

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA  
Curso de Pós-graduação em Geofísica

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

UM ALGORITMO COLÔNIA DE  
FORMIGAS APLICADO À  
INVERSÃO DE DADOS  
GEOFÍSICOS

YAN CARLOS VIEGAS DE JESUS

VIRTUTE SPIRITUS

SALVADOR – BAHIA  
DEZEMBRO – 2024





# Um Algoritmo Colônia de Formigas Aplicado à Inversão de Dados Geofísicos

por

YAN CARLOS VIEGAS DE JESUS

Geofísico (Universidade Federal da Bahia – 2018)

Orientador: Prof. Dr. Amin Bassrei

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Submetida em satisfação parcial dos requisitos ao grau de

MESTRE EM CIÊNCIAS

EM

GEOFÍSICA

ao

Conselho Acadêmico de Ensino

da

Universidade Federal da Bahia

Comissão Examinadora

*Amin Bassrei*

Dr. Amin Bassrei - Orientador

Dr. José Jadsom Sampaio de Figueiredo

Dr. Saulo Pomponet Oliveira

Aprovada em 06 de dezembro de 2024

A presente pesquisa foi desenvolvida através do Centro de Pesquisa em Geofísica e Geologia da UFBA, com recursos próprios e da CAPES.

Jesus, Yan Carlos Viegas de,

Um Algoritmo Colônia de Formigas Aplicado à Inversão de Dados Geofísicos / Yan Carlos Viegas de Jesus. — Salvador, 2024.

81 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Amin Bassrei

Dissertação (Mestrado) - Pós-Graduação em Geofísica. Instituto de Geociências da Universidade Federal da Bahia, 2024.

1. Inversão de dados geofísicos. 2. Métodos de otimização. 3. Algoritmo Colônia de formigas. 4. Sondagem elétrica vertical. 5. Gravimetria. I. Bassrei, Amin. II. Título.

*“Na zona colonialista e capitalista, a direção é julgada em função dos benefícios que a sua atividade traz para as classes exploradoras e a sua capacidade em impedir e reprimir o movimento reivindicativo das massas.*

*Porque o nosso objetivo é servir ao povo e o Poder pertence ao povo, o nosso critério são as transformações operadas no seio da sociedade e a utilização dos recursos da natureza em benefício das largas massas.”*

**Samora Machel**

*“A longa e escura noite do fim da história deve ser encarada como uma enorme oportunidade. A própria generalidade opressiva do realismo capitalista significa que mesmo tênues vislumbres de possibilidades políticas e econômicas alternativas são capazes de gerar um efeito desproporcionalmente grande. O menor dos eventos pode abrir um buraco na cinzenta cortina reacionária que encurtou os horizontes de possibilidade sob o realismo capitalista. De uma situação em que nada pode acontecer, de repente tudo é possível de novo.”*

**Mark Fisher**

# Resumo

A inversão não linear de dados geofísicos utiliza métodos de otimização global e local. Ambos os tipos de algoritmo possuem tanto vantagens quanto desvantagens quando utilizados isoladamente. Métodos de escopo local tendem a apresentar altas velocidades de convergência e costumam gerar resultados bastante precisos, porém são altamente sensíveis ao modelo inicial, aprisionando-se, facilmente, em ótimos locais mais próximos do ponto de partida. Já os métodos de escopo global possuem a capacidade de escapar de ótimos locais; em contrapartida, costumam apresentar elevado custo computacional e baixa precisão, quando comparados aos métodos de escopo local. Com o fim de superar tais atributos negativos e explorar ao máximo os positivos, propõe-se um método híbrido de otimização desenvolvido como produto da combinação dos métodos Colônia de Formigas (busca global) e de inversão linearizada (busca local). Nesse sentido, através (1) da geração de dados 1-D de sondagem elétrica vertical a partir de modelos de múltiplas camadas; e (2) da geração de dados 2-D gravimétricos a partir de modelos de prismas, realizou-se um estudo comparativo entre os métodos colônia de formigas, inversão linearizada e o método híbrido produto da combinação desses em experimentos de inversão de dados. Ademais, dentre as diversas variantes da família de métodos Colônia de Formigas, o *Ant Colony Optimization for Continuous Domains* é um dos mais populares e mais robustos, sendo o escolhido para ser abordado nesse estudo.

**Palavras-chaves:** método híbrido, otimização por colônia de formigas, método de inversão linearizada, sondagem elétrica vertical, dados de resistividade, modelo de prismas, dados gravimétricos.

# Abstract

Nonlinear inversion of geophysical data uses global and local optimization methods. These methods can be separately used, each with its own advantages and disadvantages. Local scope methods tend to have high convergence speed and usually produce very accurate results, but they are highly sensitive to the initial model, easily getting trapped in local optima closer to the starting point. Global scope methods have the ability to escape from local optima; on the other hand, they usually have high computational cost and low accuracy when compared to local scope methods. In order to overcome these negative attributes and fully exploit the positive ones, we propose a hybrid optimization method developed as a product of the combination of the Ant Colony (global search) and linearized inversion (local search). Then, through (1) the generation of 1-D vertical electrical sounding data from multilayer models; and (2) the generation of 2-D gravimetric data from prism models, a comparative study was carried out between the methods ant colony optimization, linearized inversion and the hybrid method resulting from the combination of these ones in data inversion experiments. Furthermore, among the several variants of the Ant Colony family methods, *Ant Colony Optimization for Continuous Domains* is the most popular and most robust variant, being the chosen one to be discussed in this study.

**Keywords:** hybrid method, ant colony optimization, linearized inversion method, vertical electrical sounding, resistivity data, prism model, gravimetric data.

# Índice

<b>Resumo</b> . . . . .	4
<b>Abstract</b> . . . . .	5
<b>Índice</b> . . . . .	6
<b>Índice de Tabelas</b> . . . . .	8
<b>Índice de Figuras</b> . . . . .	10
<b>Introdução</b> . . . . .	13
<b>1 O Método Colônia de Formigas</b> . . . . .	16
1.1 A Meta-heurística ACO . . . . .	16
1.2 A família ACO dentre os métodos de escopo global . . . . .	19
1.2.1 ACO, PSO e Algoritmos Genéticos . . . . .	19
1.2.2 ACO, Monte Carlo e <i>Simulated Annealing</i> . . . . .	19
1.3 O Problema Inverso . . . . .	20
1.4 O Algoritmo $ACO_{\mathbb{R}}$ . . . . .	20
1.4.1 O Modelo de Feromônio do $ACO_{\mathbb{R}}$ . . . . .	21
1.4.2 A Construção das Soluções pelo $ACO_{\mathbb{R}}$ . . . . .	24
1.5 O Método de Inversão Linearizada . . . . .	25
1.6 O Algoritmo Híbrido $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI . . . . .	26
<b>2 O Método Elétrico</b> . . . . .	29
2.1 Dados de Resistividade . . . . .	29
2.2 Sondagem Elétrica Vertical . . . . .	32
2.3 Modelagem 1-D de Dados de Sondagem Elétrica Vertical . . . . .	33
2.4 Interpretação Qualitativa 1-D de Dados de Sondagem Elétrica Vertical . . . . .	35

---

<b>3</b>	<b>O Método Gravimétrico</b>	37
3.1	Dados Gravimétricos	37
3.2	Modelagem 2-D de Dados Gravimétricos	38
3.2.1	Redução à Análise Bidimensional	39
<b>4</b>	<b>Resultados e Discussões I</b>	41
4.1	Inversão 1-D de Dados de Sondagem Elétrica Vertical	41
4.2	Experimento A: Modelo de três camadas	42
4.3	Experimento B: Modelo de quatro camadas	44
4.4	Experimento C: Modelo de cinco camadas	46
4.5	Histogramas	48
<b>5</b>	<b>Resultados e Discussões II</b>	60
5.1	Inversão 2-D de Dados Gravimétricos	60
5.2	Modelo de 7 prismas	61
5.3	Histogramas	70
<b>6</b>	<b>Conclusões</b>	72
	<b>Agradecimentos</b>	74
	<b>Referências Bibliográficas</b>	75

# Índice de Tabelas

1.1	Algoritmo $ACO_{\mathbb{R}}$ . . . . .	28
2.1	Intervalos de resistividade de alguns minerais e rochas (Parasnis, 2012). . . . .	30
4.1	Modelo A: parâmetros dos modelos estimados pelos três métodos empregados (dado sem ruído). . . . .	43
4.2	Modelo A: parâmetros dos modelos estimados pelos três métodos empregados (dado com ruído). . . . .	43
4.3	Informações de desempenho a respeito dos métodos aplicados aos dados livres de ruído do modelo A. A tabela apresenta, separadamente, para o $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI, o número de iterações executadas tanto pelo $ACO_{\mathbb{R}}$ quanto pelo LI. . . . .	44
4.4	Informações de desempenho a respeito dos métodos aplicados aos dados perturbados do modelo A. A tabela apresenta, separadamente, para o $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI, o número de iterações executadas tanto pelo $ACO_{\mathbb{R}}$ quanto pelo LI. . . . .	44
4.5	Modelo B: parâmetros dos modelos estimados pelos três métodos empregados (dado sem ruído). . . . .	45
4.6	Modelo B: parâmetros dos modelos estimados pelos três métodos empregados (dado com ruído). . . . .	45
4.7	Informações de desempenho a respeito dos métodos aplicados aos dados livres de ruído do modelo B. A tabela apresenta, separadamente, para o $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI, o número de iterações executadas tanto pelo $ACO_{\mathbb{R}}$ quanto pelo LI. . . . .	46
4.8	Informações de desempenho a respeito dos métodos aplicados aos dados perturbados do modelo B. A tabela apresenta, separadamente, para o $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI, o número de iterações executadas tanto pelo $ACO_{\mathbb{R}}$ quanto pelo LI. . . . .	46
4.9	Modelo C: parâmetros dos modelos estimados pelos três métodos empregados (dado sem ruído). . . . .	47
4.10	Modelo C: parâmetros dos modelos estimados pelos três métodos empregados (dado com ruído). . . . .	47

4.11	Informações de desempenho a respeito dos métodos aplicados aos dados livres de ruído do modelo C. A tabela apresenta, separadamente, para o $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI, o número de iterações executadas tanto pelo $ACO_{\mathbb{R}}$ quanto pelo LI. . . . .	48
4.12	Informações de desempenho a respeito dos métodos aplicados aos dados perturbados do modelo C. A tabela apresenta, separadamente, para o $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI, o número de iterações executadas tanto pelo $ACO_{\mathbb{R}}$ quanto pelo LI. . . . .	48
5.1	Modelo de 7 prismas: parâmetros dos modelos estimados pelos três métodos empregados (dados sem ruído). . . . .	61
5.2	Informações de desempenho a respeito dos métodos aplicados aos dados de gravimetria (sem ruído) referentes ao modelo de 7 prismas. A tabela apresenta, separadamente, para o $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI, o número de iterações executadas tanto pelo $ACO_{\mathbb{R}}$ quanto pelo LI. . . . .	61
5.3	Modelo de 7 prismas: parâmetros dos modelos estimados pelos três métodos empregados (dados com ruído). . . . .	62
5.4	Informações de desempenho a respeito dos métodos aplicados aos dados de gravimetria (com ruído) referentes ao modelo de 7 prismas. A tabela apresenta, separadamente, para o $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI, o número de iterações executadas tanto pelo $ACO_{\mathbb{R}}$ quanto pelo LI. . . . .	62

# Índice de Figuras

1.1	A distribuição inicial da colônia de formigas (à esquerda); e a distribuição da colônia de formigas depois de um certo intervalo de tempo (à direita) (Liu et al., 2014a). . . . .	17
1.2	O arquivo de soluções mantido pelo $ACO_{\mathbb{R}}$ . As soluções são ordenadas no arquivo de acordo com sua qualidade, ou seja, para um problema de minimização, $f(\mathbf{s}_1) \leq f(\mathbf{s}_2) \leq f(\mathbf{s}_3) \leq \dots \leq f(\mathbf{s}_j) \leq \dots \leq f(\mathbf{s}_k)$ . Cada solução $\mathbf{s}_j$ terá associado um peso $\omega_j$ proporcional à sua qualidade. Portanto, $\omega_1 \geq \omega_2 \geq \omega_3 \geq \dots \geq \omega_j \geq \dots \geq \omega_k$ . A PDF $G^i$ é construída usando-se somente a $i$ -ésima coordenada de todas as $k$ soluções do arquivo (Socha e Dorigo, 2008). . . . .	22
1.3	Exemplo com cinco PDFs gaussianas e a soma delas — soma de núcleos gaussianos — no intervalo $(-5, 5)$ (Socha, 2004). . . . .	23
2.1	Arranjo genérico e esquemático de quatro eletrodos (Knödel et al., 2007) (adaptado). . . . .	31
2.2	Arranjo Schlumberger de eletrodos centrado na origem (Raj et al., 2014)(adaptado). . . . .	32
4.1	Modelo A: curvas <i>log-log</i> de resistividade aparente do dado observado ( <b>sem ruído</b> ) e do dado predito (acima) e os respectivos modelos verdadeiro e estimado (abaixo). Resultados do método LI à esquerda, do método $ACO_{\mathbb{R}}$ ao centro e do método $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI à direita. Aqui, $z$ se refere às profundidades alcançadas pelo método; $AB/2$ , aos semiespaçamentos dos eletrodos de correntes; $\rho$ , às resistividades verdadeiras de cada camada; e $\rho_a$ , às resistividades aparentes. . . . .	50

- 4.2 Modelo A: curvas *log-log* de resistividade aparente do dado observado (**com ruído**) e do dado predito (à direita) e os respectivos modelos verdadeiro e estimado (à esquerda). Resultados do método LI à esquerda, do método  $ACO_{\mathbb{R}}$  ao centro e do método  $ACO_{\mathbb{R}}-LI$  à direita. Aqui,  $z$  se refere às profundidades alcançadas pelo método;  $AB/2$ , aos semiespaçamentos dos eletrodos de correntes;  $\rho$ , às resistividades verdadeiras de cada camada; e  $\rho_a$ , às resistividades aparentes. . . . . 51
- 4.3 Modelo B: curvas *log-log* de resistividade aparente do dado observado (**sem ruído**) e do dado predito (à direita) e os respectivos modelos verdadeiro e estimado (à esquerda). Resultados do método LI à esquerda, do método  $ACO_{\mathbb{R}}$  ao centro e do método  $ACO_{\mathbb{R}}-LI$  à direita. Aqui,  $z$  se refere às profundidades alcançadas pelo método;  $AB/2$ , aos semiespaçamentos dos eletrodos de correntes;  $\rho$ , às resistividades verdadeiras de cada camada; e  $\rho_a$ , às resistividades aparentes. . . . . 52
- 4.4 Modelo B: curvas *log-log* de resistividade aparente do dado observado (**com ruído**) e do dado predito (à direita) e os respectivos modelos verdadeiro e estimado (à esquerda). Resultados do método LI à esquerda, do método  $ACO_{\mathbb{R}}$  ao centro e do método  $ACO_{\mathbb{R}}-LI$  à direita. Aqui,  $z$  se refere às profundidades alcançadas pelo método;  $AB/2$ , aos semiespaçamentos dos eletrodos de correntes;  $\rho$ , às resistividades verdadeiras de cada camada; e  $\rho_a$ , às resistividades aparentes. . . . . 53
- 4.5 Modelo C: curvas *log-log* de resistividade aparente do dado observado (**sem ruído**) e do dado predito (à direita) e os respectivos modelos verdadeiro e estimado (à esquerda). Resultados do método LI à esquerda, do método  $ACO_{\mathbb{R}}$  ao centro e do método  $ACO_{\mathbb{R}}-LI$  à direita. Aqui,  $z$  se refere às profundidades alcançadas pelo método;  $AB/2$ , aos semiespaçamentos dos eletrodos de correntes;  $\rho$ , às resistividades verdadeiras de cada camada; e  $\rho_a$ , às resistividades aparentes. . . . . 54
- 4.6 Modelo C: curvas *log-log* de resistividade aparente do dado observado (**com ruído**) e do dado predito (à direita) e os respectivos modelos verdadeiro e estimado (à esquerda). Resultados do método LI à esquerda, do método  $ACO_{\mathbb{R}}$  ao centro e do método  $ACO_{\mathbb{R}}-LI$  à direita. Aqui,  $z$  se refere às profundidades alcançadas pelo método;  $AB/2$ , aos semiespaçamentos dos eletrodos de correntes;  $\rho$ , às resistividades verdadeiras de cada camada; e  $\rho_a$ , às resistividades aparentes. . . . . 55

4.7	Histogramas referentes aos parâmetros dos modelos estimados pelo algoritmo $ACO_{\mathbb{R}}$ aplicado a dados livres de ruído. O modelo de três camadas acima, o modelo de quatro camadas ao centro e o modelo de cinco camadas abaixo. . . . .	56
4.8	Histogramas referentes aos parâmetros dos modelos estimados pelo algoritmo híbrido $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI aplicado a dados livres de ruído. O modelo de três camadas acima, o modelo de quatro camadas ao centro e o modelo de cinco camadas abaixo. . . . .	57
4.9	Histogramas referentes aos parâmetros dos modelos estimados pelo algoritmo $ACO_{\mathbb{R}}$ aplicado a dados ruidosos. O modelo de três camadas acima, o modelo de quatro camadas ao centro e o modelo de cinco camadas abaixo. . . . .	58
4.10	Histogramas referentes aos parâmetros dos modelos estimados pelo algoritmo híbrido $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI aplicado a dados ruidosos. O modelo de três camadas acima, o modelo de quatro camadas ao centro e o modelo de cinco camadas abaixo. . . . .	59
5.1	Resultados referentes à aplicação do método LI sobre dados gravimétricos 2-D livres de ruído coletados a partir do modelo sintético de sete prismas. . . . .	64
5.2	Resultados referentes à aplicação do método $ACO_{\mathbb{R}}$ sobre dados gravimétricos 2-D livres de ruído coletados a partir do modelo sintético de sete prismas. . . . .	65
5.3	Resultados referentes à aplicação do método $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI sobre dados gravimétricos 2-D livres de ruído coletados a partir do modelo sintético de sete prismas. . . . .	66
5.4	Resultados referentes à aplicação do método LI sobre dados gravimétricos 2-D ruidosos coletados a partir do modelo sintético de sete prismas. . . . .	67
5.5	Resultados referentes à aplicação do método $ACO_{\mathbb{R}}$ sobre dados gravimétricos 2-D ruidosos coletados a partir do modelo sintético de sete prismas. . . . .	68
5.6	Resultados referentes à aplicação do método $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI sobre dados gravimétricos 2-D ruidosos coletados a partir do modelo sintético de sete prismas. . . . .	69
5.7	Histogramas referentes aos parâmetros do modelo gravimétrico estimado pelo algoritmo $ACO_{\mathbb{R}}$ aplicado a dados sem ruído. . . . .	70
5.8	Histogramas referentes aos parâmetros do modelo gravimétrico estimado pelo algoritmo híbrido $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI aplicado a dados sem ruído. . . . .	70
5.9	Histogramas referentes aos parâmetros do modelo gravimétrico estimado pelo algoritmo $ACO_{\mathbb{R}}$ aplicado a dados com ruído. . . . .	71
5.10	Histogramas referentes aos parâmetros do modelo gravimétrico estimado pelo algoritmo híbrido $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI aplicado a dados com ruído. . . . .	71

# Introdução

A busca por ótimos globais de uma determinada função objetivo  $f$  costuma ser uma tarefa bastante complexa, a qual vem à tona com muita frequência nas mais diversas áreas do conhecimento científico. Quando se trata de problemas inversos geofísicos, então, torna-se necessária a aplicação dos algoritmos mais sofisticados e robustos disponíveis, com o objetivo de possibilitar a contenção do caráter mal posto desses problemas, bem como buscar de forma mais eficiente a melhor solução possível. Métodos de inversão direta ou linearizada iterativos são algumas das abordagens mais comumente utilizadas. A maioria deles realiza atualizações sobre modelos parciais, assumindo que a superfície descrita por  $f$  possua um ponto mínimo bem definido (Sen e Stoffa, 2013); de forma que essas atualizações somente serão aceitas se os valores de  $f$  para tais modelos parciais forem menores que os valores dos modelos anteriores. Nesses casos, é muito provável que o ponto ótimo global não seja bem estimado e que, caso o modelo inicial se encontre próximo a algum ponto de mínimo local, o algoritmo acabe iminentemente ficando aprisionado. Problemas desse tipo podem ser relativamente superados, como discorrido a seguir, através da utilização dos chamados métodos de otimização global.

O ajuste de dados de campo (dados observados) ao conjunto de parâmetros calculado (modelo estimado) é geralmente executado empregando-se a técnica dos mínimos quadrados. Tratando-se, por exemplo, da inversão de dados de resistividade, tal ferramenta de ajuste é aplicada sobre a versão linearizada das equações que descrevem o fenômeno e as estruturas investigadas, embora as equações que governam o cálculo das resistividades aparentes sobre modelos multicamadas possuam caráter não linear. A solução fica dependente, portanto, da escolha de um modelo inicial eficientemente adequado. Indo além, esses métodos supracitados buscam geralmente um ponto de mínimo nas áreas adjacentes mais próximas do modelo inicial. Todavia, nos casos em que a função objetivo tem inúmeros pontos de mínimo, torna-se necessário ou adotar um modelo inicial bem mais próximo do mínimo global que dos outros ótimos locais ou iniciar o algoritmo com vários modelos iniciais, na esperança de que, a partir de um deles, o algoritmo consiga atingir a melhor solução.

Métodos de inversão linearizada utilizam propriedades locais da função objetivo para

calcular as atualizações sobre os modelos correntes e buscar melhores alternativas ao longo da direção de máximo decréscimo. Como a busca é sempre realizada nessa direção, a convergência do algoritmo tende a ser bastante rápida. Entretanto, tais técnicas podem não ser capazes de convergir, efetivamente, para o mínimo global, caso o modelo inicial adotado encontre-se nas proximidades de outros mínimos locais; o que faz com que os problemas não lineares abordados por técnicas de inversão linearizada dependam, imensamente, da acurácia das estimativas iniciais atribuídas aos parâmetros do modelo. Com a linearização, segundo Rothman (1985), funções objetivo podem ser eficientemente minimizadas, porém o risco de aprisionamento em ótimos locais é extremamente grande. Tal problema é abordado, aqui, na análise de experimentos de inversão não linear de dados de resistividade e de gravimetria, quando há, pobremente, informação a priori disponível a respeito dos parâmetros do modelo e, portanto, quando não há, explicitamente, bons candidatos a modelo inicial. Nesse sentido, um grande número de iterações torna-se necessário, uma vez que a exploração do espaço de busca se dá em todas as direções, com o propósito de determinar, estocasticamente, o mínimo global.

O método *Simulated Annealing* (SA) e suas variantes — baseados na teoria termoestatística aplicada ao resfriamento de materiais polimórficos — são os mais empregados em uma variedade de problemas inversos no ramo da Geofísica (Sen et al., 1993; Bhattacharya et al., 2003; Vakil-Baghmisheh e Navarbafe, 2008). Todavia, muitos outros são comumente utilizados, como: os algoritmos genéticos (AG), baseados na teoria da evolução e seleção natural (Ferreira e Porsani, 1997; Chunduru et al., 1995); as redes neurais artificiais, baseadas nos comportamentos sinápticos dos neurônios (Singh et al., 2005); e, mais recentemente, e com menos frequência, os algoritmos *Ant Colony Optimization*, baseados no comportamento social de formigas (Gupta et al., 2013). Desse último grupo, é apresentado, no presente texto, o *Ant Colony Optimization for Continuous Domains* ( $ACO_{\mathbb{R}}$ ), uma variante modificada ACO para espaços de busca contínuos, aplicado isoladamente e numa composição hibridizada à inversão de dados de sondagem elétrica vertical (SEV) e de dados gravimétricos.

Desenvolvido por Socha e Dorigo (2008) — posteriormente à proposta de Dorigo (1992) de uma meta-heurística inspirada na dinâmica social de colônias de formigas quando em busca por fontes de alimento e, a princípio, direcionada a resolução de problemas de combinatória —, o  $ACO_{\mathbb{R}}$  é o mais popular dentre os algoritmos ACO utilizados na abordagem de problemas de otimização de domínio contínuo (Liao et al., 2011). Ele implementa um modelo de feromônio baseado em funções densidade de probabilidade (PDFs) e a construção de novos modelos parciais pelas *formigas artificiais* é realizada de maneira incremental, variável por variável, dividida em duas etapas executadas de maneira iterativa. A ideia é que tais formigas artificiais sejam, inicialmente, distribuídas pelo espaço de busca para que,

iterativamente, construam trajetórias ótimas que tenderão a conectar todas elas, por fim, ao melhor candidato a ponto mínimo global. A família ACO é o mais bem-sucedido exemplo dos chamados *swarm intelligent systems*, e vem sendo, timidamente, aplicada à inversão de dados geofísicos de diversas naturezas, tais como dados de tempo de trânsito de ondas sísmicas (Conti et al., 2013) e, na maioria dos casos, dados de gravimetria e magnetometria (Liu et al., 2014b; Datta e Agarwal, 2012). Ademais, mais recentemente, Bouchaoui et al. (2022) aplicaram o  $ACO_{\mathbb{R}}$  à inversão de dados de resistividade contaminados com ruídos gaussianos a partir de três modelos sintéticos e compararam os resultados com os de algoritmos canônicos na literatura; também realizaram a inversão de dados reais do aquífero da região de Hassi R'Mei, na Argélia.

Os principais contratempos associados aos métodos de escopo local e métodos de escopo global são, respectivamente, a necessidade de boas e variadas informações a priori disponíveis e o custo computacional gerado (Chunduru et al., 1997). Tentativas bem-sucedidas de combinar otimização global e local foram colocadas em prática por diversos pesquisadores nos últimos anos (Cary e Chapman, 1988; Porsani et al., 1993; Liu et al., 1995). Nesse sentido, no presente trabalho, de maneira a tentar superar esses contratempos, foi desenvolvido um algoritmo de otimização híbrida a partir da combinação do método colônia de formigas  $ACO_{\mathbb{R}}$  (busca global) com o método de inversão linearizada (busca local). Tal método híbrido é avaliado estatisticamente através de sua aplicação a experimentos de inversão de dados de sondagem elétrica vertical coletados sobre modelos de três, quatro e cinco camadas, respectivamente, bastante abordados na literatura, e os resultados gerados são comparados aos de trabalhos anteriores. Em seguida, os algoritmos também foram aplicados à inversão de dados gravimétricos coletados sobre modelos de prismas.

Portanto, demonstrando a bem-sucedida aplicação dessa metodologia de hibridização, é esperado que alcancemos maiores entendimentos a respeito das estruturas geológicas e sua litologia, superar a necessidade de bons modelos iniciais, reduzir o custo computacional associado à inversão dos dados e obter modelos geofísicos mais representativos. De fato, tudo isso colabora de maneira substancial para que melhorem nossas habilidades de descrever as propriedades materiais e estruturais da subsuperfície. Nesse sentido, esse método híbrido, bem como os métodos  $ACO_{\mathbb{R}}$  e de inversão linearizada isoladamente, foram aplicados à inversão de dados sintéticos (1) elétricos de resistividade provenientes de modelos de três, quatro e cinco camadas horizontais; e (2) gravimétricos provenientes de um modelo de sete prismas homogêneos de densidade constante. Em uma segunda rodada de experimentos, também foi aplicado ruído gaussiano aos dados de entrada. O objetivo então é avaliar os três métodos estatisticamente e comparando-os com o intuito de corroborar eficiência e eficácia de seus desempenhos quando utilizados no ramo da geofísica.

# 1

## O Método Colônia de Formigas

### 1.1 A Meta-heurística ACO

O método de otimização Colônia de Formigas — do inglês, *Ant Colony Optimization* (ACO) — é uma meta-heurística caracterizada por uma população de agentes, chamados de *formigas artificiais*, que constroem soluções e compartilham indiretamente informações entre si através de trilhas de *feromônio artificial*. A princípio, o ACO foi desenvolvido para a resolução de problemas de combinatória, tais como o Problema do Caixeiro Viajante (*Travelling Salesman Problem*, em inglês) e o Problema Quadrático de Alocação (*Quadratic Assignment Problem*, em inglês), o que se justifica, segundo França et al. (2008), de fato, por esses problemas partirem de um contexto de otimização descrito por grafos, embora as trilhas de feromônio reais fossem traçadas em um espaço contínuo. Posteriormente, diversas variantes foram desenvolvidas e aplicadas tanto aos já citados quanto a outros problemas de roteamento mais complexos. Contudo, nos últimos anos, diversas abordagens para a resolução de problemas de variáveis contínuas, ou mistas (isto é, problemas que abrangem variáveis tanto contínuas quanto discretas), também vêm sendo desenvolvidas, muitas das quais têm se mostrado excelentes alternativas aos algoritmos estado-da-arte em problemas de otimização de domínios contínuos.

Como o próprio nome sugere, a inspiração para o ACO veio do comportamento coletivo e descentralizado de algumas espécies de formigas quando buscam por fontes de alimento nas vizinhanças do formigueiro. Inicialmente, várias formigas forrageadoras<sup>1</sup> saem do ninho e transitam livre e aleatoriamente pelas adjacências. Quando uma delas encontra alguma

---

<sup>1</sup>Forrageadoras são as componentes da colônia responsáveis pela obtenção e exploração dos recursos alimentares (Danchin et al., 2008).

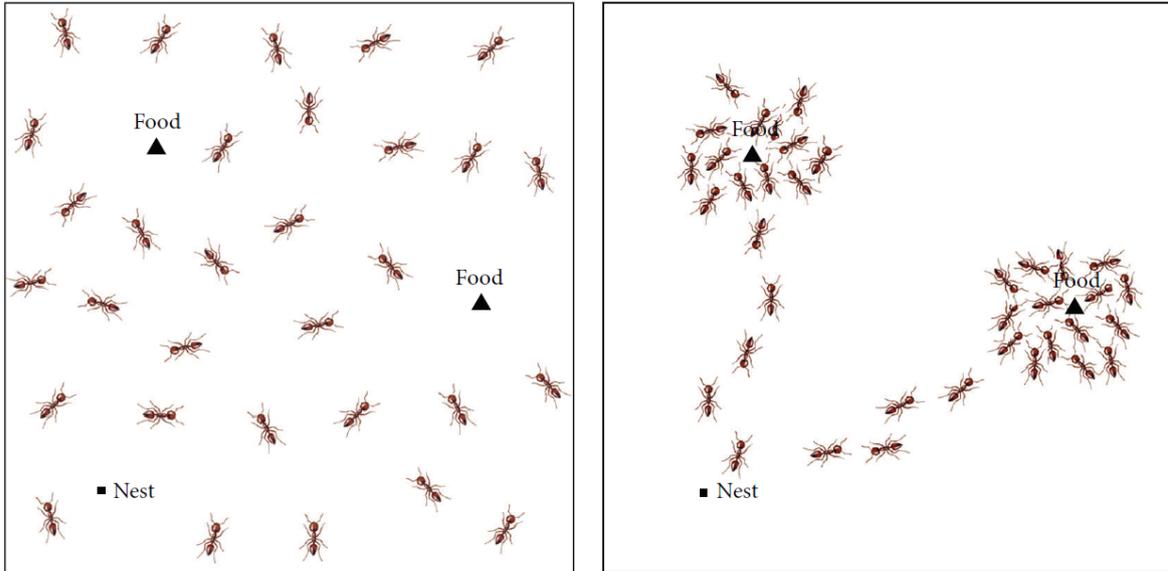


Figura 1.1: A distribuição inicial da colônia de formigas (à esquerda); e a distribuição da colônia de formigas depois de um certo intervalo de tempo (à direita) (Liu et al., 2014a).

fonte de alimento, ela retorna para o ninho trazendo um pouco da comida. Tanto no trajeto de ida quanto no de volta, a formiga deposita no chão uma substância bioquímica chamada feromônio, criando trilhas que atraem outras formigas e as guiam em direção à fonte de alimento encontrada (Deneubourg et al., 1990). Considerando a movimentação aleatória de toda a colônia, e que outras formigas também encontrem outras fontes de alimento, ou que alcancem a mesma, mas por outros caminhos, é de se esperar que um grande número de trilhas de feromônio sejam criadas, umas mais curtas, outras mais longas, e que muitas se cruzem entre si. Como as rotas mais curtas exigirão menos tempo para serem percorridas, as formigas transitarão mais vezes por elas, depositando ainda mais feromônio pelo chão. A alta concentração dessa substância tornará essas trajetórias mais atrativas para a maioria das formigas, as quais tenderão a escolhê-las em detrimento dos caminhos mais longos e de baixa concentração. Um outro fator a ser considerado nesse processo é a taxa de evaporação do feromônio, que tende a reduzir, com o decorrer do tempo, a concentração nas trilhas. Dessa forma, se for dado tempo suficiente, notaremos que, globalmente, as formigas passarão a escolher as trilhas mais curtas; e, portanto, em um caso limite, tenderão a escolher a mais curta dentre todas as trajetórias disponíveis.

Essa importante habilidade encontrada em várias espécies de formiga, bem como em outros insetos que vivem em sociedade e que utilizam da estigmergia<sup>2</sup> para se comunicar e

<sup>2</sup>Alguns sistemas sociais na natureza, embora compostos por indivíduos simples e com capacidades limitadas, podem apresentar um comportamento coletivo inteligente na resolução de problemas baseado na auto-organização e na comunicação indireta entre esses indivíduos. Tal método de socialização é chamado de estigmergia (Crina e Ajith, 2006).

otimizar a exploração de recursos alimentares ao buscarem sempre a rota mais curta entre a fonte de comida e o formigueiro serviu como analogia para a proposta de Dorigo (1992) de um algoritmo destinado a resolução de problemas de otimização. Essa primeira versão foi chamada de *Ant System* (AS) e, apesar de ter gerado resultados considerados interessantes, não conseguia atingir a competitividade necessária para figurar entre outras meta-heurísticas melhor consolidadas na literatura. Com o passar dos anos, diversas variantes da ACO foram apresentadas, trazendo inúmeros aprimoramentos que aumentaram sua robustez de diversas maneiras. De acordo com Dorigo e Stützle (2019), grande parte dos algoritmos ACO mais recentes manteve cada vez menos explícita sua inspiração biológica, apesar de ainda herdarem um pouco da ideia original, e começaram a priorizar a necessidade de se atingir desempenhos cada vez melhores, ou de se tornarem, ao menos, mais competitivos em relação aos algoritmos tidos como estado-da-arte. Contudo, muitos aspectos do AS original ainda tipificam todos esses algoritmos, a saber: a necessidade de uma colônia de "agentes construtores"; o papel fundamental da autocatálise<sup>3</sup>; o comportamento cooperativo mediado pelas trilhas de feromônio; a construção probabilística das soluções influenciada pelas trilhas de feromônio e por informações heurísticas; a atualização do modelo de feromônio baseada na qualidade da solução; e a evaporação do feromônio.

Os agentes construtores implementados nos algoritmos ACO, também chamados de formigas artificiais, são os procedimentos estocásticos que constroem modelos perturbando, iterativamente, as soluções parciais geradas, considerando (1) as trilhas de feromônio artificial, as quais se alteram dinamicamente a cada iteração e refletem a experiência de busca acumulada; e (2) as informações heurísticas, quando disponíveis, a respeito do problema em questão. As trilhas de feromônio influenciam na distribuição de probabilidades sobre o espaço de busca, determinando quais partes serão efetivamente amostradas, ou seja, destacam as regiões onde as soluções construídas são "localizadas" com maior frequência. De acordo com Socha e Dorigo (2008), isso permite que as formigas construam uma ampla variedade de soluções parciais e, conseqüentemente, explorem muito mais o espaço de busca. Em contrapartida, o emprego de informações heurísticas, as quais nem sempre estão disponíveis na maioria dos problemas, pode orientar as formigas em direção às soluções mais promissoras. Como o ACO se propõe a resolver problemas muito mais complexos do que os enfrentados por formigas reais, certas capacidades especiais foram dadas às formigas artificiais, tais como: uma memória, utilizada para a implementação de restrições ao problema através de informações heurísticas e para a construção de suas soluções; e a capacidade de depositar uma quantidade de feromônio proporcional à qualidade do modelo parcial construído (um

---

<sup>3</sup>Um processo autocatalítico é aquele em que uma decisão tomada no tempo  $t$  aumenta a probabilidade de que a mesma decisão seja tomada em um tempo  $t' > t$  (Dorigo e Stützle, 2019).

comportamento similar é observado também em algumas espécies de formigas reais, em que a quantidade de feromônio depositado enquanto retornam ao formigueiro é proporcional à qualidade da fonte de comida encontrada (Beckers et al., 1993)).

## 1.2 A família ACO dentre os métodos de escopo global

### 1.2.1 ACO, PSO e Algoritmos Genéticos

Os algoritmos ACO podem ser classificados como uma forma de meta-heurística de otimização colaborativa que se aproxima mais dos algoritmos genéticos do que dos algoritmos PSO (sigla em inglês para *Particle Swarm Optimization*). Essa afirmação se baseia na estrutura e nos mecanismos de busca utilizados por cada um desses métodos. Nos ACO, o processo de busca é inspirado no comportamento de forrageamento das formigas, onde múltiplos agentes (as formigas artificiais) interagem em um ambiente compartilhado e utilizam a informação acumulada (memória) na forma de feromônio para guiar suas decisões. Essa abordagem colaborativa permite que as formigas explorem o espaço de soluções de maneira eficiente, reforçando caminhos que já demonstraram ser promissores. Por outro lado, os algoritmos genéticos também operam em uma população de soluções, evoluindo-as por meio de operadores de seleção, cruzamento e mutação, mas sem a necessidade de um mecanismo de comunicação indireta como o feromônio. Em contraste, o PSO se concentra na atualização de posições individuais com base em informações pessoais e sociais, o que resulta em um modelo de otimização mais dinâmico e menos colaborativo. Portanto, enquanto os algoritmos ACO e genéticos compartilham a ideia de uma população colaborativa, o PSO se distingue por sua abordagem centrada no desempenho individual e na interação direta entre partículas.

### 1.2.2 ACO, Monte Carlo e *Simulated Annealing*

A relação entre os algoritmos ACO e os métodos Monte Carlo e *Simulated Annealing* reside na utilização deles em problemas de otimização, embora cada técnica adote uma abordagem metodológica distinta. Os métodos Monte Carlo utilizam a aleatoriedade para explorar um espaço de soluções, frequentemente em contextos de otimização global. Eles são particularmente eficazes para problemas onde a função objetivo é complexa ou onde as soluções não podem ser facilmente representadas. Por outro lado, o *Simulated Annealing* utiliza um critério de aceitação probabilística, permitindo que o algoritmo aceite soluções inferiores temporariamente para evitar mínimos locais, uma característica que também é

relevante nos ACO, onde a atualização do feromônio pode ser influenciada por soluções sub-ótimas. Apesar dessas semelhanças, os algoritmos ACO se destacam por sua natureza colaborativa e pela construção iterativa de soluções baseada na experiência acumulada das formigas.

### 1.3 O Problema Inverso

O problema de otimização de variáveis contínuas, também chamado de problema inverso no contexto geofísico, foi descrito matematicamente por Socha e Dorigo (2008) da maneira que se segue.

**Definição.** Um modelo  $Q = (\mathbf{S}, \Omega, f)$  de um problema de otimização contínua é constituído de:

- um espaço de busca  $\mathbf{S}$  definido sobre um conjunto finito de variáveis de decisão contínuas e um conjunto  $\Omega$  de restrições entre as variáveis;
- uma função objetivo  $f : \mathbf{S} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$  a ser minimizada.

Nesse sentido, dado um conjunto de variáveis contínuas  $s_i \in \mathbb{R}$ ,  $i = 1, \dots, k$ , a solução candidata  $\mathbf{s} \in \mathbf{S}$  de componentes  $s_i$  e que satisfaz todas as restrições no conjunto  $\Omega$  será uma possível solução para o problema em questão. Uma solução  $\mathbf{s}^* \in \mathbf{S}$  será chamada de *ótimo global* se, e somente se,  $f(\mathbf{s}^*) \leq f(\mathbf{s})$ ,  $\forall \mathbf{s} \in \mathbf{S}$ . O conjunto de todas as soluções globalmente ótimas é denotado por  $\mathbf{S}^* \subseteq \mathbf{S}$ . Por conseguinte, a resolução de um problema de otimização contínua exige que se encontre, pelo menos, uma dessas soluções  $\mathbf{s}^* \in \mathbf{S}^*$ .

### 1.4 O Algoritmo $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$

O  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  — acrônimo para *Ant Colony Optimization for Continuous Domains* — foi desenvolvido por Socha e Dorigo (2008) e é, atualmente, considerado o mais popular dentre os algoritmos *Ant Colony Optimization* utilizados em problemas de otimização com espaços de busca contínuos (Liao et al., 2011). Ele implementa um modelo de feromônio baseado em funções densidade de probabilidade (PDFs, do inglês, *Probability Density Functions*); e a construção de novos modelos parciais pelas formigas artificiais é realizada de maneira incremental, variável por variável, dividida em duas etapas executadas de maneira iterativa. A ideia é que essas formigas artificiais sejam, inicialmente, distribuídas pelo espaço de busca para que, iterativamente, construam trajetórias ótimas que tenderão a conectar todas elas, por fim, ao melhor candidato a ponto mínimo global.

Dentre as diferentes variantes ACO para otimização em domínios contínuos, há muitos outros algoritmos disponíveis, tais como o *fuzzy heuristic based ACO* (Shokouhifar, 2021), o *continuous ACO* (CACO) (Bilchev e Parmee, 1995), o *continuous interacting ant colony* (CIAC) (Dréo e Siarry, 2004), o *multivariate ACO* (MACACO) (França et al., 2008), o API (Monmarché et al., 2000) e o *ACO for continuous domains with aggregation pheromones metaphor* (Tsutsui, 2004), os quais têm sido amplamente empregados em contextos diversos. A escolha do  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  para o presente trabalho foi devido ao seu melhor desempenho diante de outras variantes ACO como o CACO, o API e o CIAC (Socha e Dorigo, 2008), e também porque é uma das poucas variantes que segue fielmente a formulação original da meta-heurística ACO.

### 1.4.1 O Modelo de Feromônio do $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$

O componente central dos algoritmos ACO é o seu modelo de feromônio. Para a representação desse modelo, o  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  parte da ideia proposta por Guntch e Middendorf (2002), chamada de *Population-Based Ant Colony Optimization* (PB-ACO). Nesse sentido, para cada solução parcial  $\mathbf{s}_j$ ,  $j = 1, \dots, k$ , de um problema  $n$ -dimensional, o  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  armazena em um arquivo  $T$  os valores de suas  $n$  variáveis juntamente com o valor da função objetivo  $f(\mathbf{s}_j)$  e o valor de um peso  $\omega_j$  correspondente, o qual será discutido a seguir. Esse arquivo de soluções é construído como mostrado na Figura 1.2, em que a  $i$ -ésima variável da  $j$ -ésima solução é, então, denotada por  $s_j^i$ . Como propõe Socha e Dorigo (2008), essas soluções serão utilizadas para gerar, dinamicamente, PDFs sobre o espaço de busca.

A princípio, o arquivo de soluções é preenchido com  $k$  soluções geradas aleatoriamente usando-se uma distribuição uniforme. Estas serão, então, classificadas de acordo com seus respectivos valores dados pela função objetivo (do menor para o maior, por se tratar de um problema de minimização, sendo os empates resolvidos aleatoriamente). Em seguida, o algoritmo, iterativamente, ampliará esse arquivo  $T$ , gerando  $m$  novas soluções. Dentre as  $k + m$  soluções parciais disponíveis, o  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  mantém somente as  $k$  melhores, descartando as demais. Nesse passo, se nenhum dos critérios de parada for atendido, uma nova geração de  $m$  soluções é construída para uma próxima reorganização do arquivo  $T$ . Pode-se notar que esse procedimento é equivalente à execução de duas ações específicas, a saber: (i) a priorização das PDFs que conduzem a soluções mais promissoras — a atualização positiva — e (ii) o descarte gradual das outras PDFs, isto é, o "esquecimento" das que conduzem a soluções ruins — a atualização negativa.

Para adaptar a meta-heurística ACO ao trato de espaços de busca contínuos, fez-se necessário modificar o modelo probabilístico utilizado no processo de amostragem das soluções

$\mathbf{s}_1$	$s_1^1$	$s_1^2$	$\cdot \cdot \cdot$	$s_1^i$	$\cdot \cdot \cdot$	$s_1^n$	$f(\mathbf{s}_1)$	$\omega_1$
$\mathbf{s}_2$	$s_2^1$	$s_2^2$	$\cdot \cdot \cdot$	$s_2^i$	$\cdot \cdot \cdot$	$s_2^n$	$f(\mathbf{s}_2)$	$\omega_2$
	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
$\mathbf{s}_l$	$s_l^1$	$s_l^2$	$\cdot \cdot \cdot$	$s_l^i$	$\cdot \cdot \cdot$	$s_l^n$	$f(\mathbf{s}_l)$	$\omega_l$
	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
$\mathbf{s}_k$	$s_k^1$	$s_k^2$	$\cdot \cdot \cdot$	$s_k^i$	$\cdot \cdot \cdot$	$s_k^n$	$f(\mathbf{s}_k)$	$\omega_k$
	$G^1$	$G^2$		$G^i$		$G^n$		

Figura 1.2: O arquivo de soluções mantido pelo  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$ . As soluções são ordenadas no arquivo de acordo com sua qualidade, ou seja, para um problema de minimização,  $f(\mathbf{s}_1) \leq f(\mathbf{s}_2) \leq f(\mathbf{s}_3) \leq \dots \leq f(\mathbf{s}_j) \leq \dots \leq f(\mathbf{s}_k)$ . Cada solução  $\mathbf{s}_j$  terá associado um peso  $\omega_j$  proporcional à sua qualidade. Portanto,  $\omega_1 \geq \omega_2 \geq \omega_3 \geq \dots \geq \omega_j \geq \dots \geq \omega_k$ . A PDF  $G^i$  é construída usando-se somente a  $i$ -ésima coordenada de todas as  $k$  soluções do arquivo (Socha e Dorigo, 2008).

candidatas, de forma que estas fossem geradas como vetores do espaço  $\mathbb{R}^n$ . Dessa forma, os modelos de feromônio propostos passaram a definir uma PDF que determina a chance de se escolher certas regiões do espaço de busca quando vetores soluções aleatórios são criados. Essa chance tende a ser proporcional à qualidade relativa, determinada em iterações anteriores, de tais regiões. Geralmente, adota-se uma PDF do tipo distribuição gaussiana, cuja abertura (variância) corresponde ao grau de dispersão das novas soluções aleatórias em torno de determinados pontos centrais. Dessa forma, cada vetor solução é criado através da amostragem de variáveis aleatórias gaussianas, uma por vez, para cada dimensão do problema. Segundo França et al. (2008), as diferenças entre às diversas abordagens relatadas na literatura se resumem, basicamente, a como elas atualizam o centro e a variância dessas PDFs gaussianas. Seu uso possui certas vantagens — como uma relativa facilidade na geração de números aleatórios a partir dela — mas, também, possui algumas desvantagens — como o fato de, por apresentar apenas um ponto de máximo, uma única PDF gaussiana não ser capaz de descrever uma situação em que duas regiões distintas do espaço de busca

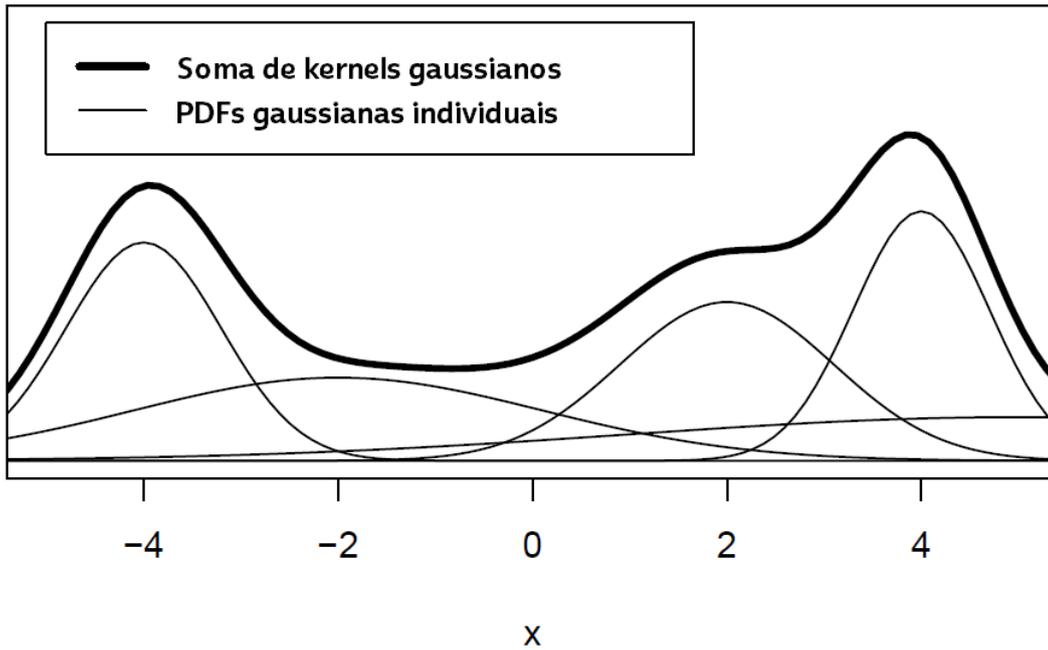


Figura 1.3: Exemplo com cinco PDFs gaussianas e a soma delas — soma de núcleos gaussianos — no intervalo  $(-5, 5)$  (Socha, 2004).

possuam pontos promissores. Por causa disso, o  $ACO_{\mathbb{R}}$  emprega, na verdade, uma soma ponderada de núcleos gaussianos, denotada por  $G^i$  e descrita por

$$G(x, \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\mu}^i, \boldsymbol{\sigma}^i) = \sum_{j=1}^k \omega_j g_j^i(x, \mu_j^i, \sigma_j^i), \quad (1.1)$$

em que  $\boldsymbol{\omega}$  é o vetor de pesos  $\omega_j$  associados às componentes  $g_j^i$  da soma;  $\boldsymbol{\mu}^i$  é um vetor de médias, que nesse algoritmo, a cada passo  $i$ , ele será constituído pelas componentes  $s_j^i$  de todas as soluções do arquivo  $T$ , ou seja,

$$\boldsymbol{\mu}^i = \{s_1^i, \dots, s_k^i\};$$

e  $\boldsymbol{\sigma}$  é o vetor de desvios padrões. As dimensões de todos esses vetores são iguais ao número de soluções contidas no arquivo  $T$  e, conseqüentemente, iguais ao número de PDFs gaussianas que constituem a soma  $G^i$  ( $\dim \boldsymbol{\omega} = \dim \boldsymbol{\mu}^i = \dim \boldsymbol{\sigma}^i = k$ ). Quanto maior for o número  $k$ , maior será a complexidade das distribuições que serão descritas pelas PDFs gaussianas. Sendo mais preciso, a maioria das distribuições descritas pelas somas  $G^i$  possuirão  $k$  máximos locais.

Essa soma  $G^i$  de núcleos gaussianos fornece uma distribuição de probabilidades que permite uma relativa facilidade na geração de números aleatórios, e proporciona uma maior flexibilidade para o possível formato da superfície  $n$ -dimensional gerada, como pode ser visualizado, como exemplo, na Figura 1.3. A atualização do modelo de feromônio, isto

é, do arquivo  $T$  de soluções, é um processo de modificar gradualmente as distribuições de probabilidade utilizadas pelas formigas durante o processo de construção, de forma a guiá-las em direção a melhores soluções (Socha, 2004).

### 1.4.2 A Construção das Soluções pelo $ACO_{\mathbb{R}}$

Em um determinado passo  $i$ , uma formiga gera um número aleatório de acordo com a  $i$ -ésima  $G^i$  e isso é executado, basicamente, em dois estágios.

Primeiro, uma formiga, probabilisticamente, escolhe uma das  $k$  soluções do arquivo  $T$ . A probabilidade de a  $j$ -ésima solução ser escolhida é dada por:

$$p_j = \frac{\omega_j}{\sum_{l=1}^k \omega_l}, \quad (1.2)$$

em que o  $\omega_j$ , para cada  $s_j$ , é calculado de acordo com a equação:

$$\omega_j = \frac{1}{qk\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{j-1}{qk} \right)^2 \right], \quad (1.3)$$

a qual representa uma PDF gaussiana de argumento  $j$ , média 1.0 e desvio padrão  $qk$ , cujo  $q > 0$  é um parâmetro do algoritmo. Quando  $q$  for pequeno, as soluções pior ranqueadas serão fortemente preteridas, enquanto que, quando  $q$  for grande, as probabilidades se tornarão mais uniformes.

O segundo estágio consiste na amostragem nas adjacências em torno do valor de cada  $s_j^i$  da solução parcial selecionada para, então, atribuir valores às  $i$ -ésimas variáveis das  $m$  novas soluções. Essa amostragem é realizada empregando-se a PDF gaussiana  $g_j^i$ , correspondente ao  $\omega_j$  escolhido, dada por

$$g_j^i(x, \mu_j^i, \sigma_j^i) = \frac{1}{\sigma_j^i \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x - \mu_j^i}{\sigma_j^i} \right)^2 \right]. \quad (1.4)$$

Todos os elementos  $\sigma_j^i$  do vetor  $\sigma^i$  são dados por

$$\sigma_j^i = \xi \sum_{r=1}^k \frac{|s_r^i - s_j^i|}{k-1}, \quad (1.5)$$

que representa a distância média entre o valor da  $i$ -ésima variável da  $j$ -ésima solução e os valores das  $i$ -ésimas variáveis das outras soluções do arquivo, multiplicada por um parâmetro  $\xi > 0$ . Esse parâmetro tem um efeito similar àquele da *persistência do feromônio* nos algoritmos ACO clássicos (Liao et al., 2013), ou seja, quanto maior for o valor de  $\xi$ , menor será a velocidade de convergência do algoritmo.

Todo esse processo é repetido para cada uma das  $n$  dimensões por cada uma das  $m$  formigas. Dessa forma, uma nova geração de soluções é, então, construída em torno de uma solução pré-existente.

## 1.5 O Método de Inversão Linearizada

O método da inversão linearizada (LI, do inglês *Linearized Inversion*) se propõe a, dado um problema não linear, linearizar a função de tal problema em torno da estimativa parcial de parâmetros desconhecidos (um vetor) através da expansão em série de Taylor de primeira ordem e, portanto, tornar um problema de minimização não linear em uma simples equação quadrática. Além de ser muito mais simples e direta a minimização desta função quadrática resultante, torna-se possível, principalmente, evitar a manipulação das segundas derivadas da função original, o que seria, computacionalmente, bastante custoso.

Nos problemas inversos lineares, a superfície de erro corresponde a um parabolóide com ponto de mínimo, bastando, dessa forma, para se atingir o ponto ótimo do problema, aplicar um algoritmo gradiente, ou conjugado gradiente. Em contrapartida, nos problemas não lineares, a função objetivo descreve uma superfície de erro rugosa, com inúmeros ótimos locais. Nesse tipo de contexto, é possível, de fato, a linearização do problema, de forma que, em qualquer região dessa superfície, pode-se obter o modelo associado ao mínimo de um parabolóide "virtual", aceitá-lo como modelo corrente e reiterar o processo até se atingir o ponto de mínimo mais próximo do modelo inicial. Aplicando-se o método de inversão linearizada, esse parabolóide é gerado a partir da expansão em série de Taylor de primeira ordem dos resíduos entre os dados.

Considerando um modelo de referência  $\mathbf{m}_j$  e uma perturbação  $\Delta\mathbf{m}_j$ , os vetores de dado predito e de dado observado podem ser obtidos através do operador de modelagem direta  $\mathbf{g}$ , respectivamente, pelas relações

$$\mathbf{d}^{pre} = \mathbf{g}(\mathbf{m}_j) \quad (1.6)$$

e

$$\mathbf{d}^{obs} = \mathbf{g}(\mathbf{m}_j + \Delta\mathbf{m}_j). \quad (1.7)$$

Expandindo  $\mathbf{g}$  em série de Taylor em torno de  $\mathbf{m}_j$ , obtêm-se (Sen e Stoffa, 2013):

$$\mathbf{g}(\mathbf{m}_j + \Delta\mathbf{m}_j) \approx \mathbf{g}(\mathbf{m}_j) + \left. \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \right|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}_j} \Delta\mathbf{m}_j. \quad (1.8)$$

Usando as Equações 1.6 e 1.7, a Equação 1.8 pode ser expressa como

$$\mathbf{d}^{obs} = \mathbf{d}^{pre} + \left. \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}} \right|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}_j} \Delta\mathbf{m}_j \quad (1.9)$$

ou, em uma notação matricial mais compacta, como

$$\Delta \mathbf{d}_j = \mathbf{G}_j \Delta \mathbf{m}_j, \quad (1.10)$$

a qual relaciona linearmente o ruído no dado,  $\Delta \mathbf{d}_j = \mathbf{d}^{obs} - \mathbf{d}^{pre}$ , e a perturbação no modelo,  $\Delta \mathbf{m}_j$ .  $\mathbf{G}_j$  é a matriz sensibilidade ou matriz de derivadas parciais de primeira ordem de um modelo sintético em relação a um modelo de referência  $\mathbf{m}_j$ .

O passo seguinte é computar o erro quadrático associado ao vetor

$$\mathbf{e}_j = \Delta \mathbf{d}_j - \mathbf{G}_j \Delta \mathbf{m}_j,$$

dado por

$$E(\Delta \mathbf{m}_j) = \mathbf{e}_j^T \mathbf{e}_j = (\Delta \mathbf{d}_j - \mathbf{G}_j \Delta \mathbf{m}_j)^T (\Delta \mathbf{d}_j - \mathbf{G}_j \Delta \mathbf{m}_j). \quad (1.11)$$

Minimizando  $E$  em relação a  $\Delta \mathbf{m}_j$ , isto é,

$$\frac{\partial E(\Delta \mathbf{m}_j)}{\partial \Delta \mathbf{m}_j} = \mathbf{0},$$

obtêm-se as equações normais

$$\mathbf{G}_j^T \mathbf{G}_j \Delta \mathbf{m}_j = \mathbf{G}_j^T \Delta \mathbf{d}_j, \quad (1.12)$$

cujas soluções  $\Delta \mathbf{m}_j$  é obtida a partir do gradiente conjugado.

A partir da solução das EN,  $\Delta \mathbf{m}$ , torna-se possível calcular o modelo correspondente ao mínimo do paraboloide "virtual", dado por

$$\mathbf{m}^* = \mathbf{m}_j + \Delta \mathbf{m}.$$

O novo modelo é avaliado, calculando-se  $E(\mathbf{m}^*)$  e aplicando o seguinte critério: se  $E(\mathbf{m}^*) < E(\mathbf{m}_j)$ , esse novo modelo é utilizado para atualizar o modelo corrente, ou seja,  $\mathbf{m}_{j+1} = \mathbf{m}^*$ . Dessa forma, as iterações continuam até que não seja mais possível a minimização da função objetivo e os valores começarem a aumentar. Nesse ponto, o mínimo local terá sido alcançado.

## 1.6 O Algoritmo Híbrido ACO<sub>ℝ</sub>-LI

Como apontam Dorigo e Stützle (2019), muitos estudos experimentais mostraram que a combinação de uma heurística construtiva adaptativa probabilística — que é o caso dos algoritmos ACO — com um algoritmo de busca local, quando bem implementada, pode

gerar excelentes resultados. Portanto, para se desenvolver uma eficiente metodologia de hibridização, é imprescindível a escolha de métodos de busca global e local eficientemente adequados.

Em geral, algoritmos de busca global utilizam informações globalmente acessíveis a respeito da superfície descrita pela função objetivo para computar as atualizações sobre os modelos correntes. Tais métodos não costumam ser muito sensíveis à escolha do modelo inicial e, ocasionalmente, acabam aceitando modelos ruins, fato que, justamente, permite a fuga de mínimos locais. Além disso, felizmente, não exigem o cálculo das matrizes jacobianas ou hessianas. Todavia, sua principal desvantagem é o alto custo computacional envolvido (Chunduru et al., 1997). Já os algoritmos de busca local são, em sua maioria, determinísticos e fazem uso do gradiente (matriz jacobiana) — e em alguns casos, da matriz hessiana — para computar as atualizações sobre as soluções parciais. Exigem excelentes modelos iniciais, pois executam a busca, na direção do gradiente, pelo mínimo local mais próximo. No entanto, dado um bom modelo inicial, será quase certa a obtenção da melhor solução para o problema. Nesse sentido, os algoritmos híbridos são potencialmente capazes de fazer uso das principais vantagens de ambos os métodos global e local, ou seja, eles não exigem bons modelos iniciais para se obter boas soluções, bem como geram um custo computacional relativamente menor.

Diferentes abordagens para a otimização híbrida podem ser adotadas baseando-se na forma como o algoritmo de busca local será combinado ao de busca global. No presente trabalho, o método híbrido, aqui chamado de  $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI, será conduzido, primariamente, pelo algoritmo  $ACO_{\mathbb{R}}$ , enquanto que o chamado método de inversão linearizada (busca local) será aplicado sobre o resultado daquele, de forma a gerar um produto final mais refinado.

Tabela 1.1: Algoritmo  $ACO_{\mathbb{R}}$ .**Algoritmo  $ACO_{\mathbb{R}}$ .**

**Requisitos:**  $\xi$ ,  $q$ ,  $k$ ,  $m$ , ***ant\_min***, ***ant\_max***,  $max\_iter$ , critério de reinicialização (opcional), critério de parada.

Amostragem dos  $k$  modelos iniciais (distribuição uniforme).

$$ant\_min^i \leq s_j^i \leq ant\_max^i.$$

Construção do arquivo  $T$  (Figura 1.2).

Cálculo da função objetivo  $f(\mathbf{s}_j)$ .

Ranqueamento dos modelos candidatos de acordo com os valores de  $f(\mathbf{s}_j)$ .

Cálculo dos pesos  $\omega_j$  (Equação 1.3).

**Do while** Critério de parada ou  $max\_iter$  não atingida

Sorteio de um modelo parcial do arquivo  $T$  (Equação 1.2).

Construção de  $m$  novos modelos.

Construção iterativa de  $n$  PDFs.

$$\mu_{selected}^i = s_{selected}^i \text{ (Equação 1.4).}$$

Cálculo de  $n$  valores de  $\sigma_j^i$  (Equação 1.5).

Amostragem, em cada dimensão, de  $m$  parâmetros.

$$ant\_min^i \leq s_j^i \leq ant\_max^i.$$

Expansão do arquivo  $T$  ( $k + m$  modelos parciais) e novo ranqueamento ( $f(\mathbf{s}_j)$ ,  $\omega_j$ ).

Permanência dos  $k$  melhores modelos parciais e descarte dos demais.

Avaliação dos melhores modelos correntes ( $s_B^i = s_1^i$ ).

Registro do melhor modelo global,  $\mathbf{s}_{GB}$ .

**Estagnação\*:** Critério de reinicialização.

# 2

## O Método Elétrico

### 2.1 Dados de Resistividade

Segundo Kearey et al. (2002), os métodos elétricos, há muito tempo, são amplamente empregados em inúmeros estudos ambientais, hidrogeológicos e de engenharia, e isso se dá, principalmente, pelo baixo custo e simplicidade relacionados à aquisição de dados. Alguns métodos desse tipo fazem uso de campos naturais que se estabelecem no interior da Terra, enquanto que outros requerem a inserção em subsuperfície de correntes elétricas artificialmente geradas. O método da resistividade está entre esses últimos, e é utilizado comumente no estudo de discontinuidades horizontais e verticais, bem como na detecção de corpos tridimensionais com condutividades elétricas anômalas.

Diferentemente dos métodos eletromagnéticos, que fazem uso de campos alternados de alta frequência, os métodos elétricos utilizam correntes contínuas ou alternadas de baixa frequência na investigação das propriedades elétricas de subsuperfície. No caso do método da resistividade, correntes elétricas são introduzidas na superfície, sobre a região de interesse, e as diferenças de potencial resultantes são medidas e registradas. Como essas correntes também são registradas, torna-se possível a determinação das *resistividades aparentes* ou *efetivas* (Telford et al., 1990).

A resistividade é a propriedade física com o mais amplo intervalo de variação (Kearey et al., 2002). Certos minerais, tais como os metais nativos e, também, a grafita, conduzem eletricidade via fluxo eletrônico. Todavia, a maioria dos minerais formadores de rocha são isolantes, e, portanto, as correntes elétricas poderão ser conduzidas através das rochas majoritariamente via fluxo eletrolítico no interior dos poros rochosos preenchidos por água.

Minerais e rochas	Intervalo de resistividades ( $\Omega m$ )
Mármore	$> 10^{12}$
Quartzo	$> 10^{10}$
Evaporito	$10^6 - 10^7$
Granito	$5000 - 10^6$
Arenito	$35 - 4000$
Calcário	$120 - 400$
Argila	$1 - 120$
Pirrotita	$10^{-5} - 10^{-3}$
Calcopirita	$10^{-4} - 10^{-1}$
Pirita	$10^{-4} - 10$
Magnetita	$10^{-2} - 10$
Hematita	$10^{-1} - 10^2$
Galena	$10^{-2} - 300$
Esfalerita	$> 10^4$

Tabela 2.1: Intervalos de resistividade de alguns minerais e rochas (Parasnis, 2012).

Dessa forma, a presença de espaços intersticiais afeta significativamente a resistividade da rocha, ou seja, uma redução no volume efetivo dos poros acarreta em um aumento da resistividade. Indo além, há, também, a condução por correntes de polarização geradas por rochas e minerais que retêm excessos de cargas superficiais.

Considerando, então, o caso em que correntes elétricas fluem radialmente, a partir de um eletrodo na superfície, em um semiespaço homogêneo, a distribuição de correntes resultante será uniforme em hemisférios centrados no eletrodo, e, portanto, a *Lei de Ohm* (Griffiths, 2017), em coordenadas esféricas, assume o formato de

$$\frac{\partial V}{\partial r} = -\rho \frac{I}{2\pi r^2}, \quad (2.1)$$

em que  $I$  é a intensidade de corrente, e o potencial  $V$  é, finalmente, obtido através da integração

$$\int_{\infty}^r \frac{\partial V}{\partial \tilde{r}} d\tilde{r} = \frac{\rho I}{2\pi} \int_{\infty}^r \left( \frac{-1}{\tilde{r}^2} \right) d\tilde{r},$$

resultando em

$$V = \frac{\rho I}{2\pi r}. \quad (2.2)$$

A Equação 2.2 permite o cálculo do potencial em qualquer ponto do semiespaço, e as superfícies hemisféricas centradas no eletrodo marcam, assim, superfícies equipotenciais.

Dessa forma, em um levantamento hipotético, um potencial  $V_C$  detectado por um eletrodo  $C$  é a soma das contribuições  $V_A$  e  $V_B$  produzidas pelos eletrodos de corrente  $A$  e  $B$ ,

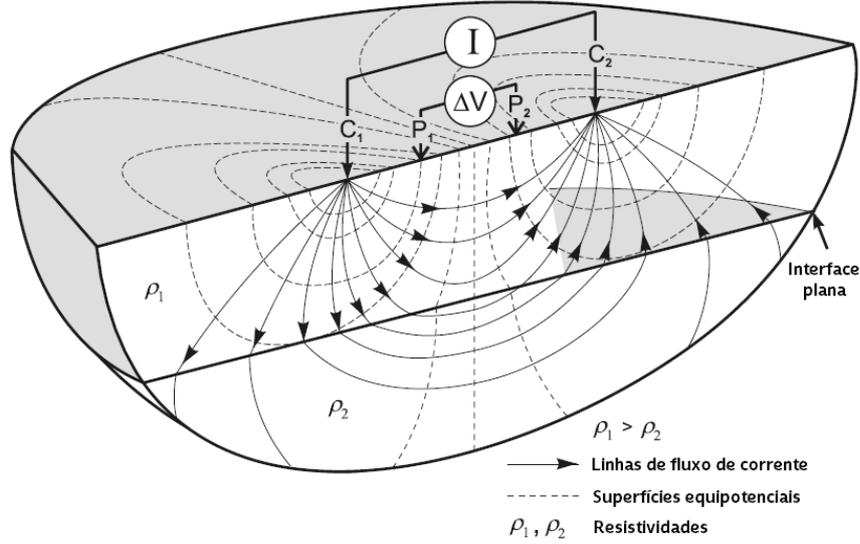


Figura 2.1: Arranjo genérico e esquemático de quatro eletrodos (Knödel et al., 2007) (adaptado).

isto é,  $V = V_A + V_B$ . Logo, obtemos

$$V_C = \frac{\rho I}{2\pi} \left( \frac{1}{r_{CA}} - \frac{1}{r_{CB}} \right), \quad (2.3)$$

e, similarmente, para um segundo eletrodo de potencial  $D$ , sob as mesmas condições, tem-se

$$V_D = \frac{\rho I}{2\pi} \left( \frac{1}{r_{DA}} - \frac{1}{r_{DB}} \right). \quad (2.4)$$

Valores absolutos de potencial, em si, não possuem sentido prático. O que importa, realmente, é a diferença de potencial entre duas posições de interesse. Portanto, as medidas realizadas são referentes às diferenças de potencial entre os dois eletrodos  $C$  e  $D$ , levando-se à seguinte equação:

$$\Delta V = V_C - V_D = \frac{\rho I}{2\pi} \left[ \left( \frac{1}{r_{CA}} - \frac{1}{r_{CB}} \right) - \left( \frac{1}{r_{DA}} - \frac{1}{r_{DB}} \right) \right], \quad (2.5)$$

e, conseqüentemente, a

$$\rho = \frac{2\pi \Delta V}{I} \left[ \left( \frac{1}{r_{CA}} - \frac{1}{r_{CB}} \right) - \left( \frac{1}{r_{DA}} - \frac{1}{r_{DB}} \right) \right]^{-1}. \quad (2.6)$$

Assim, em um meio homogêneo e isotrópico, a resistividade calculada pela Equação 2.6 será invariante, independentemente da configuração dos eletrodos dispostos na superfície. Todavia, em um meio real, de subsuperfície heterogênea, a resistividade variará com as posições relativas entre os eletrodos, devido, justamente, às disposições de tais heterogeneidades. Esses valores calculados a partir dos valores de potencial e corrente são chamados de resistividades aparentes ( $\rho = \rho_a$ ), as quais são dadas pela Equação 2.6 para qualquer arranjo de

eletrodos. Quanto maior o afastamento entre os eletrodos de corrente, maior tende a ser a profundidade de investigação do método. De acordo com Kearey et al. (2002), esse afastamento deve ser determinado de tal maneira que (1) as correntes sejam capazes de alcançar a profundidade desejada; e que (2) esse afastamento seja, no mínimo, igual a tal profundidade. Tais limitações práticas são devido às dificuldades de se manipular grandes extensões de cabos e de se gerar correntes altas o suficiente para penetrar grandes profundidades.

## 2.2 Sondagem Elétrica Vertical

A sondagem elétrica vertical é uma metodologia empregada em levantamentos de dados de resistividade, principalmente nos estudos de interfaces horizontais ou quase horizontais (com ângulos de mergulho pequenos). Como a profundidade máxima de penetração da corrente varia com o afastamento entre os eletrodos de corrente, o procedimento de campo consiste na fixação de um ponto central a partir do qual o arranjo de eletrodos adotado se expanda lateralmente. De acordo com Bhattacharyya e Patra (1968) e Telford et al. (1990), quase todos os tipos de arranjo podem ser utilizados para essa metodologia (exceto o polo-dipolo), sendo o arranjo Schlumberger o mais conveniente e vantajoso, por exemplo, em relação ao arranjo Wenner, o qual é o mais utilizado em muitos países.

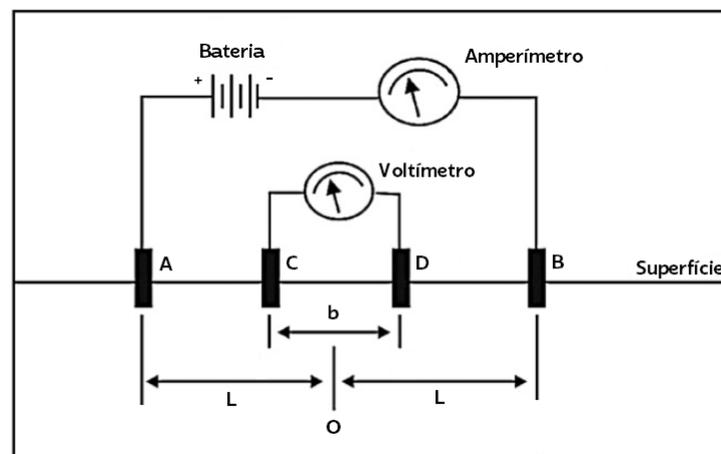


Figura 2.2: Arranjo Schlumberger de eletrodos centrado na origem (Raj et al., 2014)(adaptado).

O arranjo Schlumberger pode ser visualizado na Figura 2.2. A resistividade aparente, no emprego desse arranjo nos levantamentos de dados, é, portanto, obtida a partir da Equação 2.6, a qual assume o seguinte formato:

$$\rho_a = \frac{\pi \Delta V}{I} \left( \frac{L^2}{b} - \frac{b}{4} \right), \quad (2.7)$$

em que o afastamento  $b$  dos eletrodos de potencial é significativamente menor que o afastamento  $2L$  dos eletrodos de corrente. Destaca-se que, a partir do momento que  $2L$  começa a assumir valores muito grandes, torna-se necessário aumentar, também, o valor de  $b$ , com o propósito de manterem-se mensuráveis os valores das diferenças de potencial.

## 2.3 Modelagem 1-D de Dados de Sondagem Elétrica Vertical

Em geral, a diferença de potencial calculada sobre um modelo de multicamadas horizontais, e sem fontes ou sumidouros de correntes, é obtida a partir da solução da equação de Laplace em coordenadas cilíndricas (Griffiths, 2017), seguindo a simetria do campo elétrico em relação a linha vertical que passa pelo ponto que representa a posição de um eletrodo de corrente (Kearey et al., 2002). Dessa forma, de acordo com Sunde (1968), Koefoed (1979) e Ward (1988), a diferença de potencial  $\Delta V$  medida na superfície, para um arranjo quadripolar de eletrodos sobre uma sequência de duas camadas horizontais, é obtida através da equação

$$\Delta V = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^\infty K_{12}(\lambda) [J_0(\lambda r_{CA}) - J_0(\lambda r_{CB}) - J_0(\lambda r_{DA}) + J_0(\lambda r_{DB})] d\lambda, \quad (2.8)$$

sendo

$$K_{12}(\lambda) = \frac{1 - u_{12} \exp(-2\lambda z_1)}{1 + u_{12} \exp(-2\lambda z_1)}$$

e

$$u_{12} = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2},$$

em que  $\rho_1$  e  $\rho_2$  são, respectivamente, as resistividades da primeira e da segunda camada;  $z_1$  é a espessura da primeira camada;  $K(\lambda)$  é a *função kernel* da transformada de Hankel; e  $J_0(\lambda r)$  é uma função especial, conhecida como função de Bessel de primeira espécie e ordem zero, cujo comportamento é conhecido. Conseqüentemente, a resistividade aparente é determinada a partir da Equação 2.1, resultando em

$$\rho_a = \rho_1 \int_0^\infty K_{12}(\lambda) [r_{CA}^2 J_1(\lambda r_{CA}) - r_{CB}^2 J_1(\lambda r_{CB}) - r_{DA}^2 J_1(\lambda r_{DA}) + r_{DB}^2 J_1(\lambda r_{DB})] \lambda d\lambda, \quad (2.9)$$

em que  $J_1(\lambda r)$  é a função de Bessel de primeira espécie e ordem um (Butkov, 1973), obtida a partir da relação

$$J_1(\lambda r) + \frac{1}{\lambda} \frac{d}{dr} J_0(\lambda r) = 0.$$

Já para uma sequência de três camadas horizontais, a resistividade aparente é obtida a partir da equação

$$\rho_a = \rho_1 \int_0^\infty K_{123}(\lambda) [r_{CA}^2 J_1(\lambda r_{CA}) - r_{CB}^2 J_1(\lambda r_{CB}) - r_{DA}^2 J_1(\lambda r_{DA}) + r_{DB}^2 J_1(\lambda r_{DB})] \lambda d\lambda, \quad (2.10)$$

sendo

$$K_{123}(\lambda) = \frac{1 - u_{123} \exp(-2\lambda z_1)}{1 + u_{123} \exp(-2\lambda z_1)},$$

$$u_{12} = \frac{\rho_1 - \rho_2 K_{23}}{\rho_1 + \rho_2 K_{23}},$$

$$K_{23}(\lambda) = \frac{1 - u_{23} \exp(-2\lambda z_2)}{1 + u_{23} \exp(-2\lambda z_2)}$$

e

$$u_{23} = \frac{\rho_2 - \rho_3}{\rho_2 + \rho_3},$$

em que  $\rho_3$  é a resistividade da terceira camada, e  $z_2$  é a espessura da segunda camada.

E, finalmente, para uma sequência de  $n$  camadas horizontais, a resistividade aparente é dada por

$$\rho_a = \rho_1 \int_0^\infty K_{123\dots n}(\lambda) [r_{CA}^2 J_1(\lambda r_{CA}) - r_{CB}^2 J_1(\lambda r_{CB}) - r_{DA}^2 J_1(\lambda r_{DA}) + r_{DB}^2 J_1(\lambda r_{DB})] \lambda d\lambda, \quad (2.11)$$

em que

$$K_{123\dots n}(\lambda) = \frac{1 - \mu_{123\dots n} \exp(-2\lambda z_1)}{1 + \mu_{123\dots n} \exp(-2\lambda z_1)},$$

$$\mu_{123\dots n} = \frac{\rho_1 - \rho_2 K_{23\dots n}}{\rho_1 + \rho_2 K_{23\dots n}},$$

$$K_{(m-1)m\dots n}(\lambda) = \frac{1 - \mu_{(m-1)m\dots n} \exp(-2\lambda z_{m-1})}{1 + \mu_{(m-1)m\dots n} \exp(-2\lambda z_{m-1})},$$

$$\mu_{(m-1)m\dots n} = \frac{\rho_{m-1} - \rho_m K_{m(m+1)\dots n}}{\rho_{m-1} + \rho_m K_{m(m+1)\dots n}},$$

$$K_{(n-1)n}(\lambda) = \frac{1 - \mu_{(n-1)n} \exp(-2\lambda z_{n-1})}{1 + \mu_{(n-1)n} \exp(-2\lambda z_{n-1})}$$

e

$$\mu_{(n-1)n} = \frac{\rho_{n-1} - \rho_n}{\rho_{n-1} + \rho_n}.$$

A derivação dessas equações é arduamente detalhada em Sunde (1968).

## 2.4 Interpretação Qualitativa 1-D de Dados de Sondagem Elétrica Vertical

O objetivo da interpretação geofísica de dados de sondagem elétrica vertical é determinar a resistividade e a espessura das diversas camadas de um modelo geofísico a partir das curvas de resistividade aparente, e usar tais resultados para obter uma boa visualização das características geológicas da área investigada (Bhattacharyya e Patra, 1968).

Kearey et al. (2002) afirma que, de todos os métodos geofísicos, os dados de resistividade estão entre os mais difíceis de se interpretar qualitativamente, devido, basicamente, a toda complexidade envolvida no embasamento teórico da técnica. Assim como os métodos gravimétrico e magnetométrico, o método da resistividade trabalha com campos potenciais e, portanto, sofre de problemas similares de ambiguidade.

Como envolve um campo potencial, a resistividade aparente de qualquer estrutura é calculada através ou da obtenção de uma solução particular para a equação de Laplace com a utilização das condições de contorno que delimitam a estrutura em questão, ou por integração direta. Na prática, tais soluções são inviavelmente complexas. Consequentemente, uma abordagem simplificada é adotada, a princípio, de forma a se considerar o comportamento de campos elétricos de maneira similar ao comportamento da luz. Todavia, enfatiza-se que tal analogia com a óptica não se mantém válida para quaisquer casos.

Considerando-se, por exemplo, um arranjo de eletrodos do tipo Schlumberger na superfície de um modelo de duas camadas onde a camada 1 (superior) possui resistividade  $\rho_1$  e a camada 2 (inferior), resistividade  $\rho_2$ , com  $\rho_1 > \rho_2$ , ao atravessarem a interface entre as duas camadas, as linhas de corrente que fluíam na camada 1 são defletidas em direção à interface de maneira similar a ondas sísmicas refratadas, na medida que a camada 2, menos resistiva, oferece um caminho mais atrativo para as correntes. Nesse contexto, quando o afastamento entre os eletrodos é pequeno, a maioria das linhas de corrente flui pela camada superior, de maneira que o valor da resistividade aparente tende a  $\rho_1$ . Durante o aumento progressivo desse afastamento, mais e mais linhas de corrente passam pela camada inferior, e, portanto, a resistividade aparente passa a tender a  $\rho_2$ . Uma situação similar ocorre quando  $\rho_1 < \rho_2$ , embora, neste caso, a resistividade aparente se aproxima de  $\rho_2$  de maneira mais gradual, na medida que a camada 2 se mostra um caminho menos atrativo para as correntes fluírem.

Para modelos de três camadas, as curvas de resistividade aparente são mais complexas. Embora  $\rho_a$  tenda a  $\rho_1$  e a  $\rho_2$  para pequenos e grandes espaçamentos, respectivamente, entre os eletrodos de corrente, a presença da camada intermediária causa uma deflexão da curva nos espaçamentos intermediários. Para modelos de quatro camadas ou mais, as curvas de

resistividade aparente se tornam ainda mais complexas.

Em síntese, uma simples análise do comportamento da curva de resistividade aparente em função do afastamento entre os eletrodos de corrente pode fornecer estimativas a respeito das resistividades verdadeiras da camada mais rasa e da mais profunda, e indicar resistividades relativas para as camadas intermediárias do modelo.

# 3

## O Método Gravimétrico

### 3.1 Dados Gravimétricos

Os estudos de gravimetria dedicam-se a realizar medições de variações no campo gravitacional terrestre. A partir dessas medições, espera-se localizar corpos mássicos de maior ou menor densidade em relação às formações rochosas adjacentes, e, também, conseguir o máximo de informações a respeito desses corpos através das irregularidades no campo gravitacional da Terra.

Como Bejarano (2015) destaca, corpos mais densos contribuem mais fortemente para o campo gravitacional da Terra em detrimento dos menos densos, considerando-se uma mesma profundidade; bem como os corpos mais rasos contribuem mais que os mais profundos, considerando-se valores equivalentes de densidade. Todavia, variações na densidade são relativamente pequenas, e os efeitos gravitacionais de massas locais são muito pequenos comparados ao efeito do campo de fundo do planeta Terra como um todo (geralmente da ordem de 1 parte em  $10^6$  ou  $10^7$ ). Telford et al. (1990) aponta também que não é possível determinar uma fonte única, específica para uma certa anomalia observada. Observações normalmente são realizadas na superfície, porém levantamentos em profundidade, eventualmente, também são executados.

Ainda de acordo com Telford et al. (1990), a magnitude da aceleração gravitacional local depende da análise de cinco fatores: da latitude, da altitude, da topografia dos terrenos adjacentes, do efeito das marés, e da variação de densidade em subsuperfície. A aquisição gravimétrica dedica-se às anomalias provenientes do último fator, sendo estas, geralmente, muito menores que as perturbações causadas pelas diferenças de latitude e de altitude, em-

bora muito maiores que as anomalias geradas pelo efeito das marés e por efeitos topográficos (Telford et al., 1990). Felizmente, com boa acurácia, a maioria dos efeitos gerados pelos fatores que não são de interesse podem ser removidos.

Ademais, o potencial gravitacional satisfaz a equação de Laplace no espaço livre de massas, e satisfaz a equação de Poisson nas regiões que contém massa. Essas duas equações implicam que diversas formas de distribuições de massa podem gerar o mesmo campo potencial através de uma superfície (Telford et al., 1990); esse fato é frequentemente chamado de “ambiguidade inerente” da interpretação de dados gravimétricos. Ou seja, dispor de dados indiretos, como os gravimétricos, não diminui a complexidade matemática do problema geofísico, caracterizado, dessa forma, por muitos parâmetros. Logo, o conhecimento da geologia do local onde é realizado o levantamento é de fundamental importância na imposição de restrições e na validação do modelo geofísico.

## 3.2 Modelagem 2-D de Dados Gravimétricos

As equações 3.1 e 3.2 a seguir fornecem, respectivamente, o potencial e o campo gravitacionais na posição  $\mathbf{r}$  devido a um volume de massa de densidade  $\rho$  e centro de massa posicionado em  $\tilde{\mathbf{r}}$ :

$$U(\mathbf{r}, \tilde{\mathbf{r}}) = \gamma \int_V \frac{\rho}{\|\mathbf{r} - \tilde{\mathbf{r}}\|} dv \quad (3.1)$$

e

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}, \tilde{\mathbf{r}}) = \nabla U \quad (3.2)$$

$$= -\gamma \int_V \rho \frac{\tilde{\mathbf{r}}}{\|\mathbf{r} - \tilde{\mathbf{r}}\|^2} dv, \quad (3.3)$$

em que  $\gamma$  é a constante gravitacional e  $\nabla$  é aplicado como o operador gradiente (Blakely, 1996).

Os gravímetros medem a componente vertical — isto é, a componente  $Oz$  com crescimento no sentido do aumento da profundidade — do campo gravitacional. Em coordenadas cartesianas, temos, portanto,

$$g_z(x, y, z) = \frac{\partial U}{\partial z} \quad (3.4)$$

$$= -\gamma \iiint_V \rho(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) \frac{(z - \tilde{z}) d\tilde{x}d\tilde{y}d\tilde{z}}{\left(\sqrt{(x - \tilde{x})^2 + (y - \tilde{y})^2 + (z - \tilde{z})^2}\right)^3} \quad (3.5)$$

$$= \iiint_V \rho(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) \psi(x - \tilde{x}, y - \tilde{y}, z - \tilde{z}) d\tilde{x}d\tilde{y}d\tilde{z}, \quad (3.6)$$

em que a função

$$\psi(x, y, z) = -\gamma \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

é chamada de função de Green.

De acordo com Blakely (1996), na modelagem direta, vem à tona a dificuldade de aproximar contextos geológicos complexos usando formas geométricas simples o suficiente para tornar possível o cálculo da integral de volume por computadores. Na prática, divide-se a fonte gravitacional hipotética em  $N$  partes mais simples, convertendo a Equação 3.4 em

$$g_m = \sum_{n=1}^N \rho_n \psi_{mn}, \quad (3.7)$$

em que  $g_m$  representa o campo gravitacional no  $m$ -ésimo ponto de observação,  $\rho_n$  é a densidade da  $n$ -ésima parcela do corpo de massa e  $\psi_{mn}$  é o campo gravitacional com densidade unitária no  $m$ -ésimo ponto devido a  $n$ -ésima parcela.

### 3.2.1 Redução à Análise Bidimensional

Numa visão em mapa, em geral, estruturas geológicas tendem a se estender mais em uma direção do que na outra. Zonas de fraturas, falhas, diques, zonas de rifteamento, anticlinais etc, todas costumam se estender linearmente numa determinada direção, e as anomalias gravimétricas que produzem se manifestam de maneira linearmente similar. Se as anomalias são suficientemente lineares, pode ser possível considerar as fontes gravimétricas como completamente invariantes na direção paralela à direção mais longa. Assumindo que o eixo  $Oy$  é paralelo a essa direção invariante, resta apenas as dimensões  $x$  e  $z$  a serem consideradas, e o corpo é reduzido a duas dimensões.

Corpos bidimensionais são mais fáceis de conceitualizar e modelar do que suas contrapartes tridimensionais, o que traz uma vantagem para contextos geológicos que permitem tal abordagem. Um modo útil de aproximar essas situações é substituir a forma da seção transversal de corpos bidimensionais por polígonos simplificados. Partindo dos trabalhos de Hubbert (1948) e de Talwani et al. (1959), Blakely (1996) apresentou a derivação da equação que fornece o potencial gravitacional de um corpo bidimensional com densidade volumétrica  $\rho(x, z)$  dada por

$$U = 2\gamma \int_S \rho(S) \ln \frac{1}{r} dS, \quad (3.8)$$

em que a integração é feita sobre a superfície de seção transversal  $S$  e  $r$  é a distância perpendicular do ponto de observação até um elemento do corpo, dado por

$$r = \sqrt{(x - \tilde{x})^2 + (z - \tilde{z})^2}.$$

De modo simples, para obter a atração gravitacional vertical, transfere-se o ponto de observação para a origem e considera-se a densidade constante, chegando a

$$g = \frac{\partial U}{\partial z} = 2\gamma\rho \iint \frac{\tilde{z}}{\tilde{x}^2 + \tilde{z}^2} d\tilde{x}d\tilde{z}, \quad (3.9)$$

e, integrando sobre  $\tilde{x}$ , obtém-se

$$g = 2\gamma\rho \oint \left[ \arctan \left( \frac{\tilde{x}}{\tilde{z}} \right) \right] d\tilde{z}, \quad (3.10)$$

em que  $\tilde{x}_1$  e  $\tilde{x}_2$  são ambas funções de  $\tilde{z}$  e representam duas trajetórias distintas que juntas delimitam a superfície  $S$ .

Indo além, substituindo o perímetro suave de  $S$  por um polígono de  $N$  arestas, chega-se a

$$g = 2\gamma\rho \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \left[ \arctan \left( \frac{\tilde{x}}{\tilde{z}} \right) \right] d\tilde{z}, \quad (3.11)$$

em que  $z_n$  e  $z_{n+1}$  são as componentes  $z$  das duas extremidades da  $n$ -ésima aresta. Considerando  $\tilde{x}$  como uma função de  $\tilde{z}$  dada por

$$\tilde{x} = \alpha_n \tilde{z} + \beta_n,$$

em que

$$\alpha_n = \frac{x_{n+1} - x_n}{z_{n+1} - z_n}$$

e

$$\beta_n = x_n - \alpha_n z_n,$$

obtém-se

$$g = 2\gamma\rho \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \left[ \arctan \left( \frac{\alpha_n \tilde{z} + \beta_n}{\tilde{z}} \right) \right] d\tilde{z}$$

ou

$$g = 2\gamma\rho \sum_{n=1}^N \left\{ \frac{\pi}{2} (z_{n+1} - z_n) + \left( z_n \arctan \left( \frac{z_n}{x_n} \right) - z_{n+1} \arctan \left( \frac{z_{n+1}}{x_{n+1}} \right) \right) + \frac{\beta_n}{1 + \alpha_n^2} \left[ \ln \frac{\sqrt{x_{n+1}^2 + z_{n+1}^2}}{\sqrt{x_n^2 + z_n^2}} - \alpha_n \left( \arctan \left( \frac{z_{n+1}}{x_{n+1}} \right) - \arctan \left( \frac{z_n}{x_n} \right) \right) \right] \right\}. \quad (3.12)$$

O campo potencial de um prisma poligonal pode ser calculado a partir das coordenadas dos vértices do polígono como argumentos de funções arcotangentes e logarítmicas, ou seja, tal campo é uma função não linear dos vértices do polígono. Se considerarmos  $N$  segmentos de reta traçados a partir do ponto de observação para cada vértice do polígono, a atração gravitacional dependerá apenas dos comprimentos desses segmentos de reta e dos ângulos que eles fazem com o eixo horizontal.

# 4

## Resultados e Discussões I

### 4.1 Inversão 1-D de Dados de Sondagem Elétrica Vertical

Segundo Sen et al. (1993), as equações que regem o cálculo da resistividade aparente sobre modelos multicamadas caracterizam, essencialmente, um problema de caráter não linear. Nesse sentido, a aplicação do algoritmo Colônia de Formigas à inversão de dados de sondagem elétrica vertical mostra-se bastante adequada.

Nessa seção, serão apresentados alguns resultados referentes a experimentos de inversão de dados 1-D de resistividade a partir do emprego do algoritmo  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$ , bem como do método híbrido  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$ , em comparação ao método de inversão linearizada aplicado isoladamente. Em cada inversão, foram utilizados dados sintéticos decorrentes de modelos multicamadas consagrados na literatura. O objetivo, aqui, é apresentar e avaliar o desempenho do  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  aplicado ao contexto geofísico; mais especificamente, a dados elétricos.

Para cada modelo de  $\alpha$  camadas, o vetor de parâmetros é escrito como

$$\mathbf{m}_{est} = [\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots, \rho_\alpha, z_1, z_2, z_3, \dots, z_{\alpha-1}],$$

consistindo de  $2\alpha - 1$  parâmetros, pois a camada mais profunda é definida como um semiespaço ( $z_\alpha = \infty$ ). Os parâmetros  $\rho_i$  e  $z_i$  representam, respectivamente, os valores de resistividade e espessura da  $i$ -ésima camada. Uma segunda rodada é, também, realizada com esses mesmos experimentos, aplicando-se, dessa vez, ruído sobre os dados.

O primeiro passo a ser dado antes de se realizar a inversão de dados de resistividade é fazer uma análise qualitativa da curva de resistividades aparentes em função dos espaçamentos entre os eletrodos de corrente —  $AB/2$ , no caso do arranjo Schlumberger — para decidir

o número de camadas mais adequado a cada caso. Em seguida, define-se uma *função guia* que restrinja os valores de resistividade e espessura, delimitando, assim, o espaço de busca no qual o algoritmo será aplicado. Para todos os experimentos aqui realizados, os intervalos de busca de cada parâmetro — centrados nos parâmetros do modelo verdadeiro — foram fixados em  $(\rho_i \pm 90\%)$ , para as resistividades, e  $(z_i \pm 70\%)$ , para as espessuras. A incorporação de informações *a priori* disponíveis ao processo de inversão é, também, imprescindível, de modo a restringir o máximo possível o espaço de busca. Todavia, tais informações não foram diretamente empregadas nos experimentos desse trabalho. Ademais, tanto nos experimentos com dados puros quanto nos com dados perturbados com ruído aleatório, foi empregada para a função objetivo a norma  $L_2$ .

Em cada experimento, foi fixado um número máximo de 500 iterações, a cada qual é construída pelas formigas uma nova geração composta por 70% da capacidade máxima do arquivo de soluções, a qual, por sua vez, foi fixada em 5000 soluções parciais. Além disso, através de um grande número de testes realizados, partindo dos valores utilizados por Socha e Dorigo (2008), os valores dos parâmetros  $\xi$  e  $q$  do algoritmo — a saber,  $\xi = 1.5$  e  $q = 0.7$  — foram atribuídos empiricamente, a partir dos quais os resultados finais foram, dessa forma, obtidos de maneira mais satisfatória. Por fim, o ruído aleatório aplicado sobre os dados de resistividade aparente é do tipo gaussiano, a saber:  $\tilde{\rho}_{a,i} \sim \mathcal{N}[\rho_{a,i}, 0.1\rho_{a,i}]$ , em que  $\rho_{a,i}$  é a resistividade aparente e  $\tilde{\rho}_{a,i}$  é a resistividade aparente com ruído.

## 4.2 Experimento A: Modelo de três camadas

O modelo utilizado nos seguintes experimentos foi proposto por Inman (1975) e utilizado por Sen et al. (1993) em trabalho posterior. Os dados empregados foram gerados a partir do programa de modelagem direta discutido anteriormente, proposto por Koefoed (1979). Ademais, os métodos de inversão foram aplicados a dados sem e com ruído.

A partir das Tabelas 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4, nota-se que os três métodos se mostraram, semelhantemente, bastante efetivos na estimativa do vetor de parâmetros do modelo, com erros *RMS*  $\epsilon_d$  e  $\epsilon_m$  bastante satisfatórios, dados respectivamente por

$$\epsilon_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (d_i^{obs} - d_i^{calc})^2}{\sum_{i=1}^M (d_i^{obs})^2}} \quad (4.1)$$

e

$$\epsilon_m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (m_i^{verd} - m_i^{pred})^2}{\sum_{i=1}^M (m_i^{verd})^2}}, \quad (4.2)$$

tanto quando aplicados aos dados livres de ruído como quando aplicados aos dados perturbados. Todavia, ao analisarmos os parâmetros estimados de maneira mais precisa, o método de inversão linearizada apresentou resultados ligeiramente melhores que os do  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$ . E, de fato, diante de um modelo mais simples como o de três camadas, pode-se considerar bastante razoável que o desempenho de um método de escopo local supere o de escopo global probabilístico. Contudo, ao empregar a combinação de ambos em um método híbrido, são notáveis a maior precisão dos resultados, bem como o aumento na eficiência, a partir da redução tanto do número de iterações executadas pelo  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  quanto do tempo de processamento (CPU). Isto é, com a hibridização, menos iterações do  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  foram necessárias para se atingir resultados igualmente satisfatórios ou até mesmo melhores. É importante salientar, também, que os números de custo computacional e suas flutuações são bastante sensíveis (1) ao tamanho escolhido do arquivo de soluções parciais mantido durante a execução do algoritmo e, também, (2) ao número de novas soluções construídas a cada geração.

Tabela 4.1: Modelo A: parâmetros dos modelos estimados pelos três métodos empregados (dado sem ruído).

Modelo verdadeiro (Inman, 1975)	Modelo estimado SA (Sen et al., 1993)	Modelo estimado LI	Modelo estimado $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$	Modelo estimado $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$ -LI
$\rho_1 = 10.00$ ( $\Omega m$ )	9.72	10.00	10.00	10.00
$\rho_2 = 390.00$ ( $\Omega m$ )	394.00	390.00	390.15	390.00
$\rho_3 = 10.00$ ( $\Omega m$ )	10.10	10.00	10.00	10.00
$z_1 = 10.00$ ( $m$ )	9.72	10.00	10.00	10.00
$z_2 = 250.00$ ( $m$ )	250.00	250.01	249.93	250.00

Tabela 4.2: Modelo A: parâmetros dos modelos estimados pelos três métodos empregados (dado com ruído).

Modelo verdadeiro (Inman, 1975)	Modelo estimado RR (Inman, 1975)	Modelo estimado LI	Modelo estimado $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$	Modelo estimado $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$ -LI
$\rho_1 = 10.00$ ( $\Omega m$ )	10.00	10.47	10.00	10.00
$\rho_2 = 390.00$ ( $\Omega m$ )	398.00	400.67	390.29	389.99
$\rho_3 = 10.00$ ( $\Omega m$ )	10.00	9.45	10.00	10.00
$z_1 = 10.00$ ( $m$ )	10.10	10.55	10.00	10.00
$z_2 = 250.00$ ( $m$ )	245.00	247.28	249.86	250.00

Indo além, no contexto em que os três métodos foram aplicados a dados sem ruído, as curvas dos dados observados e dos dados preditos ficaram bastante próximas, praticamente

se sobrepuseram, de forma que os modelos estimados se mostraram excelentes aproximações para o modelo verdadeiro. A Figura 4.1 mostra tais curvas relacionando as resistividades aparentes com seus respectivos semiespaçamentos entre os dois eletrodos de corrente ( $AB/2$ ). Já as curvas resultantes dos dados perturbados — mostradas na Figura 4.2 — apresentaram leves desvios, obviamente, devido aos ruídos aplicados, como é possível deduzir a partir da comparação entre os respectivos valores de  $\epsilon_d$  e  $\epsilon_{dr}$  — o qual refere-se ao erro relativo entre o dado verdadeiro e o dado observado — cuja diferença é desprezível.

Tabela 4.3: Informações de desempenho a respeito dos métodos aplicados aos dados livres de ruído do modelo A. A tabela apresenta, separadamente, para o  $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI, o número de iterações executadas tanto pelo  $ACO_{\mathbb{R}}$  quanto pelo LI.

Experimento	CPU (s)	N <sup>o</sup> de iterações	$\epsilon_m$ (%)	$\epsilon_d$ (%)
LI	—	15	$3.19 \cdot 10^{-3}$	$1.31 \cdot 10^{-4}$
$ACO_{\mathbb{R}}$	50.81	479	0.68	$3.13 \cdot 10^{-2}$
$ACO_{\mathbb{R}}$ -LI	31.66	284 + 13	$1.46 \cdot 10^{-4}$	$1.59 \cdot 10^{-4}$

Tabela 4.4: Informações de desempenho a respeito dos métodos aplicados aos dados perturbados do modelo A. A tabela apresenta, separadamente, para o  $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI, o número de iterações executadas tanto pelo  $ACO_{\mathbb{R}}$  quanto pelo LI.

Experimento	CPU (s)	N <sup>o</sup> de iterações	$\epsilon_m$ (%)	$\epsilon_d$ (%)	$\epsilon_{dr}$ (%)
LI	—	13	2.38	1.62	1.62
$ACO_{\mathbb{R}}$	66.28	433	1.24	$6.24 \cdot 10^{-2}$	1.62
$ACO_{\mathbb{R}}$ -LI	32.47	238 + 16	$5.60 \cdot 10^{-3}$	$1.67 \cdot 10^{-4}$	1.62

Ademais, os valores de resistividade e espessura estimados aqui se mostraram mais próximos dos valores verdadeiros do que os estimados por Sen et al. (1993), a partir de dados livres de ruídos, e por Inman (1975), a partir de dados perturbados, em seus respectivos trabalhos, ao que pese a razoável similaridade entre os resultados.

### 4.3 Experimento B: Modelo de quatro camadas

O modelo utilizado nos experimentos dessa seção foi, também, proposto por Inman (1975). As seguintes inversões foram realizadas sob as mesmas condições e sob os mesmos "moldes" das analisadas na seção anterior.

Tabela 4.5: Modelo B: parâmetros dos modelos estimados pelos três métodos empregados (dado sem ruído).

Modelo verdadeiro (Inman, 1975)	Modelo estimado RR (Inman, 1975)	Modelo estimado LI	Modelo estimado $ACO_{\mathbb{R}}$	Modelo estimado $ACO_{\mathbb{R}}-LI$
$\rho_1 = 12.00$ ( $\Omega m$ )	12.10	12.00	12.00	12.00
$\rho_2 = 840.00$ ( $\Omega m$ )	814.00	849.94	879.00	844.31
$\rho_3 = 24.00$ ( $\Omega m$ )	18.20	63.89	32.38	33.15
$\rho_4 = 8400.00$ ( $\Omega m$ )	7500.00	8416.00	8482.44	8363.29
$z_1 = 6.00$ ( $m$ )	6.00	6.00	6.01	6.00
$z_2 = 72.00$ ( $m$ )	74.00	68.35	69.70	70.75
$z_3 = 48.00$ ( $m$ )	36.00	128.19	64.95	66.44

Tabela 4.6: Modelo B: parâmetros dos modelos estimados pelos três métodos empregados (dado com ruído).

Modelo verdadeiro (Inman, 1975)	Modelo estimado LI	Modelo estimado $ACO_{\mathbb{R}}$	Modelo estimado $ACO_{\mathbb{R}}-LI$
$\rho_1 = 12.00$ ( $\Omega m$ )	11.72	12.00	12.00
$\rho_2 = 840.00$ ( $\Omega m$ )	652.03	865.15	844.40
$\rho_3 = 24.00$ ( $\Omega m$ )	39.16	29.92	34.11
$\rho_4 = 8400.00$ ( $\Omega m$ )	13415.79	8427.98	8370.16
$z_1 = 6.00$ ( $m$ )	5.78	6.00	6.00
$z_2 = 72.00$ ( $m$ )	97.88	70.59	70.66
$z_3 = 48.00$ ( $m$ )	82.16	59.93	68.38

Desta vez, os três métodos aplicados tiveram desempenhos um pouco mais distintos entre si. Com o aumento de complexidade do modelo, o método de inversão linearizada, tanto quando aplicado aos dados livres de ruído como quando aplicado aos dados perturbados, tornou-se muito menos efetivo e, como mostra a Figura 4.3, sua alta tendência a se aprisionar em ótimos locais faz com que os resultados gerados sejam, quase sempre, bastante equivocados. Já os dois outros métodos geraram resultados semelhantes e um pouco melhores, sendo que o método híbrido mostrou-se mais eficiente e um pouco menos impreciso, como é possível notar a partir das Tabelas 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8. Apesar disso, os erros  $RMS$ ,  $\epsilon_m$  e  $\epsilon_d$ , de todas as inversões se mantiveram bastante baixos, sendo esse último mantendo-se bastante coerente e, portanto, bastante próximo dos valores do  $\epsilon_{dr}$  nas inversões dos dados perturbados.

A Figura 4.3 mostra as curvas de resistividade aparente referentes às inversões dos dados

Tabela 4.7: Informações de desempenho a respeito dos métodos aplicados aos dados livres de ruído do modelo B. A tabela apresenta, separadamente, para o  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$ , o número de iterações executadas tanto pelo  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  quanto pelo LI.

Experimento	CPU (s)	N <sup>o</sup> de iterações	$\epsilon_m$ (%)	$\epsilon_d$ (%)
LI	—	7	1.08	$2.49 \cdot 10^{-3}$
$\text{ACO}_{\mathbb{R}}$	55.17	179	2.55	$4.06 \cdot 10^{-2}$
$\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$	35.11	139 + 9	1.03	$9.37 \cdot 10^{-3}$

Tabela 4.8: Informações de desempenho a respeito dos métodos aplicados aos dados perturbados do modelo B. A tabela apresenta, separadamente, para o  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$ , o número de iterações executadas tanto pelo  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  quanto pelo LI.

Experimento	CPU (s)	N <sup>o</sup> de iterações	$\epsilon_m$ (%)	$\epsilon_d$ (%)	$\epsilon_{dr}$ (%)
LI	—	7	59.46	0.91	0.84
$\text{ACO}_{\mathbb{R}}$	56.52	373	1.44	$6.66 \cdot 10^{-2}$	0.84
$\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$	33.80	221 + 6	2.91	$7.28 \cdot 10^{-2}$	0.84

sem ruído. As curvas referentes às inversões dos dados com ruído são apresentadas pela Figura 4.4. No caso da abordagem híbrida, a combinação com o método de busca local fez com que fosse necessário menos iterações do método estocástico, aumentando assim a eficiência da inversão.

Por fim, é possível dizer que os valores de resistividade e espessura estimados pelo método híbrido, aplicado ao dado sem ruído, se mostraram tão ou mais próximos dos valores verdadeiros do que os estimados por Inman (1975). Ele também mostrou um bom desempenho quando aplicado ao dado com ruído. É importante destacar que, apesar de não ser o modelo com o maior número de camadas utilizado nesse trabalho, esse foi o que gerou o problema mais complicado de se otimizar, pois os parâmetros do modelo variam muito entre si, pondo à prova uma das desvantagens do algoritmo  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$ , já comentada, relacionada à redução de sua eficiência com o aumento do número de ótimos locais do problema.

## 4.4 Experimento C: Modelo de cinco camadas

O modelo utilizado nessa última seção foi proposto por Parasnis (2012) e utilizado, posteriormente, por Sen et al. (1993). As inversões, aqui, também foram realizadas sob as

mesmas condições e sob os mesmos "moldes" das analisadas nas seções anteriores.

Tabela 4.9: Modelo C: parâmetros dos modelos estimados pelos três métodos empregados (dado sem ruído).

Modelo verdadeiro (Parasnis, 2012)	Modelo estimado LI	Modelo estimado $ACO_{\mathbb{R}}$	Modelo estimado $ACO_{\mathbb{R}}-LI$
$\rho_1 = 10.00 (\Omega m)$	10.00	10.03	10.00
$\rho_2 = 50.00 (\Omega m)$	50.17	51.34	49.90
$\rho_3 = 100.00 (\Omega m)$	154.69	102.72	104.25
$\rho_4 = 20.00 (\Omega m)$	28.38	25.78	22.76
$\rho_5 = 400.00 (\Omega m)$	400.05	400.62	400.04
$z_1 = 2.00 (m)$	2.00	2.03	2.00
$z_2 = 15.00 (m)$	17.00	16.20	14.83
$z_3 = 20.00 (m)$	10.32	19.73	19.40
$z_4 = 25.00 (m)$	38.23	31.67	28.67

Tabela 4.10: Modelo C: parâmetros dos modelos estimados pelos três métodos empregados (dado com ruído).

Modelo verdadeiro (Parasnis, 2012)	Modelo estimado por LI	Modelo estimado por $ACO_{\mathbb{R}}$	Modelo estimado $ACO_{\mathbb{R}}-LI$
$\rho_1 = 10.00 (\Omega m)$	9.40	9.44	9.41
$\rho_2 = 50.00 (\Omega m)$	46.46	47.20	46.50
$\rho_3 = 100.00 (\Omega m)$	146.20	117.17	122.85
$\rho_4 = 20.00 (\Omega m)$	21.46	22.91	15.64
$\rho_5 = 400.00 (\Omega m)$	403.97	403.99	403.92
$z_1 = 2.00 (m)$	1.75	1.78	1.75
$z_2 = 15.00 (m)$	15.54	14.97	14.89
$z_3 = 20.00 (m)$	14.14	18.88	18.81
$z_4 = 25.00 (m)$	29.91	30.68	20.97

Com um modelo, agora, de cinco camadas, o método de inversão linearizada deixou explícita sua tendência a se aprisionar em ótimos locais; apesar de erros RMS do dado,  $\epsilon_d$ , razoavelmente baixos, os erros RMS do modelo,  $\epsilon_m$ , gerados foram relativamente elevados. Já o método Colônia de Formigas gerou resultados muito mais satisfatórios, apesar de um  $\epsilon_d$  bastante semelhante; e o método híbrido foi o que realmente apresentou os melhores resultados e uma maior eficiência, quando aplicado tanto aos dados sem ruído quanto aos dados perturbados, como mostram as Tabelas 4.9, 4.10, 4.11 e 4.12.

Tabela 4.11: Informações de desempenho a respeito dos métodos aplicados aos dados livres de ruído do modelo C. A tabela apresenta, separadamente, para o  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$ , o número de iterações executadas tanto pelo  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  quanto pelo LI.

Experimento	CPU (s)	N <sup>o</sup> de iterações	$\epsilon_m$ (%)	$\epsilon_d$ (%)
LI	—	59	13.83	$3.39 \cdot 10^{-3}$
$\text{ACO}_{\mathbb{R}}$	56.55	493	6.00	0.18
$\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$	58.87	86 + 12	5.01	$1.59 \cdot 10^{-2}$

Tabela 4.12: Informações de desempenho a respeito dos métodos aplicados aos dados perturbados do modelo C. A tabela apresenta, separadamente, para o  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$ , o número de iterações executadas tanto pelo  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  quanto pelo LI.

Experimento	CPU (s)	N <sup>o</sup> de iterações	$\epsilon_m$ (%)	$\epsilon_d$ (%)	$\epsilon_{dr}$ (%)
LI	—	39	11.30	1.16	1.16
$\text{ACO}_{\mathbb{R}}$	50.58	442	2.16	1.19	1.23
$\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$	40.47	254 + 14	9.41	1.16	1.23

A Figura 4.5 mostra as curvas de resistividade aparente referentes às inversões dos dados sem ruído. As referentes às inversões dos dados com ruído são apresentadas pela Figura 4.6.

## 4.5 Histogramas

Foram realizadas avaliações estatísticas dos resultados, com a geração de conjuntos de histogramas com curvas KDE — do inglês, *kernel density estimator* — para todos os experimentos construídos. Para cada modelo, realizou-se 200 simulações usando tanto dados ruidosos quanto dados livres de ruído, gerando assim 200 resultados diferentes para cada uma das duas abordagens. Os histogramas referentes às simulações usando  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  são apresentados nas Figuras 4.7 (dados livres de ruído) e 4.9 (dados ruidosos). O valor médio do parâmetro do modelo e o respectivo desvio padrão são informados no topo de cada diagrama. As Figuras 4.8 e 4.10, também com histogramas, mostram os resultados para o esquema híbrido  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$ .

Em ambas as figuras, as curvas KDE apresentam formas semelhantes, com valores médios muito próximos dos respectivos parâmetros verdadeiros do modelo. No entanto, é possível notar um estreitamento das curvas no caso do algoritmo  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$ . Esse comportamento

indica um maior potencial do algoritmo  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$  para convergência, uma vez que apresenta maior acurácia no conjunto de modelos estimados ao longo das execuções. Além disso, os valores médios estimados para o algoritmo híbrido estão mais próximos dos valores verdadeiros, se os compararmos aos valores estimados usando o algoritmo  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  padrão. As simulações com dados sem ruído geraram resultados muito satisfatórios, apresentando erros quadráticos,  $\epsilon_d$  e  $\epsilon_m$ , significativamente baixos. Ambos os algoritmos também tiveram bons desempenhos com dados ruidosos, sendo o algoritmo híbrido mais eficiente.

Por fim, a distribuição mais ampla do  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  gerou médias estimadas com um erro ligeiramente menor do que aquelas do  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$ . No entanto, a abordagem híbrida mostrou uma melhor capacidade de convergência.

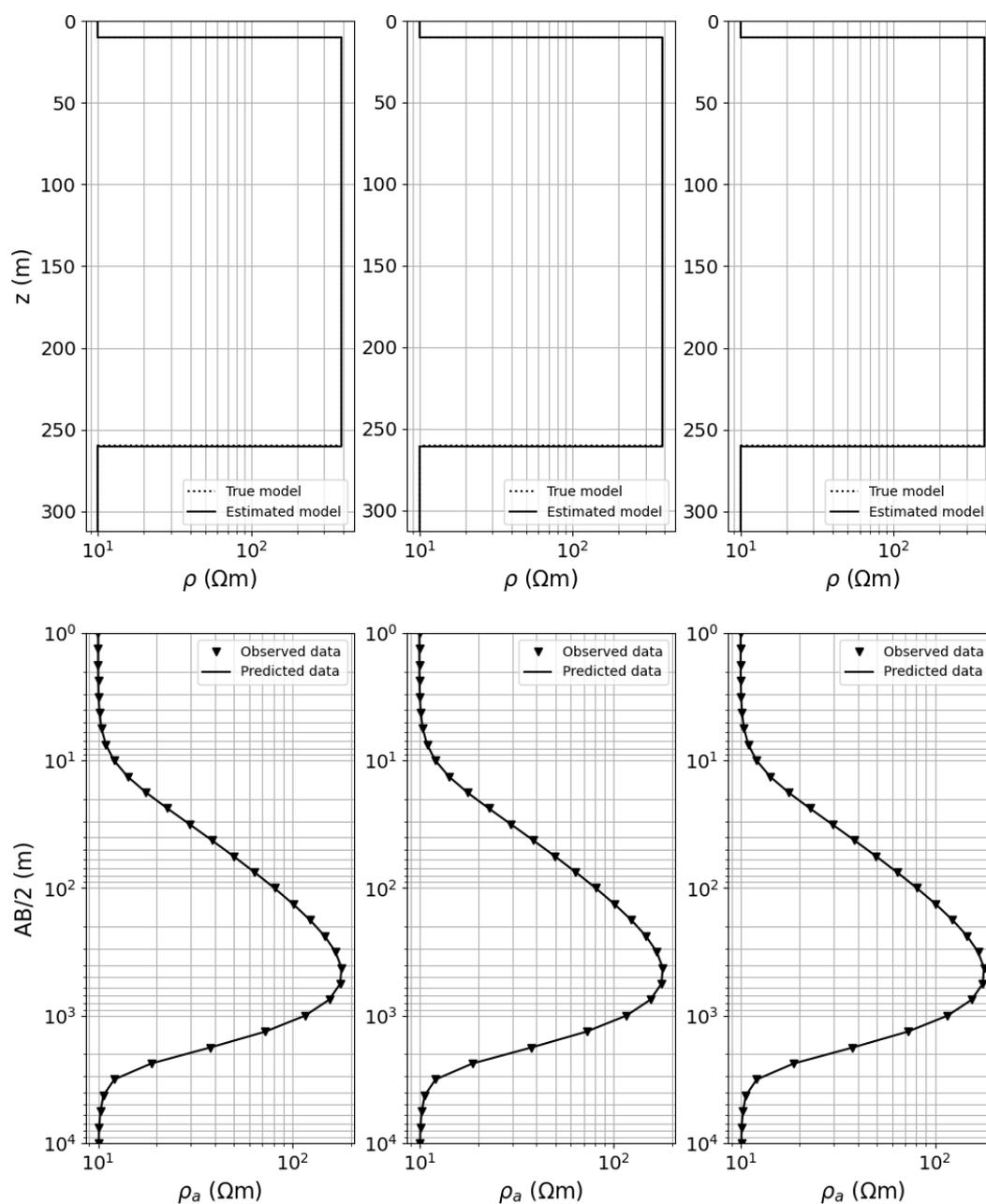


Figura 4.1: Modelo A: curvas *log-log* de resistividade aparente do dado observado (**sem ruído**) e do dado predito (acima) e os respectivos modelos verdadeiro e estimado (abaixo). Resultados do método LI à esquerda, do método  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  ao centro e do método  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$ -LI à direita. Aqui,  $z$  se refere às profundidades alcançadas pelo método;  $AB/2$ , aos semiespaçamentos dos eletrodos de correntes;  $\rho$ , às resistividades verdadeiras de cada camada; e  $\rho_a$ , às resistividades aparentes.

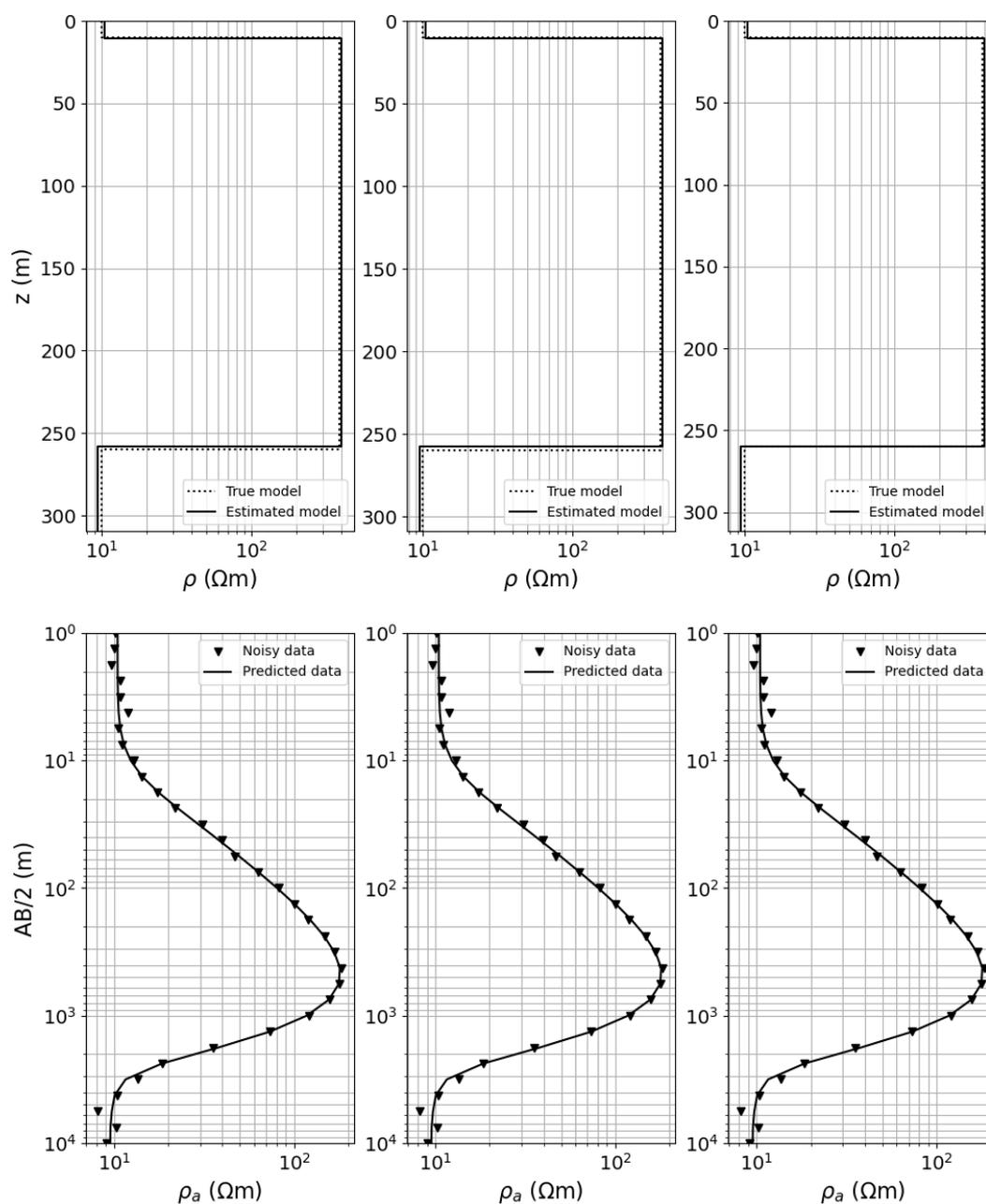


Figura 4.2: Modelo A: curvas *log-log* de resistividade aparente do dado observado (**com ruído**) e do dado predito (à direita) e os respectivos modelos verdadeiro e estimado (à esquerda). Resultados do método LI à esquerda, do método  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  ao centro e do método  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$ -LI à direita. Aqui,  $z$  se refere às profundidades alcançadas pelo método;  $AB/2$ , aos semiespaçamentos dos eletrodos de correntes;  $\rho$ , às resistividades verdadeiras de cada camada; e  $\rho_a$ , às resistividades aparentes.

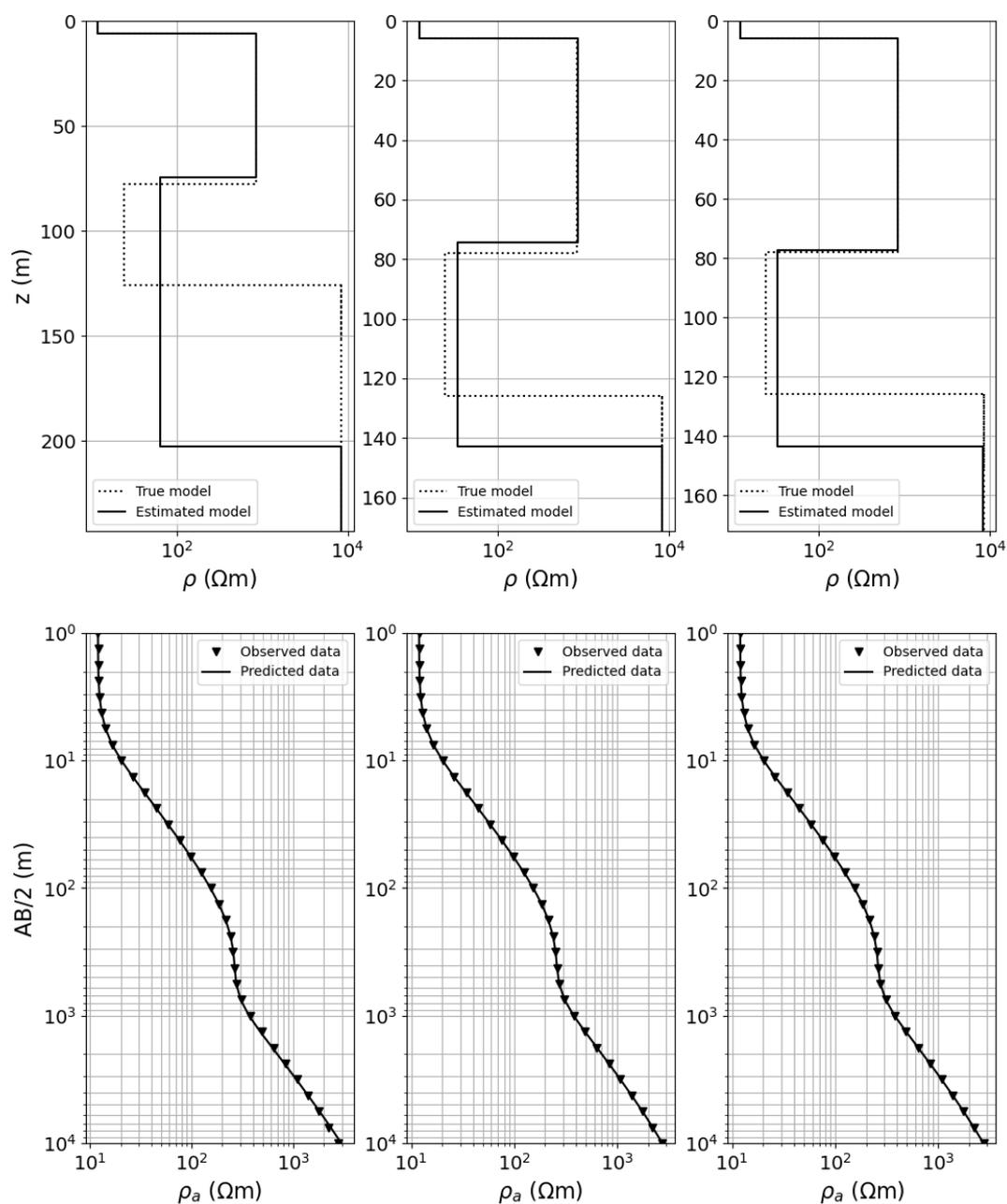


Figura 4.3: Modelo B: curvas  $\log\text{-log}$  de resistividade aparente do dado observado (sem ruído) e do dado predito (à direita) e os respectivos modelos verdadeiro e estimado (à esquerda). Resultados do método LI à esquerda, do método  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  ao centro e do método  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$  à direita. Aqui,  $z$  se refere às profundidades alcançadas pelo método;  $AB/2$ , aos semiespaçamentos dos eletrodos de correntes;  $\rho$ , às resistividades verdadeiras de cada camada; e  $\rho_a$ , às resistividades aparentes.

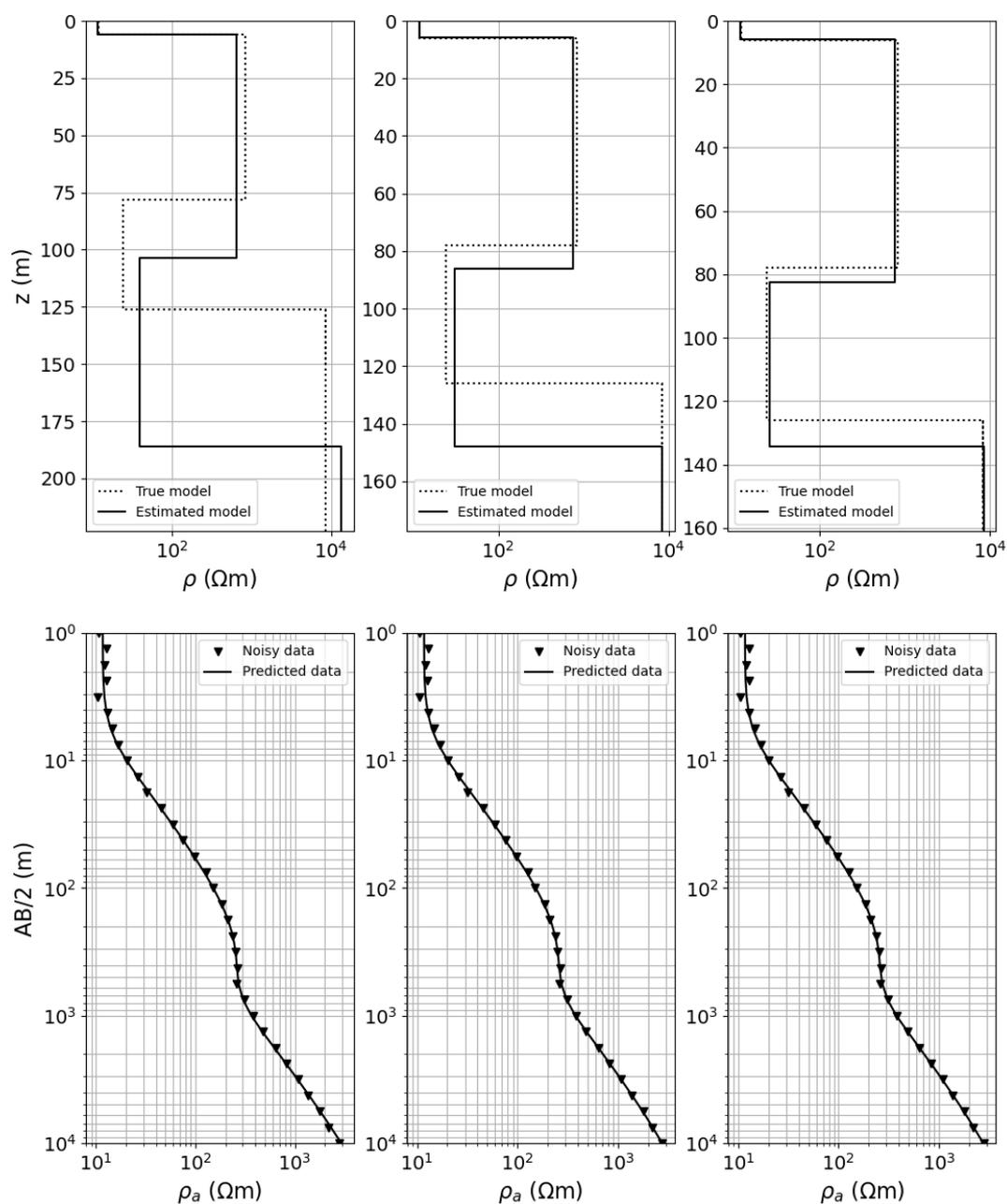


Figura 4.4: Modelo B: curvas  $\log\text{-}\log$  de resistividade aparente do dado observado (**com ruído**) e do dado predito (à direita) e os respectivos modelos verdadeiro e estimado (à esquerda). Resultados do método LI à esquerda, do método  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  ao centro e do método  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$  à direita. Aqui,  $z$  se refere às profundidades alcançadas pelo método;  $AB/2$ , aos semiespaçamentos dos eletrodos de correntes;  $\rho$ , às resistividades verdadeiras de cada camada; e  $\rho_a$ , às resistividades aparentes.

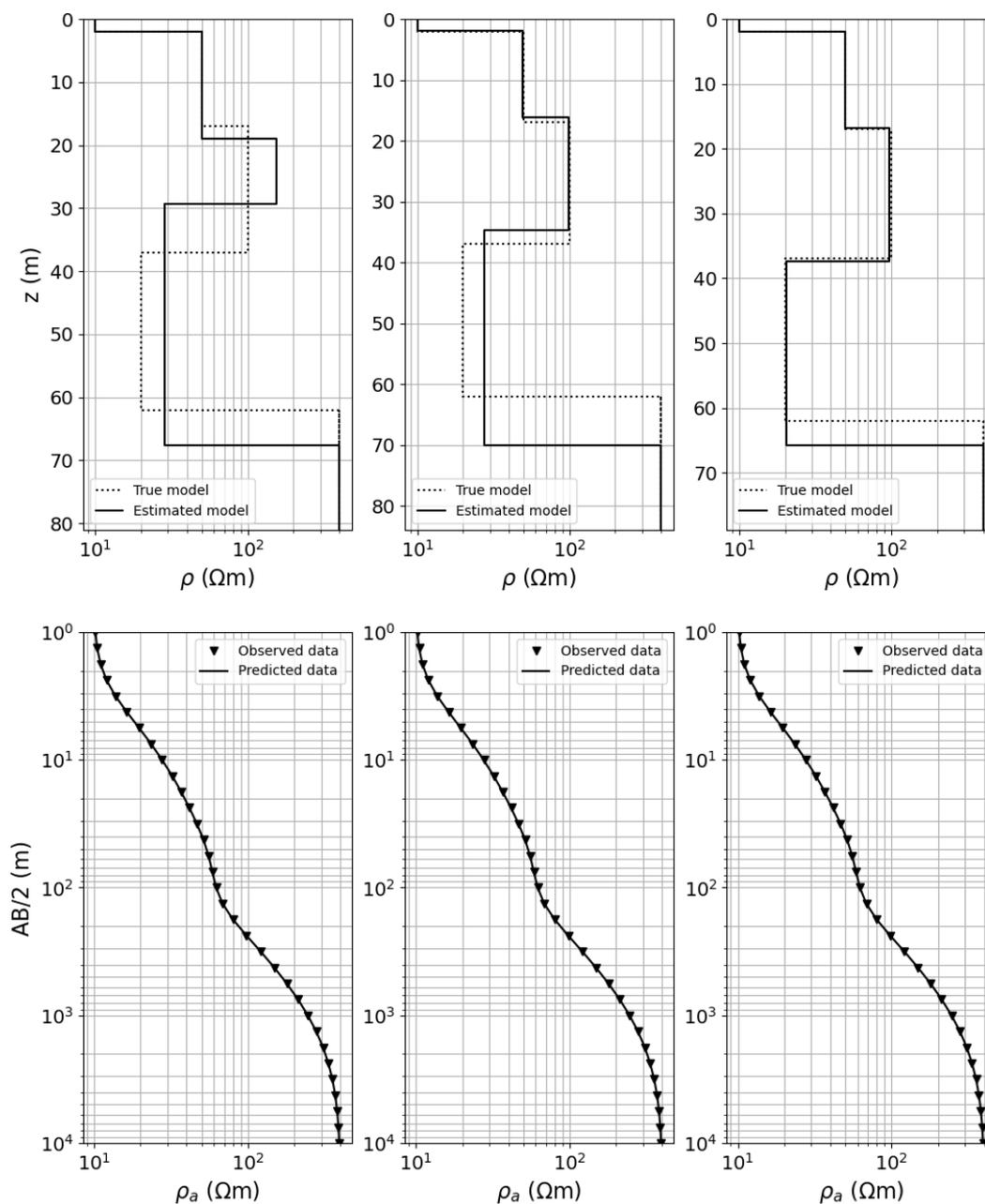


Figura 4.5: Modelo C: curvas  $\log\text{-log}$  de resistividade aparente do dado observado (**sem ruído**) e do dado predito (à direita) e os respectivos modelos verdadeiro e estimado (à esquerda). Resultados do método LI à esquerda, do método  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  ao centro e do método  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$  à direita. Aqui,  $z$  se refere às profundidades alcançadas pelo método;  $AB/2$ , aos semiespaçamentos dos eletrodos de correntes;  $\rho$ , às resistividades verdadeiras de cada camada; e  $\rho_a$ , às resistividades aparentes.

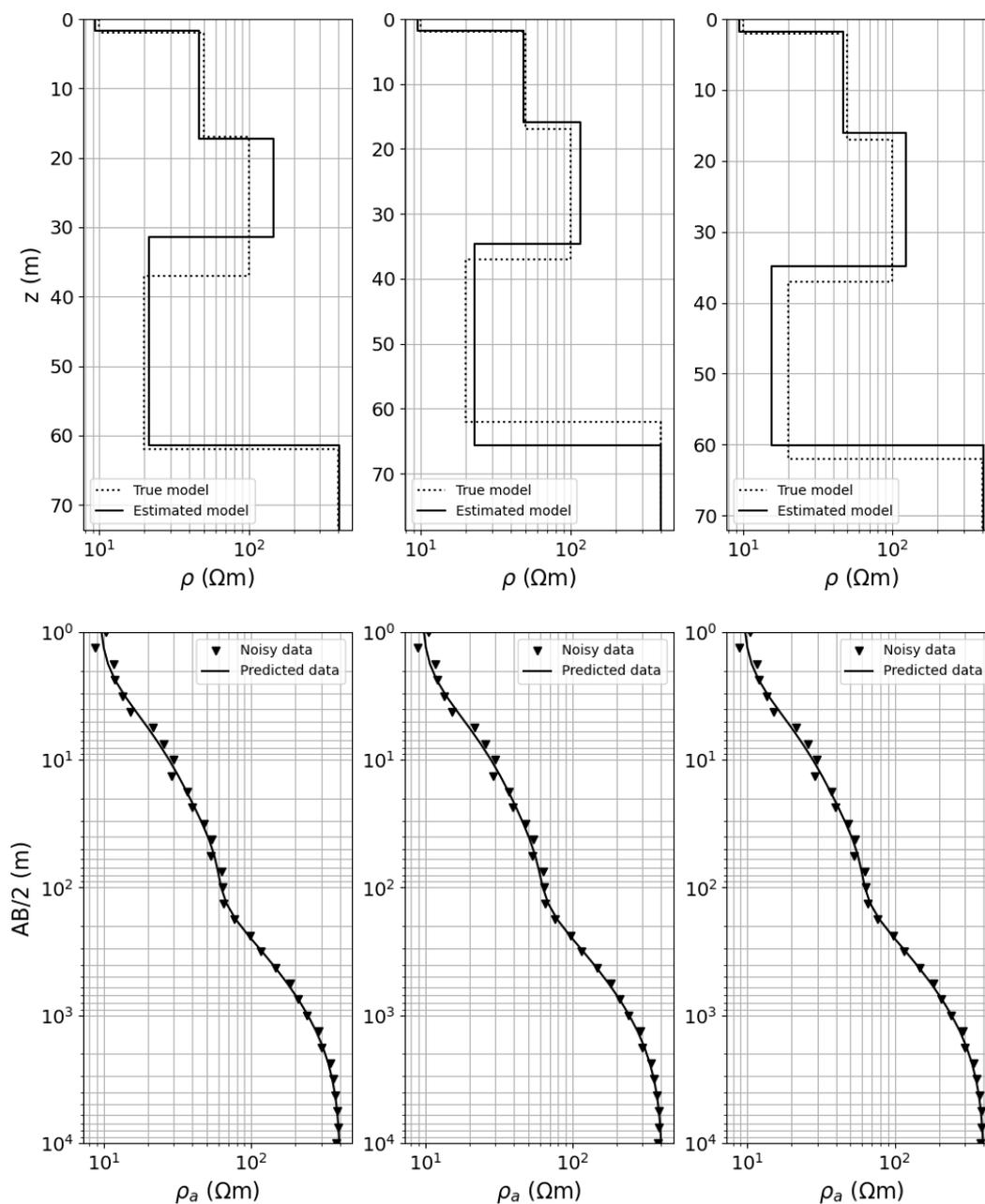


Figura 4.6: Modelo C: curvas  $\log\text{-}\log$  de resistividade aparente do dado observado (**com ruído**) e do dado predito (à direita) e os respectivos modelos verdadeiro e estimado (à esquerda). Resultados do método LI à esquerda, do método  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  ao centro e do método  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$  à direita. Aqui,  $z$  se refere às profundidades alcançadas pelo método;  $AB/2$ , aos semiespaçamentos dos eletrodos de correntes;  $\rho$ , às resistividades verdadeiras de cada camada; e  $\rho_a$ , às resistividades aparentes.

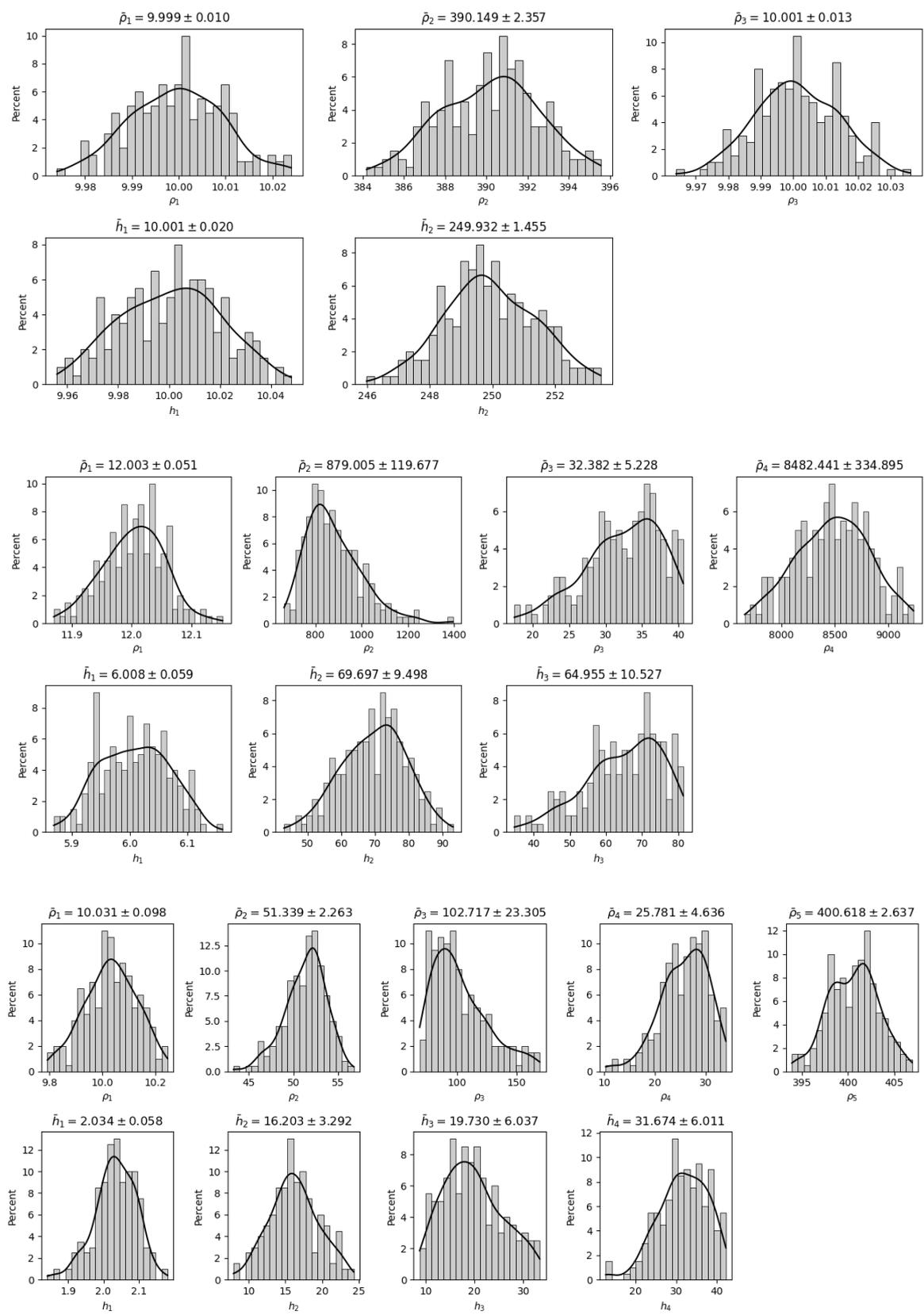


Figura 4.7: Histogramas referentes aos parâmetros dos modelos estimados pelo algoritmo  $ACO_{\mathbb{R}}$  aplicado a dados livres de ruído. O modelo de três camadas acima, o modelo de quatro camadas ao centro e o modelo de cinco camadas abaixo.

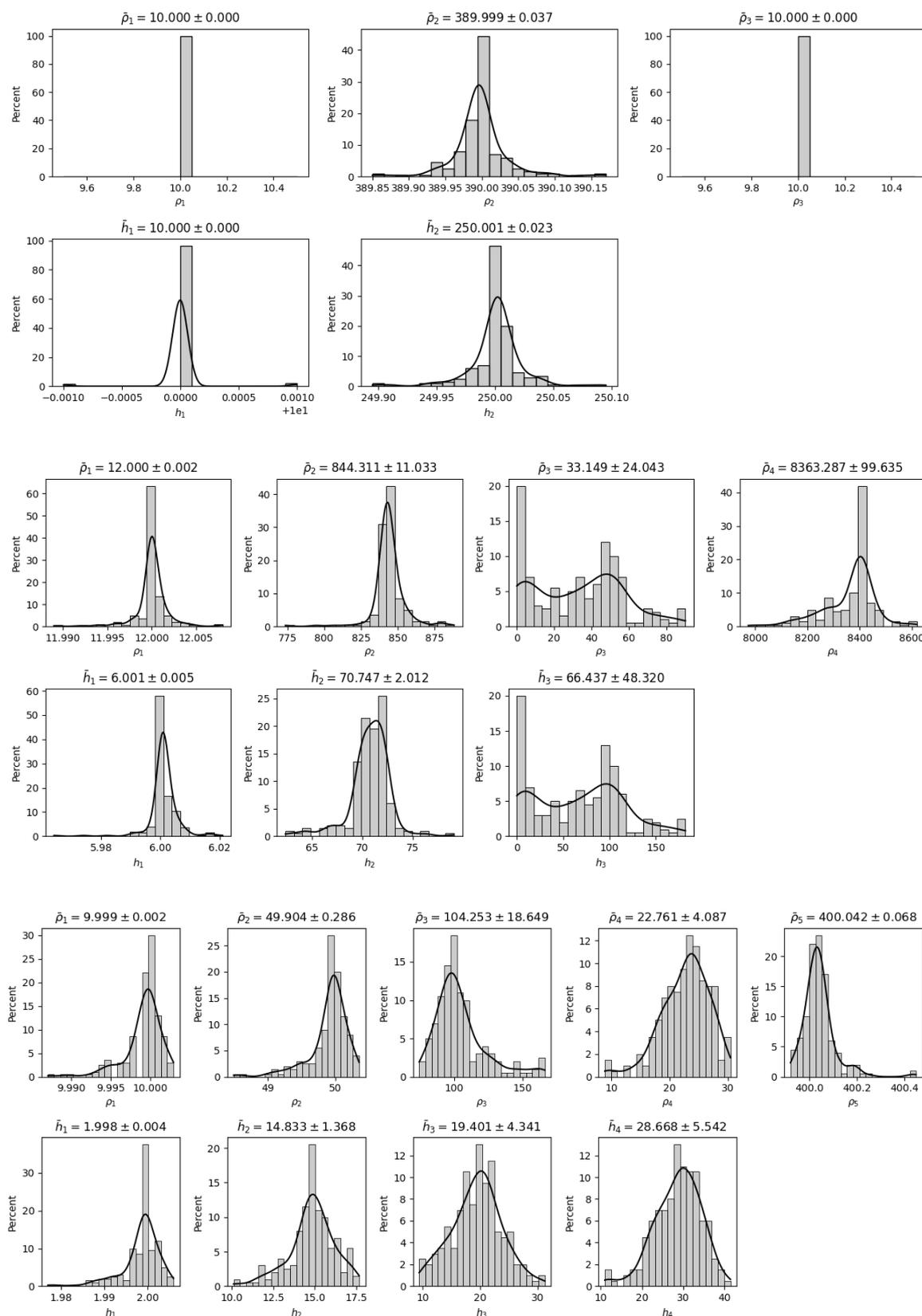


Figura 4.8: Histogramas referentes aos parâmetros dos modelos estimados pelo algoritmo híbrido  $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI aplicado a dados livres de ruído. O modelo de três camadas acima, o modelo de quatro camadas ao centro e o modelo de cinco camadas abaixo.

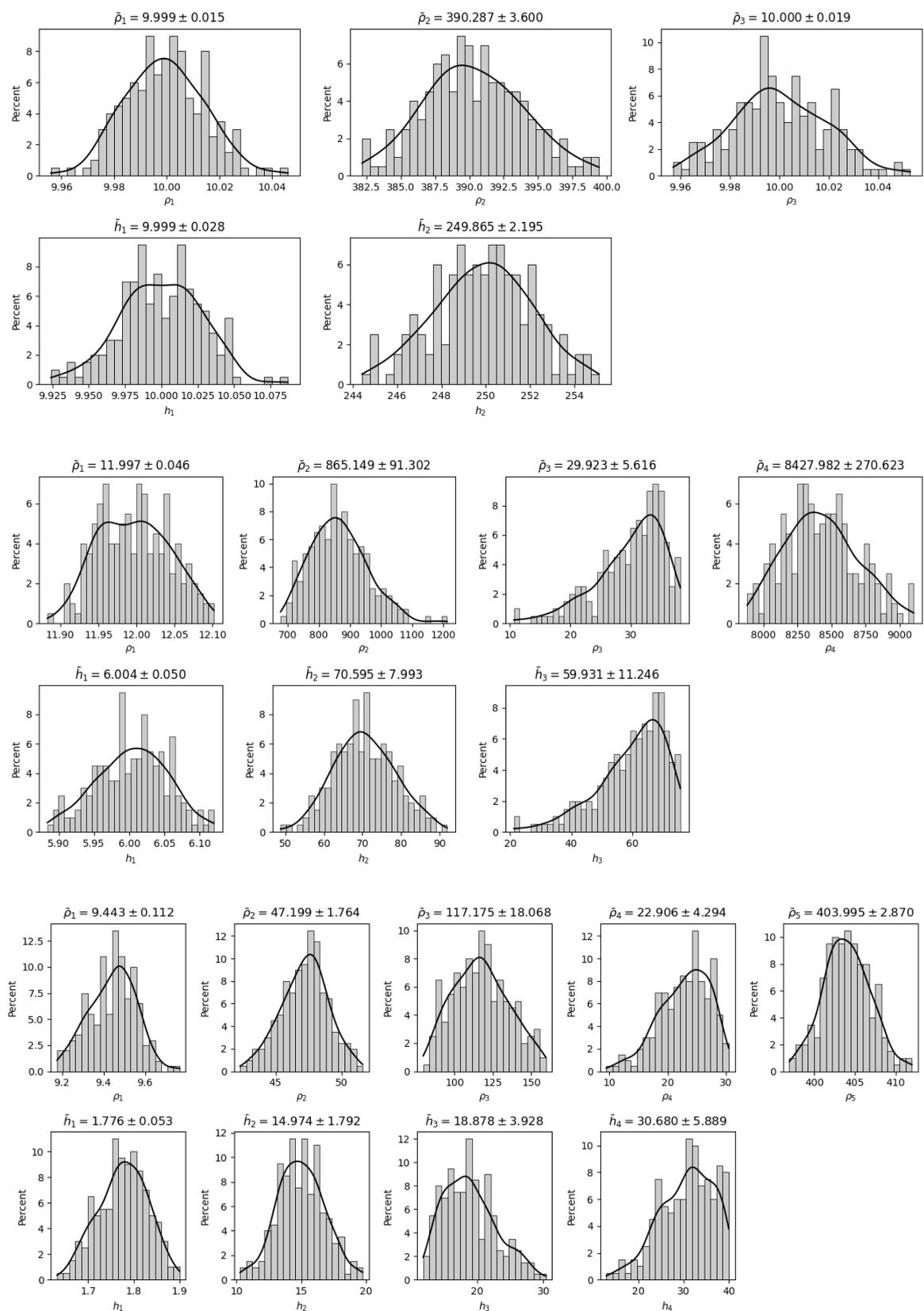


Figura 4.9: Histogramas referentes aos parâmetros dos modelos estimados pelo algoritmo  $ACO_{\mathbb{R}}$  aplicado a dados ruidosos. O modelo de três camadas acima, o modelo de quatro camadas ao centro e o modelo de cinco camadas abaixo.

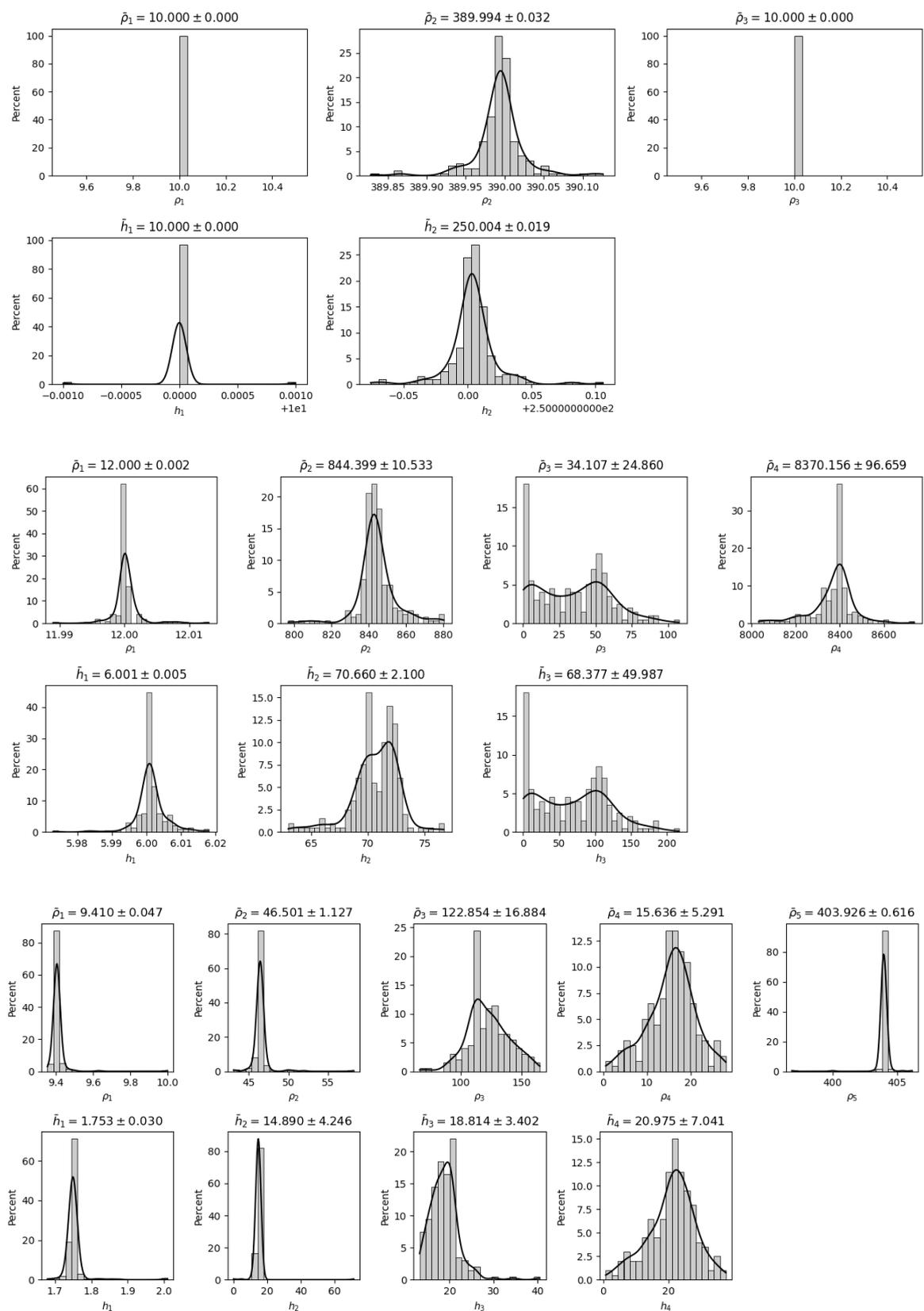


Figura 4.10: Histogramas referentes aos parâmetros dos modelos estimados pelo algoritmo híbrido  $ACO_{\mathbb{R}}-LI$  aplicado a dados ruidosos. O modelo de três camadas acima, o modelo de quatro camadas ao centro e o modelo de cinco camadas abaixo.

# 5

## Resultados e Discussões II

### 5.1 Inversão 2-D de Dados Gravimétricos

Nessa seção, serão apresentados alguns resultados referentes a experimentos de inversão de dados 2-D de gravimetria a partir do emprego do algoritmo  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$ , bem como do método híbrido  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$ , em comparação ao método de inversão linearizada aplicado isoladamente. Foram utilizados dados sintéticos decorrentes de um modelo de sete prismas. O objetivo, aqui, é apresentar e avaliar o desempenho do  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  aplicado a dados gravimétricos.

O vetor de parâmetros é escrito como

$$\mathbf{m}_{est} = [z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7],$$

consistindo de 7 parâmetros referentes às profundidades das bases dos sete prismas. Uma segunda rodada é, também, realizada com esse mesmo experimento, aplicando-se, dessa vez, ruído sobre os dados.

Para todos os experimentos aqui realizados, os intervalos de busca de cada parâmetro — centrados nos parâmetros do modelo verdadeiro — foram fixados em  $(z_i \pm 60\%)$ . A incorporação de informações *a priori* disponíveis ao processo de inversão é, também, imprescindível, de modo a restringir o máximo possível o espaço de busca. Todavia, tais informações não foram diretamente empregadas nos experimentos desse trabalho.

Ademais, tanto nos experimentos com dados puros quanto nos com dados perturbados com ruído aleatório, foi empregada para a função objetivo a norma  $L_2$ . Em cada experimento, foi fixado um número máximo de 500 iterações, a cada qual é construída pelas formigas uma nova geração composta por 70% da capacidade máxima do arquivo de soluções, a qual,

por sua vez, foi fixada em 5000 soluções parciais. Além disso, os valores dos parâmetros  $\xi$  e  $q$  foram mantidos os mesmos das inversões com dados de resistividade. Por fim, o ruído aleatório aplicado sobre os dados gravimétricos é do tipo gaussiano, a saber:  $\tilde{g}_{a,i} \sim \mathcal{N}[g_{a,i}, 0.1g_{a,i}]$ .

## 5.2 Modelo de 7 prismas

O modelo utilizado nesse experimento é, idealmente, constituído de sete prismas de mesma densidade constante, de mesma largura, mas de alturas variáveis, cujas bases se encontram de 5 a 8 km de profundidade. Os dados empregados foram gerados a partir de um programa de modelagem direta que implementa o método de polígonos simplificados discutido na Seção 3.2.1. Os métodos de inversão foram aplicados a dados sem e com ruído.

Tabela 5.1: Modelo de 7 prismas: parâmetros dos modelos estimados pelos três métodos empregados (dados sem ruído).

Modelo verdadeiro	Modelo estimado por LI	Modelo estimado por $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$	Modelo estimado $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$ -LI
$z_1 = 5.00$ (km)	5.01	4.91	4.94
$z_2 = 6.00$ (km)	5.96	5.95	6.04
$z_3 = 7.00$ (km)	7.18	7.29	7.04
$z_4 = 8.00$ (km)	7.70	7.90	8.02
$z_5 = 7.00$ (km)	7.18	7.26	7.00
$z_6 = 6.00$ (km)	5.96	5.99	6.07
$z_7 = 5.00$ (km)	5.01	4.90	4.94

Tabela 5.2: Informações de desempenho a respeito dos métodos aplicados aos dados de gravimetria (sem ruído) referentes ao modelo de 7 prismas. A tabela apresenta, separadamente, para o  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$ -LI, o número de iterações executadas tanto pelo  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  quanto pelo LI.

Experimento	CPU (s)	N <sup>o</sup> de iterações	$\epsilon_m$ (%)	$\epsilon_d$ (%)
LI	—	8	2.34	$2.06 \cdot 10^{-4}$
$\text{ACO}_{\mathbb{R}}$	118.97	384	15.13	$5.61 \cdot 10^{-2}$
$\text{ACO}_{\mathbb{R}}$ -LI	88.02	137 + 21	1.21	$5.74 \cdot 10^{-5}$

A partir das Tabelas 5.1, 5.3, 5.2 e 5.4, nota-se que, com os dados livres de ruído, os três métodos se mostraram, semelhantemente, bastante efetivos na estimativa do vetor de parâmetros do modelo, com erros *RMS*  $\epsilon_d$  e  $\epsilon_m$  bastante satisfatórios. Em contrapartida, com os

dados ruidosos, o método de inversão linearizada manifestou pouca eficiência e alta susceptibilidade ao aprisionamento em ótimos locais, gerando um modelo relevantemente distinto do verdadeiro, enquanto que tanto o método  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  quanto o método híbrido, o  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$ , convergiram satisfatoriamente, com erros, números de iterações e custos computacionais relativamente baixos. Com a hibridização, menos iterações do  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  foram necessárias para se atingir resultados igualmente satisfatórios ou até mesmo melhores nas abordagens com e sem ruído.

Tabela 5.3: Modelo de 7 prismas: parâmetros dos modelos estimados pelos três métodos empregados (dados com ruído).

Modelo verdadeiro	Modelo estimado por LI	Modelo estimado por $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$	Modelo estimado $\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$
$z_1 = 5.00$ (km)	4.91	5.08	4.85
$z_2 = 6.00$ (km)	5.18	5.47	5.89
$z_3 = 7.00$ (km)	8.86	7.60	7.62
$z_4 = 8.00$ (km)	5.63	8.11	7.86
$z_5 = 7.00$ (km)	10.45	7.75	6.25
$z_6 = 6.00$ (km)	5.03	5.43	6.94
$z_7 = 5.00$ (km)	4.73	5.00	4.69

Tabela 5.4: Informações de desempenho a respeito dos métodos aplicados aos dados de gravimetria (com ruído) referentes ao modelo de 7 prismas. A tabela apresenta, separadamente, para o  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$ , o número de iterações executadas tanto pelo  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  quanto pelo LI.

Experimento	CPU ( <i>s</i> )	N <sup>o</sup> de iterações	$\epsilon_m$ (%)	$\epsilon_d$ (%)	$\epsilon_{dr}$ (%)
LI	—	8	28.25	0.94	0.96
$\text{ACO}_{\mathbb{R}}$	150.25	364	8.97	0.94	0.96
$\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$	81.72	106 + 13	10.77	0.50	0.96

Ademais, no contexto em que os três métodos foram aplicados aos dados sem ruído, as curvas dos dados observados e dos dados preditos ficaram bastante próximas, praticamente se sobrepuseram, de forma que os modelos estimados se mostraram excelentes aproximações para o modelo verdadeiro. As Figuras 5.1, 5.2 e 5.3 mostra tais curvas relacionando as componentes verticais da gravidade medidas com seus respectivos pontos de observação na superfície. Já as curvas resultantes dos dados perturbados — mostradas nas Figuras 5.4, 5.5 e 5.6 — apresentaram leves desvios, obviamente, devido aos ruídos aplicados, como é possível

deduzir a partir da comparação entre os respectivos valores de  $\epsilon_d$  e  $\epsilon_{dr}$  — o qual refere-se ao erro relativo entre o dado verdadeiro e o dado observado — cujo delta é desprezível.

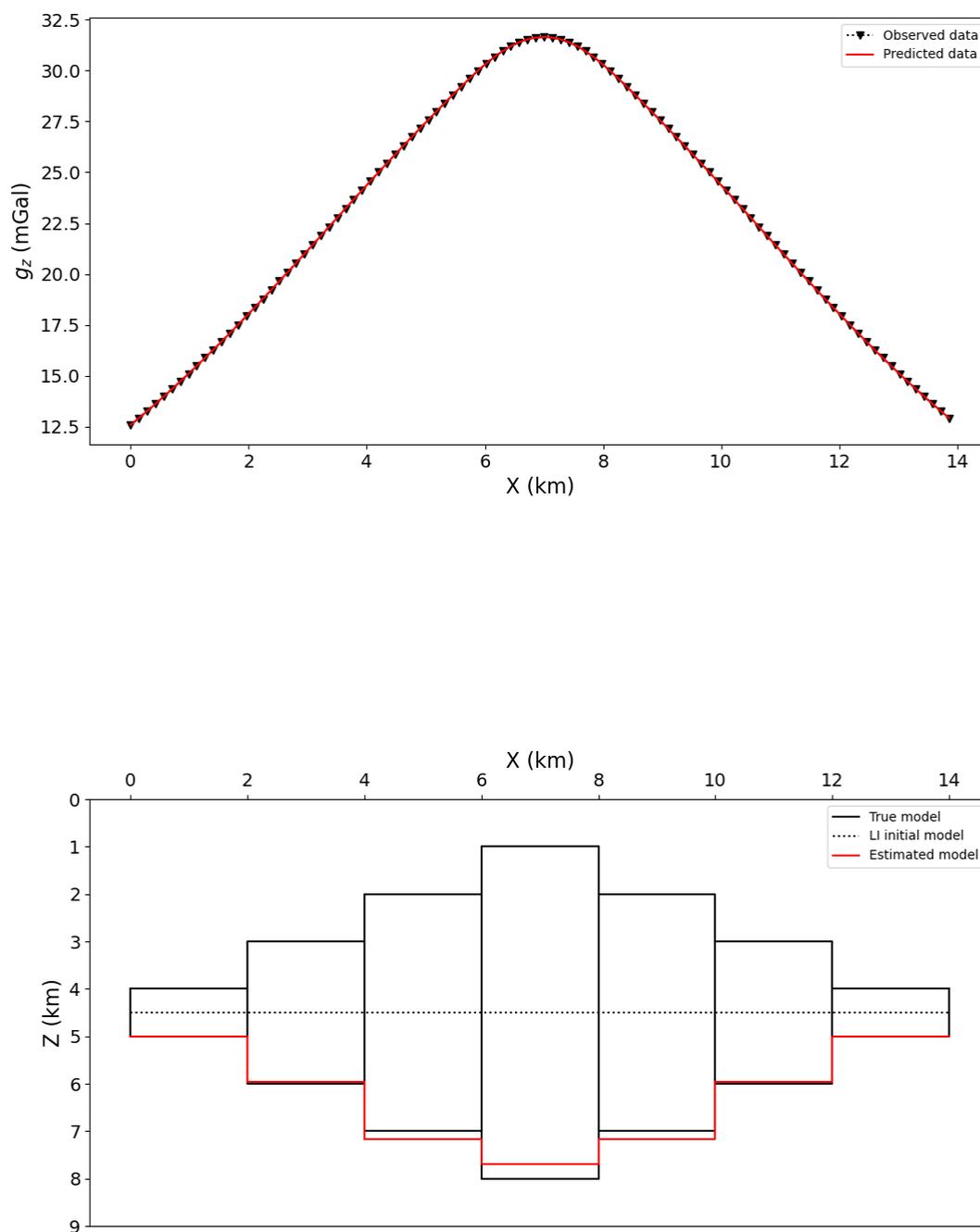


Figura 5.1: Resultados referentes à aplicação do método LI sobre dados gravimétricos 2-D livres de ruído coletados a partir do modelo sintético de sete prismas.

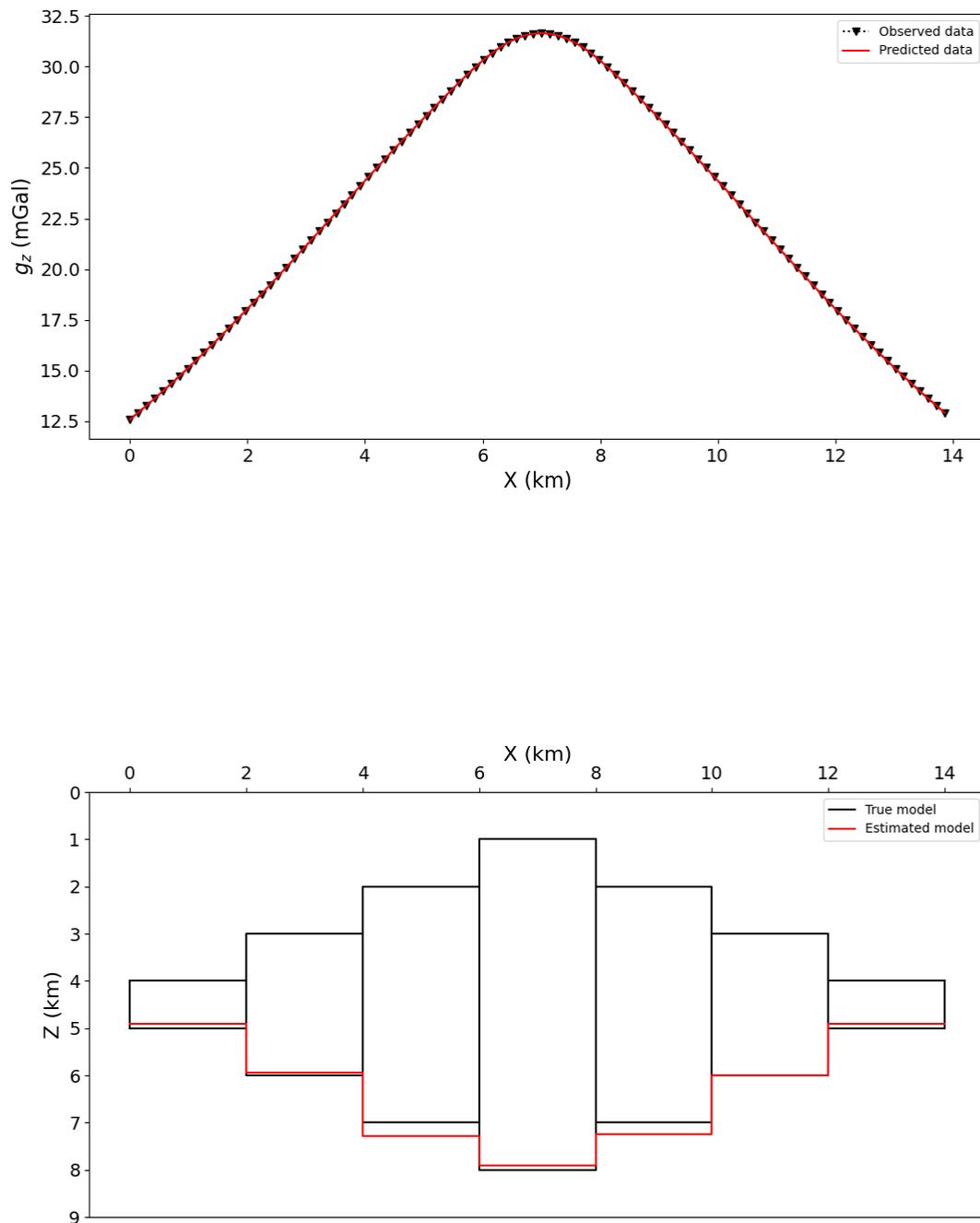


Figura 5.2: Resultados referentes à aplicação do método  $ACO_{\mathbb{R}}$  sobre dados gravimétricos 2-D livres de ruído coletados a partir do modelo sintético de sete prismas.

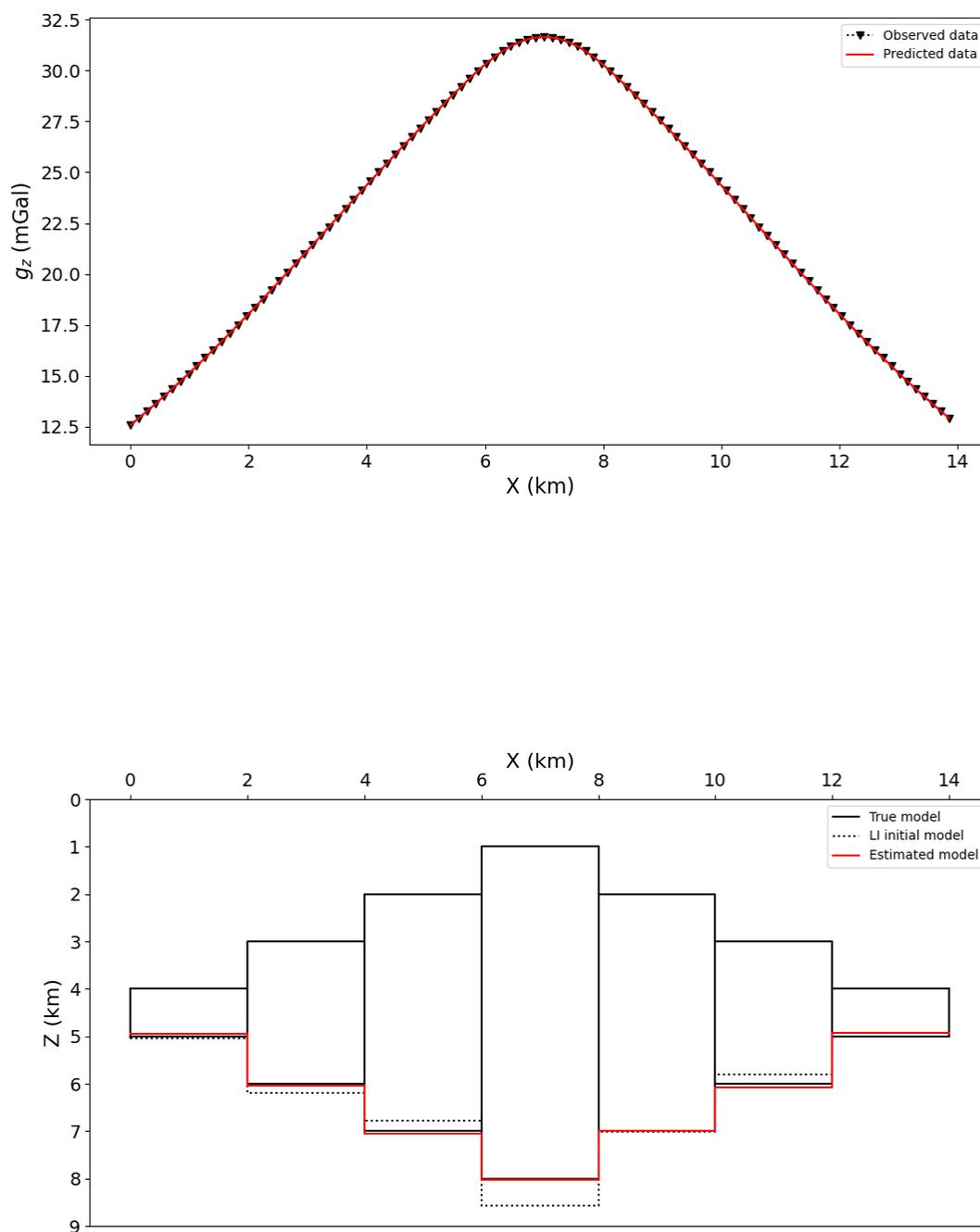


Figura 5.3: Resultados referentes à aplicação do método  $ACO_{\mathbb{R}}-LI$  sobre dados gravimétricos 2-D livres de ruído coletados a partir do modelo sintético de sete prismas.

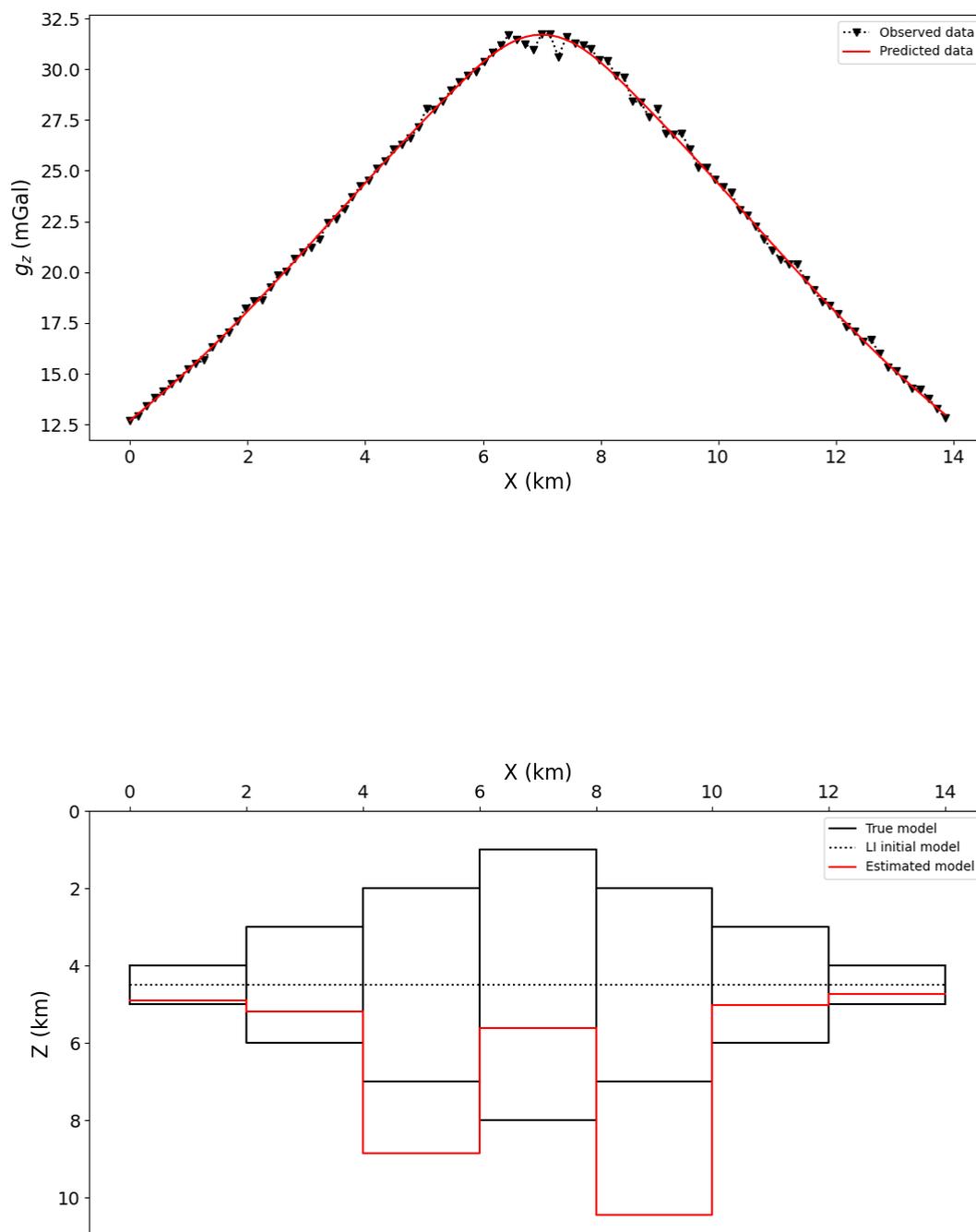


Figura 5.4: Resultados referentes à aplicação do método LI sobre dados gravimétricos 2-D ruidosos coletados a partir do modelo sintético de sete prismas.

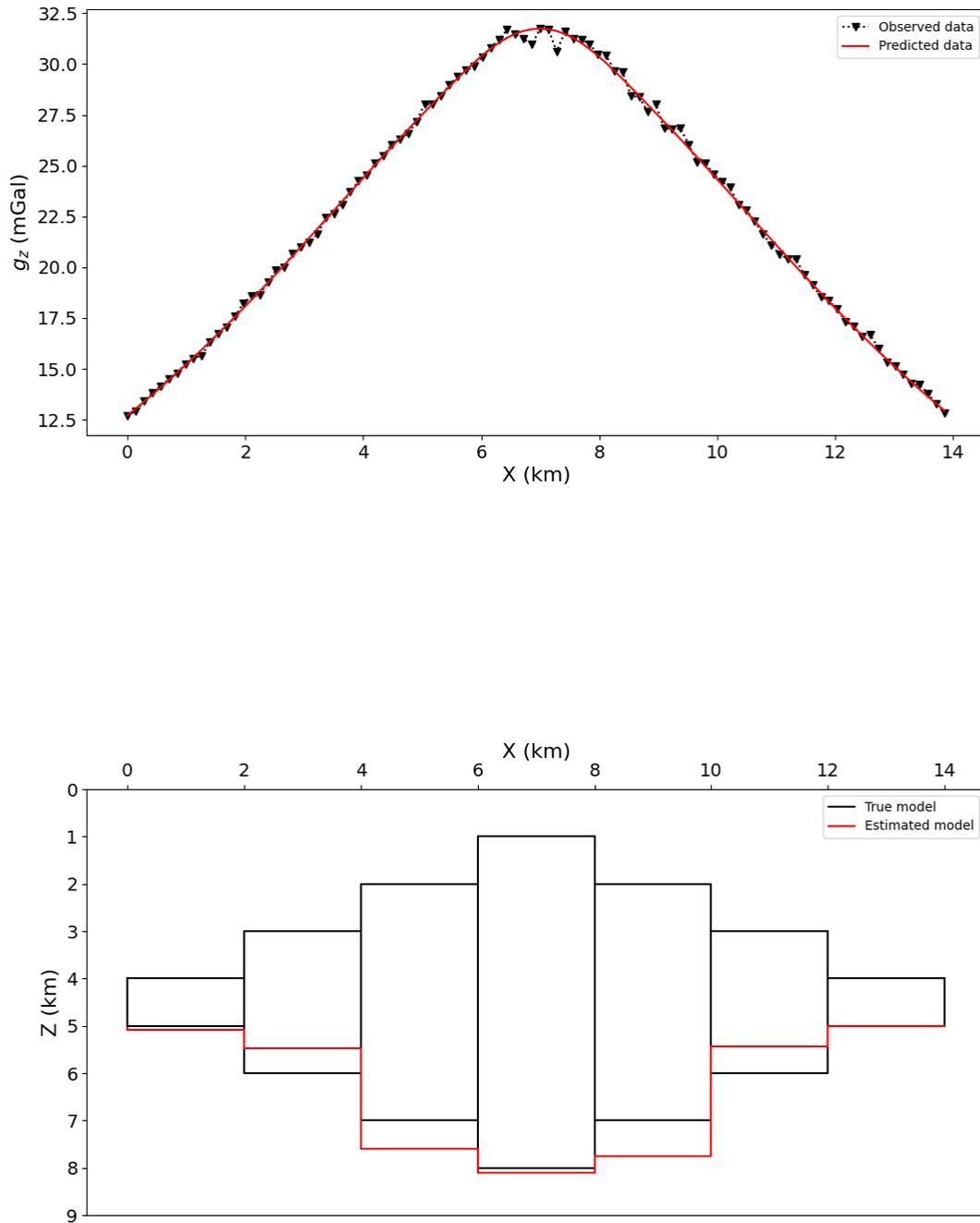


Figura 5.5: Resultados referentes à aplicação do método  $ACO_{\mathbb{R}}$  sobre dados gravimétricos 2-D ruidosos coletados a partir do modelo sintético de sete prismas.

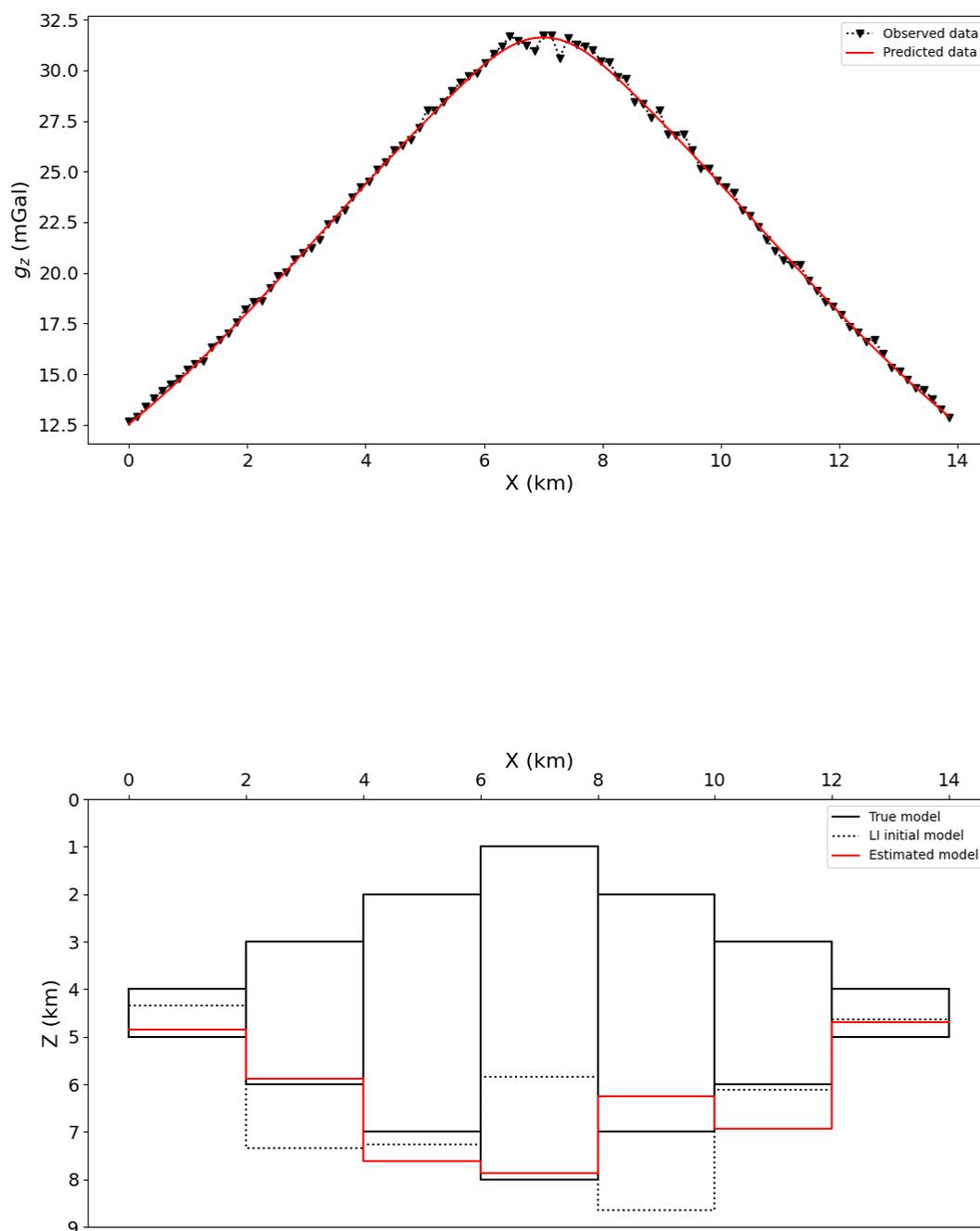


Figura 5.6: Resultados referentes à aplicação do método  $ACO_{\mathbb{R}}\text{-LI}$  sobre dados gravimétricos 2-D ruidosos coletados a partir do modelo sintético de sete prismas.

### 5.3 Histogramas

Conjuntos de histogramas também foram confeccionados para os modelos estimados de gravimetria com e sem ruído. Os histogramas referentes às simulações usando  $ACO_{\mathbb{R}}$  são apresentados nas Figuras 5.7 (dados livres de ruído) e 5.9 (dados ruidosos). Os valores médios dos parâmetros dos modelos e os respectivos desvios padrões são informados no topo de cada diagrama. As Figuras 5.8 e 5.10, também com histogramas, mostram os resultados para o esquema híbrido  $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI.

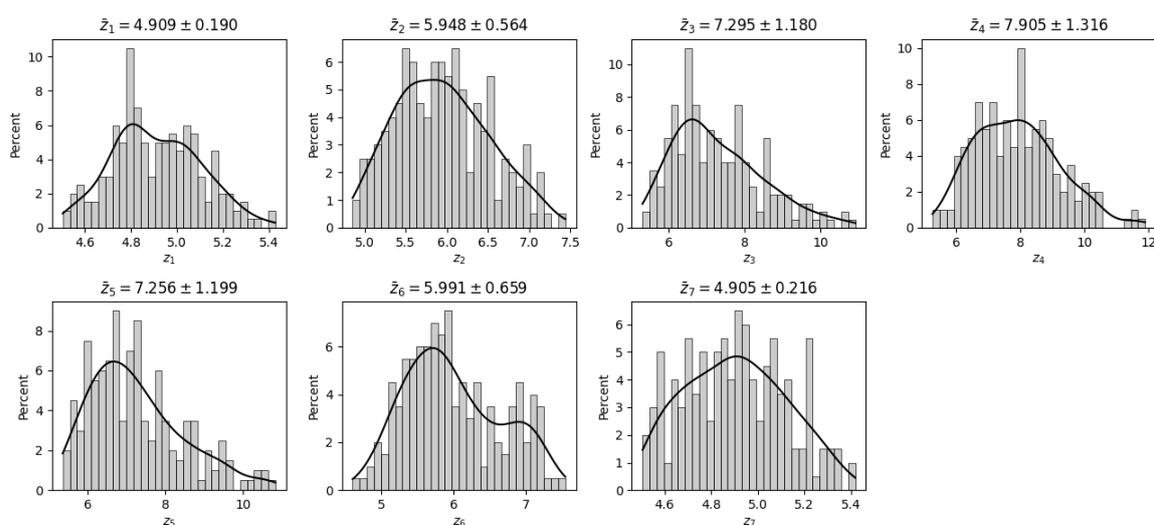


Figura 5.7: Histogramas referentes aos parâmetros do modelo gravimétrico estimado pelo algoritmo  $ACO_{\mathbb{R}}$  aplicado a dados sem ruído.

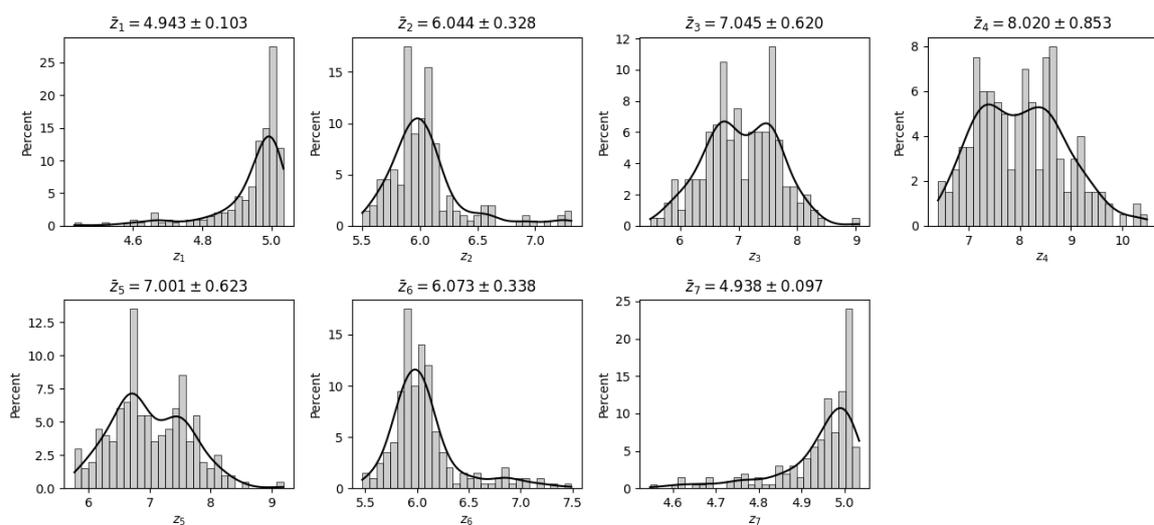


Figura 5.8: Histogramas referentes aos parâmetros do modelo gravimétrico estimado pelo algoritmo híbrido  $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI aplicado a dados sem ruído.

Como nos experimentos com modelos multicamadas, é possível notar também nesse contexto um estreitamento das curvas referentes ao algoritmo  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$ . Esse comportamento indica um maior potencial do algoritmo  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$  para convergência. No entanto, fica nítido que também a abordagem híbrida oscila bastante na determinação de alguns dos parâmetros dentre as diversas execuções realizadas. Mesmo assim, as simulações com dados sem ruído geraram resultados muito satisfatórios. Todavia, com os dados ruidosos, apesar de apresentarem erros razoavelmente baixos, os modelos tanto do  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  quanto do  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$  não se aproximaram satisfatoriamente do modelo verdadeiro.

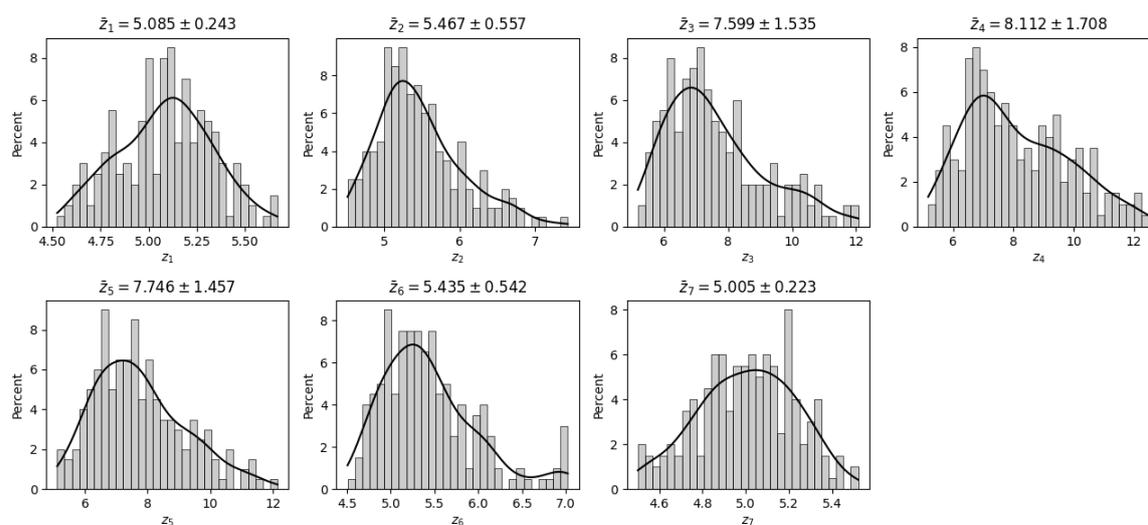


Figura 5.9: Histogramas referentes aos parâmetros do modelo gravimétrico estimado pelo algoritmo  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}$  aplicado a dados com ruído.

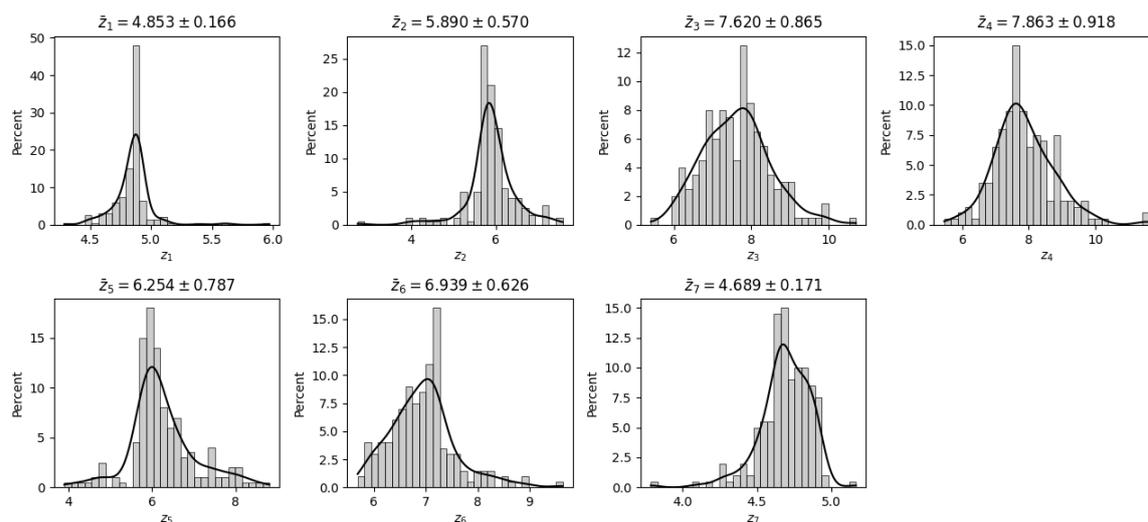


Figura 5.10: Histogramas referentes aos parâmetros do modelo gravimétrico estimado pelo algoritmo híbrido  $\text{ACO}_{\mathbb{R}}\text{-LI}$  aplicado a dados com ruído.

# 6

## Conclusões

O presente trabalho propôs uma metodologia de otimização híbrida ( $ACO_{\mathbb{R}}-LI$ ) como uma estratégia para a inversão de dados geofísicos, demonstrando sua aplicação sobre dados sintéticos (1) 1-D de resistividade em modelos multicamadas e (2) 2-D de gravimetria em modelos de prismas. Seu desempenho foi comparado com os métodos  $ACO_{\mathbb{R}}$  e LI empregados isoladamente. Dentre as três abordagens, na maioria dos experimentos, o método  $ACO_{\mathbb{R}}-LI$  foi o que apresentou os melhores resultados. Além disso, considerando os estimadores de erro e os histogramas, o método  $ACO_{\mathbb{R}}$  gerou majoritariamente resultados também bastante satisfatórios.

Nas inversões de dados de resistividade, para os experimentos com o modelo de três camadas, os três métodos alcançaram resultados bastante similares. Todavia, com o aumento do número de camadas do modelo, o algoritmo LI passou a apresentar resultados insatisfatórios, confirmando sua alta sensibilidade ao modelo inicial e alta susceptibilidade ao aprisionamento em ótimos locais. O modelo com quatro camadas possuía parâmetros numericamente bastante distintos uns dos outros, abrangendo um intervalo de valores relativamente extenso, o que aumentou a complexidade do problema inverso e impôs aos algoritmos grande dificuldade em convergir. Nesse caso, o método LI gerou os piores resultados, enquanto o  $ACO_{\mathbb{R}}$  conseguiu se manter menos distante do modelo verdadeiro e o método  $ACO_{\mathbb{R}}-LI$  pôde obter resultados razoavelmente satisfatórios. No modelo de cinco camadas, o  $ACO_{\mathbb{R}}-LI$  mais uma vez conseguiu apresentar excelentes resultados.

Nas inversões de dados de gravimetria, todos os métodos conseguiram gerar resultados similarmente satisfatórios quando aplicados a dados livres de ruído, embora a abordagem híbrida mais uma vez tenha atingido uma convergência ligeiramente melhor. Em contra-

partida, quando aplicados a dados ruidosos, com exceção do método LI, que apresentou os mesmos problemas já citados no parágrafo anterior, os outros algoritmos oscilaram na qualidade de seus desempenhos, gerando resultados razoáveis, porém não tão satisfatórios na maioria das simulações contabilizadas pelos histogramas.

Como já se esperava, a abordagem híbrida  $ACO_{\mathbb{R}}$ -LI se provou bastante robusta na maioria dos experimentos, contornando os contratempos relacionados às aplicações dos métodos determinísticos e gerando um custo computacional substancialmente menor que o gerado pelo método  $ACO_{\mathbb{R}}$ . Foi também perceptível sua grande capacidade de explorar o espaço de busca, evitando aprisionamentos prematuros em ótimos locais, e sua satisfatória velocidade de convergência. Como pontos a serem aprimorados, notou-se a alta sensibilidade do algoritmo  $ACO_{\mathbb{R}}$  à variabilidade numérica dos parâmetros do modelo e a perda de eficiência com o aumento da quantidade desses parâmetros.

Por fim, a popularidade dos algoritmos ACO no ramo da geofísica tem se expandido consideravelmente, refletindo a crescente necessidade de técnicas avançadas de otimização para enfrentar os desafios complexos da área. Eles têm sido amplamente aplicados em diversas subdisciplinas geofísicas onde sua capacidade de lidar com grandes volumes de dados se mostra altamente eficaz. Foi possível notar, nos últimos anos, um aumento significativo em publicações que exploram a aplicação dos ACO em problemas específicos, muitas vezes em conjunto com métodos de aprendizado de máquina, contribuindo para avanços em tarefas como a inversão de dados geofísicos e a identificação de características geológicas em ambientes desafiadores. Ademais, esse método continua a ser uma área ativa de pesquisa, impulsionando inovações e melhorias em processos geofísicos complexos, refletindo a crescente integração, por exemplo, da inteligência artificial e da otimização em práticas geocientíficas.

# Agradecimentos

Sou grato principalmente à minha paciência que, apesar de ter oscilado bastante, conseguiu arduamente se manter até o fim!

Sou especialmente grato ao meu orientador, Amin, pela orientação dedicada e atenciosa; e pela compreensão com as novidades e contratempos que ocorreram no momento que tinham que ocorrer!

Sou grato pelo amor e suporte sempre presentes de meus pais, Hildete e José Carlos, bem como de meus queridos Tio Roberto, Ísis, Tio Mamau e Tio Dái, que também contribuíram para que eu chegasse até onde estou hoje!

Sou grato pelas eventuais trocas de ideias, conselhos e apoios ativo e moral de meus amigos e colegas: Yasmin, Lucas, Daniel, Maia e Lara!

Sou grato aos meus irmãos que a vida me deu, Bruno e Vanessa, pelas palavras sinceras e por me lembrar que nunca estarei sozinho!

Sou grato a uma das pessoas mais incríveis que tive a oportunidade de conviver, minha amada Alanne, por me acolher e me ajudar a encarar a vida!

Sou grato a CAPES e ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica do Instituto de Geociências da UFBA pela oportunidade!

Sou grato aos Professores Jadsom Figueiredo e Saulo Oliveira pelas sugestões e recomendações, as quais ajudaram a enriquecer e a esclarecer mais o texto da dissertação!

Sou grato a todas as pessoas que me esbarrei por aí e que, de uma forma ou de outra, contribuíram, positiva ou negativamente, para eu me tornar quem sou! Um amadurecimento como tem que ser!

# Referências Bibliográficas

- Beckers, R.; Deneubourg, J.-L. e Goss, S. (1993) Modulation of Trail Laying in The Ant *Lasius Niger* (Hymenoptera: Formicidae) and Its Role in The Collective Selection of A Food Source, *Journal of Insect Behavior*, **6**(6):751–759.
- Bejarano, S. L. B. (2015) Critérios para Avaliação de Soluções em Problemas Inversos Lineares e Linearizados: Gravimetria e Tomografia de Tempo de Trânsito, Dissertação de mestrado, Universidade Federal da Bahia, Salvador, BA.
- Bhattacharya, B. B.; Sen, M. K. et al. (2003) Use of VFSA for Resolution, Sensitivity and Uncertainty Analysis in 1d dc Resistivity and ip Inversion, *Geophysical Prospecting*, **51**(5):393–408.
- Bhattacharyya, P. K. e Patra, H. P. (1968) *Direct Current Geoelectric Sounding: Principles and Interpretation*, Elsevier.
- Bilchev, G. e Parmee, I. C. (1995) The Ant Colony Metaphor for Searching Continuous Design Spaces, In: *AISB workshop on evolutionary computing*, pp. 25–39, Springer.
- Blakely, R. J. (1996) *Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications*, Cambridge University Press.
- Bouchaoui, L.; Ferahtia, J.; Farfour, M. e Djarfour, N. (2022) Vertical Electrical Sounding Data Inversion using Continuous Ant Colony Optimization Algorithm: A case study from Hassi R'Mel, Algeria, *Near Surface Geophysics*, **20**(4):419–439.
- Butkov, E. (1973) *Mathematical Physics*, Addison-Wesley Publishing Company.
- Cary, P. e Chapman, C. (1988) Automatic 1-D Waveform Inversion of Marine Seismic Refraction Data, *Geophysical Journal International*, **93**(3):527–546.
- Chunduru, R. K.; Sen, M. K.; Stoffa, P. L. e Nagendra, R. (1995) Non-linear Inversion of Resistivity Profiling Data for some Regular Geometrical Bodies, *Geophysical Prospecting*, **43**(8):979–1003.
- Chunduru, R. K.; Sen, M. K. e Stoffa, P. L. (1997) Hybrid Optimization Methods for Geophysical Inversion, *Geophysics*, **62**(4):1196–1207.

- Conti, C. R.; Roisenberg, M.; Schwedersky Neto, G. e Porsani, M. J. (2013) Fast Seismic Inversion Methods Using Ant Colony Optimization Algorithm, *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, **10**(5):1119–1123.
- Crina, G. e Ajith, A. (2006) Stigmergic Optimization: Inspiration, Technologies and Perspectives, In: *Stigmergic optimization*, pp. 1–24, Springer.
- Danchin, E.; Giraldeau, L.-A. e Cézilly, F. (2008) *Behavioural Ecology.*, Oxford University Press.
- Datta, D. e Agarwal, B. N. P. (2012) Potential Field Interpretation by Total Gradient Inversion Using Ant Colony Optimization, In: *2012 SEG Annual Meeting*, OnePetro.
- Deneubourg, J.-L.; Aron, S.; Goss, S. e Pasteels, J. M. (1990) The Self-organizing Exploratory Pattern of The Argentine Ant, *Journal of Insect Behavior*, **3**(2):159–168.
- Dorigo, M. (1992) Optimization, Learning and Natural Algorithms, Ph. D. Thesis, Dipartimento di Elettronica, Politecnico di Milano, Milano.
- Dorigo, M. e Stützle, T. (2019) Ant Colony Optimization: Overview and Recent Advances, In: *Handbook of Metaheuristics*, pp. 311–351, Springer.
- Dréo, J. e Siarry, P. (2004) Continuous Interacting Ant Colony Algorithm Based on Dense Heterarchy, *Future Generation Computer Systems*, **20**(5):841–856.
- Ferreira, N. R. e Porsani, M. J. (1997) Inversão de Sondagem Elétrica Vertical utilizando Algoritmos Genéticos Combinado com Inversão Linearizada, In: *5th International Congress of the Brazilian Geophysical Society*, pp. cp–299, European Association of Geoscientists & Engineers.
- França, F. O. d.; Coelho, G. P.; Von Zuben, F. J. e Faissol Attux, R. R. d. (2008) Multivariate Ant Colony Optimization in Continuous Search Spaces, In: *Proceedings of the 10th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, pp. 9–16.
- Griffiths, D. J. (2017) *Introduction to Electrodynamics*, Cambridge University Press.
- Guntsch, M. e Middendorf, M. (2002) A Population Based Approach for ACO, In: *Workshops on Applications of Evolutionary Computation*, pp. 72–81, Springer.
- Gupta, D. K.; Gupta, J. P.; Arora, Y. e Shankar, U. (2013) Recursive Ant Colony Optimization: A new technique for the estimation of function parameters from geophysical field data, *Near Surface Geophysics*, **11**(3):325–340.
- Hubbert, M. K. (1948) A Line-Integral Method of Computing the Gravimetric Effects of Two-Dimensional Masses, *Geophysics*, **13**(2):215–225.
- Inman, J. R. (1975) Resistivity Inversion with Ridge Regression, *Geophysics*, **40**(5):798–817.

- Kearey, P.; Brooks, M. e Hill, I. (2002) *An Introduction to Geophysical Exploration*, John Wiley & Sons.
- Knödel, K.; Lange, G. e Voigt, H.-J. (2007) *Environmental Geology: Handbook of Field Methods and Case Studies*, Springer Science & Business Media.
- Koefoed, O. (1979) *Geosounding Principles 1: Resistivity Measurements*, Elsevier Scientific Publishing, Amsterdam, Netherlands.
- Liao, T.; Montes de Oca, M. A.; Aydin, D.; Stützle, T. e Dorigo, M. (2011) An Incremental Ant Colony Algorithm with Local Search for Continuous Optimization, In: *Proceedings of the 13th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, pp. 125–132.
- Liao, T.; Socha, K.; de Oca, M. A. M.; Stützle, T. e Dorigo, M. (2013) Ant Colony Optimization for Mixed-Variable Optimization Problems, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, **18**(4):503–518.
- Liu, L.; Dai, Y. e Gao, J. (2014a) Ant Colony Optimization Algorithm for Continuous Domains Based on Position Distribution Model of Ant Colony Foraging, *The Scientific World Journal*, **2014**(1):428–539.
- Liu, P.; Hartzell, S. e Stephenson, W. (1995) Non-linear Multiparameter Inversion Using a Hybrid Global Search Algorithm: Applications in reflection seismology, *Geophysical Journal International*, **122**(3):991–1000.
- Liu, S.; Hu, X. e Liu, T. (2014b) A Stochastic Inversion Method for Potential Field Data: Ant colony optimization, *Pure and Applied Geophysics*, **171**(7):1531–1555.
- Monmarché, N.; Venturini, G. e Slimane, M. (2000) On How *Pachycondyla Apicalis* Ants Suggest a New Search Algorithm, *Future Generation Computer Systems*, **16**(8):937–946.
- Parasnis, D. S. (2012) *Principles of Applied Geophysics*, Springer Science & Business Media.
- Porsani, M. J.; Stoffa, P. L.; Sen, M. K.; Chunduru, R. e Wood, W. T. (1993) A Combined Genetic and Linear Inversion Algorithm for Seismic Waveform Inversion, In: *SEG technical program expanded abstracts 1993*, pp. 692–695, Society of Exploration Geophysicists.
- Raj, A. S.; Srinivas, Y.; Oliver, D. H. e Muthuraj, D. (2014) A Novel and Generalized Approach in the Inversion of Geoelectrical Resistivity Data using Artificial Neural Networks (ANN), *Journal of Earth System Science*, **123**(2):395–411.
- Rothman, D. H. (1985) Nonlinear Inversion, Statistical Mechanics, and Residual Statics Estimation, *Geophysics*, **50**(12):2784–2796.
- Sen, M. K. e Stoffa, P. L. (2013) *Global Optimization Methods in Geophysical Inversion*, Cambridge University Press.

- Sen, M. K.; Bhattacharya, B. B. e Stoffa, P. L. (1993) Nonlinear Inversion of Resistivity Sounding Data, *Geophysics*, **58**(4):496–507.
- Shokouhifar, M. (2021) FH-ACO: Fuzzy Heuristic-Based Ant Colony Optimization for Joint Virtual Network Function Placement and Routing, *Applied Soft Computing*, **107**:107401.
- Singh, U. K.; Tiwari, R. K. e Singh, S. (2005) One-dimensional Inversion of Geo-electrical Resistivity Sounding Data Using Artificial Neural Networks: A case study, *Computers & Geosciences*, **31**(1):99–108.
- Socha, K. (2004) ACO for Continuous and Mixed-Variable Optimization, In: *International Workshop on Ant Colony Optimization and Swarm Intelligence*, pp. 25–36, Springer.
- Socha, K. e Dorigo, M. (2008) Ant Colony Optimization for Continuous Domains, *European Journal of Operational Research*, **185**:1155–1173.
- Sunde, E. D. (1968) *Earth Conduction Effects in Transmission Systems*, Dover Publications.
- Talwani, M.; Worzel, J. L. e Landisman, M. (1959) Rapid Gravity Computations for Two-Dimensional Bodies with Application to the Mendocino Submarine Fracture Zone, *Journal of Geophysical Research*, **64**(1):49–59.
- Telford, W. M.; Geldart, L. P. e Sheriff, R. E. (1990) *Applied Geophysics*, Cambridge University Press.
- Tsutsui, S. (2004) Ant Colony Optimisation for Continuous Domains with Aggregation Pheromones Metaphor, In: *Proceedings of the The 5th International Conference on Recent Advances in Soft Computing (RASC-04)*, pp. 207–212.
- Vakil-Baghmisheh, M.-T. e Navarbafe, A. (2008) A Modified Very Fast Simulated Annealing Algorithm, In: *2008 International Symposium on Telecommunications*, pp. 61–66, IEEE.
- Ward, S. H. (1988) The Resistivity and Induced Polarization Methods, In: *1st EEGS Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems*, European Association of Geoscientists & Engineers.