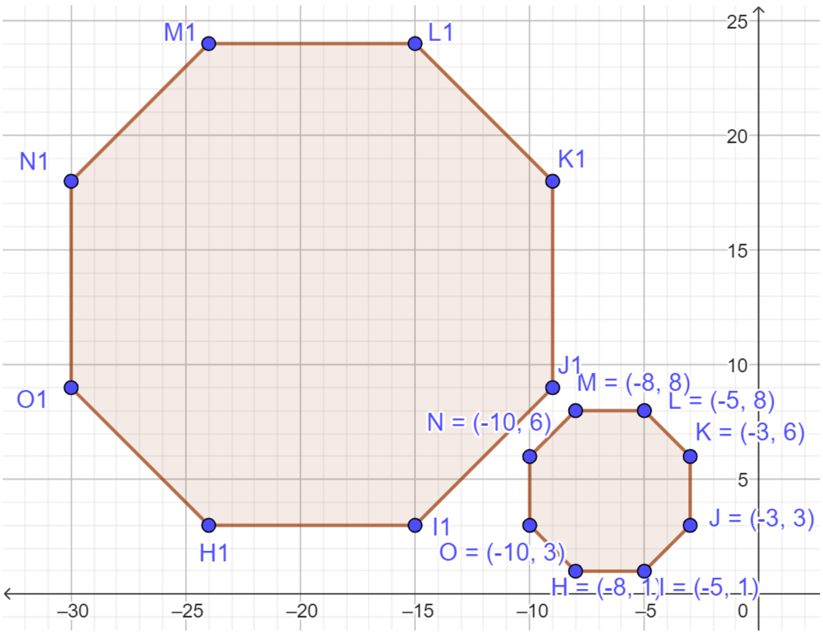


Fonte: Elaborada pelo autor.

Quanto às medidas dos lados o triângulo é escaleno, pois possui todos os lados com medidas diferentes. O trapézio é isósceles, pois seus lados não paralelos possuem a mesma medida.

(Questão 02)Possível resposta:

Figura 5.3: Ampliação de figuras no plano cartesiano



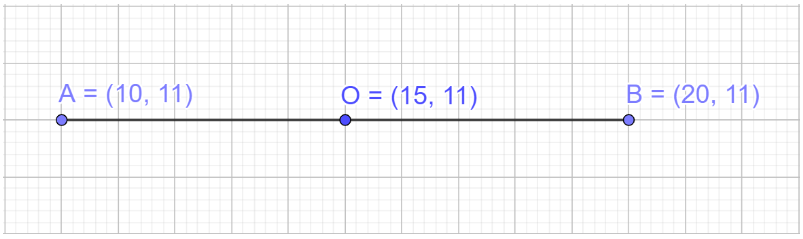
Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao multiplicar as coordenadas (x,y) por três ocorreu uma ampliação da figura inicialmente construída.

5.3.2 Atividade 01

(Questão 01) Possível Resposta:

Figura 5.4: Pontos simétricos a outro ponto

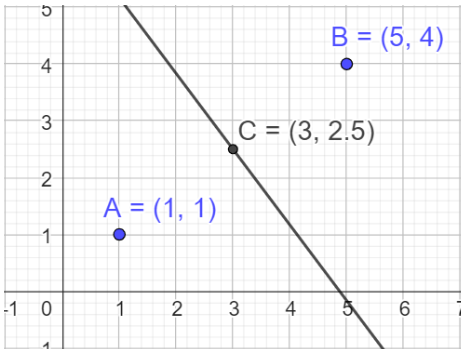


Fonte: Elaborada pelo autor.

Após marcar o ponto O e o ponto A, marca o ponto B de modo que O seja ponto médio de $\overline{AB}$.

(Questão 02)Possível resposta:

Figura 5.5: Pontos simétricos em relação a uma reta



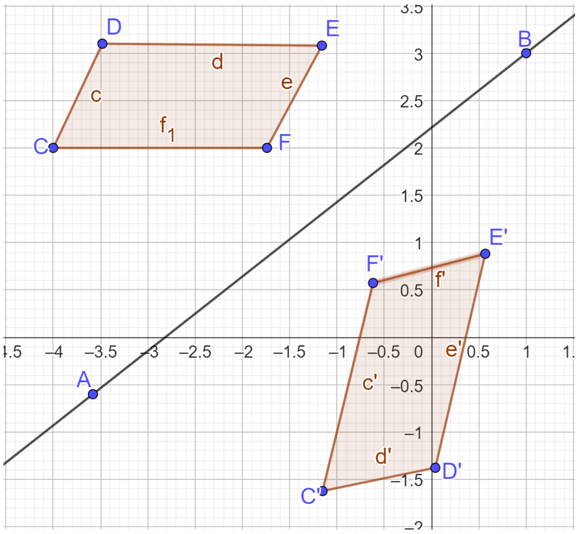
Fonte: Elaborada pelo autor.

Uma possibilidade é após marcar os pontos A e B, traçar uma reta perpendicular ao segmento $\overline{AB}$ passando pelo seu ponto médio.

5.3.3 Atividade 02

(Questão 01) Possível Resposta:

Figura 5.6: Polígonos com simetria de reflexão em relação a uma reta

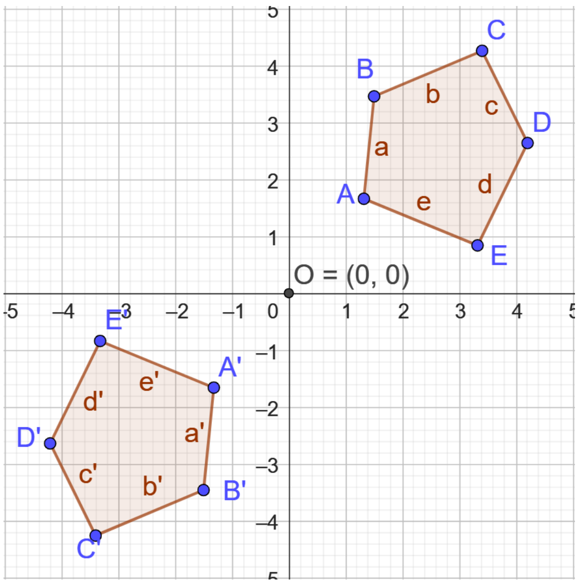


Fonte: Elaborada pelo autor.

Para construir as figuras simétricas à reta pode-se construir a primeira figura e em seguida marcar os pontos simétricos de cada um dos vértices da primeira figura construída em relação à reta e assim encontrar os vértices da nova figura.

(Questão 02)Possível resposta:

Figura 5.7: Simetria de reflexão em relação a um centro

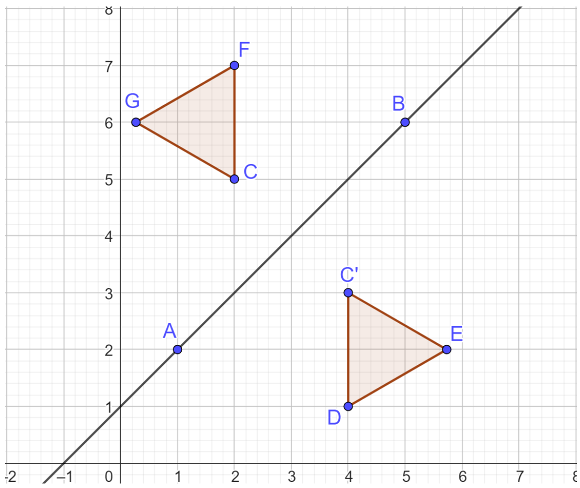


Fonte: Elaborada pelo autor.

Para construir duas figuras simétricas ao centro do sistema de coordenadas cartesianas pode-se construir uma figura e em seguida marcar os pontos da nova figura de modo que os mesmos sejam simétricos dois a dois em relação centro dos plano cartesiano.

(Questão 03) Possível resposta:

Figura 5.8: Simetria de reflexão em relação a uma reta



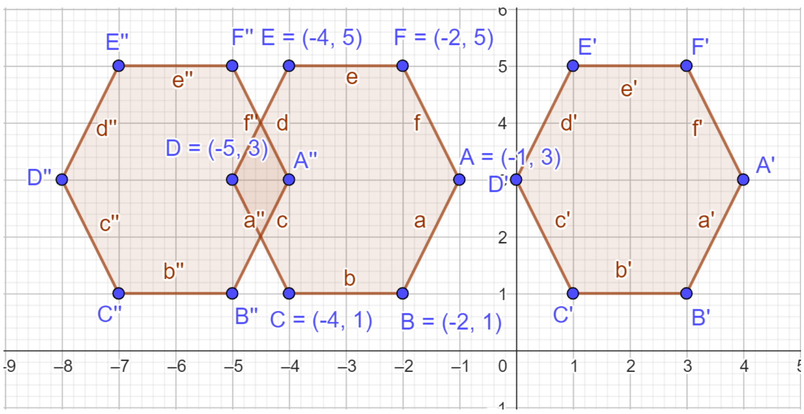
Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao traçar a reta pode-se marcar dois pontos simétricos à reta e construir os polígonos regulares a partir desses pontos. Conclui-se que, as figuras apresentam simetria de reflexão em relação à reta inicialmente construída porque seus pontos são simétricos dois a dois em relação à reta.

5.3.4 Atividade 03

(Questão 01) Possível resposta:

Figura 5.9: Simetria de translação horizontal

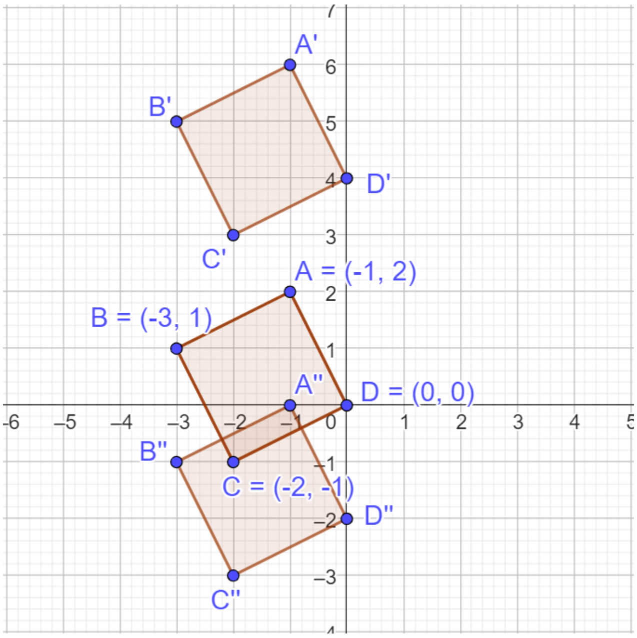


Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao adicionar 5 às abscissas dos vértices do polígono, ocorreu uma translação horizontal para direita e, ao adicionar - 3, houve uma translação horizontal para esquerda.

(Questão 02) Possível resposta:

Figura 5.10: Simetria de translação vertical

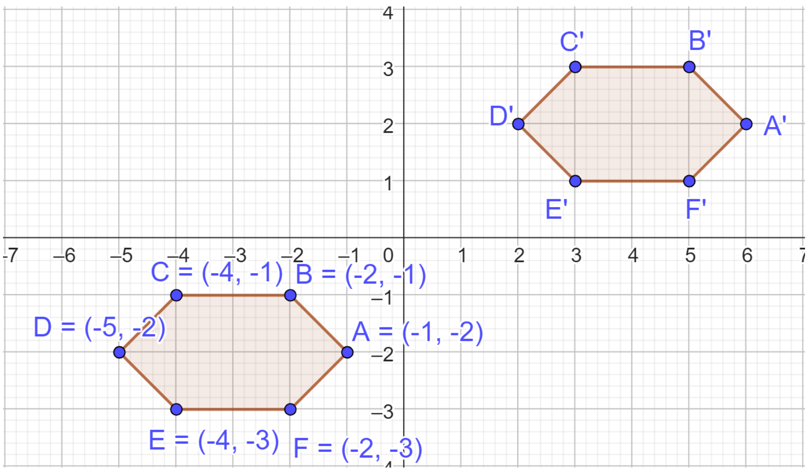


Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao adicionar 4 às ordenadas dos vértices do polígono, ocorreu uma translação vertical e, ao adicionar - 2, também houve uma translação vertical, porém em sentido oposto.

(Questão 03) Possível resposta:

Figura 5.11: Simetria de translação inclinada



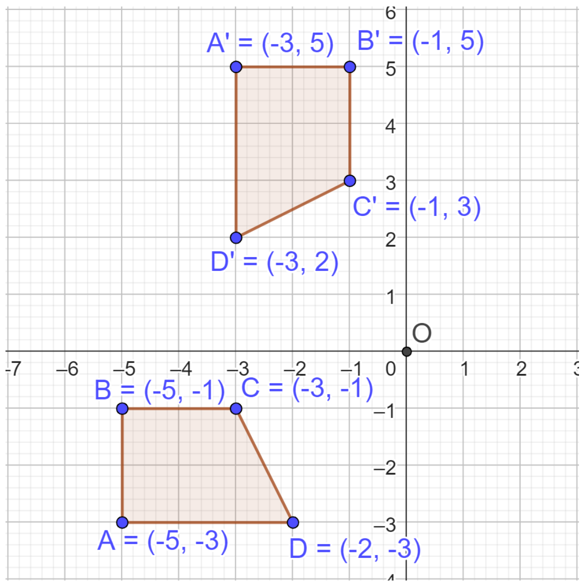
Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao adicionar 7 às abscissas do polígono e 4 às ordenadas dos vértices, ocorreu uma translação na direção inclinada.

5.3.5 Atividade 04

(Questão 01) Possível resposta:

Figura 5.12: Simetria de rotação de 90° graus

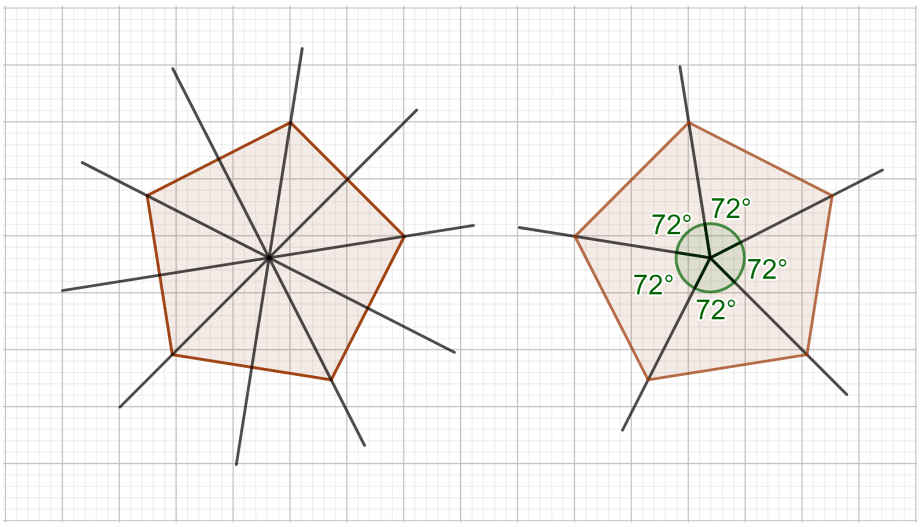


Fonte: Elaborada pelo autor.

Após construir o polígono ABCD aplica uma rotação de 90° graus.

(Questão 02) Possível resposta:

Figura 5.13: Simetria de rotação com centro interno à figura.



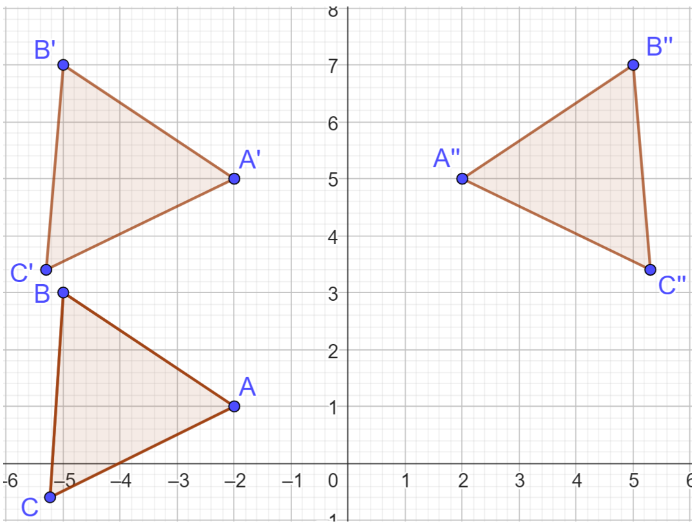
Fonte: Elaborada pelo autor.

O pentágono possui centro de simetria interno ao polígono e, é invariante em 72° graus.

5.3.6 Atividade 05

(Questão 01) Possível resposta:

Figura 5.14: Reflexão deslizante em relação ai eixo das ordenadas

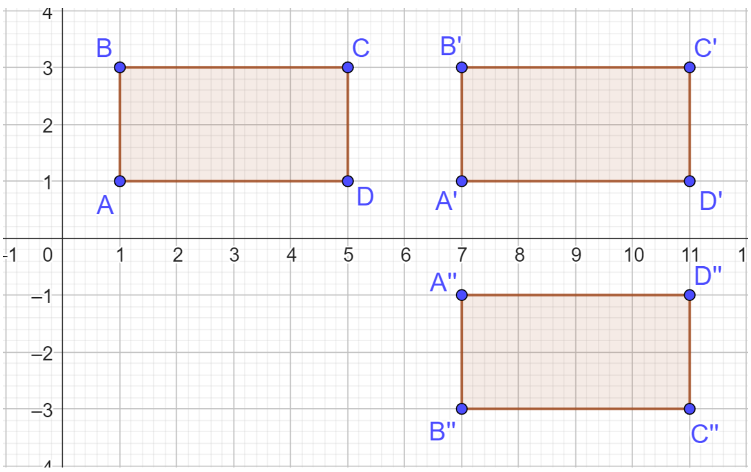


Fonte: Elaborada pelo autor.

Constrói-se o polígono ABC, aplica uma translação vertical e encontra o polígono A'B'C', em seguida faz-se a reflexão do mesmo em relação ao eixo das ordenadas e encontra o polígono A"B"C"que é o resultado da reflexão deslizante.

(Questão 02) Possível resposta:

Figura 5.15: Reflexão deslizante em relçao ao eixo das abscissas



Fonte: Elaborada pelo autor.

Constrói-se o polígono ABCD, aplica uma translação horizontal e encontra o polígono

A'B'C'D', em seguida faz-se a reflexão do mesmo em relação ao eixo das abscissas e encontra o polígono A"B"C"D"que é o resultado da reflexão deslizante. (Veja a figura 5.15)